# Photoproduktion neutraler Pionen am Proton mit linear polarisierten Photonen im Bereich der $\Delta(1232)$ -Resonanz

#### Dissertation

zur Erlangung des Grades "Doktor der Naturwissenschaften" am Fachbereich Physik der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz

Roman Leukel geboren in Hachenburg

Institut für Kernphysik Johannes Gutenberg-Universität Mainz Mainz 2001

Dekan: Prof. Dr. H. Backe

Berichterstatter: Prof. Dr. Th. Walcher
 Berichterstatter: PD. Dr. R. Beck

Tag der mündlichen Prüfung: 20. Juli2001

## Zusammenfassung

Im Rahmen der Untersuchung der inneren Struktur des Nukleons behandelt die vorliegende Arbeit die Photoproduktion neutraler Pionen am Proton im Bereich der  $\Delta(1232)$ –Resonanz mit linear polarisierten Photonen. Da für das Spin–1/2–Nukleon das beobachtbare Quadrupolmoment, welches die Abweichung einer Ladungsverteilung von der sphärischen Form beschreibt, prinzipiell verschwindet, lassen sich Hinweise auf eine mögliche intrinsische Deformation des Nukleons durch die Betrachtung des  $N\to\Delta$ –Übergangs gewinnen. Dieser wird klar von der magnetischen Dipolanregung M1 dominiert, welche man im Konstituenten–Quarkmodell als Spinflip–Übergang interpretiert. In der Reaktion  $\vec{\gamma}p\to p\pi^0$  gelingt es, durch die Ausnutzung der Photonasymmetrie  $\Sigma$  das Signal der kleinen elektrischen Quadrupolamplitude E2 in einem Interferenzterm mit der dominanten M1–Amplitude meßbar zu machen und das Verhältnis  $R_{EM}=E2/M1$  experimentell zu bestimmen. Die endliche E2–Amplitude des  $N\to\Delta$ –Übergangs läßt auf eine Deformation des Nukleons und/oder des angeregten Nukleonzustands schließen.

Das hier zu Grunde liegende Experiment wurde am Elektronenbeschleuniger MAMI (**MA**inzer **MI**krotron) der Universität Mainz durchgeführt. Durch kohärente Bremsstrahlung der Elektronen an einem Diamantradiator standen im Bereich der  $\Delta(1232)$ –Resonanz ( $E_{\gamma}=(240-440)~MeV$ ) linear polarisierte Photonen mit ausreichendem Polarisationsgrad ( $15\% \leq P_{\gamma} \leq 67\%$ ) zur Verfügung. Insgesamt wurden reelle Photonen im Bereich  $E_{\gamma}=(200-790)~MeV$  von der A2-Photonenmarkierungsanlage (Glasgow–Tagger) energiemarkiert. Mit dem elektromagnetischen Kalorimeter TAPS, dessen 504  $BaF_2$ –Module Photonen und massive Teilchen detektieren und unterscheiden, konnten die  $\pi^0$ –Mesonen über ihre beiden Zerfallsphotonen nachgewiesen werden. Die gewählte Anordnung der Einzelkristalle um ein Flüssigwasserstofftarget erlaubte den Nachweis der neutralen Pionen im vollen Polarwinkelbereich.

Die Datenbasis zur  $\pi^0$ -Photoproduktion am Proton konnte hinsichtlich der Wirkungsquerschnitte und Photonasymmetrien durch Datenpunkte über den gesamten Polarwinkel hinweg nachdrücklich erweitert werden. Mit den besonderen "Qualitäten" der  $\Delta(1232)$ -Resonanz ergibt sich am Resonanzpunkt bei  $E_{\gamma}=340~MeV$  alleine aus diesen neuen Daten  $R_{EM}=(-2.40\pm0.16_{stat}\pm0.24_{syst})\%$ . Das neue Experiment bestätigt insgesamt weitestgehend die Ergebnisse einer entsprechenden MAMI/DAPHNE-Messung, während sich im Vergleich mit einem LEGS-Experiment ähnlicher Zielsetzung signifikante Unterschiede bzgl. der winkeldifferentiellen  $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitte ergeben, welche sich auch in einem tendenziell kleineren LEGS- $R_{EM}$ -Wert niederschlagen.

Eine weiterführende Multipolanalyse der neuen  $(p\pi^0)$ –Daten ermöglichte im Energiebereich der  $\Delta(1232)$ –Resonanz die Bestimmung der s– und p–Wellen Isospinamplituden  $E_{0+}^{1/2}$ ,  $E_{0+}^{3/2}$ ,  $M_{1-}^{1/2}$ ,  $M_{1-}^{3/2}$ ,  $E_{1+}^{1/2}$ ,  $E_{1+}^{3/2}$ ,  $M_{1+}^{1/2}$  und  $M_{1+}^{3/2}$ .

Darüber hinaus konnte im Rahmen dieser Arbeit erstmals auf der Grundlage experimenteller Daten ein maßgeblicher d-Wellenbeitrag zur  $\pi^0$ -Photoproduktion im Bereich der  $\Delta(1232)$ -Resonanz ausgeschlossen werden.

# Inhaltsverzeichnis

Zτ	ısam	menfassung
In	halts	${f verzeichnis}$
1.	Ein	leitung
2.	2.1	tivation       3         Hinweise auf die innere Struktur des Nukleons       3         Die Deformation des Nukleons       4         2.2.1 D-Wellen-Beimischung zur Nukleon- und $\Delta$ -Wellenfunktion
	2.3 2.4	im Konstituenten-Quarkmodell
3.	3.1	Foretische Grundlagen13Die Theorie der Photoproduktion von Pionen13 $3.1.1$ Kinematische Variablen13 $3.1.2$ Übergangsstrom und invariante Amplituden14 $3.1.3$ Isospinamplituden16 $3.1.4$ CGLN-Amplituden und Multipolzerlegung17 $3.1.5$ Multipolamplituden und Nukleonresonanzen19 $3.1.6$ Fermi-Watson-Theorem und $\pi N$ -Streuung25 $3.1.7$ Differentieller Wirkungsquerschnitt25
	3.2	Physikalische Observablen zur $\mathbf{R_{EM}}$ -Bestimmung
4.		experimentelle Status zu E2/M1 41
		experimentelle Aufbau
	5.4 5.5 5.6 5.7	Das Wasserstofftarget und die Streukammer

6.	Die	Datenanalyse	73
	6.1	Die Eichung der Detektoren	75
		6.1.1 Die Energieeichung	75
		6.1.2 Die Zeiteichung	77
		6.1.3 Die Eichung der Pulsform	80
		6.1.4 Korrekturen zur Zeiteichung	83
	6.2	Die Bestimmung der $\pi^0$ -Ausbeute in TAPS	87
		6.2.1 Die Modul-Cluster	88
		6.2.2 Die Teilchenidentifikation	90
		6.2.3 Die $\pi^0$ -Rekonstruktion	91
		6.2.4 Die Identifikation des Reaktionskanals	93
		6.2.5 Die experimentelle $\pi^0$ -Ausbeute	97
		Der einlaufende Photonenfluß	98
	6.4	Die $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit in TAPS	101
		6.4.1 Die gewählte $\pi^0$ -Startverteilung	102
		6.4.2 Die Qualität der GEANT-Simulation	105
		6.4.3 Die simulierte $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit	109
	6.5	Der Polarisationsgrad der reellen Photonen	110
	6.6	Die systematischen Fehler	115
7.	Die	Ergebnisse	117
		Die unpolarisierten $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitte	117
		7.1.1 Die winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitte	117
		7.1.2 Die differentiellen Wirkungsquerschnitte zu festem $\theta_{\pi^0}^{CMS}$	129
		7.1.3 Der totale Wirkungsquerschnitt	131
	7.2	Die Photonasymmetrien $\Sigma$	133
8	Die	Interpretation der Ergebnisse	139
•	8.1	Das $\mathbf{R_{EM}}$ -Verhältnis aus den $(\vec{\gamma}p \to p\pi^0)$ -Daten	139
	8.2	Die Multipolanalyse	144
	8.3	Die Gültigkeit der s- und p-Wellen-Näherung	154
Α.		ebnis der Tagger–Energieeichung	159
	_		
В.	_	ebnis–Tabellen	163
	В.1	Die physikalischen Observablen	163
		B.1.1 Die winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitte	163
		B.1.2 Der totale Wirkungsquerschnitt	179
	D a	B.1.3 Die Photonasymmetrien	180
	В.2	Die s- und p-Wellen-Isospinamplituden	184
Li	terat	urverzeichnis	187

## 1. Einleitung

Ein zentrales Interesse der Physik gilt dem Aufbau der Materie. Dabei beschäftigt sich die Kernphysik im subatomaren Bereich im Rahmen der Nieder- und Mittelenergiephysik mit den nuklearen und nukleonischen Freiheitsgraden und deren Wechselwirkung untereinander. Im Hochenergiebereich ist die Elementarteilchenphysik in der Lage, subnukleonische Strukturen der Materie aufzulösen.

Hauptgegenstand vieler Untersuchungen in der Kernphysik ist das Nukleon, das nach heutigem Verständnis in seinen beiden Darstellungsformen als Proton und Neutron der Baustein der Kerne ist und der starken Wechselwirkung unterliegt. Wie alle stark wechselwirkenden Teilchen gehört das Nukleon somit zu den Hadronen, einer der beiden Klassen von Materiebausteinen. Die zweite Klasse bilden die Leptonen, d.h. Elektron, Myon, Tau, deren Neutrinos sowie die zugehörigen Antiteilchen. Diese unterliegen nur der elektromagnetischen und der schwachen Wechselwirkung. Im Gegensatz zu den Leptonen, die punktförmig sind und daher als Elementarteilchen betrachtet werden, setzt sich das Nukleon aus anderen Teilchen zusammen. Es besitzt eine innere Struktur und wird deshalb selbst nicht als elementar angesehen.

Die Quantenchromodynamik (QCD) beschreibt als Theorie der starken Wechselwirkung die elementaren Freiheitsgrade der Hadronen. Dieses sind die Quarks, als die Bausteine der Wechselwirkung, und die Gluonen, die als Träger der Farbladung die Austauschteilchen der starken Wechselwirkung bezeichnen. Aufgrund der Stärke der Wechselwirkung treten diese elementaren Freiheitsgrade jedoch nicht isoliert auf, sondern sind in beobachtbarer Form stets in Hadronen "eingeschlossen". So bilden sich aus drei Quarks Baryonen und aus einem Quark-Antiquark-Paar Mesonen.

Das Nukleon selbst ist somit bereits ein komplexes System, das sich aus drei Konstituentenquarks, einer Mesonenwolke aus Quark–Antiquark–Paaren und Gluonen zusammensetzt. Eine konsistente und quantitative Beschreibung des Nukleons im Rahmen der QCD ist nicht möglich, da aufgrund der großen Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung ( $\alpha_s \geq 1$  bei kleinen und mittleren Energien) ein störungstheoretischer Potenzreihenansatz nach  $\alpha_s$  nicht konvergiert.

Zur theoretischen Beschreibung des Nukleons ist man auf die Entwicklung von Nukleonmodellen angewiesen, wobei ein abgeschlossenes Modell nicht nur bereits bekannte Eigenschaften wiedergeben, sondern auch bisher experimentell nicht beobachtete Merkmale des Nukleons vorhersagen können sollte. Als Test solcher Modelle dient das Experiment, das die Vorhersagen bestätigt oder widerlegt. Im Wechselspiel zwischen Theorie und Experiment versucht man, durch die Verfeinerung der Modelle und die Verbesserung der experimentellen Datenbasis den Zusammenhang zwischen dem Nukleon und seinen Freiheitsgraden sowie deren Wechselwirkung untereinander zu verstehen.

In diesem Rahmen bewegt sich die Arbeit am Institut für Kernphysik der

Universität Mainz. Mit dem Dauerstrichelektronenbeschleuniger MAMI (MAinzer MIkrotron) [Her 86] verfügt das Institut über ein für eine Universität nicht alltägliches Experimentierwerkzeug, welches Möglichkeiten bietet, die Struktur der Hadronen experimentell zu untersuchen. Unter den am Institut ansässigen Arbeitsgruppen konzentriert sich die internationale A2-Kollaboration auf die Physik mit reellen Photonen. Zu diesem Zweck werden die beschleunigten Elektronen mittels einer Photonenmarkierungsanlage (Glasgow-Tagger) [Ant 91, Hal 96] in einen energiemarkierten (quasimonochromatischen) Strahl reeller Photonen umgewandelt. Als Austauschteilchen der elektromagnetischen Wechselwirkung unterliegen Photonen selbst nur dieser – im Vergleich zur starken Wechselwirkung – relativ schwachen Kraft. Im Gegensatz zu hadronischen Sonden, die aufgrund der starken Wechselwirkung bereits an der Oberfläche einer hadronischen Probe wechselwirken, sind Photonen deshalb in der Lage, ganze Kernvolumina "abzutasten". Über die zugehörige Theorie der Quantenelektrodynamik (QED) ist die elektromagnetische Kraft darüber hinaus die bisher am besten verstandene aller Kräfte, wodurch photoninduzierte Prozesse im Eingangskanal sehr genau beschrieben werden können.

In den Jahren 1995 und 1996 fand eine Experimentreihe mit dem Photonenspektrometer TAPS [Nov 91] am reellen Photonenstrahl am MAMI statt. Dabei wurden Messungen zur Compton-Streuung am freien und gebundenen Proton, zur Einfachund Mehrfachpionproduktion am Proton, Deuterium und Helium-4 sowie zur Etaproduktion am Deuterium und am Helium-4 durchgeführt.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Photoproduktion neutraler Pionen am Proton mit linear polarisierten Photonen im Bereich der  $\Delta(1232)$ –Resonanz. Neben den  $\pi^0$ –Wirkungsquerschnitten läßt sich dabei auch die Photonasymmetrie  $\Sigma$  bestimmen. Unter Ausnutzung dieses Polarisationsfreiheitsgrades ist es u.a. möglich, Rückschlüsse auf die Deformation des  $N \to \Delta$ –Übergangs und damit indirekt Hinweise auf eine Deformation des Protons und/oder der  $\Delta$ –Resonanz zu gewinnen. Ziel dieser Arbeit ist somit die Untersuchung der inneren Struktur des Protons.

In Kapitel 2 folgt die physikalische Motivation zu dieser Arbeit. In Kapitel 3 soll anhand einiger theoretischer Grundlagen der Pion-Photoproduktion gezeigt werden, inwiefern durch die Messung der Photonasymmetrie die innere Struktur des Protons untersucht werden kann und welche Anforderungen sich an ein entsprechendes Experiment ergeben. Kapitel 4 faßt bereits bekannte Ergebnisse zur  $\pi^0$ -Produktion mit linear polarisierten Photonen zusammen. Danach wird der Aufbau des Experiments in Kapitel 5 vorgestellt. Neben dem Prinzip zur Erzeugung linear polarisierter Photonen werden dabei auch die einzelnen Komponenten des Experiments erläutert. In Kapitel 6 folgt ein Uberblick über die Datenanalyse. Sie umfaßt die Eichung der Detektoren, den Nachweis von neutralen Pionen mit Hilfe eines geeigneten Pionfilters, die Ermittlung des benutzten Photonenflusses, die Bestimmung der Detektornachweiseffizienz im Rahmen einer Simulationsrechnung und die Extraktion des Polarisationsgrads der reellen Photonen. In Kapitel 7 werden die neuen Ergebnisse zur Photonasymmetrie und zu den  $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitten zusammengestellt und mit einigen früheren Ergebnissen verglichen. Eine Interpretation der Ergebnisse schließt sich in Kapitel 8 an.

#### 2. Motivation

Die vorliegende Doktorarbeit zur Photoproduktion neutraler Pionen am Proton mit linear polarisierten Photonen im Bereich der  $\Delta(1232)$ –Resonanz bezieht ihre Motivation aus dem Versuch, einen Beitrag zum Verständis der inneren Struktur des Protons zu liefern.

#### 2.1 Hinweise auf die innere Struktur des Nukleons

Mehrere experimentelle Hinweise haben gezeigt, daß das Nukleon kein punktförmiges Teilchen, sondern ein zusammengesetztes Objekt mit einer inneren Struktur ist.

Zunächst lieferte die Messung des magnetischen Momentes des Nukleons durch eine Gruppe um Otto Stern im Jahre 1933 (Atomstrahlexperiment) [Ste 33] ein unerwartetes Ergebnis. In Analogie zum punktförmigen Spin–1/2–Elektron wurde für das ebenfalls Spin–1/2–Proton ein magnetisches Moment von 1 in den Einheiten des entsprechenden Kern-Magnetons ( $\mu_K = e\hbar/(2m_pc)$ ) erwartet. Das elektrisch neutrale Neutron sollte gar kein magnetisches Moment besitzen. Tatsächlich beträgt das magnetische Moment des Protons jedoch  $\mu_p = 2.79\mu_K$  und das des Neutrons  $\mu_n = -1.91\mu_K$ . Erklärt wurden diese "anomalen" magnetischen Momente zunächst mit virtuellen Mesonen, die in der Struktur des Nukleons auftauchen und das "nackte" Dirac'sche Nukleon "bekleiden". Das anomale magnetische Moment von Proton und Neutron ist mit einer Punktförmigkeit des Nukleons nicht vereinbar.

1951 entdeckte eine Gruppe um Enrico Fermi bei der Streuung von geladenen Pionen am Proton eine Überhöhung im Streuquerschnitt [Fer 52]. Der Grund für diese Überhöhung ist die  $\Delta(1232)$ -Resonanz. In einer langen Reihe von Experimenten fand man heraus, daß diese "Fermiresonanz" nur der erste von weiteren Anregungszuständen des Nukleons ist. Das Nukleon besitzt somit ein Anregungsspektrum, welches sich nur durch die Anregung innerer Freiheitsgrade ergeben kann. Abbildung 2.1 zeigt das Anregungsspektrum des Protons im totalen Photoabsorptionsquerschnitt mit der Aufspaltung in die hadronischen Reaktionskanäle. Man erkennt die  $\Delta(1232)$ -Resonanz bei einer Anregungsenergie von 340 MeV. Darüber hinaus entstehen durch die Überlagerung mehrerer Nukleonresonanzen, die in dieser Darstellung nicht einzeln getrennt werden können, das zweite und dritte Resonanzgebiet bei Photonenenergien von etwa 700 MeV bzw. etwa 1000 MeV.

In den 1950er Jahren untersuchte eine Gruppe um Robert Hofstadter in Experimenten am Standford Linear Accelerator MARK III die Struktur der Kerne mittels elastischer Elektronstreuung [Hof 56]. Über die Bestimmung des elastischen Formfaktors fand man u.a. Zugang zum mittleren Ladungsradius des Protons:  $\sqrt{\langle r_p^2 \rangle} = 0.86 \ fm$ . Durch die Messung der Ausdehnung des Nukleons wurde somit seine Nichtpunktförmigkeit experimentell bewiesen.

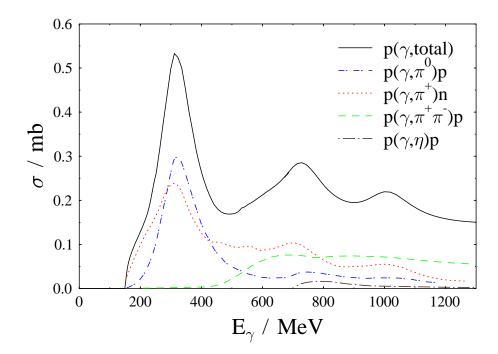


Abbildung 2.1: Das Anregungsspektrum des Protons in der Darstellung des totalen Photoabsorptionsquerschnitts mit der Aufspaltung in die hadronischen Reaktionskanäle.

Das Quarkmodell, das nach heutiger Kenntnis das Nukleon als System aus drei Konstituentenquarks, einer Mesonenwolke und den die starke Wechselwirkung vermittelnden Gluonen beschreibt, wurde durch Experimente von Friedman, Kendall und Taylor am Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) bestätigt. In der tiefinelastischen Elektronstreuung am Proton gelang ihnen erstmals die Streuung am einzelnen Quark.

#### 2.2 Die Deformation des Nukleons

Mit dem Wissen um die Ausdehnung des Nukleons stellt sich die Frage nach seiner konkreten Form.

Als leichtestes Baryon ist das Nukleon der Baryonengrundzustand. Analog zum Grundzustand des Wasserstoffatoms ließe sich hieraus die Hypothese aufstellen, daß sich das Nukleon in einer symmetrischen Konfiguration aus seinen Bestandteilen zusammensetzt und eine sphärische Form annimmt. Im räumlichen Anteil der Wellenfunktion würde das Nukleon demnach mit einem reinen S-Zustand beschrieben.

Diese Hypothese eines kugelsymmetrischen Nukleons wird auf den ersten Blick von der Tatsache unterstützt, daß für Proton und Neutron kein Quadrupolmoment beobachtet werden kann, welches im allgemeinen die Abweichung einer Ladungsverteilung von der sphärischem Form beschreibt. Nach einer Folge des Wigner-Eckart-

Theorems können aber diejenigen Multipole prinzipiell nicht beobachtet werden, deren Multipolarität L folgende Beziehung erfüllt:

$$L > 2J, (2.1)$$

wobei J den Spin des betrachteten Objekts bezeichnet.

Mit der Multipolarität des Quadrupols von L=2 (Monopol: L=0, Dipol: L=1, usw.) gehört das Quadrupolmoment des J=1/2 Nukleons zu diesen prinzipiell nicht beobachtbaren Multipolmomenten.

Verschiedene theoretische Ansätze lassen jedoch für das Nukleon die Möglichkeit eines intrinsischen Quadrupolmomentes zu, welches – obwohl nach außen nicht sichtbar – einer Deformation des Nukleons entspräche.

Experimentelle Hinweise auf die Deformation des Nukleons kann man nur indirekt gewinnen, indem man Übergänge zu Anregungszuständen mit höherem Spin untersucht. Nach Gleichung 2.1 muß der angeregte Zustand des Nukleons einen Spin von  $J \geq 1$  aufweisen, um ein Quadrupolübergangsmoment messen zu können. Ergibt sich ein solches Quadrupolübergangsmoment, schließt man daraus auf ein Quadrupolmoment des Nukleons und/oder des angeregten Zustands und damit auf eine Deformation des Nukleons und/oder des angeregten Zustands. Läßt sich darüber hinaus sogar noch direkt das Quadrupolmoment des entsprechenden angeregten Zustands bestimmen, ist eine genauere Interpretation des Übergangsmoments bzgl. der Deformation des Nukleons möglich.

In den Experimenten der A2-Kollaboration werden reelle Photonen mit Gesamtdrehimpuls L eingesetzt um, elektrische (E) und magnetische (M) Multipolübergänge der Multipolarität L zwischen dem Nukleon und dessen Anregungszuständen zu induzieren. Als erster angeregter Zustand des Nukleons ist die  $\Delta(1232)$ -Resonanz mit Spin J=3/2 dafür geeignet, Quadrupolübergangsmomente zu untersuchen. Im Vorgriff auf die in Kapitel 3 näher betrachtete Multipoldarstellung soll hier bereits festgehalten werden, daß aufgrund von Paritätsund Drehimpulserhaltung ein  $N \rightarrow \Delta$ -Übergang nur durch magnetische Dipolanregung (M1) und elektrische Quadrupolanregung (E2) erfolgen kann. Das prinzipiell meßbare Quadrupolmoment der  $\Delta$ -Resonanz ist wegen der kurzen Lebensdauer dieses angeregten Zustands experimentell nur schwer zugänglich. Mit der Breite  $\Gamma(\Delta(1232)) = 120~MeV$  ergibt sich über  $\Gamma \tau = \hbar$  eine Lebensdauer der  $\Delta(1232)$ -Resonanz von  $\tau = 5.5 \times 10^{-24}~s$ .

Zwei theoretische Ansätze zur Beschreibung einer Deformation des Nukleons sollen im folgenden kurz angeführt werden. Für die ausführliche theoretische Betrachtung sei auf die entsprechenden Referenzen verwiesen.

## 2.2.1 D–Wellen–Beimischung zur Nukleon– und $\Delta$ –Wellenfunktion im Konstituenten–Quarkmodell

Die starke Wechselwirkung ist spin- und richtungsabhängig, d.h. sie besitzt Tensorkraftanteile. Einen Hinweis hierfür liefert das Deuteron, das als einfachster zu-

sammengesetzter Kern aus einem Proton und einem Neutron besteht. Das Deuteron besitzt nur einen gebundenen Zustand. Bei diesem addieren sich die Spins von Proton und Neutron zum Gesamtspin J=1. Wäre die starke Wechselwirkung spinunabhängig, sollten Proton und Neutron auch in der Lage sein, einen gebundenen Zustand mit Spin J=0 zu bilden, welcher jedoch nicht beobachtet wird. Vermittelt wird die Nukleon–Nukleon–Wechselwirkung im Deuteron durch den Ein–Pion–Austausch, der somit auch für den Tensoranteil der Kraft verantwortlich ist. Eine Folge der Spin– und Richtungsabhängigkeit der Nukleon–Nukleon–Wechselwirkung im Deuteron ist eine D–Wellen–Beimischung zur Deuteron–Wellenfunktion. Diese manifestiert sich in der Abweichung des magnetischen Moments des Deuterons  $\mu_d=0.85742\mu_N$  von der Summe der magnetischen Momente von Proton und Neutron  $\mu_p+\mu_n=0.879634\mu_N$ , die für ein Deuteron im reinen S-Zustand zu erwarten wäre.

Tensorkräfte sind auch im Nukleon selbst zu berücksichtigen.

Im Konstituenten-Quarkmodell (KQM) der Baryonen [Isg 79] wird die Wechselwirkung zwischen den Spin-1/2-Quarks durch einen Ein-Gluon-Austausch beschrieben. In diesem Modell ist der Hamilton-Operator gegeben durch:

$$H = \sum_{i} \left( m_i + \frac{p_i^2}{2m_i} \right) + \sum_{i < j} \left( \frac{1}{2} K r_{ij}^2 + H_{hyp}^{ij} \right) . \tag{2.2}$$

Während man in der ersten Summe die kinetische Energie wiederfindet, beschreibt die zweite Summe das Wechselwirkungspotential. Dabei trägt der Potentialansatz des harmonischen Oszillators  $(1/2\ Kr_{ij}^2)$  der Tatsache Rechnung, daß Quarks nie isoliert auftreten, da mit wachsendem Abstand zweier Quarks  $(\vec{r}_{ij})$  die Wechselwirkung zwischen ihnen immer stärker wird ("Confinement" = engl.: Eingesperrtsein). Der Ausdruck  $H_{hyp}^{ij}$  wird als Farb-Hyperfein-Wechselwirkung bezeichnet. Damit soll ausgedrückt werden, daß es sich hierbei um das Farb-Analogon zur Hyperfeinstruktur der elektromagnetischen Wechselwirkung handelt. Der Begriff "Farbe" bezieht sich auf die Gluonen, die als Träger der starken Farbladung die Austauschteilchen der starken Wechselwirkung darstellen. Diese Farb-Hyperfein-Wechselwirkung trägt auch den Tensorkräften im Nukleon Rechnung:

$$H_{hyp}^{ij} = \frac{2\alpha_s}{3m_i m_j} \left[ \frac{8\pi}{3} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \delta^3(\vec{r}_{ij}) + \underbrace{\frac{1}{r_{ij}^3} \left( \frac{3\left(\vec{S}_i \cdot \vec{r}_{ij}\right)\left(\vec{S}_j \cdot \vec{r}_{ij}\right)}{r_{ij}^2} - \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \right)}_{Tensorterm} \right], \quad (2.3)$$

wobei m die Masse und  $\vec{S}$  den Spin-Operator des jeweiligen Quarks bezeichnen.

Löst man nach [Ger 81] das Energie-Eigenwert-Problem des Konstituenten-Quarkmodells mit dem Hamilton-Operator H gemäß Gleichung 2.2, wobei man das experimentelle Baryonen-Massenspektrum als freien Parameter dieses Modells betrachtet, so ergibt sich unter anderem eine D-Wellen-Beimischung zum Nukleon und zum  $\Delta$ , so daß deren Wellenfunktionen sich wie folgt darstellen:

$$|N\rangle = 0.95|^{2} S_{s} \frac{1}{2}^{+} \rangle - 0.24|^{2} S_{s}^{\prime} \frac{1}{2}^{+} \rangle - 0.20|^{2} S_{M} \frac{1}{2}^{+} \rangle - 0.042|^{4} D_{M} \frac{1}{2}^{+} \rangle - 0.0024|^{2} P_{A} \frac{1}{2}^{+} \rangle$$
(2.4)

$$|\Delta\rangle = 0.97|^4 S_s \frac{3}{2}^+ \rangle + 0.20|^4 S_s' \frac{3}{2}^+ \rangle - 0.097|^4 D_s \frac{3}{2}^+ \rangle + 0.065|^2 D_M \frac{3}{2}^+ \rangle \quad (2.5)$$

In der Notation  $^{2S+1}L_{\sigma}J^{P}$  bezeichnet S den Spin, L den Bahndrehimpuls der Ortswellenfunktion, J den Gesamtdrehimpuls und P die Parität des Zustandes. Der Index  $\sigma$  beschreibt die Symmetrie der Ortswellenfunktion unter der Vertauschung von Quarks mit s für symmetrisch, A für antisymmetrisch und M für gemischtsymmetrisch.

Mit dieser – wenn auch kleinen – D-Wellen–Beimischung läßt sich das Nukleon auch mittels eines elektrischen Quadrupolübergangs (E2) zur  $\Delta(1232)$ –Resonanz anregen, wie in Abbildung 2.2 angedeutet. In diesem Fall wäre die Deformation

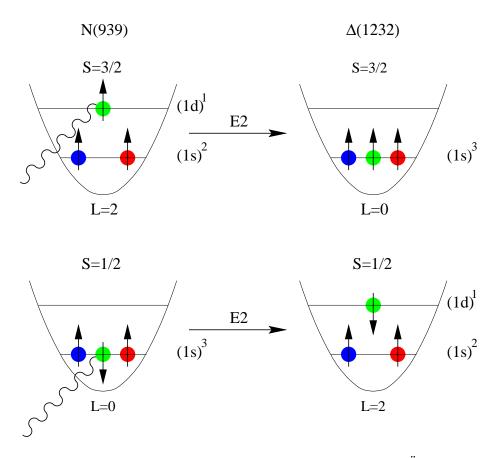


Abbildung 2.2: Die Elektrische Quadrupolanregung (E2) des  $N \rightarrow \Delta$ -Übergangs im KQM. In diesem Bild ist die Absorption eines E2-Photons nur durch eine D-Wellen-Beimischung zur Nukleon- oder  $\Delta$ -Wellenfunktion möglich. Während ein Quark eine Bahndrehimpulsänderung um zwei Einheiten erfährt, bleibt der Spin der drei Konstituenten-Quarks beim Übergang unverändert.

des Nukleons und/oder der  $\Delta$ -Resonanz auf nichtsphärische Konstituenten-Quark-Orbitale zurückzuführen.

#### 2.2.2 Zweikörperaustauschströme und Doppelspinflip

Die in den Wellenfunktionen des Nukleons und der  $\Delta$ -Resonanz dominierenden S-Wellen können auch durch eine Quadrupolanregung des  $N \rightarrow \Delta$ -Übergangs miteinander verknüpft werden. Dazu führen zwei Quarks, wie in Abbildung 2.3 dargestellt, einen Doppelspinflip aus. Dieser wird durch Zweikörperaustauschströme ermöglicht, die Prozesse beschreiben, bei denen das anregende Photon an zwei miteinander wechselwirkenden Quarks ankoppelt [Buc 98]. Abbildung 2.4 zeigt die Feynman-Graphen der Einkörper- und Zweikörperaustauschströme. Einen Hinweis auf die Existenz von Zweikörperaustauschströmen gibt die Kontinuitätsgleichung. Dieses grundlegende physikalische Prinzip der Stromerhaltung ist nur erfüllt, wenn neben den Einkörperaustauschströmen auch die Zweikörperaustauschströme berücksichtigt werden.

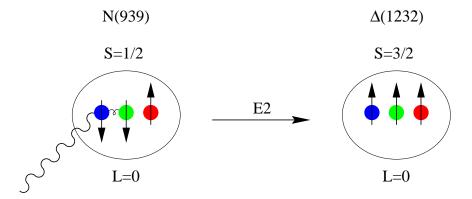
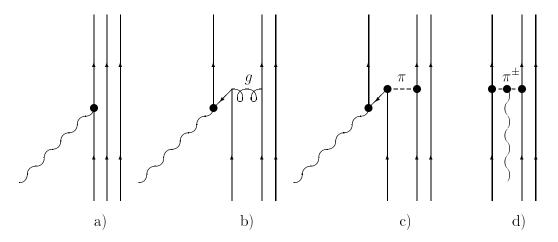


Abbildung 2.3: Die Elektrische Quadrupolanregung (E2) des  $N \rightarrow \Delta$ -Übergangs durch Doppelspinflip. In diesem Bild werden bei der Absorption eines E2-Photons die Spins zweier miteinander wechselwirkender Quarks (Zweikörperaustauschstrom) umgeklappt, während der Bahndrehimpuls der Konstituenten-Quarks unverändert bleibt.

Bei einer Quadrupolanregung dieser Art würde die Deformation des Nukleons durch eine Deformation der Wolke aus Quark-Antiquark-Paaren und Gluonen hervorgerufen.

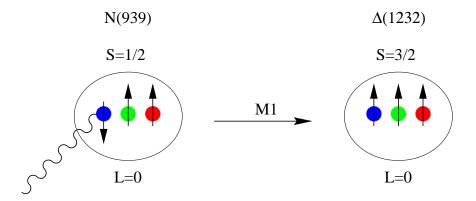
#### $2.3~{ m Das~E2/M1-Verh\"{a}ltnis~im~N}{ ightarrow}\Delta-\ddot{ m U}{ m bergang}$

Nach Abschnitt 2.2 lassen sich Hinweise auf die Deformation des Nukleons aus der Untersuchung des elektromagnetischen Übergangs vom Nukleon zur  $\Delta(1232)$ –Resonanz gewinnen. Dabei ist das E2/M1–Verhältnis von elektrischer Quadrupolanregung zu magnetischer Dipolanregung des  $N \rightarrow \Delta$ –Übergangs die Größe, die im Zusammenhang mit der Deformation dieses Übergangs betrachtet wird.



**Abbildung 2.4**: Die Feynman-Graphen a) der Einkörper- und b)-d) Zweikörperaustauschströme mit b) Gluon-Paarstrom, c) Pion-Paarstrom und d) pionischer Austauschstrom.

Klar dominiert wird der Übergang vom Nukleon zum  $\Delta$  von der magnetischen Dipolanregung (M1). Im Rahmen des Konstituenten-Quarkmodells betrachtet man diese Anregung als einen einfachen Spinflip-Übergang vom Spin-1/2-Nukleon zum Spin-3/2- $\Delta$ , wie in Abbildung 2.5 angedeutet. Der Bahndrehimpuls der Konstituenten-Quarks bleibt dabei unverändert bei L=0, so daß dieser M1-Übergang über die S-Zustände des Nukleons und der  $\Delta$ -Resonanz abläuft.



**Abbildung 2.5**: Magnetische Dipolanregung (M1) des  $N \rightarrow \Delta - \ddot{U}$ bergangs. Das Spin-1/2-Nukleon wird durch einen einfachen Spinflip zum Spin-3/2- $\Delta$  angeregt. Dabei bleibt der Drehimpuls der Konstituenten-Quarks unverändert.

Der Übergang vom Nukleon zum  $\Delta$  über die elektrische Quadrupolanregung (E2), deren Möglichkeit in den Abschnitten 2.2.1 und 2.2.2 vorgestellt wurde, ist im Vergleich zum M1-Übergang stark unterdrückt.

Unterschiedliche Nukleonmodelle geben Vorhersagen für das E2/M1-Verhältnis, wovon einige in Tabelle 2.1 zusammengestellt sind. Die E2/M1-Werte von relati-

vistischen und nichtrelativistischen Quarkmodellen sowie von Bag<sup>1</sup>– und Skyrme<sup>2</sup>– Modellen und von Zweikörperaustauschströmen variieren zwischen 0 und -4.9%.

Nukleonmodell	$(E2/M1) \times 100$	Autoren
nichtrelativistisches		
Quarkmodell	0	C. Becchi, G. Morpurgo [Becc 65]
nichtrelativistisches	-0.32	S.S. Gershstein, G.V. Dzhikiya
Quarkmodell mit ${f F}$ arb $-$		[Ger 81]
${f H}$ yperfein- ${f W}$ echsel-	-0.7	N. Isgur, G. Karl, R. Koniuk
$\mathbf{w}$ irkung ( $\mathbf{FHWw}$ )		[Isg 82]
Konstituenten-		D. Drechsel, M.M. Giannini
Quarkmodell mit FHWw	$\simeq -2$	[Dre 84]
nichtrelativistisches		
Quarkmodell mit FHWw		M. Weyrauch, H.J. Weber
und Pionaustausch	$\simeq -1$	[Wey 86]
Chirales Bag–Modell	-0.92	G. Kälbermann, J.M. Eisenberg
		[Käl 83]
Cloudy Bag-Modell	-1.5	K. Bermuth, D. Drechsel,
		L. Tiator [Ber 88]
relativistisches		J. Bienkowska, Z. Dziembowski,
Quarkmodell	-0.2 bis -0.1	H.J. Weber [Bie 87]
modifiziertes		
Skyrme Modell	-4.9 bis -2.6	A. Wirzba, W. Weise [Wir 87]
Zwei-Teilchen-		A.J. Buchmann, E. Hernandez,
Austauschströme	-2.5	U. Meyer, A. Faessler [Buc 98]

**Tabelle 2.1**: Vorhersagen aus verschiedenen Nukleonmodellen für das E2/M1-Verhältnis.

Diese Vorhersagen lassen sich mit einem möglichst genau bestimmten experimentellen E2/M1–Verhältnis, das als Observable den vollen physikalischen Prozeß inklusive aller Untergrundbeiträge erfaßt, nur dann vergleichen, wenn auch das theoretische Modell den etwaigen Untergrundbeträgen Rechnung trägt. Bei der Bewertung von Nukleonmodellen aufgrund des experimentellen E2/M1–Verhältnisses ist dieses stets zu beachten. So berücksichtigen die in Tabelle 2.1 aufgeführten Quarkmodelle lediglich den reinen  $\Delta$ –Beitrag und liefern damit im Vergleich zu den Bag–Modellen, die die Pionwolke des Nukleons mitberücksichtigen, tendenziell größere E2/M1–Werte.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Nach der Grundidee von Bag-Modellen besteht das Baryon aus drei Quarks, die in einer Tasche (Bag) eingeschlossen sind, die ihrerseits von einer Pionwolke umgeben ist. Dabei findet die Wechselwirkung zwischen "Bag" und Pionwolke nur an der "Bag–Oberfläche" statt.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Nach T.H.E. Skyrme können Baryonen als Solitonen in der Stromalgebra effektiver Lagrange— Dichten verstanden werden.

#### 2.4 Nukleonresonanzen und Multipolamplituden

Die Photoproduktion neutraler Pionen am Proton mit linear polarisierten Photonen im Bereich der  $\Delta(1232)$ -Resonanz findet ihre physikalische Motivation nicht ausschließlich in der Fragestellung nach der Deformation des Nukleons. Durch die Untersuchung des  $N \rightarrow \Delta$ -Übergangs läßt sich darüber hinaus ganz allgemein die  $\Delta(1232)$ -Resonanz betrachten. Das Studium von Anregung und Zerfall der Nukleonresonanzen trägt selbst als Test der Vorhersagen von Nukleonmodellen zum Verständnis des Aufbaus der Materie bei.

Im Vorgriff auf die in Kapitel 3 betrachtete Partialwellenzerlegung sei hier nur darauf hingewiesen, daß sich Nukleonresonanzen aufgrund ihrer Quantenzahlen wie Spin und Isospin durch wenige "resonante" Multipolamplituden, die diese Quantenzahlen widerspiegeln, fast vollständig beschreiben und vermessen lassen. Durch eine gezielte Untersuchung der "resonanten" Multipolamplituden ist man somit in der Lage, wichtige Resonanzparameter wie Masse und Breite der angeregten Nukleonzustände zu bestimmen. Für die im Gegensatz zur  $\Delta(1232)$ –Resonanz stark überlappenden höheren Nukleonresonanzen ist dies sogar die einzige Möglichkeit, diese Parameter zu messen. Somit ist die Bestimmung von Multipolamplituden von physikalischem Interesse.

In Kapitel 3 wird gezeigt, daß die relevanten Multipolamplituden der  $\pi^0$ –Photoproduktion am Proton im Bereich der  $\Delta(1232)$ –Resonanz die s–Welle  $E_{0+}$  und die drei p–Wellen  $M_{1+}$ ,  $M_{1-}$  und  $E_{1+}$  sind. Daraus ergibt sich die Bestimmung dieser Partialwellen als weiteres Ziel der vorliegenden Arbeit.

## 3. Theoretische Grundlagen

Diese Arbeit wurde in Kapitel 2 mit der Frage nach der Deformation des Nukleons und der Bestimmung der die  $\Delta(1232)$ -Resonanz maßgeblich beschreibenden Multipolamplituden motiviert. Ziel dieses Kapitels ist es, die Verbindung zwischen der Photoproduktion neutraler Pionen am Proton im Bereich der ersten Nukleonresonanz und dem E2/M1-Verhältnis, das im Zusammenhang mit der Deformation des Nukleons betrachtet wird, zu erklären. Zu diesem Zweck wird zunächst auf die Theorie der Pion-Photoproduktion mit der Partialwellenzerlegung in die Pion-Multipolamplituden eingegangen, wobei sich die bestimmenden Multipolamplituden der  $\Delta(1232)$ -Resonanz explizit ergeben. Danach wird gezeigt, daß man zur Bestimmung von "kleinen" Amplituden Gebrauch von Polarisationsfreiheitsgraden macht, was zur Betrachtung der hier ausgewerteten Photonasymmetrie  $\Sigma$  führt. Unter Ausnutzung der "Qualitäten" der  $\Delta(1232)$ -Resonanz läßt sich dann erläutern, wie man allein aus der Photoproduktion neutraler Pionen mit linear polarisierten Photonen das E2/M1-Verhältnis erhält. Zum Abschluß dieses Kapitels wird die Empfindlichkeit der Photonasymmetrie und des differentiellen Wirkungsquerschnitts auf ein endliches E2/M1-Verhältnis betrachtet, woraus sich Anforderungen an das Experiment ergeben.

#### 3.1 Die Theorie der Photoproduktion von Pionen

Zum Verständnis und zur Interpretation der im Rahmen dieser Arbeit gemessenen Daten soll an dieser Stelle die Theorie der Photoproduktion von Pionen ohne Anspruch auf Vollständigkeit skizziert werden.

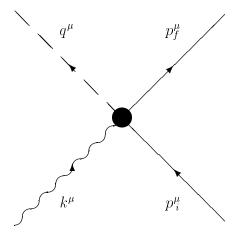
#### 3.1.1 Kinematische Variablen

Die vier kinematischen Variablen der Pion-Photoproduktion

$$\gamma(k^{\mu}) + N(p_i^{\mu}) \to N(p_f^{\mu}) + \pi(q^{\mu})$$
 (3.1)

sind in Abbildung 3.1 dargestellt. Die Viererimpulse des ein- und auslaufenden Nukleons werden mit  $p_i^{\mu}$  bzw.  $p_f^{\mu}$  bezeichnet.  $k^{\mu}$  bezeichnet den Viererimpuls des Photons und  $q^{\mu}$  den Viererimpuls des produzierten Pions. Eine allgemeine Betrachtung zeigt, daß ein solcher Zweikörperprozeß durch zwei kinematische Variablen vollständig bestimmt ist.

Durch die Energie- und Impulserhaltung  $(k^{\mu} + p_i^{\mu} = p_f^{\mu} + q^{\mu})$  sind zunächst nur drei der vier kinematischen Variablen unabhängig. Jeweils zwei dieser Variablen faßt man zu drei Lorentzskalaren, den Mandelstam-Variablen, zusammen:



**Abbildung 3.1**: Kinematische Variablen der Photoproduktion von Pionen am Nukleon.  $p_i^{\mu}$ und  $p^{\mu}$  bezeichnen die Vierimpulse des ein- bzw. auslaufenden Nukleons,  $k^{\mu}$  den Viererimpuls des Photons und  $q^{\mu}$  den des produzierten Pions.

$$s = (k^{\mu} + p_i^{\mu})^2 = (q^{\mu} + p_f^{\mu})^2 \tag{3.2}$$

$$t = (k^{\mu} - q^{\mu})^{2} = (p_{f}^{\mu} - p_{i}^{\mu})^{2}$$

$$u = (p_{i}^{\mu} - q^{\mu})^{2} = (p_{f}^{\mu} - k^{\mu})^{2}$$
(3.3)

$$u = (p_i^{\mu} - q^{\mu})^2 = (p_f^{\mu} - k^{\mu})^2 \tag{3.4}$$

Da sich alle betrachteten Teilchen auf der Massenschale befinden, gilt darüber hinaus die Beziehung:

$$s + t + u = \sum_{j=1}^{4} m_j^2 = 2m_N^2 + m_\pi^2.$$
 (3.5)

Hiermit reichen bereits zwei der drei Mandelstam-Variablen aus, um die Kinematik des Zweikörperprozesses vollständig zu beschreiben. Gewöhnlich wählt man hierzu die Variable s, der als Quadrat der Gesamtenergie W im Schwerpunktsystem eine anschauliche Bedeutung zukommt, und die Variable t, den Impulsübertrag, der eng mit dem Streuwinkel des produzierten Pions verknüpft ist. Eine detaillierte Betrachtung der zu Grunde liegenden Zwei-Körper-Kinematik findet man z.B. in [Byc 73].

#### 3.1.2 Übergangsstrom und invariante Amplituden

Zur Berechnung von physikalischen Observablen greift man im allgemeinen auf die Streumatrix S zurück, deren Matrixelemente  $S_{fi}$  die Wahrscheinlichkeiten beschreiben, mit der ein vorgegebener physikalischer Übergang vom Anfangszustand  $|i\rangle$  zum Endzustand  $|f\rangle$  eintritt.

Im Fall der hier betrachteten Pion-Photoproduktion sind die Matrixelemente der Streumatrix gegeben durch [BDW 68]:

$$S_{fi} = \delta_{fi} - \frac{i}{(2\pi)^2} \delta^4(p_f^{\mu} + q^{\mu} - p_i^{\mu} - k^{\mu}) \sqrt{\frac{m_N^2}{4E_{\gamma}E_{\pi}E_iE_f}} \cdot T_{fi}.$$
 (3.6)

Während der erste Summand den Fall identischer Anfangs- und Endzustände berücksichtigt, beschreibt der zweite Summand in  $S_{fi}$  die eigentliche Übergangswahrscheinlichkeit.  $E_{\gamma}$ ,  $E_{\pi}$ ,  $E_{i}$ ,  $E_{f}$  bezeichnen die Gesamtenergien des Photons, des Pions sowie des ein- und auslaufenden Nukleons. Die Energie- und Impulserhaltung wird durch die vierdimensionale  $\delta$ -Funktion gewährleistet.

Das Übergangsmatrixelement

$$T_{fi} = \epsilon_{\mu} j_{fi}^{\mu} \tag{3.7}$$

ergibt sich aus dem Produkt des Polarisationsvektors des Photons  $\epsilon_{\mu}$  und des Matrixelements des hadronischen Übergangsstroms  $j_{fi}^{\mu}$ , welches sich im Raum der Dirac-Spinoren schreiben läßt als:

$$j_{fi}^{\mu} = \langle u_f(p_f^{\mu}), \pi(q^{\mu}) | j^{\mu} | u_i(p_i^{\mu}) \rangle.$$
 (3.8)

Hierbei bezeichnen  $u_i(p_i^{\mu})$  und  $u_f(p_f^{\mu})$  die Spinoren des ein- und auslaufenden Nukleons,  $\pi(q^{\mu})$  das produzierte Pion und  $j^{\mu}$  den Stromoperator. Die intrinsischen Eigenschaften des Pions müssen in der Struktur des hadronischen Übergangsstroms mitberücksichtigt werden.

Nach dem Prinzip des detaillierten Gleichgewichts wurde der Spin des Pions bestimmt [Car 51]. Dafür maß man den Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $p+p\to d+\pi^+$  sowie für die Umkehrreaktion  $\pi^++d\to p+p$  und schloß auf den Spin des Pions von J=0.

Anhand des strahlungsfreien Einfangs langsamer Pionen am Deuterium (siehe z.B. [Per 90])  $\pi^- + d \to n + n$  läßt sich zeigen, daß das Pion eine dem Nukleon entgegengesetzte Parität besitzen muß. Dem Nukleon wird per Definition eine positive Parität zugeordnet. Somit handelt es sich beim Pion um ein pseudoskalares Teilchen mit  $J^P = 0^-$ .

Da bei der Pion-Photoproduktion das Photon an den Vektorstrom des Nukleons koppelt, ist der hadronische Übergangsstrom unter Berücksichtigung der pseudoskalaren Natur des Pions ein Pseudovektor. Mit den zur Verfügung stehenden Viererimpulsen  $k^{\mu}$ ,  $q^{\mu}$ ,  $p_i^{\mu}$ ,  $p_j^{\mu}$  und den Dirac'schen  $\gamma$ -Matrizen  $\gamma_{\mu}$  sowie  $\gamma_5$  lassen sich maximal acht unabhängige pseudovektorielle Strukturen erzeugen [Bal 61]. Im Produkt mit dem Polarisationsvektor des Photons  $\epsilon_{\mu}$  erhält man hieraus acht linear unabhängige Lorentzinvarianten  $M_j$ , die als Basis einer Entwicklung des Reaktionsmatrixelements dienen. Dieses pseudoskalare Matrixelement läßt sich dann schreiben als:

$$T_{fi} = \sum_{j=1}^{8} \langle u_f(p_f^{\mu}) | A_j(s, t, u) M_j | u_i(p_i^{\mu}) \rangle.$$
 (3.9)

Dabei sind die skalaren Entwicklungskoeffizienten  $A_j$ , die man als invariante Amplituden bezeichnet, Funktionen der kinematischen Variablen s, t und u, wodurch sie die Dynamik des Prozesses beschreiben. Im bisher betrachteten Raum der Dirac-Spinoren nennt man diese Koeffizienten auch Dirac-Amplituden.

Aufgrund der Stromerhaltung  $(k_{\mu}j^{\mu}=0)$  ergeben sich für die acht Summanden aus Gleichung 3.9 zwei zusätzliche Randbedingungen, so daß nur sechs Terme

unabhängig sind. Berücksichtigt man darüber hinaus, daß reelle Photonen keine longitudinale Komponente besitzen, reduziert sich die Anzahl unabhängiger Terme in der Entwicklung des Reaktionsmatrixelements für die Photoproduktion von Pionen auf vier:

$$T_{fi} = \sum_{j=1}^{4} \langle u_f(p_f^{\mu}) | A_j(s, t, u) M_j | u_i(p_i^{\mu}) \rangle.$$
 (3.10)

Von den drei Mandelstam-Variablen sind in diesem Fall wiederum nur zwei unabhängig.

#### 3.1.3 Isospinamplituden

Die in der Pion–Photoproduktion betrachteten  $\pi N$ –Endzustände unterliegen der starken Wechselwirkung. Für diese Wechselwirkung offenbart sich durch ihre Ladungsunabhängigkeit der Isospin I als Erhaltungsgröße. Durch die Kopplung des Isospins des Pions von  $I_{\pi}=1$  und des Nukleons von  $I_{N}=1/2$  ergeben sich für das  $\pi N$ –System gemischte Isospinzustände aus einer Kombination von (I=1/2)– und (I=3/2)–Zuständen. Eine entsprechende Isospinabhängigkeit besitzen daher auch die invarianten Amplituden  $A_{j}$  aus Gleichung 3.10, die damit keinen reinen Isospin aufweisen. Um diese Amplituden nach reinen Isospinzuständen zu entwickeln, muß man die Isospinstruktur des  $\gamma N$ –Anfangszustands mitberücksichtigen. Das einlaufende Photon hat keinen definierten Isospin, sondern besitzt sowohl eine isoskalare (I=0) als auch eine isovektorielle (I=1) Komponente.

In einer allgemeinen Betrachtung wird der Isospin des Pions mit dem Isospinoperator  $\tau_{\alpha}$  (je nach Ladungszustand des Pions ist  $\alpha=+,0,-$ ) beschrieben. Die isoskalare Komponente des Photons wird mit dem Einheitsoperator 1 und die isovektorielle Komponente mit dem Isospinoperator  $\tau_0$  beschrieben. Der Isospin des Nukleons wird mit Isospinoren erfaßt, wobei man das Proton als  $|p\rangle = \binom{1}{0}$  und das Neutron als  $|n\rangle = \binom{0}{1}$  darstellt. Die Operatoren  $\tau$  sind Linearkombinationen der Pauli-Matrizen  $\tau_{1,2,3}$ , und es gilt:

$$\begin{array}{rcl} \tau_{+} & = & \frac{1}{\sqrt{2}}(\tau_{1}+i\tau_{2}) \,, \\ \tau_{0} & = & \tau_{3} \,, \\ \tau_{-} & = & \frac{1}{\sqrt{2}}(\tau_{1}-i\tau_{2}) \,. \end{array}$$

Durch die Kopplung der Isospins in der Pion-Photoproduktion ergeben sich drei unabhängige Isospinstrukturen, wonach sich auch die invarianten Amplituden  $A_j$  nach drei unabhängigen Amplituden entwickeln lassen:

$$A_{j} = A_{j}^{+} \frac{\{\tau_{\alpha}, \tau_{0}\}_{+}}{2} + A_{j}^{-} \frac{[\tau_{\alpha}, \tau_{0}]_{-}}{2} + A_{j}^{0} \tau_{\alpha}.$$
 (3.11)

Im ersten Summanden tritt der Antikommutator und im zweiten Summanden der Kommutator der Operatoren  $\tau$  auf. Für den Antikommutator gilt  $\frac{1}{2} \{ \tau_{\alpha}, \tau_{0} \}_{+} = \delta_{\alpha 0}$ .

In dieser Entwicklung ändert sich für das als isoskalare Amplitude bezeichnete  $A_j^0$  der Isospin im Übergang von Anfangs- zum Endzustand nicht ( $\Delta I=0$ ), wodurch  $A_j^0$  zu einem definierten Isospin-Endzustand von I=1/2 führt. Die als isovektorielle Amplituden bezeichneten  $A_j^+$  und  $A_j^-$  beschreiben sowohl Übergänge mit  $\Delta I=0$  als auch mit  $\Delta I=1$ . Endzustände zu definiertem Isospin von I=1/2 bzw. I=3/2 ergeben sich in diesem Fall durch zwei Kombinationen der isovektoriellen Amplituden:

$$A_j^{1/2} = A_j^+ + 2A_j^- (3.12)$$

$$A_j^{3/2} = A_j^+ - A_j^-. (3.13)$$

Aufgelöst nach  $A_j^+$  und  $A_j^-$  ergibt dies:

$$A_j^+ = \frac{1}{3} (A_j^{1/2} + 2A_j^{3/2}) \tag{3.14}$$

$$A_j^- = \frac{1}{3} (A_j^{1/2} - A_j^{3/2}). {(3.15)}$$

Wertet man die Amplituden  $A_j$  mit ihrer Entwicklung nach Gleichung 3.11 zwischen den Isospinoren des ein- und auslaufenden Nukleons gemäß  $\langle N_f | A_j | N_i \rangle$  aus, so erhält man für die vier physikalischen Einzelkanäle der Pion-Photoproduktion die folgende Abhängigkeit der invarianten Amplituden von den Isospinamplituden:

$$A_{j}(\gamma p \to n\pi^{+}) = \sqrt{2} \left( A_{j}^{0} + \frac{1}{3} A_{j}^{1/2} - \frac{1}{3} A_{j}^{3/2} \right) = \sqrt{2} \left( A_{p,j}^{1/2} - \frac{1}{3} A_{j}^{3/2} \right), (3.16)$$

$$A_{j}(\gamma n \to p\pi^{-}) = \sqrt{2} \left( A_{j}^{0} - \frac{1}{3} A_{j}^{1/2} + \frac{1}{3} A_{j}^{3/2} \right) = \sqrt{2} \left( A_{n,j}^{1/2} + \frac{1}{3} A_{j}^{3/2} \right), (3.17)$$

$$A_{j}(\gamma p \to p\pi^{0}) = +A_{j}^{0} + \frac{1}{3}A_{j}^{1/2} + \frac{2}{3}A_{j}^{3/2} = +A_{p,j}^{1/2} + \frac{2}{3}A_{j}^{3/2}, \qquad (3.18)$$

$$A_{j}(\gamma n \to n\pi^{0}) = -A_{j}^{0} + \frac{1}{3}A_{j}^{1/2} + \frac{2}{3}A_{j}^{3/2} = -A_{n,j}^{1/2} + \frac{2}{3}A_{j}^{3/2}.$$
 (3.19)

Dieses Gleichungssystem 3.16–3.19 hängt nur von drei Isospinamplituden ab, womit die vier physikalischen Amplituden nicht mehr unabhängig voneinander sind. So läßt sich z.B. die experimentell nur schwer zugängliche Amplitude der  $\pi^0$ –Photoproduktion am Neutron durch die restlichen Amplituden ausdrücken.

Die Untersuchung von Nukleonresonanzen mit definiertem Isospin macht die Bestimmung von reinen Isospinamplituden notwendig. Im allgemeinen erhält man reine Isospinamplituden durch die gemeinsame Auswertung von mehreren physikalischen Einzelkanälen. So ergibt sich z.B. die für die  $\Delta(1232)$ -Resonanz mit I=3/2 entscheidende Isospinamplitude  $A_j^{3/2}$  gemäß  $A_j^{3/2}=A_j(\gamma p \rightarrow p\pi^0)-\frac{1}{\sqrt{2}}A_j(\gamma p \rightarrow n\pi^+)$ .

#### 3.1.4 CGLN-Amplituden und Multipolzerlegung

Die in Gleichung 3.10 angegebene Form des Reaktionsmatrixelements in Abhängigkeit von den Dirac-Amplituden  $A_i$  ist für die praktische Anwendung nicht besonders

geeignet. Daher empfiehlt es sich,  $T_{fi}$  weiter auszuwerten. Hierfür verwendet man die als Lösungen der freien Dirac-Gleichung ( $(\gamma_{\mu}p^{\mu}-m_{N})u(p^{\mu})=0$ ) bekannten Dirac-Spinoren in der Form:

$$u_i(p_i^{\mu}) = \sqrt{\frac{E_i + m_N}{2m_N}} \begin{pmatrix} \chi_i \\ \frac{\vec{p_i} \cdot \vec{\sigma}}{E_i + m_N} \chi_i \end{pmatrix} \text{ und } u_f(p_f^{\mu}) = \sqrt{\frac{E_f + m_N}{2m_N}} \begin{pmatrix} \chi_f \\ \frac{\vec{p_f} \cdot \vec{\sigma}}{E_f + m_N} \chi_f \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

Die Pauli-Spinmatrizen  $\vec{\sigma}$  wirken auf die Pauli-Spinoren  $\chi_{i,f}$ . Letztere beschreiben die Spineinstellung des Nukleons in Anfangs- und Endzustand  $(\chi_{+\frac{1}{2}} = |\uparrow\rangle = \binom{1}{0})$  und  $\chi_{-\frac{1}{2}} = |\downarrow\rangle = \binom{0}{1}$ ). In Verbindung mit den Lorentzinvarianten  $M_j$ , die von den Viererimpulsen  $k^{\mu}$ ,  $q^{\mu}$ ,  $p_f^{\mu}$ ,  $\epsilon^{\mu}$  und der  $\gamma$ -Matrix  $\gamma_5$  abhängen, gelingt es mit Hilfe dieser Dirac-Spinoren, das Matrixelement  $T_{fi}$  im wesentlichen auf eine  $(2 \times 2)$ -Matrix  $\mathcal{F}$  und die Pauli-Spinoren  $\chi_{i,f}$  zu reduzieren [CGLN 57]:

$$T_{fi} = \sum_{j=1}^{4} \langle u_f(p_f^{\mu}) | A_j(s, t, u) M_j | u_i(p_i^{\mu}) \rangle = \frac{4\pi W}{m_N} \langle \chi_f | \mathcal{F} | \chi_i \rangle. \tag{3.21}$$

Wählt man als Bezugssystem das  $\pi N$ -Schwerpunktsystem (CMS), so ergeben sich aus den Impulsvektoren des Photons  $\vec{k}$  und des Pions  $\vec{q}$  bzw. deren Einheitsvektoren  $\hat{k} = \vec{k}/|\vec{k}|$  und  $\hat{q} = \vec{q}/|\vec{q}|$  sowie der Photonpolarisation  $\vec{\epsilon}$  und den Pauli-Matrizen  $\vec{\sigma}$  vier unabhängige Spinoperatoren, so daß sich  $\mathcal{F}$  wie folgt entwickeln läßt:

$$\mathcal{F} = i\vec{\sigma} \cdot \vec{\epsilon} F_1 + \vec{\sigma} \cdot \hat{q} \vec{\sigma} \cdot (\hat{k} \times \vec{\epsilon}) F_2 + i\vec{\sigma} \cdot \hat{k} \hat{q} \cdot \vec{\epsilon} F_3 + i\vec{\sigma} \cdot \hat{q} \hat{q} \cdot \vec{\epsilon} F_4. \tag{3.22}$$

In dieser Entwicklung bezeichnet man die skalaren Funktionen  $F_j$  als CGLN-Amplituden. Diese hängen in der hier betrachteten Pion-Photoproduktion – analog zu den Dirac-Amplituden – von den zwei unabhängigen der insgesamt drei Mandelstam-Variablen ab. Im allgemeinen wird die äquivalente Abhängigkeit von der Gesamtenergie (W) im Schwerpunktsystem und vom Pionproduktionswinkel  $(\theta_{\pi}^{CMS} = \theta_{\pi}^*)$ , ebenfalls im Schwerpunktsystem, betrachtet. Damit beschreiben die CGLN-Amplituden nun ihrerseits die Dynamik der Pion-Photoproduktion.

Wegen der allgemeingültigen Drehimpulserhaltung bietet sich für die weitere Analyse eine Entwicklung der CGLN-Amplituden nach Eigenzuständen zu definiertem Drehimpuls, d.h. den Legendre-Polynomen  $P_l(x = \cos \theta_{\pi}^*)$  bzw. ihren Ableitungen, an. Dabei stellen die energieabhängigen Multipole  $\mathcal{M}_{l\pm}(W) = \{E_{l\pm}(W), M_{l\pm}(W)\}$  die zugehörigen Entwicklungskoeffizienten dar. Die CGLN-Amplituden ergeben sich im einzelnen zu:

$$F_{1} = \sum_{l=0}^{\infty} \left[ l M_{l+}(W) + E_{l+}(W) \right] P'_{l+1}(x) + \left[ (l+1) M_{l-}(W) + E_{l-}(W) \right] P'_{l-1}(x) , \qquad (3.23)$$

$$F_2 = \sum_{l=1}^{\infty} \left[ (l+1)M_{l+}(W) + lM_{l-}(W) \right] P_l'(x), \qquad (3.24)$$

$$F_{3} = \sum_{l=1}^{\infty} \left[ E_{l+}(W) - M_{l+}(W) \right] P_{l+1}''(x) + \left[ E_{l-}(W) + M_{l-}(W) \right] P_{l-1}''(x), \qquad (3.25)$$

$$F_4 = \sum_{l=2}^{\infty} \left[ M_{l+}(W) - E_{l+}(W) - M_{l-}(W) - E_{l-}(W) \right] P_l''(x) . \tag{3.26}$$

#### 3.1.5 Multipolamplituden und Nukleonresonanzen

Die Darstellung in den Gleichungen 3.23–3.26 wird als Multipolentwicklung der CGLN-Amplituden bezeichnet. Durch die Separation der Winkelabhängigkeit gewinnt man über die Multipole  $\mathcal{M}_{l\pm}(W) = \{E_{l\pm}(W), M_{l\pm}(W)\}$  Zugang zu einzelnen Partialwellen. Sie beschreiben die Erzeugung von Pionen mit definiertem Drehimpuls l relativ zum Nukleon (l=0: s-Welle, l=1: p-Welle, l=2: d-Welle, usw). Mit E und M bezeichnet man den elektrischen bzw. den magnetischen Charakter des einlaufenden Photons. Die Größe des entsprechenden Multipols, d.h. die Multipolamplitude, gibt an, wie groß der Beitrag der einzelnen Partialwellen zum physikalischen Gesamtprozeß ist.

Erfolgt die Pion-Photoproduktion über die Anregung einer Nukleonresonanz, so sind die bekannten Spin- und Isospinquantenzahlen sowie die Parität dieser Resonanz in der Multipolentwicklung mit zu berücksichtigen. Die wenigen Multipole, die den Quantenzahlen der betrachteten Resonanz Rechnung tragen, bezeichnet man als resonante Multipole.

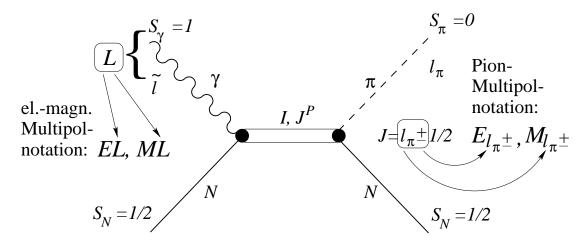
Für die Notation der Multipole bieten sich in der Pion-Photoproduktion zwei Darstellungen an. Zusammen mit den maßgebenden Quantenzahlen sind sie in Abbildung 3.2 angedeutet.

Die elektromagnetische Notation oder Photondarstellung bietet die passende Multipolbezeichnung für den  $\gamma N$ -Eingangskanal. Hier beschreibt man die Multipole durch den elektromagnetischen Charakter des Photons (E bzw. M) und dessen Gesamtdrehimpuls  $L=\tilde{l}+S_{\gamma}$ , der die Multipolarität festlegt. Dabei bezeichnet  $\tilde{l}$  den Relativbahndrehimpuls des Photons zum Nukleon und  $S_{\gamma}$  den Spin des Photons  $(S_{\gamma}=1)$ . Die Notation der Multipole ist dementsprechend  $\mathcal{M}L=\{EL,ML\}$ .

Im  $\pi N$ -Ausgangskanal lassen sich die Multipole besser durch die Piondarstellung beschreiben. Das spinlose Pion besitzt relativ zum Nukleon den Bahndrehimpuls  $l_{\pi}$ . Dieser koppelt mit dem festen Spin des Nukleons ( $S_N = 1/2$ ) zum Gesamtdrehimpuls J, indem er entweder zu diesem addiert oder von diesem subtrahiert wird ( $J = l_{\pi} \pm 1/2$ ). Unter Beibehaltung des elektromagnetischen Charakters des einlaufenden Photons ist demnach die Notation der Multipole in der Piondarstellung  $\mathcal{M}_{l\pm} = \{E_{l\pm}, M_{l\pm}\}$ .

Über die Drehimpuls- und Paritätserhaltung ergibt sich der Zusammenhang zwischen diesen beiden Multipoldarstellungen. Die Drehimpulserhaltung in der Pion-Photoproduktion verlangt für Eingangs- und Ausgangskanal:

$$|L \pm \frac{1}{2}| = J = |l_{\pi} \pm \frac{1}{2}|.$$
 (3.27)



**Abbildung 3.2**: Bahndrehimpulse und Spins in der Pion-Photoproduktion bei der Anregung einer Nukleonresonanz mit Isospin I, Spin J und Parität P. Im Eingangskanal werden die Multipole durch den Gesamtdrehimpuls des Photons L charakterisiert und im Ausgangskanal durch den Relativbahndrehimpuls des Pions, der zum festen Spin des Nukleons addiert oder davon subtrahiert wird:  $l_{\pi}\pm$ .

Da das Nukleon positive Parität besitzt, wird die Parität des Eingangs- und Ausgangskanals allein durch die jeweiligen Relativbahndrehimpulse und Eigenparitäten des Photons und des Pions bestimmt. Aus der Paritätserhaltung, die im Ausgangskanal die negative intrinsische Parität des Pions mitberücksichtigen muß, ergeben sich im Zusammenhang mit der Drehimpulserhaltung sowohl für den elektrischen als auch für den magnetischen Fall feste Beziehungen zwischen den betrachteten Drehimpulsen des Photons und des Pions:

$$EL : (-1)^L = P = (-1)^{l_{\pi}+1} \to |L - l_{\pi}| = 1,$$
 (3.28)

$$ML : (-1)^{L+1} = P = (-1)^{l_{\pi}+1} \to L = l_{\pi}.$$
 (3.29)

Tabelle 3.1 zeigt den Zusammenhang zwischen der Photon- und der Piondarstellung am Beispiel der niedrigsten elektromagnetischen Anregungen. Für die Piondarstellung wird auch die Zerlegung der Multipolamplituden in reine Isospinamplituden angedeutet. Durch ihren Zusammenhang mit den Dirac-Amplituden  $A_j$  gilt für die CGLN-Amplituden  $F_j$  und die Multipolamplituden  $\mathcal{M}_{l\pm}$  in analoger Weise die Abhängigkeit von den Isospinamplituden, wie sie z.B. in den Gleichungen 3.16–3.19 für die physikalischen Einzelkanäle der Pion-Photoproduktion angegeben wurde. Die in Tabelle 3.1 verwendeten Koeffizienten x und y hängen vom betrachteten physikalischen Kanal ab.

Aus dieser Tabelle lassen sich auch die resonanten Multipole ablesen, die den Quantenzahlen der betrachteten Resonanz entsprechen müssen.

Die im Rahmen dieser Arbeit betrachtete  $\Delta(1232)$ -Resonanz ist aus der Pion-Nukleon-Streuung als  $P_{33}$ -Resonanz bekannt. Nach dieser Notation handelt es sich also um eine p-Wellen-Resonanz, d.h.  $l_{\pi}=1$ , womit sich eine positive Parität ergibt. Des weiteren bezeichnet man mit den beiden Indizes das Doppelte des Isospins und des Spins, woraus sich I=3/2 und J=3/2 ergibt. Mit diesen Quantenzahlen

$\gamma \Lambda$	<i>I</i> –System			$\pi N ext{-System}$	
L	$\mathcal{M}L$	J	$l_{\pi}$	$\mathcal{M}_{l_{\pi\pm}} = x \mathcal{M}_{l_{\pi\pm}}^{I=1/2} + y \mathcal{M}_{l_{\pi\pm}}^{I=3/2}$ $E_{0+} = x E_{0+}^{1/2} + y E_{0+}^{3/2}$	P
1	E1	1/2	0	$E_{0+} = xE_{0+}^{1/2} + yE_{0+}^{3/2}$	_
			X		
		3/2	X		
			2	$E_{2-} = xE_{2-}^{1/2} + yE_{2-}^{3/2}$	-
	M1	1/2	Ø		
			1	$M_{1-} = xM_{1-}^{1/2} + yM_{1-}^{3/2}$	+
		3/2	1	$M_{1+} = xM_{1+}^{1/2} + yM_{1+}^{3/2}$	+
			×		
2	E2	3/2	1	$E_{1+} = xE_{1+}^{1/2} + yE_{1+}^{3/2}$	+
			×		
		5/2	×		
			3	$E_{3-} = xE_{3-}^{1/2} + yE_{3-}^{3/2}$	+
	M2	5/2	X		
			2	$M_{2-} = xM_{2-}^{1/2} + yM_{2-}^{3/2}$	
		5/2	2	$M_{2+} = xM_{2+}^{1/2} + yM_{2+}^{3/2}$	_
			***		

**Tabelle 3.1**: Die Photon- und Piondarstellung der Multipolamplituden in der Pion-Photoproduktion. Die durchkreuzten Pionbahndrehimpulse  $l_{\pi}$  sind wegen der Paritätserhaltung zwischen Anfangs- und Endzustand ausgeschlossen. Die Koeffizienten x und y der Isospinzerlegung hängen vom betrachteten physikalischen Kanal ab.

liest man aus Tabelle 3.1 für die  $\Delta(1232)$ -Resonanz die resonanten Multipole in der Piondarstellung zu  $E_{1+}^{3/2}$  und  $M_{1+}^{3/2}$  ab.

Das in der Motivation in Abschnitt 2.3 im Hinblick auf die mögliche Deformation des Nukleons betrachtete Verhältnis E2/M1 von elektrischer Quadrupolanregung zu magnetischer Dipolanregung der  $\Delta$ -Resonanz läßt sich in beiden Multipoldarstellungen in äquivalenter Weise schreiben als:

$$R_{EM} = \frac{E2}{M1} = \frac{E_{1+}^{3/2}}{M_{1+}^{3/2}}. (3.30)$$

#### 3.1.6 Fermi–Watson–Theorem und $\pi N$ –Streuung

Nach dem allgemeinsten Ansatz sind die Multipole komplexwertige Funktionen, wodurch man zur vollständigen Bestimmung eines Multipols jeweils Real- und Imaginärteil der Amplitude kennen muß. Gelingt es, wie z.B. durch Dispersionsrelationen, einen Zusammenhang zwischen Real- und Imaginärteil einer komplexen analytischen Funktion herzustellen, vereinfacht sich dementsprechend die Bestimmung von Multipolamplituden.

Im Fall der Pion-Photoproduktion gilt darüber hinaus das Fermi-Watson-Theorem [Fer 55, Wat 54], welches unter Ausnutzung der Unitarität und der Zeitumkehrinvarianz der Streumatrix S besagt, daß die reinen Isospinamplituden der Pion-Photoproduktion bis auf ein Vorzeichen direkt mit der  $\pi N$ -Streuphase  $\delta_{\alpha}$  verbunden sind:

$$\mathcal{M}_{l\pm}^{I}(W) = |\mathcal{M}_{l\pm}^{I}(W)| e^{i\delta_{\alpha} + in\pi}$$
(3.31)

Durch  $\alpha = \{l, J, I\}$  beschreibt man eindeutig die betrachtete  $\pi N$ -Partialwelle mit Spin J und Isospin I. D.h. unabhängig vom Eingangszustand wird der  $\pi N$ -Endzustand sowohl in der Pion-Photoproduktion als auch in der  $\pi N$ -Streuung durch die gleiche Streuphase  $\delta_{\alpha}$  charakterisiert. Für die resonanten Multipole der  $\Delta(1232)$ -Resonanz ergibt sich z.B.:

$$M_{1+}^{3/2} = |M_{1+}^{3/2}| e^{i\delta_{P_{33}}},$$
 (3.32)  
 $E_{1+}^{3/2} = -|E_{1+}^{3/2}| e^{i\delta_{P_{33}}}.$  (3.33)

$$E_{1+}^{3/2} = -|E_{1+}^{3/2}| e^{i\delta P_{33}}. (3.33)$$

Streng genommen ist die Gültigkeit des Fermi-Watson-Theorems auf den Energiebereich elastischer  $\pi N$ -Streuung begrenzt. Sie bricht prinzipiell an der Erzeugungsschwelle zweier neutraler Pionen bei einer Laborenergie von etwa 308 MeVzusammen. In der Praxis zeigt sich jedoch für einen großen Teil der Partialwellen nur ein geringer Einfluß der inelastischen Schwelle auf die Streuphase, so daß die Aussage des Fermi-Watson-Theorems auch im Energiebereich bis zum zweiten Resonanzgebiet mit Einschränkungen anwendbar bleibt.

Die Anzahl invarianter Amplituden erhält man über die Spinfreiheitsgrade der wechselwirkenden Teilchen im betrachteten physikalischen Prozeß. Dafür werden die möglichen Spineinstellungen der einzelnen Teilchen multipliziert und dieses Produkt aus Gründen der Paritätserhaltung durch zwei dividiert. Während sich hieraus für die Pion-Photoproduktion  $(2 \times 2 \times 2)/2 = 4$  invariante Amplituden ergeben  $(A_1-A_4 \text{ bzw. } F_1-F_4)$ , wird die  $\pi N$ -Streuung bereits durch  $(2\times 2)/2=2$  invariante Amplituden beschrieben. Dementsprechend war die experimentelle Bestimmung der  $\pi N$ -Streuphasen einfacher und sie können als bekannt vorausgesetzt werden.

Uber die  $\pi N$ -Streuphasen  $\delta_{\alpha}$  ergibt sich für das Verhältnis von Real- zu Imaginärteil der Pionproduktionsmultipole:

$$Im\left(\mathcal{M}_{l\pm}^{I}(W)\right) = Re\left(\mathcal{M}_{l\pm}^{I}(W)\right) \cdot \tan \delta_{\alpha}. \tag{3.34}$$

#### 3.1.7 Differentieller Wirkungsquerschnitt

Über die Entwicklung der CGLN-Amplituden  ${\cal F}_i$  nach Eigenzuständen zu definiertem Drehimpuls ergibt sich ein Zusammenhang zwischen den Multipolamplituden  $\mathcal{M}_{l\pm}$  und dem Reaktionsmatrixelement  $T_{fi}$ . Mit letzterem wiederum läßt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt beschreiben, so daß man eine Verbindung zwischen den Multipolamplituden und einer physikalischen Observablen erhält.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt der Pion-Photoproduktion im Schwerpunktsystem ergibt sich aus dem Betragsquadrat des Reaktionsmatrixelements gemäß:

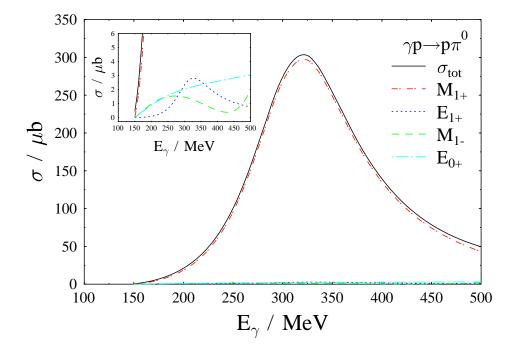
$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(W, \theta_{\pi}^*) = \frac{q}{k} \left(\frac{m_N}{4\pi W}\right)^2 \sum_{\epsilon} \sum_{m_i, m_f} |T_{fi}|^2.$$
 (3.35)

Der Quotient der Impulsüberträge des erzeugten Pions und des einlaufenden Photons (q/k) beschreibt den zugehörigen Phasenraumfaktor. Betrachtet man den unpolarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitt, d.h. weder die Photonen noch die Nukleonen sind polarisiert, so ist über die Polarisation des Photons  $(\epsilon)$  und den Spin des Nukleons im Eingangskanal zu mitteln und über den Spin des Nukleons im Ausgangskanal zu summieren.

Im folgenden Abschnitt 3.2 wird gezeigt, daß sich das gesuchte Verhältnis  $R_{EM}$  der resonanten Multipole der  $\Delta(1232)$ –Resonanz  $(E_{1+}^{3/2}/M_{1+}^{3/2})$  erst durch die Ausnutzung von Polarisationsfreiheitsgraden genau bestimmen läßt. In diesem Zusammenhang läßt sich auch die explizite Abhängigkeit des unpolarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitts von den Pionproduktionsmultipolen angeben.

#### 3.2 Physikalische Observablen zur $R_{EM}$ -Bestimmung

Im Abschnitt 2.3 wurde bereits darauf hingewiesen, daß die elektrische Quadrupolanregung der  $\Delta(1232)$ -Resonanz gegenüber der magnetischen Dipolanregung stark unterdrückt ist. Dies wird in Abbildung 3.3 veranschaulicht, wo am Beispiel der



**Abbildung 3.3**: Der totale Wirkungsquerschnitt der  $\pi^0$ -Photoproduktion mit den Einzelbeiträgen der Multipole  $M_{1+}, E_{1+}, M_{1-}$  und  $E_{0+}$ .

Photoproduktion neutraler Pionen der totale Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{tot}$  mit den Einzelbeiträgen der Multipole  $M_{1+}$ ,  $E_{1+}$ ,  $M_{1-}$  und  $E_{0+}$  dargestellt ist. Man sieht, daß beinahe die gesamte Stärke der Reaktion vom Multipol  $M_{1+}$  getragen wird, während die anderen Multipole nur eine untergeordnete Rolle spielen.

Es gilt eine physikalische Observable zu finden, die es im Hinblick auf das Verhältnis  $R_{EM}$  ermöglicht, die kleine Amplitude  $E_{1+}^{3/2}$  gegen ein dominantes  $M_{1+}^{3/2}$  zu bestimmen.

Der totale Wirkungsquerschnitt läßt sich als inkohärente Summe über die Quadrate der Multipole darstellen [Dre 92]:

$$\sigma_{tot} = 2\pi \frac{q}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (l+1)^2 \left[ (l+2)(|E_{l+}|^2 + |M_{l+1,-}|^2) + l(|M_{l+}|^2 + |E_{l+1,-}|^2) \right]. \quad (3.36)$$

Demnach werden kleine Beiträge gegenüber großen Beiträgen stark unterdrückt, und der totale Wirkungsquerschnitt erweist sich nicht als die geeignete Observable zur  $R_{EM}$ –Bestimmung. Darüber hinaus erlaubt eine solche quadratische Abhängigkeit von den Multipolen nicht einmal die Bestimmung von relativen Vorzeichen zweier Multipolamplituden. Dementsprechend schwanken die experimentellen Vorhersagen für  $R_{EM}$  aus Messungen des totalen Wirkungsquerschnitt zwischen  $\pm 4\%$ .

Zur genaueren Bestimmung von  $R_{EM}$  versucht man, durch die Auswertung eines Interferenzterms zwischen  $E_{1+}$  und  $M_{1+}$  das Signal der kleinen Amplitude durch das Signal der dominanten Amplitude zu verstärken. Wie sich im folgenden zeigen wird, muß man hierzu Winkelverteilungen betrachten und vor allem Polarisationsfreiheitsgrade ausnutzen.

#### 3.2.1 Polarisationsfreiheitsgrade in der Pion-Photoproduktion

Zur allgemeinsten Betrachtung der Pion-Photoproduktion muß man eine mögliche Polarisation der beteiligten Teilchen mitberücksichtigen. Im einzelnen kann es sich um die Polarisation des Photons und des Targetnukleons im Eingangskanal sowie um die Rückstoßpolarisation des gestreuten Nukleons im Ausgangskanal handeln. Der Formalismus für entsprechende Koinzidenz- und Polarisationsexperimente in der Pion-Elektroproduktion wurde von Donnelly und Raskin [Don 86, Ras 89] entwickelt und läßt sich vereinfacht auf Reaktionen, die von reellen Photonen induziert werden, anwenden.

In Abbildung 3.4 ist die Kinematik der Pion-Photoproduktion dargestellt. Die Reaktionsebene wird von den Impulsen des auslaufenden Nukleons und des Pions, das unter dem Polarwinkel  $\theta_{\pi}$  erzeugt wird, definiert. Das reelle Photon kann linear oder zirkular polarisiert sein. Der elektrische Feldvektor  $\vec{E}$  linear polarisierter Photonen schwingt in einer ausgezeichneten Ebene, deren Orientierung zur Reaktionsebene durch den Winkel  $\varphi$  angegeben wird. Eine Zirkularpolarisation zeichnet sich durch einen bevorzugten Drehsinn des Photonspins bzgl. seines Impulses aus. Neben dem Laborsystem  $\{x,y,z\}$  wird durch das Koordinatensystem  $\{n,l,t\}$  ein gebräuchlicher Rahmen zur Beschreibung von Teilchenpolarisationen angegeben. Hier

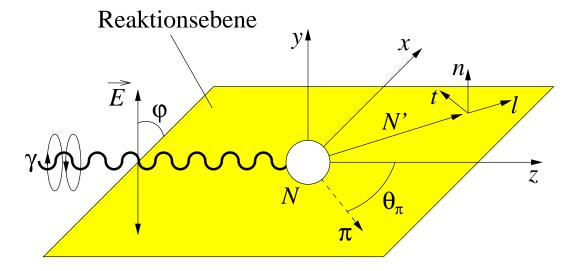


Abbildung 3.4: Die Kinematik der Pion-Photoproduktion. (Erläuterungen siehe Text.)

ist  $\hat{n}$  die Normale auf die Reaktionsebene und  $\hat{l}$  die Impulsrichtung des gestreuten Nukleons. Das kartesische System wird durch  $\hat{t} = \hat{n} \times \hat{l}$  vervollständigt.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt läßt sich durch unabhängige "Teil-Wirkungsquerschnitte" oder Strukturfunktionen R beschreiben, die sich aufgrund der jeweils berücksichtigten Stromkomponenten des hadronischen Übergangsstroms unterscheiden und vom CMS-Polarwinkel  $\theta_{\pi}^*$  abhängen. Nach [Dre 92] ergibt sich der allgemeinste differentielle Wirkungsquerschnitt in der Pion-Photoproduktion zu:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{q}{k} \left\{ (R_T + P_n R_T^n) + \Pi_T \left[ (R_{TT} + P_n R_{TT}^n) \cos 2\varphi - (P_l R_{TT}^l + P_t R_{TT}^t) \sin 2\varphi \right] + \Pi_C (P_l R_{TT'}^l + P_t R_{TT'}^t) \right\}.$$
(3.37)

Aus Gleichung 3.35 ist q/k als der Phasenraumfaktor bekannt. Der Index T steht für die Transversalität des reellen Photons, wobei die Indizes TT und TT' die Strukturfunktionen bei linearer bzw. zirkularer Polarisation des Photons kennzeichnen. Während  $\Pi_T$  und  $\Pi_C$  den linearen bzw. zirkularen Polarisationsgrad des Photons angeben, bezeichnen die Faktoren  $P_{n,l,t}$  die Projektion des Nukleonspins auf die drei Achsen des Koordinatensystems  $\{n,l,t\}$ .

Die Multipolabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts spiegelt sich in der Abhängigkeit der Strukturfunktionen R von den CGLN-Amplituden  $F_j$  und damit nach den Gleichungen 3.23-3.26 von den Multipolamplituden  $\mathcal{M}_{l\pm}$  wider. Die "Teil-Wirkungsquerschnitte" R sind als Funktionen der CGLN-Amplituden z.B. in [Dre 92] tabelliert.

Für unpolarisierte Nukleonen gilt im Mittel  $P_n = P_l = P_t = 0$ . Ist das einlaufende Photon ebenfalls unpolarisiert, d.h.  $\Pi_T = \Pi_C = 0$ , so ergibt sich der unpolarisierte differentielle Wirkungsquerschnitt zu:

$$\frac{d\sigma^{0}}{d\Omega}(\theta_{\pi}^{*}) = \frac{q}{k}R_{T}$$

$$= \frac{q}{k}\Big[|F_{1}|^{2} + |F_{2}|^{2} + \frac{1}{2}\sin^{2}\theta_{\pi}^{*}(|F_{3}|^{2} + |F_{4}|^{2})$$

$$-Re\{2\cos\theta_{\pi}^{*}F_{1}^{*}F_{3} - \sin^{2}\theta_{\pi}^{*}(F_{1}^{*}F_{4} + F_{2}^{*}F_{3} + \cos\theta_{\pi}^{*}F_{3}^{*}F_{4})\}\Big].(3.38)$$

In Experimenten mit Polarisationsfreiheitsgraden ist es üblich, drei Einfachpolarisationsobservablen zu definieren:

(i) die Photonasymmetrie oder Strahlasymmetrie

$$\Sigma(\theta_{\pi}^*) = -R_{TT}/R_T, \qquad (3.39)$$

(ii) die Targetasymmetrie

$$T(\theta_{\pi}^*) = R_T(n_i)/R_T = -R_{TT}(n_f)/R_T, \qquad (3.40)$$

(iii) die Rückstoßpolarisation

$$P(\theta_{\pi}^*) = R_T(n_f)/R_T = -R_{TT}(n_i)/R_T, \qquad (3.41)$$

wobei sich  $n_i$  und  $n_f$  auf die Polarisation des Nukleons im Anfangs- bzw. Endzustand beziehen und  $\theta_{\pi}^*$  der Pionwinkel im Schwerpunktsystem ist.

Darüber hinaus lassen sich insgesamt  $3\times4=12$  Doppelpolarisationsobservablen definieren [Bar 75, Fas 92], die wiederum vom Polarwinkel des Pions abhängen. Ist sowohl der Photonenstrahl als auch das Target polarisiert, ergeben sich die Observablen (E, F, G, H). Für gleichzeitige Strahl- und Rückstoßpolarisation erhält man  $(O_x, O_z, C_x, C_z)$ , und die Observablen für die Betrachtung von Target- und Rückstoßpolarisation sind  $(T_x, T_z, L_x, L_z)$ .

Zur vollständigen Beschreibung der Pion-Photoproduktion sind z.B. die vier komplexwertigen CGLN-Amplituden  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  und  $F_4$  festzulegen. Bis auf eine prinzipiell unbestimmbare Phase entspricht dies der Bestimmung von sieben unabhängigen reellen Zahlen. Nach [Bar 75] ist es zur Vermeidung von Mehrdeutigkeiten sogar notwendig, den differentiellen Wirkungsquerschnitt, die drei Einfachpolarisationsobservablen und weitere fünf Doppelpolarisationsobservablen zu messen, wobei es nicht ausreicht, eine der oben genannten kompletten Vierergruppen auszuwählen. Eine mögliche Wahl dieser neun zu bestimmenden Observablen wäre z.B.  $(d\sigma^0/d\Omega, \Sigma, T, P, E, F, G, L_x, L_z)$ .

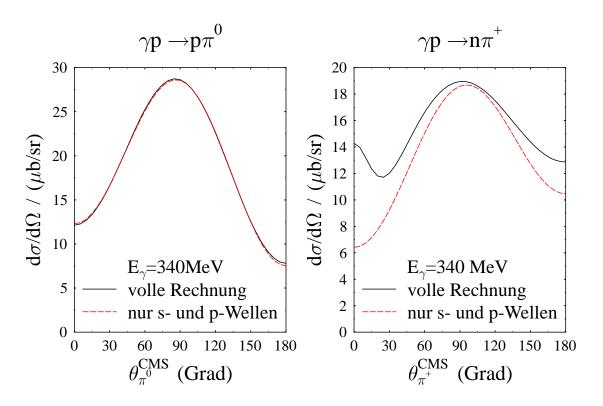
Ein solches vollständiges Experiment läßt sich derzeit aufgrund seiner Komplexität nicht durchführen, so daß man versucht, durch zusätzliche Annahmen die gewünschte physikalische Information aus realisierbaren Experimenten zu extrahieren.

#### 3.2.2 s– und p–Wellen–Näherung

Die Multipolentwicklung oder Partialwellenzerlegung der CGLN-Amplituden  $F_j$ , wie in den Gleichungen 3.23-3.26 angegeben, erstreckt sich formal über unendlich

viele Partialwellen  $(l=0\to\infty)$ . In der Praxis zeigt sich jedoch, daß in gewissen Fällen diese Entwicklung schon nach wenigen Bahndrehimpulsen abgebrochen werden kann und Beiträge höherer Ordnungen vernachlässigbar werden. Für den Energiebereich von der Erzeugungsschwelle neutraler Pionen  $(E_{\gamma}^{thres}=144.68~MeV)$  bis zum Bereich der ersten Nukleonresonanz reicht es im Grunde aus, Bahndrehimpulse  $l_{\pi}=0$  und  $l_{\pi}=1$  zu berücksichtigen und sich somit auf eine s- und p-Wellen-Näherung zu beschränken. Im Energiebereich des zweiten Resonanzgebiets müssen zusätzlich auch d-Wellen mit  $l_{\pi}=2$  betrachtet werden.

Diese s- und p-Wellen-Näherung ist jedoch nicht für alle physikalischen Kanäle

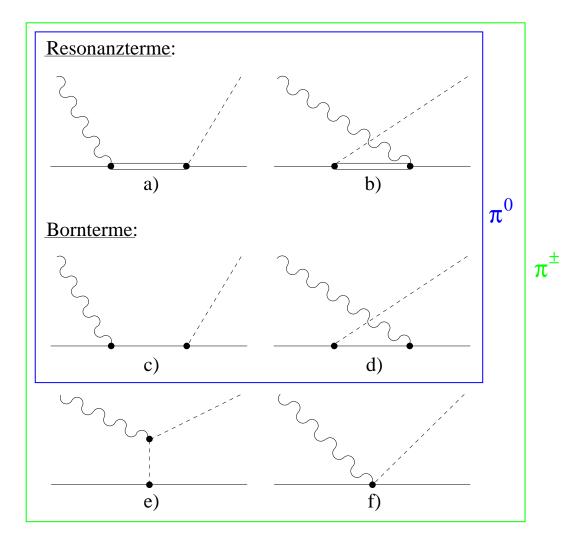


**Abbildung 3.5**: Vergleich der vollen Partialwellenberechnung und der s- und p-Wellen-Näherung für den differentiellen Wirkungsquerschnitt der  $\pi^0$ - und der  $\pi^+$ -Photoproduktion bei  $E_{\gamma}=340~MeV$ . Die Rechnung stammt von R.M. Davidson [Dav 91].

gleich gut geeignet. Abbildung 3.5 zeigt eine Rechnung von R.M. Davidson für den differentiellen Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion neutraler und geladener Pionen bei  $E_{\gamma}=340~MeV$ . Man erkennt im Vergleich zwischen voller Partialwellenrechnung und s- und p-Wellen-Näherung, daß letztere die  $\pi^0$ -Produktion sehr gut wiedergibt, während man zur befriedigenden Beschreibung der  $\pi^+$ -Produktion Multipole höherer Ordnung mitberücksichtigen muß.

Begründen läßt sich dieses unterschiedliche Verhalten durch das Fehlen des Pion-Polterms in der Photoproduktion neutraler Pionen. In einer anschaulichen Erklärung bietet dieser über das zunächst virtuelle Pion einen Hebelarm, der es ermöglicht, auf das letztlich erzeugte Pion höhere Relativbahndrehimpulse zu übertragen.

In Abbildung 3.6 sind die Feynman-Graphen der Pion-Photoproduktion dargestellt. Zur Pion-Photoproduktion tragen in jedem Fall die Bornterme bei. Im



**Abbildung 3.6**: Die Feynman-Graphen der Pion-Photoproduktion. Resonanzterme: a) direkter Term, b) gekreuzter Term. Bornterme: c) s-Kanal, d) u-Kanal, e) t-Kanal = Pion-Polterm, f) Kontaktterm.

Energiebereich der  $\Delta(1232)$ -Resonanz stellen sie im Hinblick auf den interessierenden Beitrag der Resonanzterme einen nichtresonanten Untergrund dar. Durch die ausschließliche Kopplung des Photons an die elektromagnetische Ladung tragen zur  $\pi^0$ -Produktion nur zwei (s- und u-Kanal) der vier Bornterme bei, weil neben dem Pion-Polterm (t-Kanal) auch der Kontaktterm (seagull) nicht auftreten kann. Dagegen wird die  $\pi^+$ -Produktion von allen vier Borntermen beeinflußt. Daher ergibt sich generell die Photoproduktion neutraler Pionen als effektiverer physikalischer Kanal zur Untersuchung von Nukleonresonanz und somit der  $\Delta(1232)$ -Resonanz.

In der s- und p-Wellen-Näherung beschränkt sich die explizite Multi-

polabhängigkeit der CGLN-Amplituden  $F_j$  auf:

$$F_{1} = \sum_{l=0}^{\infty} \left[ l M_{l+} + E_{l+} \right] P'_{l+1}(x) + \left[ (l+1) M_{l-} + E_{l-} \right] P'_{l-1}(x)$$

$$(l=0) = E_{0+}$$

$$(l=1) + (M_{1+} + E_{1+}) 3 \cos(\theta_{\pi}^{*}), \qquad (3.42)$$

$$F_{2} = \sum_{l=1}^{\infty} \left[ (l+1) M_{l+} + l M_{l-} \right] P'_{l}(x)$$

$$(l=1) = 2M_{1+} + M_{1-}, \qquad (3.43)$$

$$F_{3} = \sum_{l=1}^{\infty} \left[ E_{l+} - M_{l+} \right] P''_{l+1}(x) + \left[ E_{l-}(W) + M_{l-}(W) \right] P''_{l-1}(x)$$

$$(l=1) = 3(E_{1+} - M_{1+}). \qquad (3.44)$$

 $F_4$  startet erst mit d-Wellen:

$$F_4 = \sum_{l=2}^{\infty} \left[ M_{l+} - E_{l+} - M_{l-} - E_{l-} \right] P_l''(x)$$

$$(l=2) = 3(M_{2+} - E_{2+} - M_{2-} - E_{2-}). \tag{3.45}$$

Setzt man diese Näherung der CGLN-Amplituden in Gleichung 3.38 ein und ordnet den so entstehenden Ausdruck nach Potenzen von  $(x = \cos \theta_{\pi}^*)$ , wobei  $\theta_{\pi}^*$  wiederum den Schwerpunktswinkel des produzierten Pions beschreibt, so findet man die Multipolabhängigkeit des unpolarisierten Wirkungsquerschnitts in s- und p-Wellen-Näherung in folgender Parametrisierung:

$$\frac{d\sigma^0}{d\Omega}(\theta_\pi^*) = \frac{q}{k} \left( A + B \cos \theta_\pi^* + C \cos^2 \theta_\pi^* \right) . \tag{3.46}$$

Dabei ergeben sich die Parameter A, B und C als Funktionen der Multipolamplituden zu:

$$A = |E_{0+}|^2 + \frac{9}{2}|E_{1+}|^2 + \frac{5}{2}|M_{1+}|^2 + |M_{1-}|^2 + Re\{M_{1+}^*M_{1-}\} - 3Re\{E_{1+}(M_{1+} - M_{1-})^*\}, \qquad (3.47)$$

$$B = 2Re\{E_{0+}(3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-})^*\}, \qquad (3.48)$$

$$C = \frac{9}{2}|E_{1+}|^2 - \frac{3}{2}|M_{1+}|^2 - 3Re\{M_{1+}^*M_{1-}\} + 9Re\{E_{1+}(M_{1+} - M_{1-})^*\}. \qquad (3.49)$$

In den Koeffizienten A und C findet man bereits den gewünschten Interferenzterm zwischen  $E_{1+}$  und  $M_{1+}$ , allerdings nur als untergeordneten Beitrag im Vergleich zum dominanten  $|M_{1+}|^2$ -Term. Die gefundene Empfindlichkeit auf das Verhältnis  $R_{EM}$  reicht jedoch nicht aus, um dieses genauer zu bestimmen.

Dennoch läßt sich anhand der ABC-Parametrisierung die Empfindlichkeit des

unpolarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitts auf das Verhältnis  $R_{EM}$  lokalisieren. Während der gesuchte Interferenzterm im Parameter A eine Änderung des differentiellen Wirkungsquerschnitts unter Polarwinkeln um 90° mit sich bringt, verändert er im Parameter C das Verhalten des differentiellen Wirkungsquerschnitts unter extremen Vorwärts- und Rückwärtswinkeln. (Veranschaulicht wird dies in Abbildung 3.10.)

Dadurch wird bereits deutlich, daß ein Experiment zur Bestimmung des  $R_{EM}$ -Verhältnisses in der Lage sein sollte, möglichst den gesamten Polarwinkelbereich abzudecken.

# 3.2.3 Photonasymmetrie $\Sigma$ und linear polarisierter Wirkungsquerschnitt

Der Beitrag von Interferenztermen zwischen zwei Multipolamplituden tritt bei der Ausnutzung von Polarisationsfreiheitsgraden deutlicher in Erscheinung. Zur Bestimmung des  $R_{EM}$ -Verhältnisses erweist sich die Photonasymmetrie  $\Sigma$  als geeignete Größe. Als eine der in Abschnitt 3.2.1 aufgeführten Einfachpolarisationsobservablen läßt sie sich durch die Pion-Photoproduktion mit linear polarisierten Photonen an unpolarisierten Nukleonen bestimmen. Bei diesem Prozeß vereinfacht sich der allgemeine differentielle Wirkungsquerschnitt nach Gleichung 3.37 zum linear polarisierten Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma^T}{d\Omega}(\theta_{\pi}^*, \varphi, \Pi_T) = \frac{q}{k} \Big\{ R_T + \Pi_T R_{TT} \cos 2\varphi \Big\}.$$
 (3.50)

Dieser hängt vom Polarwinkel  $\theta_{\pi}^{*}$  des produzierten Pions, vom Winkel  $\varphi$ , der die Richtung der Linearpolarisation der reellen Photonen nach Abbildung 3.4 angibt, sowie vom Polarisationsgrad  $\Pi_{T}$  der reellen Photonen ab. Mit der Gleichung 3.38 für den unpolarisierten Wirkungsquerschnitt und der Definition der Photonasymmetrie nach Gleichung 3.39 läßt sich dies umformen zu:

$$\frac{d\sigma^T}{d\Omega}(\theta_{\pi}^*, \varphi, \Pi_T) = \frac{d\sigma^0}{d\Omega}(\theta_{\pi}^*) \left\{ 1 - \Pi_T \Sigma(\theta_{\pi}^*) \cos 2\varphi \right\}. \tag{3.51}$$

Die Photonasymmetrie  $\Sigma$  ergibt zusammen mit dem Polarisationsgrad der Photonen den Vorfaktor einer  $(\cos 2\varphi)$ –Modulation im linear polarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitt. Aus diesem Grund ist  $\Sigma$  experimentell durch die Messung mit einem  $\varphi$ –symmetrischen Detektor besonders gut zugänglich.

Betrachtet man nun Pionen, die derart erzeugt werden, daß die Polarisationsrichtung der Photonen entweder parallel oder senkrecht zur Reaktionsebene ausgerichtet ist, so lassen sich entsprechend ein paralleler und ein senkrechter differentieller Wirkungsquerschnitt definieren gemäß:

$$(\varphi = 0^{\circ}) : \frac{d\sigma^{\parallel}}{d\Omega}(\theta_{\pi}^*, \Pi_T) = \frac{d\sigma^0}{d\Omega}(\theta_{\pi}^*) \left\{ 1 - \Pi_T \Sigma(\theta_{\pi}^*) \right\}, \qquad (3.52)$$

$$(\varphi = 90^{\circ}): \frac{d\sigma^{\perp}}{d\Omega}(\theta_{\pi}^{*}, \Pi_{T}) = \frac{d\sigma^{0}}{d\Omega}(\theta_{\pi}^{*}) \left\{ 1 + \Pi_{T} \Sigma(\theta_{\pi}^{*}) \right\}. \tag{3.53}$$

Damit ergibt sich alternativ zu Gleichung 3.39 die Photonasymmetrie als:

$$\Sigma(\theta_{\pi}^{*}, \Pi_{T}) = \frac{1}{\Pi_{T}} \frac{(d\sigma^{\perp}/d\Omega)(\theta_{\pi}^{*}) - (d\sigma^{\parallel}/d\Omega)(\theta_{\pi}^{*})}{(d\sigma^{\perp}/d\Omega)(\theta_{\pi}^{*}) + (d\sigma^{\parallel}/d\Omega)(\theta_{\pi}^{*})}$$

$$= \frac{1}{\Pi_{T}} \frac{N^{\perp}(\theta_{\pi}^{*}) - N^{\parallel}(\theta_{\pi}^{*})}{N^{\perp}(\theta_{\pi}^{*}) + N^{\parallel}(\theta_{\pi}^{*})}, \qquad (3.54)$$

wobei  $N^{\perp}$  und  $N^{\parallel}$  die Pionzählraten für den parallelen bzw. senkrechten Fall bezeichnen. Als Asymmetrie kann man  $\Sigma$  über diese zugehörigen Zählraten und den Polarisationsgrad der Photonen bestimmen, weil alle anderen Normierungen aus der gemeinsamen Betrachtung von parallelen und senkrechten Ereignissen herausfallen.

Anhand von Gleichung 3.50 ergibt sich die Multipolabhängigkeit des linear polarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitts aus der Strukturfunktion  $R_T$ , wie sie in Gleichung 3.38 auftaucht, und der Strukturfunktion  $R_{TT}$ , für die gilt:

$$R_{TT} = \sin^2 \theta_{\pi}^* \left[ \frac{1}{2} (|F_3|^2 + |F_4|^2) + Re\{F_1^* F_4 + F_2^* F_3 + \cos \theta_{\pi}^* F_3^* F_4\} \right]. \tag{3.55}$$

Mit der im vorangehenden Abschnitt 3.2.2 eingeführten s- und p-Wellen-Näherung der CGLN-Amplituden erhält man nach einigen Umformungen eine zum unpolarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitt analoge ABC-Parametrisierung des linear polarisierten Wirkungsquerschnitts:

$$\frac{d\sigma^{\parallel,\perp}}{d\Omega}(\theta_{\pi}^{*}) = \frac{q}{k} \left( A_{\parallel,\perp} + B_{\parallel,\perp} \cos \theta_{\pi}^{*} + C_{\parallel,\perp} \cos^{2} \theta_{\pi}^{*} \right) . \tag{3.56}$$

Als ABC-Koeffizienten ergeben sich dabei im einzelnen für den parallelen Wirkungsquerschnitt:

$$A_{||} = |E_{0+}|^2 + |3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2, (3.57)$$

$$B_{\parallel} = 2Re\{E_{0+}(3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-})^*\},$$
 (3.58)

$$C_{\parallel} = 12Re\{E_{1+}(M_{1+} - M_{1-})^*\},$$
 (3.59)

und für den senkrechten Wirkungsquerschnitt:

$$A_{\perp} = |E_{0+}|^2 + |2M_{1+} + M_{1-}|^2, (3.60)$$

$$B_{\perp} = 2Re\{E_{0+}(3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-})^*\}, \qquad (3.61)$$

$$C_{\perp} = |3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-}|^2 - |2M_{1+} + M_{1-}|^2.$$
 (3.62)

Man sieht, daß der parallele Wirkungsquerschnitt besonders empfindlich auf  $E_{1+}$  ist, da hier im  $C_{\parallel}$ -Koeffizienten zum einen keine  $|M_{1+}|^2$ -Terme auftauchen und zum anderen der Interferenzterm zwischen der kleinen  $E_{1+}$ -Amplitude und der dominanten  $M_{1+}$ -Amplitude mit dem Faktor 12 verstärkt wird.

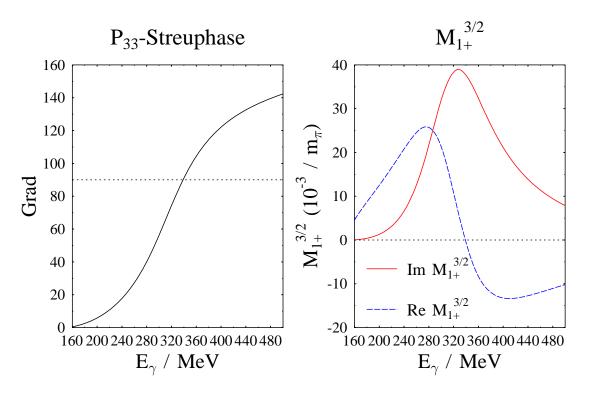
Des weiteren erkennt man, daß für den B-Koeffizienten gilt:

$$B = B_{\parallel} = B_{\perp} = 2Re\{E_{0+}(3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-})^*\}.$$
(3.63)

## 3.2.4 Qualitäten der $\Delta(1232)\mathrm{-Resonanz}$ und $\frac{C_{||}}{12A_{||}}\mathrm{-Methode}$

Zur Bestimmung des gesuchten Verhältnisses  $R_{EM}$  macht man Gebrauch von den "Qualitäten" der  $\Delta(1232)$ –Resonanz.

Aus der Darstellung der bekannten  $P_{33}$ -Streuphase in Abbildung 3.7 läßt sich

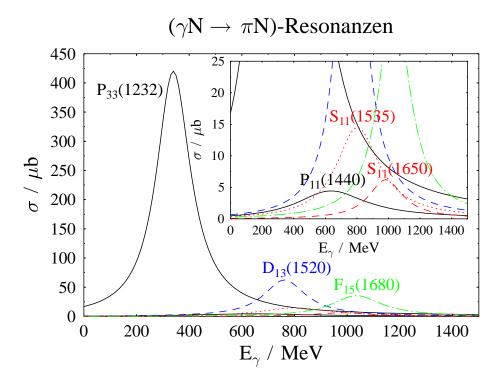


 $\textbf{Abbildung 3.7}: P_{33} - Streuphase \ sowie \ Real-\ und \ Imagin\"{a}rteil \ der \ M_{1+}^{3/2} - Amplitude.$ 

ablesen, daß diese bei  $E_{\gamma}=340~MeV$  gerade 90° beträgt. Deshalb ergibt sich bei dieser derart ausgezeichneten Energie (Resonanzenergie) – wie dargestellt – ein Maximum des Imaginärteils der  $M_{1+}^{3/2}$ –Multipolamplitude und ein Nulldurchgang ihres Realteils. Mit dieser wesentlichen Resonanzeigenschaft bietet die  $\Delta(1232)$ –Resonanz verschwindende Realanteile der resonanten Amplituden  $M_{1+}^{3/2}$  und  $E_{1+}^{3/2}$ .

Darüber hinaus erkennt man anhand der Breit–Wigner–Darstellung der photoinduzierten Nukleonresonanzen in Abbildung 3.8 fast keinen Überlapp der  $\Delta(1232)$ –Resonanz als weitaus größten Resonanz mit anderen Nukleonresonanzen. Die  $\Delta$ –Resonanz wird daher im Grunde vollständig von den resonanten Amplituden beschrieben, da alle anderen Multipole in diesem Energiebereich nur in nichtresonanten, deshalb mehr oder weniger konstanten und meist sogar vernachlässigbaren Bornbeiträgen auftreten.

Somit lassen sich die "Qualitäten" der  $\Delta(1232)$ -Resonanz so zusammenfassen, daß es sich bei dieser Resonanz nicht nur um die größte der Nukleonresonanzen handelt, sondern daß sie auch im Sinne der physikalischen Definition eine "reine" Resonanz ist, die darüber hinaus von anderen Resonanzen und deren Amplituden



**Abbildung 3.8**: Die photoninduzierten Nukleonresonanzen in der Breit-Wigner-Darstellung.

so gut wie nicht beeinflußt wird.

Mit diesen "Qualitäten" der  $\Delta(1232)$ –Resonanz läßt sich allein durch die  $\pi^0$ –Produktion mit linear polarisierten Photonen das Verhältnis  $R_{EM}=E_{1+}^{3/2}/M_{1+}^{3/2}$  am Resonanzpunkt bei  $E_{\gamma}=340~MeV$  bestimmen, wie in [Bec 00] gezeigt wird. Dazu definiert man:

$$R = \frac{C_{||}}{12A_{||}}$$

$$= \frac{Re\{E_{1+}(M_{1+} - M_{1-})^*\}}{|E_{0+}|^2 + |3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2}$$

$$= \frac{X}{Y}, \qquad (3.64)$$

wobei:

$$X = ReE_{1+}Re(M_{1+} - M_{1-}) + ImE_{1+}Im(M_{1+} - M_{1-})$$
(3.65)

und

$$Y = |E_{0+}|^2 + 9|E_{1+}|^2 + 6Re\{E_{1+}(M_{1-} - M_{1+})^*\} +Re^2(M_{1-} - M_{1+}) + Im^2(M_{1-} - M_{1+}).$$
(3.66)

Bei der weiteren Auswertung dieses Ausdrucks sind zunächst die Terme  $|E_{0+}|^2$  und  $9|E_{1+}|^2$  vernachlässigbar, was sich nach Abschätzungen mittels vorhandener

Multipolanalysen (z.B. [Han 96, Han 98]) mit weniger als 1% (relativ) auf das Verhältnis R auswirkt.

Des weiteren findet man, daß  $Re(M_{1+}-M_{1-})$  im Vergleich zu  $Im(M_{1+}-M_{1-})$  zu vernachlässigen ist. Dies folgt aus den "Qualitäten" der  $\Delta$ -Resonanz, da zum einen am Resonanzpunkt bei  $E_{\gamma}=340~MeV$  der Realteil von  $M_{1+}^{3/2}$  verschwindet (siehe Abbildung 3.7) und zum anderen  $M_{1+}^{1/2}$  sowie  $M_{1-}$  kein Resonanzverhalten zeigen. Dementsprechend können diese aus ihren Bornbeiträgen berechnet werden, was zu  $Re(M_{1+}-M_{1-})\approx 0$  führt.

Mit diesen Näherungen ergibt sich:

$$R = \frac{ImE_{1+}Im(M_{1+} - M_{1-})}{Im^2(M_{1+} - M_{1-}) - 6ImE_{1+}Im(M_{1+} - M_{1-})}.$$
 (3.67)

Dieses läßt sich wiederum ausdrücken als:

$$R = \frac{ImE_{1+}/Im(M_{1+} - M_{1-})}{1 - 6ImE_{1+}/Im(M_{1+} - M_{1-})}$$
$$= \frac{R_{\pi^0}}{1 - 6R_{\pi^0}}, \qquad (3.68)$$

wobei man in Anlehnung an den physikalischen Kanal  $(\gamma p \to p\pi^0)$  definiert:

$$R_{\pi^0} = \frac{ImE_{1+}}{ImM_{1+} - ImM_{1-}}. (3.69)$$

Wiederum unter Ausnutzung der "Qualitäten" der  $\Delta$ -Resonanz läßt sich, ebenso wie der Imaginärteil der nichtresonanten  $M_{1+}^{1/2}$ -Amplitude, der gesamte Imaginärteil des  $M_{1-}$ -Multipols vernachlässigen. Letzterer koppelt an die  $P_{11}(1440)$ -Resonanz (Roper-Resonanz) und spielt daher im maßgebenden Energiebereich der  $\Delta(1232)$ -Resonanz keine Rolle.

Für den Imaginärteil des  $E_{1+}$ -Multipols hingegen ist die Isospin-1/2-Komponente nicht gegen die 3/2-Komponente zu vernachlässigen. Hier schätzt man erneut mittels Multipolanalysen ab:

$$ImE_{1+}^{1/2} = \epsilon ImE_{1+}^{3/2}, \ (0.1 < \epsilon < 0.2).$$
 (3.70)

Demnach erhält man:

$$R = \frac{(1+\epsilon)ImE_{1+}^{3/2}/ImM_{1+}^{3/2}}{1-6(1+\epsilon)ImE_{1+}^{3/2}/ImM_{1+}^{3/2}}.$$
(3.71)

Durch den Nulldurchgang der Realteile der resonanten Amplituden am Resonanzpunkt gilt bei der Resonanzenergie von  $E_{\gamma} = 340~MeV$ :

$$R_{EM} = \frac{E_{1+}^{3/2}}{M_{1+}^{3/2}} = \frac{ImE_{1+}^{3/2}}{ImM_{1+}^{3/2}}$$
(3.72)

und damit

$$R = \frac{(1+\epsilon)R_{EM}}{1 - 6(1+\epsilon)R_{EM}} \tag{3.73}$$

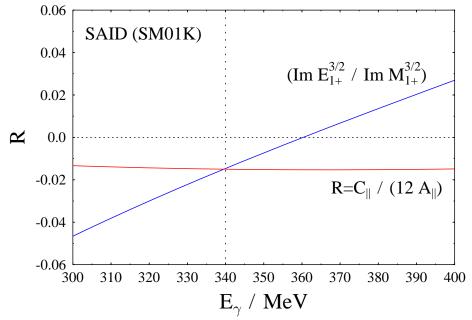
oder aufgelöst nach  $R_{EM}$ :

$$R_{EM} = \frac{R}{(1+\epsilon) + 6(1+\epsilon)R} \,. \tag{3.74}$$

Der Beitrag  $\epsilon$  der Isospin-1/2-Komponente ist nicht genau bekannt. Er läßt sich aber über die entsprechenden Bornbeiträge abschätzen, so daß für die Resonanzenergie der systematische Fehler bei der Identifikation von R und  $R_{EM}$  in einer konservativen Betrachtung immer noch weniger als 10% beträgt:

$$R = \frac{C_{||}}{12A_{||}} = R_{EM} \pm 0.1R_{EM} , \text{ bei } E_{\gamma} = 340 \text{ MeV}$$
 (3.75)

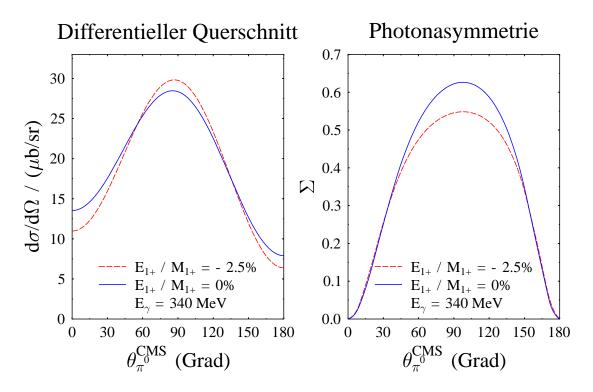
In Abbildung 3.9 sind die Ergebnisse der SAID–Multipolanalyse dargestellt, die durch den Schnittpunkt bei der Resonanzenergie von  $E_{\gamma}=340~MeV$  die Übereinstimmung zwischen R und  $R_{EM}$  bestätigen. Somit bietet die  $\Delta(1232)$ –Resonanz genau am Resonanzpunkt aufgrund ihrer "Qualitäten" für den physikalischen Prozeß der  $\pi^0$ –Photoproduktion die reinen Isospinamplituden  $E_{1+}^{3/2}$  und  $M_{1+}^{3/2}$ .



**Abbildung 3.9**: Die SAID-Multipolanalyse zeigt einen Schnittpunkt zwischen R und  $(ImE_{1+}^{3/2} / ImM_{1+}^{3/2})$  am Resonanzpunkt bei  $E_{\gamma} = 340~MeV$ .

### 3.2.5 Empfindlichkeit der Observablen auf $E_{1+}$ und $\frac{C}{A}$ –Methode

Die bereits am Ende des Abschnitts 3.2.2 betrachtete Empfindlichkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts auf die  $E_{1+}$ -Amplitude ist in Abbildung 3.10 dargestellt, die wiederum auf den Ergebnissen bereits vorhandener Multipolanalysen beruht. Im Vergleich zum Fall mit  $E_{1+}=0$  sieht man, daß eine nichtverschwindende negative  $E_{1+}$ -Amplitude den differentiellen Wirkungsquerschnitt unter extremen Vorwärtsund Rückwärtswinkeln absenkt und im Pion-Schwerpunktswinkelbereich um 90° anhebt. Dadurch wird das Interesse auf die volle Polarwinkelverteilung des Prozesses



**Abbildung 3.10**: Die Empfindlichkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts und der Photonasymmetrie auf  $E_{1+}$  bei  $E_{\gamma} = 340 \ MeV$ .

gelenkt, wobei vor allem die Kenntnis des genauen Verlaufs der Winkelverteilung entscheidend ist. Dieser Verlauf beeinflußt nämlich maßgeblich die eingeführten Parameter A bzw.  $A_{||}$  und C bzw.  $C_{||}$  und damit nach Gleichung 3.75 das Verhältnis  $R_{EM}$ .

Mit Blick auf die Photonasymmetrie findet man bei  $\Sigma$  im Vergleich zu  $E_{1+}=0$  durch eine nichtverschwindende negative  $E_{1+}$ -Amplitude im Polarwinkelbereich um 90° eine Absenkung. Hieraus erwächst ein Interesse an der Photonasymmetrie speziell unter Polarwinkeln um 90°.

Das in der Darstellung 3.10 gewählte  $R_{EM}$ -Verhältnis von -2.5% beruht auf dem Ergebnis eines Vorgängerexperiments, das in Kapitel 4 kurz vorgestellt wird. Das negative relative Vorzeichen zwischen  $E_{1+}$  und  $M_{1+}$  begründet sich aus den Gleichungen 3.32 und 3.33.

Die beschriebene Empfindlichkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts und der Photonasymmetrie auf den  $E_{1+}$ -Multipol zeigt sich in seiner Auswirkung auf das Verhältnis  $R_{EM}$  noch deutlicher durch eine algebraische Umformung des Quotienten  $R = C_{\parallel}/(12A_{\parallel})$ .

Unter den Polarwinkeln  $\theta_{\pi}^* = 0^{\circ}$  und  $\theta_{\pi}^* = 180^{\circ}$  ist keine Photonasymmetrie definierbar, da hier nicht mehr davon gesprochen werden kann, daß die Richtung der Linearpolarisation senkrecht oder parallel zur Reaktionsebene verläuft. Somit folgt aus

$$\Sigma(\theta_{\pi}^* = 0^{\circ}) = \Sigma(\theta_{\pi}^* = 180^{\circ}) = 0 \tag{3.76}$$

und der Definition der linear polarisierten Wirkungsquerschnitte nach Gleichung 3.52 und 3.53 die Identität der differentiellen Wirkungsquerschnitte unter den extremen Winkeln:

$$\frac{d\sigma^0}{d\Omega}(\theta_\pi^* = 0^\circ) = \frac{d\sigma^{||}}{d\Omega}(\theta_\pi^* = 0^\circ) = \frac{d\sigma^{\perp}}{d\Omega}(\theta_\pi^* = 0^\circ)$$
(3.77)

und

$$\frac{d\sigma^0}{d\Omega}(\theta_{\pi}^* = 180^{\circ}) = \frac{d\sigma^{||}}{d\Omega}(\theta_{\pi}^* = 180^{\circ}) = \frac{d\sigma^{\perp}}{d\Omega}(\theta_{\pi}^* = 180^{\circ}). \tag{3.78}$$

Aus der ABC-Parametrisierung der Wirkungsquerschnitte gemäß

$$\frac{d\sigma^{0,||,\perp}}{d\Omega}(\theta_{\pi}^*) = \frac{q}{k} \left( A_{0,||,\perp} + B_{0,||,\perp} \cos \theta_{\pi}^* + C_{0,||,\perp} \cos^2 \theta_{\pi}^* \right) , \qquad (3.79)$$

folgt die bereits in Gleichung 3.63 festgehaltene Identität der drei B-Koeffizienten:

$$B = B_{||} = B_{\perp} \,, \tag{3.80}$$

und demnach die Beziehung:

$$A + C = A_{||} + C_{||} \Leftrightarrow C_{||} = A + C - A_{||}.$$
 (3.81)

Ferner entspricht der differentielle Wirkungsquerschnitt unter  $\theta_{\pi}^* = 90^{\circ}$  jeweils im wesentlichen dem A-Koeffizienten:

$$\frac{d\sigma^{0,||,\perp}}{d\Omega}(\theta_{\pi}^* = 90^\circ) = \frac{q}{k} A_{0,||,\perp}. \tag{3.82}$$

Aus der Definition der Photonasymmetrie über die Strukturfunktionen nach Gleichung 3.39 ( $\Sigma = -R_{TT}/R_T$ ) und dem Zusammenhang des unpolarisierten Wirkungsquerschnitts mit  $R_T$  nach Gleichung 3.38 ( $d\sigma/d\Omega = (q/k)R_T$ ) läßt sich in der s- und p-Wellen-Näherung folgende Beziehung aufstellen:

$$\Sigma(\theta_{\pi}^*) \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{\pi}^*) / \sin^2 \theta_{\pi}^* = \frac{q}{k} A_{\Sigma}.$$
 (3.83)

Dabei ist

$$A_{\Sigma} = -3\left(\frac{3}{2}|E_{1+}|^2 - \frac{1}{2}|M_{1+}|^2 - Re\{E_{1+}^*(M_{1+} - M_{1-}) + M_{1+}^*M_{1-}\}\right)$$
(3.84)

eine Funktion der p-Wellen-Multipole und unabhängig vom Polarwinkel. Es ergibt sich daher:

$$\Sigma(\theta_{\pi}^* = 90^\circ) = \frac{A_{\Sigma}}{A} \tag{3.85}$$

und somit:

$$\frac{d\sigma^{||}}{d\Omega}(\theta_{\pi}^{*} = 90^{\circ}) = \frac{d\sigma^{0}}{d\Omega}(\theta_{\pi}^{*} = 90^{\circ}) \left\{ 1 - \Sigma(\theta_{\pi}^{*} = 90^{\circ}) \right\} 
= A - A_{\Sigma} 
= A_{||}.$$
(3.86)

Mit den Gleichungen 3.81 und 3.86 erhält man schließlich die Identität:

$$R = \frac{C_{||}}{12A_{||}} = \frac{1}{12} \frac{\frac{C}{A} + \Sigma(\theta_{\pi}^* = 90^{\circ})}{1 - \Sigma(\theta_{\pi}^* = 90^{\circ})} = R_{EM} \pm 0.1 R_{EM} , \text{ bei } E_{\gamma} = 340 \text{ MeV}$$
(3.87)

Ebenso wie die in Abschnitt 3.2.4 vorgestellte  $\frac{C_{||}}{12A_{||}}$ -Methode bietet dieses im folgenden kurz als  $\frac{C}{A}$ -Methode bezeichnete Verfahren zur Bestimmung des  $R_{EM}$ -Verhältnisses den wichtigen Vorteil, nicht von Absolutwerten der betrachteten Wirkungsquerschnitte abhängig zu sein. Während z.B. volle Multipolanalysen auf eben solche Absolutwerte angewiesen sind, gelingt es den betrachteten Methoden, sich durch die Verhältnisbildung der Parameter A bzw.  $A_{||}$  und C bzw.  $C_{||}$  von einigen Normierungsfaktoren, wie etwa dem benutzten Photonenfluß oder der Targetmassenbelegung, die für die Bestimmung von absoluten Wirkungsquerschnitten mitentscheidend sind, freizumachen. Im Hinblick auf  $R_{EM}$  ist für die vorgestellten Verfahren hingegen allein die winkelabhängige Form der differentiellen Wirkungsquerschnitte von Bedeutung.

Mit der  $\frac{C}{A}$ -Methode ist es möglich, bereits aus dem unpolarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion neutraler Pionen unter der Kenntnis der zugehörigen Photonasymmetrie unter  $\theta_{\pi}^* = 90^{\circ}$  das gesuchte  $R_{EM}$ -Verhältnis zu bestimmen. Damit können prinzipiell auch alle vorhandenen unpolarisierten Ergebnisse zur  $\pi^0$ -Photoproduktion zur  $R_{EM}$ -Bestimmung mit herangezogen werden.

Die Bestimmung von  $\Sigma(\theta_\pi^*=90^\circ)$  ist durch die nach Gleichung 3.83 bekannte Beziehung zwischen der Photonasymmetrie und dem differentiellen Wirkungsquerschnitt statistisch genauer zu bewerkstelligen, als durch den einzelnen experimentellen Meßpunkt bei  $\theta_\pi^*=90^\circ$ . Der nach dieser Beziehung in s- und p-Wellen-Näherung über den vollen Polarwinkelbereich konstante Verlauf von  $(\Sigma(\theta_\pi^*)\cdot\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_\pi^*)/\sin^2\theta_\pi^*)$  bezieht über einen entsprechenden Fit nämlich alle Meßwerte der Polarwinkelverteilung in die  $\Sigma(\theta_\pi^*=90^\circ)$ -Bestimmung gemäß Gleichung 3.85 mit ein.

Darüber hinaus läßt sich anhand der konkreten  $\theta$ -Abhängigkeit der Beziehung  $(\Sigma(\theta_{\pi}^*) \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{\pi}^*)/\sin^2\theta_{\pi}^*)$  die Gültigkeit der angesetzten s- und p-Wellen-Näherung experimentell überprüfen. Erweist sich diese Beziehung zwischen Photonasymmetrie und differentiellem unpolarisiertem Wirkungsquerschnitt tatsächlich als

 $\theta$ -unabhängig, d.h. als konstant über den vollen Polarwinkelbereich, so rechtfertigt dies die s- und p-Wellen-Näherung.

Bei der Berücksichtigung eines möglichen d-Wellen-Beitrags zum betrachteten physikalischen Prozeß wird Gleichung 3.83 modifiziert zu:

$$\Sigma(\theta_{\pi}^*) \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{\pi}^*) / \sin^2 \theta_{\pi}^* = \frac{q}{k} \left( A_{\Sigma}^d + B_{\Sigma}^d \cos \theta_{\pi}^* + C_{\Sigma}^d \cos^2 \theta_{\pi}^* \right) , \qquad (3.88)$$

wobei  $A^d_{\Sigma}$ ,  $B^d_{\Sigma}$  und  $C^d_{\Sigma}$  entsprechend Funktionen der s-, p- und d-Wellen sind und besonders  $B^d_{\Sigma}$  Interferenzterme zwischen der dominanten  $M_{1+}$ -Amplitude und den d-Wellen aufweist. Demnach muß beim Einfluß von d-Wellen die Polarwinkelverteilung von  $(\Sigma(\theta^*_{\pi}) \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta^*_{\pi})/\sin^2\theta^*_{\pi})$  eine signifikante  $\theta$ -Abhängigkeit besitzen.

#### 3.3 Anforderungen an das Experiment

Das im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Experiment zur Photoproduktion neutraler Pionen am Proton mit linear polarisierten Photonen im Bereich der  $\Delta(1232)$ -Resonanz wurde in Kapitel 2 mit der Bestimmung der den Prozeß beschreibenden Multipole motiviert. Dabei enthält das Verhältnis der resonanten Amplituden  $R_{EM}=E^{2}/M1=E_{1+}^{3/2}/M_{1+}^{3/2}$  Hinweise auf die Deformation des Protons, der  $\Delta$ -Resonanz oder beider. Da, wie in Abschnitt 3.2 erläutert, die  $\pi^0$ -Photoproduktion im Vergleich zur Photoproduktion geladener Pionen der effektivere physikalische Kanal zur Untersuchung der  $\Delta$ -Resonanz ist und sie sich in deren Energiebereich im Rahmen der s- und p-Wellen-Näherung beschreiben läßt, handelt es sich bei den zu bestimmenden Multipolen um die s-Welle  $E_{0+}$  und die drei p-Wellen  $M_{1+}$ ,  $E_{1+}$  und  $M_{1-}$ . Es stellt sich weiterhin heraus, daß erst die Hinzunahme der Photonasymmetrie  $\Sigma$  eine genaue Bestimmung des  $R_{EM}$ -Verhältnisses ermöglicht, weshalb die Produktion neutraler Pionen mit linear polarisierten Photonen benutzt wird. Die zur  $R_{EM}$ -Bestimmung vorgestellte  $\frac{C_{||}}{12A_{||}}$ - und  $\frac{C}{A}$ -Methode liefert am Resonanzpunkt bei  $E_{\gamma} = 340~MeV$  wegen der "Qualitäten" der  $\Delta(1232)$ -Resonanz die gewünschten reinen Isospinamplituden, wobei jeweils die Messung der vollen Polarwinkelverteilung entscheidend ist.

Demnach werden für das Experiment maßgebend benötigt:

- linear polarisierte reelle Photonen im gesamten Energiebereich der  $\Delta(1232)$ –
  Resonanz zur Messung der  $\pi^0$ –Photoproduktion und speziell der Photonasymmetrie als Polarisationsobservable,
- volle Polarwinkelakzeptanz für  $\pi^0$  und/oder Proton, um den kompletten Verlauf des differentiellen Wirkungsquerschnitts messen zu können,
- $\bullet$ ausreichende Azimutwinkelakzeptanz für  $\pi^0$  und/oder Proton zur Bestimmung der Photonasymmetrie.

# 4. Der experimentelle Status zu E2/M1

Das in Kapitel 5 vorgestellte Experiment zur Photoproduktion neutraler Pionen am Proton mit linear polarisierten Photonen im Bereich der Δ(1232)–Resonanz hat zwei Vorgängerexperimente, bei denen in diesem Energiebereich die Pionproduktion mit linear polarisierten Photonen untersucht wurde. Eine Messung fand in den Jahren 1991 bis 1994 an der Laser Electron Gamms Source (LEGS) am Brookhaven National Laboratory statt [Bla 97, Bla 01]. Ein weiteres Experiment wurde 1993/94 am MAinzer MIkrotron (MAMI) mit dem Detektor DAPHNE durchgeführt [Kra 96, Bec 97, Bec 00].

In beiden Fällen wurde gleichzeitig die Produktion neutraler und geladener Pionen am Wasserstoff in den Reaktionen  $p(\vec{\gamma}, \pi^0)p$  und  $p(\vec{\gamma}, \pi^+)n$  untersucht. Die maximalen Energie- und Polarwinkelbereiche, die von diesen Experimenten abgedeckt werden konnten, sind mit dem jeweiligen Ergebnis für das E2/M1-Verhältnis in Tabelle 4.1 zusammengestellt. Im Fall des LEGS-Ergebnisses entspricht der erste Fehler der Kombination aus statistischer und systematischer Unsicherheit und der zweite Fehler einer modellabhängigen Unsicherheit. Der erste Fehler des MAMI/DAPHNE-Ergebnisses zeigt die statistische Unsicherheit und der zweite Fehler die systematische Unsicherheit.

	LEGS (1991–1994)	MAMI/DAPHNE (1993/1994)
$E_{\gamma}$	$(213 - 334) \ MeV$	$(270 - 420) \ MeV$
$ heta_\pi^*$ o	$60^{\circ} - 150^{\circ}$	$70^{\circ} - 130^{\circ}$
$\theta_{\pi^+}^*$	$20^{\circ} - 170^{\circ}$	$40^{\circ} - 140^{\circ}$
(E2/M1) * 100	$(-3.07 \pm 0.26 \pm 0.24)$	$(-2.5 \pm 0.2 \pm 0.2)$

**Tabelle 4.1**: Maximal abgedeckte Energie- und CMS-Polarwinkelbereiche sowie die E2/M1-Verhältnisse der Experimente an LEGS und am MAMI mit dem Detektor DAPH-NE.

Im LEGS–Experiment wurden die linear polarisierten Photonen durch Laserphoton–Elektron–Compton–Rückstreuung ("laser backscattering") erzeugt. Mittels dieser Methode erreichte man im betrachteten Photonenenergiebereich zwischen 213 MeV und 333 MeV Polarisationsgrade der Photonen zwischen mindestens 75% am niederenergetischen Ende und annähernd 100% am maximal zugänglichen hochenergetischen Ende des  $\gamma$ –Spektrums. Darüber hinaus ließen sich diese Polarisationsgrade mit Kenntnis der Polarisation des verwendeten Laserlichtes sehr genau mit Hilfe der Theorie der Comptonstreuung berechnen.

Die Meßanordnung zum Nachweis der Reaktionsprodukte bestand einerseits aus mehreren hochauflösenden NaJ(Tl)–Detektoren zum Messen von  $\pi^0$ –Zerfallsphotonen, Rückstoßprotonen und geladenen Pionen. Andererseits wurde die

Spur der Rückstoßprotonen mit Drahtkammern rekonstruiert und ihre Energie durch die Flugzeitmethode mittels einer Matrix von Plastikszintillatorbalken ermittelt. Diese Anordnung wurde zur Vergrößerung des meßbaren Winkelbereichs in drei geometrischen Einstellungen eingesetzt, wobei durch die Wahl geeigneter Überlappbereiche die drei unabhängigen Messungen auf ihre gegenseitige Verträglichkeit untersucht werden konnten.

In der Messung mit dem Detektor DAPHNE am MAMI wurden die linear polarisierten Photonen im Prozeß der kohärenten Bremsstrahlung an einem Diamantkristall erzeugt. Dieses Verfahren, das in Kapitel 5 näher erläutert wird, lieferte im Energiebereich zwischen 270 MeV und 420 MeV Polarisationsgrade der Photonen von 25% bis zu maximal 40%, wobei die Bestimmung dieser Polarisationsgrade prinzipiell nicht so einfach möglich ist, wie im Fall des "Laser-Backscatterings".

Der Detektor DAPHNE (Détecteur à grande Acceptance pour la PHysique photoNucléaire Expérimentale) [Aud 91] deckt mit einem zylindersymmetrischen Aufbau etwa 94% des vollen Raumwinkels ab. Er ist auf den Nachweis geladener Teilchen spezialisiert. Dabei schließen sich an drei konzentrische Vieldrahtproportionalkammern zur Spurrekonstruktion geladener Teilchen sechs Ebenen von Plastikszintillatoren zur Energiebestimmung und Teilchenidentifikation an, wobei die letzten drei Ebenen zum besseren Nachweis von Photonen als Sandwichdetektoren mit Blei- und Aluminiumkonvertern ausgestattet sind.

DAPHNE besitzt volle Azimutwinkelakzeptanz, wodurch der Detektor nach Abschnitt 3.2.3 besonders zur Messung der Photonasymmetrie  $\Sigma$  geeignet ist.

Da die simultan gemessenen Reaktionen  $p(\vec{\gamma}, \pi^0)p$  und  $p(\vec{\gamma}, \pi^+)n$  jeweils über das geladene Teilchen identifiziert wurden, war, speziell im Fall der  $\pi^0$ -Produktion, der meßbare Polarwinkelbereich stark eingeschränkt, da das nachzuweisende Proton erst ab einer kinetischen Energie von  $T_p=23~MeV$  das Wasserstofftarget verlassen und in DAPHNE detektiert werden konnte.

Die in Tabelle 4.1 zusammengestellten Ergebnisse für das E2/M1–Verhältnis zeigen einen leichten Unterschied zwischen der LEGS– und der MAMI/DAPHNE– Messung. Dieser beruht auf abweichenden Ergebnissen für die differentiellen Wirkungsquerschnitte. Abbildung 4.1 zeigt den Vergleich beider Datensätze für den differentiellen Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion neutraler Pionen bei einem festen CMS–Polarwinkel von  $\theta_{\pi^0}^* = 90^\circ$ . Die eingezeichnete Kurve stammt aus einer dispersionstheoretischen Analyse (DR) der MAMI/DAPHNE–Daten von O. Hanstein et al. [Han 96, Han 98]. Nach dieser Multipolanalyse beträgt das E2/M1– Verhältnis  $(-2.5 \pm 0.1)\%$ .

In den Absolutwerten der beiden experimentellen Wirkungsquerschnitte erkennt man eine Abweichung bis zu etwa 12.5%. Die Tatsache, daß dieser Unterschied mit der Annäherung an die  $\Delta(1232)$ –Resonanz energieabhängig anwächst, hat daher einen Einfluß auf die extrahierten resonanten Amplituden der  $\Delta$ –Resonanz  $M_{1+}^{3/2}$  und  $E_{1+}^{3/2}$ .

In der Darstellung der Winkelverteilungen der differentiellen Wirkungsquerschnitte in Abbildung 4.2 sieht man, daß sich beide Experimente nicht nur in den Absolutwerten, sondern auch in der Form der Winkelverteilung unterscheiden. Dieses

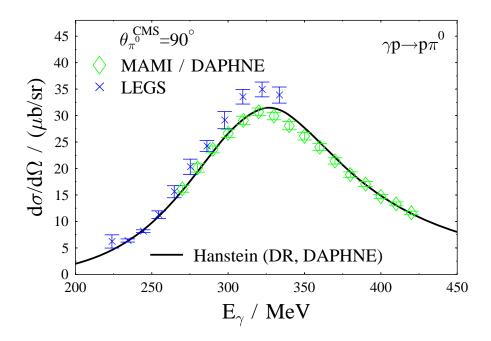
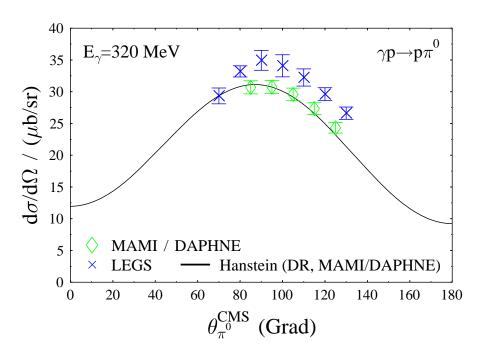


Abbildung 4.1: Vergleich zwischen LEGS und MAMI/DAPHNE bzgl. des differentiellen Wirkungsquerschnitts der  $\pi^0$ -Photoproduktion bei festem CMS-Polarwinkel  $\theta_{\pi^0}^* = 90^\circ$ . Die Kurve stammt aus einer dispersionstheoretischen Analyse der MAMI/DAPHNE-Daten durch Hanstein et al.

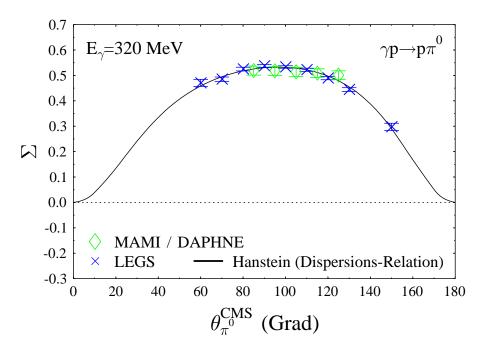
schlägt sich unmittelbar auf die A–, B– und C–Koeffizienten der in Abschnitt 3.2.2 eingeführten Parametrisierung des Wirkungsquerschnitts nieder und beeinflußt demzufolge nach Gleichung 3.87 das  $R_{EM}$ –Verhältnis.

Vergleicht man beide Experimente im Hinblick auf die gemessenen Photonasymmetrien, so zeigt sich allgemein – wie in Abbildung 4.3 für  $E_{\gamma}=320~MeV$  – eine gute Übereinstimmung.

Die Unterschiede in den Ergebnissen der LEGS- und der MAMI/DAPHNE-Messung waren eine zusätzliche Motivation für ein neues Experiment am MAMI.



**Abbildung 4.2**: Vergleich zwischen LEGS und MAMI/DAPHNE bzgl. des differentiellen Wirkungsquerschnitts der  $\pi^0$ -Photoproduktion für  $E_{\gamma}=320~MeV$ .



**Abbildung 4.3**: Vergleich zwischen LEGS und MAMI/DAPHNE bzgl. der Photonasymmetrie der  $\pi^0$ -Photoproduktion für  $E_{\gamma}=320~MeV$ .

### 5. Der experimentelle Aufbau

Die dieser Arbeit zugrundeliegende Messung zur Photoproduktion neutraler Pionen am Proton mit linear polarisierten Photonen im Bereich der  $\Delta(1232)$ -Resonanz wurde in den Kapiteln 2 und 3 physikalisch und theoretisch motiviert. Im folgenden werden die einzelnen experimentellen Komponenten dieses Experiments dargestellt.

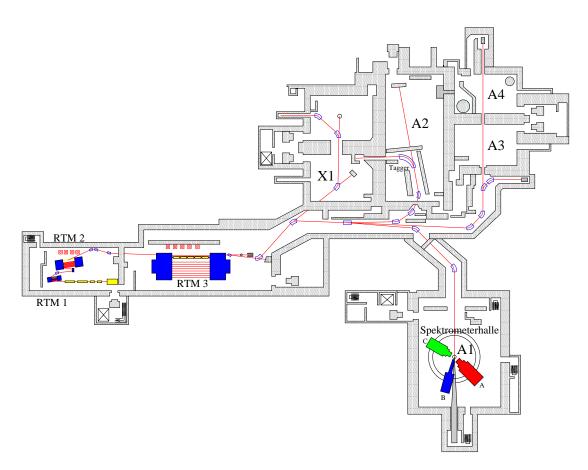
Mit der Vorstellung des Mainzer Elektronenbeschleunigers MAMI (Abschnitt 5.1) und der Photonenmarkierungsanlage (Glasgow-Tagger) (Abschnitt 5.2) werden zunächst die beiden Standardwerkzeuge zur Produktion hochenergetischer, monochromatischer Photonen vorgestellt. Danach wird die Erzeugung linear polarisierter Photonen im Energiebereich der  $\Delta(1232)$ -Resonanz erläutert (Abschnitt 5.3). Nach einer Zusammenfassung der Grundlagen der kohärenten Bremsstrahlung (Abschnitt 5.3.1) wird auf die Beschreibung des eingesetzten A2-Goniometers eingegangen (Abschnitt 5.3.2). Daran schließt sich eine Darstellung des Aufbaus und der Funktionsweise des verwendeten Photonenspektrometers TAPS (Abschnitt 5.5) an. Mit den insgesamt 504 individuellen  $BaF_2$ -Szintillatoren dieses Detektors, die um ein 10 cm langes Wasserstofftarget (Abschnitt 5.4) angeordnet waren, erfolgte die Identifikation des produzierten  $\pi^0$ -Mesons über den Nachweis seiner beiden Zerfallsphotonen. Im Anschluß an einen Abschnitt zur Meßelektronik und Datenerfassung (Abschnitt 5.6) endet das Kapitel mit einer Zusammenfassung der wichtigsten Parameter zur Experimentdurchführung.

#### 5.1 Der Elektronenbeschleuniger

Der Mainzer Elektronenbeschleuniger MAMI (**MA**inzer **MI**krotron) besteht in seiner jetzigen Ausbaustufe (MAMI B) (siehe Abbildung 5.1) aus vier normalleitenden, linearen Hochfrequenzbeschleunigungsstufen. Die Hohlraumresonatoren (engl.: cavities) dieser Beschleunigungssektionen werden alle durch 2.5~GHz–Klystrone mit Leistung versorgt.

Elektronen aus einer 100 keV-Gleichstrom-Kanone werden in an die Beschleunigerfrequenz angepaßte Elektronenpakete (Microbunches) im zeitlichen Abstand von 0.4 ns vorverdichtet und in einen Linearbeschleuniger ("Injektorlinac") gebracht. Diese Vorbeschleunigerstufe bringt die Elektronen auf eine Energie von 3.45 MeV. Damit sind die Elektronen hinreichend relativistisch, um in die sich anschließende Kaskade aus drei Rennbahn-Mikrotronen (engl.: Race Track Microtrons = RTM) injiziert zu werden.

Das Prinzip des Rennbahn-Mikrotrons beruht auf der mehrmaligen Benutzung einer Linearbeschleunigerstruktur durch die Rückführung der Elektronen mit Hilfe zweier 180°-Umlenk-Dipole homogener Feldstärke. Aufgrund des Energiegewinns pro Beschleunigungsprozeß vergrößern sich die Radien der Elektronenbahnen in den



**Abbildung 5.1**: Der Übersichtsplan des Mainzer Mikrotons MAMI (MAMI B) und der angrenzenden Experimentierhallen.

Beschleunigerstufe	Linac	RTM1	RTM2	RTM3	
Endenergie / MeV	3.45	14.35	179.7	855.0 (882.0)	
Zahl der Klystrone	1	1	2	5	
Anzahl der Unläufe		18	51	90	
Energiegewinn pro Umlauf / MeV		0.599	3.24	7.50	
Energiebreite / keV		$\pm 9$	$\pm 18$	$\pm 60$	
Magnetfeldstärke / T		0.1026	0.555	1.284	
vertikale Emittanz / $(\pi \cdot mm \cdot mrad)$		< 0.17	< 0.014	$\leq 0.04$	
horizontale Emittanz / $(\pi \cdot mm \cdot mrad)$		< 0.17	< 0.014	$\leq 0.14$	
Gewicht eines Magneten / t		1.3	43	450	
Tastverhältnis	100 %				
Maximaler Strahlstrom / $\mu A$		100			

**Tabelle 5.1**: Die wesentlichen Parameter des Elektronenbeschleunigers MAMI (aus [Jah 91]).

Umlenkmagneten für jeden Umlauf, so daß Elektronen unterschiedlicher Energie in verschiedenen Bahnen laufen. Eine geeignete Synchronisation sorgt für die gleiche Phase der Elektronen in der Hochfrequenzstruktur (Mikrotron-Bedingung) und ermöglicht somit die Beschleunigung aller Elektronen. Durch die mehrfache Verwendung derselben Beschleunigerstruktur läßt sich die notwendige Beschleunigungsleistung so effektiv nutzen, daß sie im Dauerbetrieb eingesetzt werden kann (continuous wave=cw). Damit liefert die Maschine einen kontinuierlichen Strahl hochenergetischer Elektronen. MAMI ist somit als Dauerstrichelektronenbeschleuniger optimal für Koinzidenzexperimente geeignet, da mit dem Tastverhältnis (engl.: duty factor) von 100% zufällige Koinzidenzen am effektivsten unterdrückt werden können.

Über ein Strahlführungssystem werden die hochenergetischen Elektronen in die Experimentierhallen transportiert. Dabei kann ihre Energie durch variable Auskopplung aus dem dritten Mikrotron zwischen der Endenergie des RTM2 von 180 MeV und der Standardendenergie des RTM3 von 855 MeV in 15 MeV–Schritten variiert werden. Durch eine Anhebung der Beschleunigerleistung und der Magnetfeldstärke im dritten Mikrotron läßt sich die maximale Endenergie unter zusätzlicher Belastung der Beschleunigungsstrukturen bis auf 882 MeV steigern. Für das hier beschriebene Experiment wurde die Elektronenendenergie von 855 MeV benutzt.

Neben dem optimalen Tastverhältnis zeichnet sich die hohe Strahlqualität am MAMI durch eine äußerst geringe Energiebreite von  $\Delta E/E \approx 10^{-4}$  und sehr niedrige Strahlemittanzen von  $0.04~\pi \cdot mm \cdot mrad$  vertikal bzw.  $0.14~\pi \cdot mm \cdot mrad$  horizontal aus.

Am MAMI steht darüber hinaus eine Quelle polarisierter Elektronen zur Verfügung, die Elektronen mit einem Polarisationsgrad von bis zu 80% liefert und Experimente mit hochenergetischen polarisierten Elektronen ermöglicht.

Eine weitere Ausbaustufe für den Mainzer Elektronenbeschleuniger (MAMI C) befindet sich im Aufbau. Nach ihrer Fertigstellung im Jahr 2004 können Elektronen auf eine Endenergie von 1.5~GeV beschleunigt werden.

Zur ausführlichen Beschreibung des MAMI sei z.B. auf [Her 86, Wal 90, Fri 91, Ahr 94] verwiesen.

#### 5.2 Die Photonenmarkierungsanlage

Zur Untersuchung photonuklearer Prozesse wird der Elektronenstrahl am MAMI durch Bremsstrahlung mittels einer Photonenmarkierungsanlage (im folgenden als Glasgow-Tagger oder Tagger bezeichnet; vom englischen Verb to tag = markieren) in einen Strahl hochenergetischer, energiemarkierter und damit quasimonochromatischer Photonen umgewandelt. Der Glasgow-Tagger – in Abbildung 5.2 schematisch dargestellt – ist ein breitbandiges magnetisches Elektronenspektrometer zur Bestimmung der Elektronenenergie nach der Abstrahlung eines Photons.

Der Elektronenstrahl trifft auf ein Bremsstrahlungstarget (Radiator, standardmäßig eine dünne Nickelfolie der Dicke  $d\approx 4~\mu m$ , welches etwa  $10^{-4}$  Strahlungslängen entspricht). Durch die Beschleunigung im Coulomb–Feld der Kerne des Radiatormaterials emittieren die hochenergetischen Elektronen ein kontinuierliches

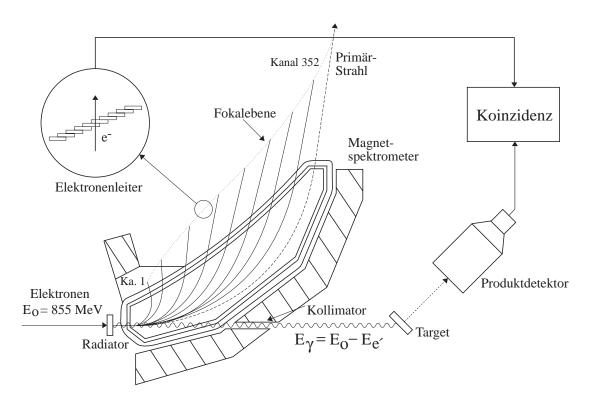


Abbildung 5.2: Der Glasgow-Tagger am MAMI.

Bremsstrahlungsspektrum (siehe Abbildung 5.3) gemäß:

$$e^- + Kern \longrightarrow e^{-'} + Kern + \gamma$$
.

Da der Kern im Vergleich zum Elektron eine große Masse besitzt, übernimmt er in diesem Prozeß nur Impuls, während die Rückstoßenergie im Bereich von nur wenigen keV vernachlässigbar ist. Mit der bekannten Elektroneneinschußenergie  $E_0$  gilt demnach die Energiebilanz:

$$E_0 = E_{e^{-'}} + E_{\gamma} \,, \tag{5.1}$$

wobei  $E_{e^{-'}}$  die Energie des gestreuten Elektrons und  $E_{\gamma}$  die Energie des abgestrahlten Photons ist.

Die Energie- und die Winkelverteilung des Bremsstrahlungsspektrums können in einfacher Näherung beschrieben werden durch:

$$\frac{d\sigma}{dE_{\gamma}} \sim \frac{1}{E_{\gamma}} \tag{5.2}$$

und

$$\frac{d\sigma}{d\theta_{\gamma}} \propto \frac{\theta_{\gamma}}{\theta_{\gamma}^{2} + \theta_{c}^{2}} \,. \tag{5.3}$$

Die Energie der Bremsstrahlungsphotonen liegt demnach zwischen Null und der Einschußenergie der einlaufenden Elektronen  $E_0$ , wobei die Energieverteilung die

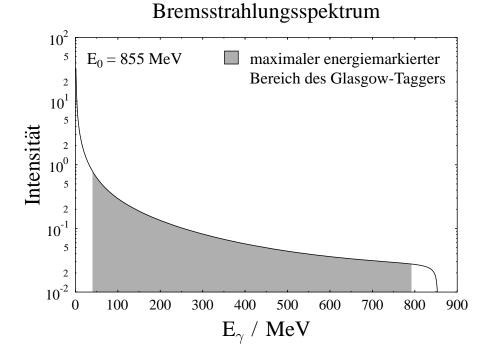


Abbildung 5.3: Energieverteilung der Bremsstrahlungsphotonen.

charakteristische  $1/E_{\gamma}$ -Abhängigkeit aufweist, wie in Abbildung 5.3 dargestellt. Die Winkelverteilung wird maßgebend durch den charakteristischen Winkel

$$\sqrt{\langle \theta_{\gamma}^2 \rangle} \simeq \theta_c = \frac{1}{\gamma} = \frac{m_e}{E_0}$$
 (5.4)

beschrieben. Innerhalb dieses Winkels werden etwa 50% der Bremsstrahlungsphotonen in Vorwärtsrichtung emittiert. Große Photonenwinkel treten nur mit kleiner Wahrscheinlichkeit auf. Für die maximale MAMI–Energie von 855 MeV beträgt der charakteristische Winkel  $\theta_c=0.6~mrad$ .

Auch die gestreuten Elektronen werden nach vorwärts emittiert. Für sie ist der charakteristische Winkel gegeben durch:

$$\sqrt{\langle \theta_{e^-}^2 \rangle} \simeq \theta_c^e = \frac{E_{\gamma}}{E_{e^{-'}}} \cdot \sqrt{\langle \theta_{\gamma}^2 \rangle} \,. \tag{5.5}$$

Sein Maximalwert beträgt im Extremfall hoher Photonen– und niedriger Elektronenenergien  $\theta_c^e \approx 7.5 \ mrad$ .

Über die Energiebilanz nach Gleichung 5.1 läßt sich das Bremsstrahlungsquant unter Kenntnis der Energie des gestreuten Elektrons  $E_{e^{-\prime}}$  energiemarkieren. Hierzu muß man das Bremsstrahlungsphoton bzw. das durch dieses erzeugte Reaktionsprodukt koinzident mit dem zugehörigen Bremsstrahlungselektron nachweisen (siehe Abbildung 5.2). Die Energie des gestreuten Elektrons wird mit Hilfe des Magnetspektrometers bestimmt. Dabei werden die Elektronen im Magnetfeld eines Dipols

großer Akzeptanz (5%  $\leq$   $(p_{e^{-'}}/p_0) \leq$  93%) impulsselektiert abgelenkt und in einem ortsauflösenden Detektorsystem (Elektronenleiter) nachgewiesen. Diejenigen Elektronen, die ohne Wechselwirkung den Bremsstrahlungsradiator passieren, werden vom Dipolfeld in die benachbarte Experimentierhalle abgelenkt und dort in einem Faradaybecher gestoppt.

Die Elektronenleiter des Spektrometers besteht aus 353 einzelnen, 2 mm dicken Plastikszintillatoren, die je zur Hälfte überlappen und zur Unterdrückung von Untergrund- und Dunkelstromereignissen in Koinzidenz geschaltet sind. Hierdurch werden 352 Taggerkanäle definiert. Die Plastikdetektoren sind – soweit möglich – senkrecht zu den Trajektorien der Elektronen angeordnet, wodurch man einen optimalen Überlapp zwischen benachbarten Detektoren gewährleistet. Die Dispersion des Spektrometers ist nicht konstant. Um etwa die gleiche absolute Energieauflösung für alle Kanäle zu haben, variieren die einzelnen Szintillatoren in ihrer individuellen Breite zwischen 9 mm und 32 mm. Bei einer Einschußenergie von  $E_0 = 855 \ MeV$  ergibt sich die Auflösung zu etwa 2 MeV pro Taggerkanal. Da die intrinsische Auflösung des Spektrometers etwa 100 keV beträgt, wurde die Taggerleiter ca. 5 cm hinter der Fokalebene montiert. Dadurch besteht prinzipiell die Möglichkeit, unmittelbar in der Fokalebene ein hochauflösenderes Detektorsystem zu installieren (siehe z.B. [Rei 99]).

Simultan zur Energiemarkierung der Bremsstrahlungsphotonen dient die Elektronenleiter des Taggers auch zur Messung des im Experiment verwendeten Photonenflusses. Für diesen Zweck ist jeder der 352 Taggerkanäle mit einem Zähler ausgestattet, der die Gesamtzahl der im betrachteten Kanal nachgewiesenen Elektronen erfaßt  $(N_{e^-}(i), i=\text{Taggerkanalnummer})$ . Allerdings läßt sich nicht jedem in der Taggerleiter detektierten Elektron ein energiemarkiertes Photon am Reaktionsort zuordnen. Hauptgrund hierfür ist die notwendige Kollimation des Photonenstrahls. Da der Reaktionsort bis zu 20 m vom Bremsstrahlungsradiator entfernt liegen kann, muß der Photonenstrahl eingeschränkt werden, um einen auf das Reaktionstarget begrenzten Strahlfleck zu erhalten. Darüber hinaus wirkt sich die Wahl des Kollimators auf den Polarisationsgrad der in Abschnitt 5.3 betrachteten kohärenten Bremsstrahlung aus. Außerdem können auch durch strahlungsfreie Prozesse im Radiator wie etwa durch Møllerstreuung  $(e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-)$  Elektronen in die Elektronenleiter gelangen.

Die Zahl der koinzident mit einem Elektron in der Taggerleiter auf das Target treffenden Photonen  $N_{\gamma}^{coin}(i)$  ist der Zahl der nachgewiesenen Elektronen  $N_{e^-}(i)$  proportional:  $N_{\gamma}^{coin}(i) = \varepsilon_{tag}(i) \, N_{e^-}(i)$ , mit  $\varepsilon_{tag}(i) < 1$ .

$$\varepsilon_{tag}(i) = \frac{N_{\gamma}^{coin}(i)}{N_{e^{-}}(i)} \tag{5.6}$$

ist die Photonenmarkierungseffizienz (engl.: tagging-efficiency). Zur Absolutbestimmung dieser wichtigen Größe stellt man einen ausreichend dimensionierten, totalabsorbierenden Photonendetektor unmittelbar in den Photonenstrahl und mißt direkt die Anzahl koinzident mit der Elektronenleiter nachgewiesener Photonen  $N_{\gamma}^{coin}(i)$ . Im hier beschriebenen Experiment wurde dafür ein BGO(Bismuth-Germanat)-Detektor benutzt, der bei Zählraten von nur wenigen kHz und dementsprechend

bei niedriger Intensität des Photonenstrahls betrieben werden konnte. Die Absolutmessung der Tagging-Efficiency war daher nur in speziellen Eichmessungen und nicht fortlaufend während der gesamten Meßdauer möglich. Zur Überwachung der Tagging-Efficiency, die sich im Verlauf des Experiments z.B. aufgrund leichter Strahlablagen des einlaufenden Elektronenstrahls auf dem Bremsstrahlungsradiator verändern kann, benutzt man einen Relativmonitor. Als solcher dient eine Ionisationskammer, die unmittelbar vor dem Photonenstrahlfänger steht und mit dem Verhältnis ihres Signals zur Zählrate der Elektronenzähler ein relatives Maß für die zeitliche Änderung der Tagging-Efficiency liefert (siehe Abschnitt 6.3).

Der vom Glasgow–Tagger energiemarkierte integrale Photonenfluß wird durch die maximal zulässigen Zählraten der Einzeldetektoren der Taggerleiter limitiert. Um für die Photomultiplier dieser Detektoren akzeptable Lebensdauern zu gewährleisten, begrenzt man die tolerierbare Einzelzählrate auf 1 MHz. Wegen der  $1/E_{\gamma}$ –Abhängigkeit der Energieverteilung des Bremsstrahlungsspektrums wird diese 1 MHz–Grenze nur vom Taggerdetektor mit der höchsten Elektronen– und dementsprechend mit der niedrigsten Photonenenergie erreicht. Besteht für ein Experiment kein Interesse an niedrigen Photonenenergien, so läßt sich der markierte Photonenfluß effektiv durch das Abschalten der Photomultiplierhochspannung entsprechend verzichtbarer Taggerdetektoren erhöhen. Im Fall des hier beschriebenen Experiments konnte auf markierte Photonen unterhalb von 200 MeV verzichtet werden, woraufhin die Taggerkanäle 285-352 abgeschaltet wurden und man einen integralen Fluß energiemarkierter Photonen von etwa  $10^8~Hz$  erreichte.

Detaillierte Angaben zum Design und zum Aufbau des Glasgow-Taggers findet man z.B. in [Ant 91, Hal 96].

#### 5.3 Die Erzeugung linear polarisierter Photonen

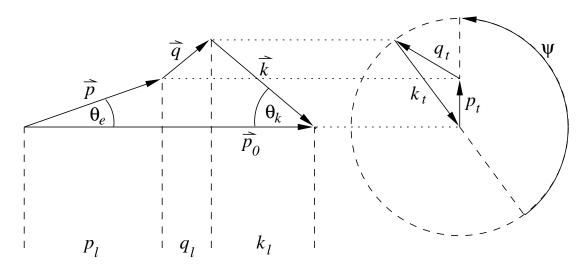
Unter den experimentellen Gegebenheiten am Strahl reeller Photonen am MAMI mit dem Glasgow-Tagger zur Energiemarkierung von Bremsstrahlungsphotonen bietet sich zur Erzeugung linear polarisierter Photonen der Prozeß der kohärenten Bremsstrahlung an.

Bei dieser Methode kombiniert man die Bedingungen, die die Kinematik der Bremsstrahlung für den Rückstoßimpuls auf den Kern des Bremsstrahlungsmaterials aufstellt, mit Struktureigenschaften des verwendeten Radiators. Benutzt man einen Radiator mit ausgezeichneter Struktur, wie z.B. einen Diamanteinkristall, so läßt sich der kinematisch erlaubte Impulsübertrag unter anderem auch kohärent vom gesamten Radiatorkristall aufnehmen. Im Fall eines solchen kohärenten Bremsstrahlungsprozesses schwingt der elektrische Feldvektor  $\vec{E}$  der erzeugten Photonen in einer ausgezeichneten Ebene. Diese wird vom Impuls des einlaufenden Elektrons und vom Rückstoßimpuls aufgespannt, der durch die Kinematik des Prozesses und die Struktur des Radiators fest vorgegeben ist. Durch geeignete Ausrichtung des Radiator–Kristalls zum einlaufenden Elektronenstrahl läßt sich ein Photonenenergiebereich auswählen, in dem Photonen kohärent erzeugt werden und eine Linearpolarisation besitzen.

#### 5.3.1 Die theoretischen Grundlagen der kohärenten Bremsstrahlung

Die Theorie der kohärenten Bremsstrahlung ist seit langem bekannt [Übe 56, Tim 69] und wurde in einer Reihe von Arbeiten bereits ausführlich vorgestellt [Pei 89, Loh 92, Ram 95, Sch 95]. Ihre Grundlagen werden daher im folgenden ohne Herleitung zusammengefaßt, wobei das natürliche Einheitensystem mit  $\hbar = c = m_e = 1$  zu Grunde gelegt wird.

Abbildung 5.4 zeigt in einem Vektordiagramm die maßgebenden Impulse und Winkel der Bremsstrahlungskinematik.



**Abbildung 5.4**: Zur Kinematik der Bremsstrahlung:  $\vec{p}_0 =$  Impuls des einlaufenden Elektrons,  $\vec{p} =$  Impuls des auslaufenden Elektrons,  $\vec{k} =$  Impuls des Bremsstrahlungsphotons,  $\vec{q} =$  Rückstoßimpuls des Kerns. Die Indizes l und t bezeichnen die longitudinalen und transversalen Komponenten der betrachteten Impulse bzgl.  $\vec{p}_0$ .

Wegen der Rotationssymmetrie des Bremsstrahlungsprozesses bzgl. der Impulsrichtung des einlaufenden Elektrons bietet sich die Zerlegung der Impulse in die entsprechenden longitudinalen und transversalen Komponenten an. Die longitudinale Komponente des Rückstoßimpulses  $q_l$  besitzt für  $\theta_e = \theta_k = 0$  eine scharfe untere Grenze. In diesem Fall wird das Bremsstrahlungsphoton praktisch in Richtung des einlaufenden Elektrons unter extremem Vorwärtswinkel emittiert und die transversale Komponente verschwindet  $(q_t = 0)$ . Diese untere Grenze wird mit  $\delta$  bezeichnet und hängt von den Energien des einlaufenden Elektrons  $E_0$ , des auslaufenden Elektrons E und des abgestrahlten Photons k ab. Führt man die relative Photonenenergie  $x = k/E_0$  ein, so gilt in guter Näherung:

$$\delta(x) := q_l^{min} = \frac{k}{2E_0 E} = \frac{1}{2E_0} \frac{x}{1-x} . \tag{5.7}$$

Man erkennt, daß  $\delta(x)$  mit steigender Photonenenergie bei fester Einschußenergie zunimmt.

Ausgehend von diesem definierten Minimum wächst  $q_l$  mit größer werdendem Photonemissionswinkel  $\theta_k$  an, ohne daß ein scharfes Maximum für  $q_l$  existiert. Betrachtet man für  $\theta_k$  zur Abschätzung des Verhaltens von  $q_l$  und  $q_t$  maximal den charakteristischen Photonwinkel  $\theta_c$  gemäß Gleichung 5.4, ergibt sich als obere Grenze der longitudinalen Komponente des Rückstoßimpulses:

$$q_l^{max} \simeq \frac{1}{E_0} \frac{x}{1-x} = 2\delta \ .$$
 (5.8)

Während man somit

$$\delta \le q_l \le 2\delta \tag{5.9}$$

erhält, gilt für die transversale Komponente des Rückstoßimpulses:

$$0 \le q_t \le 2x \ . \tag{5.10}$$

Der kinematisch erlaubte Bereich des Rückstoßimpulses wird daher im Impulsraum auf einen Bereich eingeschränkt, der senkrecht zum Impuls des einlaufenden Elektrons im Abstand  $\delta$  vom Ursprung mit einer scharfen unteren Grenze beginnt und eine "Dicke" von etwa  $\delta$  aufweist (siehe Abbildung 5.5).

Weil die transversale Komponente des Rückstoßimpulses wesentlich größer als die longitudinale Komponente werden kann  $(q_l \ll q_t)$ , muß in einer verallgemeinerten Betrachtung zur Herleitung von  $q_l^{min}$  die Forderung  $q_t = 0$  aufgegeben werden und man erhält die modifizierten Grenzen des erlaubten Rückstoßimpulses:

$$\delta + \frac{q_t^2}{2E_0} \le q_l \le \frac{\delta}{x} \tag{5.11}$$

und

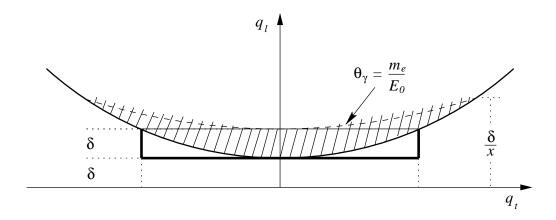
$$0 \le q_t \le 1 \ . \tag{5.12}$$

Auch hier ist die untere Grenze von  $q_l$  als scharf zu betrachten im Gegensatz zur oberen Grenze.

Dargestellt ist der kinematisch erlaubte Bereich des Impulsübertrags in Abbildung 5.5. Dabei erinnert die schraffiert eingezeichnete Form für den verallgemeinerten Fall an einen Pfannkuchen (engl. = pancake [Übe 56]), weshalb man diesen Bereich auch allgemein als Pancake bezeichnet. Wegen  $q_l \ll q_t$  ist in dieser Darstellung die  $q_t$ -Achse entsprechend stark gestaucht, so daß zur vereinfachten Anschauung der Pancake in seiner angenäherten Form nach den Gleichungen 5.9 und 5.10 betrachtet werden kann.

Wählt man als Bremsstrahlungsradiator einen Diamant, dessen Kristallstruktur durch eine extreme Härte charakterisiert ist, so werden im vom Pancake beschriebenen Bereich der erlaubten Rückstoßimpulse bestimmte Impulsüberträge nochmals besonders ausgezeichnet.

Kristalle werden durch Raumgitter beschrieben. Sie geben den Bauplan wieder, nach dem sich identische Atomgruppen in periodischer Weise zu einem Gesamtobjekt zusammensetzen. Die Lage der einzelnen Atome im Ortsraum (Kristallgitter) wird durch Gittervektoren  $\vec{r}$  ausgedrückt, deren Basisvektoren den drei Kristallachsen



**Abbildung 5.5**: Der kinematisch erlaubte Bereich des Impulsübertrags = Pancake (schraffiert). Wegen  $q_l \ll q_t$  ist zur besseren Anschauung die angenäherte Form (Rechteck) gerechtfertigt.

entsprechen. Zur Betrachtung des Impulsübertrags beim Prozeß der Bremsstrahlung an einem Kristall wechselt man durch Fouriertransformation des Kristallgitters in den Impulsraum. Jeder Gittervektor des Ortsraums wird in einen reziproken Gittervektor  $\vec{g}$  transformiert (reziprokes Gitter). Analog zur Beugung von  $\gamma$ -Strahlen an Kristallen ergibt sich auch für den betrachteten Bremsstrahlungsprozeß eine Bragg-Bedingung, wonach ein ideal starrer Kristall nur solche Impulsüberträge aufnehmen kann, die einem reziproken Gittervektor entsprechen:

$$\vec{q} = \vec{g} . \tag{5.13}$$

Das bedeutet, daß die Wechselwirkung in diesem Fall konkret nur an das jeweils passende Gitteratom "angreifen" kann, der Impulsübertrag über die starre Kristallstruktur allerdings gleichzeitig an das gesamte Gitter weitergegeben wird. Das emittierte Bremsstrahlungsphoton resultiert daher aus einem kohärenten Streuprozeß, an dem viele Kristallatome gleichmäßig beteiligt sind. Deshalb verwendet man den Begriff "kohärente Bremsstrahlung". Diesen kohärenten Prozeß bezeichnet man analog zum Mößbauer-Effekt als rückstoßfrei, weil das Massenverhältnis zwischen dem zu betrachtenden gesamten Kristallgitter und dem einlaufenden Elektron gegen  $\infty$  strebt und die resultierende Rückstoßenergie entsprechend verschwindet.

Im Fall eines ideal starren Kristalls entsprechen die einzig erlaubten Impulsüberträge im Prozeß der Bremsstrahlung denjenigen reziproken Gittervektoren, die im kinematisch erlaubten Pancake liegen. Weil der Pancake nach Gleichung 5.9 in Abhängigkeit von der Photonenenergie durch den Impulsraum "wandert", ändert sich über die Energieverteilung des Bremsstrahlungsspektrums die Anzahl der im Pancake liegenden reziproken Gittervektoren und damit auch in kennzeichnender Weise die Intensität der kohärenten Bremsstrahlung. Mit wachsender Photonenenergie kommt es an der scharfen unteren Grenze des Pancakes (vgl. Gleichung 5.7) zum plötzlichen Verlassen eines reziproken Gittervektors aus dem kinematisch erlaubten Bereich, was zu einer abrupten Abnahme der kohärenten Bremsstrahlungsintensität führt. Das Bremsspektrum zeigt somit eine Diskontinuität. Die relative Photonen-

energie, bei welcher eine solche Diskontinuität auftritt, bezeichnet man mit  $x_d$ .

In der Realität gibt es keine vollständig starren Kristalle. Thermische Bewegungen und Nullpunktsschwingungen führen selbst bei tiefsten Temperaturen zu individuellen Auslenkungen der einzelnen Gitteratome. Dies bedeutet eine leichte Abweichung von der Periodizität des Gitters und führt zu einer Lockerung der idealen Kristallstruktur. In einem realen Kristall kann deshalb der Impulsübertrag auch ohne Beteiligung des gesamten Gitters auf ein einzelnes Atom abgegeben werden. In einem solchen Fall spircht man nicht mehr von einem kohärenten und rückstoßfreien Prozeß. Im Gegensatz zur kohärenten Bremsstrahlung sind in dieser Situation alle Impulsüberträge innerhalb des Pancakes erlaubt, wodurch sich im Bremsspektrum die charakteristische  $1/E_{\gamma}$ -Verteilung, wie in Abbildung 5.3 dargestellt, ergibt. Diese Art der Bremsstrahlung bezeichnet man als inkohärent.

Für den Prozeß der Bremsstrahlung an einem realen Kristall bestehen prinzipiell immer beide Möglichkeiten. Er kann entweder kohärent oder inkohärent erfolgen, weshalb sich die emittierte Strahlung stets aus zwei Beiträgen zusammensetzt:

$$d\sigma_{Kristall} = d\sigma_{koh} + d\sigma_{inkoh} . ag{5.14}$$

Die Wahrscheinlichkeit f für den rückstoßfreien und kohärenten Prozeß wird wiederum analog zum Mößbauer-Effekt durch den Debye-Waller-Faktor gegeben:

$$f(|\vec{q}|) = e^{-A(T,\Theta) q^2} , \qquad (5.15)$$

wobei die von der Temperatur T und der Debye-Temperatur  $\Theta$  abhängige Funktion A die mittlere thermische Auslenkung der Atome beschreibt.

Abbildung 5.6 zeigt den Vergleich der Bremsspektren eines Nickel-Radiators und eines Diamant-Kristalls. Die am metallisch und daher weniger starr gebundenen Nickel ausschließlich inkohärent erzeugte Bremsstrahlung zeigt die erwartete  $1/E_{\gamma}$ -Energieverteilung. Das Diamantspektrum zeigt auf einem ebensolchen inkohärenten Beitrag charakteristische Überhöhungen, die von kohärent erzeugten Photonen stammen. Dividiert man das Diamant- durch das Nickel-Spektrum, so ergibt sich die relative Bremsstrahlungsintensität. In deren Energieverlauf erkennt man die kohärenten Überhöhungen deutlich. Sie wachsen jeweils zu höheren Photonenenergien an, bevor sie an der Diskontinuität eines reziproken Gittervektors steil abfallen.

Der elektrische Feldvektor  $\vec{E}$  eines Bremsstrahlungsphotons schwingt in der Ebene  $(\vec{p_0}, \vec{q})$ , die vom Impuls des einlaufenden Elektrons  $\vec{p_0}$  und vom Rückstoßimpuls  $\vec{q}$  aufgespannt wird. Durch die Strahlrichtung ist  $\vec{p_0}$  vorgegeben. Weil im inkohärenten Fall alle Impulsüberträge innerhalb des Pancakes möglich sind, ist für das gesamte inkohärente Bremsspektrum keine  $(\vec{p_0}, \vec{q})$ -Rückstoßebene bevorzugt und man erhält für die abgestrahlten Photonen keine Polarisation. Im Pancake eines Radiator-Kristalls sind die reziproken Gittervektoren als Impulsüberträge in Betrag und Richtung ausgezeichnet und legen dementsprechend eine bevorzugte Rückstoßebene fest. Da es aber möglich ist, daß aufeinander senkrecht stehende reziproke Gittervektoren gleichzeitig im kinematisch erlaubten Bereich des Impulsübertrages liegen und sich ihre Polarisationsbeiträge gegenseitig kompensieren, ist auch bei kohärenter Bremsstrahlung nicht automatisch Linearpolarisation des Bremsspektrums gegeben. Durch

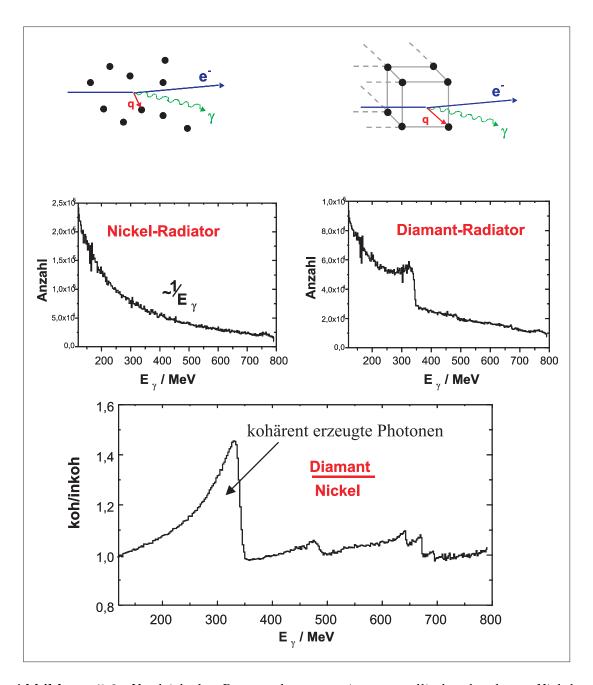


Abbildung 5.6: Vergleich der Bremsspektren an einem metallisch gebundenen Nickel-Radiator und an einem Diamant-Kristall. Im Energieverlauf der relativen Bremsstrahlungsintensität (Diamant/Nickel) treten durch die kohärent erzeugten Photonen deutlich charakteristische Überhöhungen auf. Diese fallen an der Diskontinuität zu höheren Photonenenergien hin steil ab.

die wohldefinierte Ausrichtung des Radiator-Kristalls zum einlaufenden Elektronenstrahl gelingt es jedoch, nur einen reziproken Gittervektor im Pancake zu belassen und somit eine einzige Rückstoßebene festzulegen. Das entsprechende Bremsspektrum bezeichnet man als Einpunktspektrum, in dessen kohärenten Überhöhungen die Bremsstrahlung Linearpolarisation aufweist. Die Apparatur zur geeigneten Positionierung des Kristalls ist das in Abschnitt 5.3.2 vorgestellte Goniometer.

Der Grad der Linearpolarisation  $P_{\gamma}$  läßt sich definieren über:

$$P_{\gamma} := \frac{d\sigma^{\parallel} - d\sigma^{\perp}}{d\sigma^{\parallel} + d\sigma^{\perp} + d\sigma^{inkoh}} \,. \tag{5.16}$$

Dabei bezeichnen  $d\sigma^{\parallel}$  und  $d\sigma^{\perp}$  die parallel bzw. senkrecht zur betrachteten Rückstoßebene polarisierten Strahlungsbeiträge,  $d\sigma^{inkoh}$  ist der inkohärente Strahlungsbeitrag. Letzterer ist – wie erwähnt – unpolarisiert, tritt in jedem Fall als Untergrund zur kohärenten Bremsstrahlung auf und sorgt für eine Verminderung des Polarisationsgrades.

Zur konkreten Bestimmung des Polarisationsgrades nutzt man dessen Zusammenhang mit den kohärenten und inkohärenten Anteilen an der Intensität der Bremsstrahlung. Für diese gilt analog zu Gleichung 5.14 in Abhängigkeit von der relativen Photonenenergie x:

$$I^{Kristall}(x) = I^{koh}(x) + I^{inkoh}(x) . (5.17)$$

Der Polarisationsgrad für ein Einpunktspektrum mit der Diskontinuität bei  $x_d$  ergibt sich zu:

$$P_{\gamma}(x, x_d) = \Phi(x, x_d) \frac{I^{koh}(x)}{I^{koh}(x) + I^{inkoh}(x)} \; ; \; x \le x_d \; . \tag{5.18}$$

Hierbei gilt für die Funktion  $\Phi(x, x_d)$ :

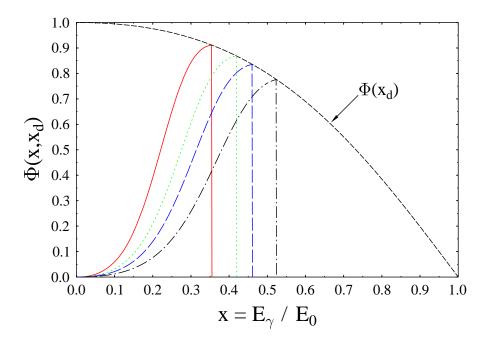
$$\Phi(x, x_d) = \frac{2x^2 Q^2}{1 - x} \left[ 1 + (1 - x)^2 - \frac{4x^2 Q^2}{1 - x} \left( \frac{1 - x}{xQ} - 1 \right) \right]^{-1} , \qquad (5.19)$$

$$mit Q = (1 - x_d)/x_d.$$

Diese Funktion gibt den zu erwartenden Polarisationgrad für den theoretischen Fall eines verschwindenden inkohärenten Strahlungsbeitrags an  $(I^{inkoh} \equiv 0)$ . Sie ist nur für relative Photonenenergien unterhalb der Diskontinuität  $(x \leq x_d)$  physikalisch relevant. Abbildung 5.7 zeigt die Funktion  $\Phi(x, x_d)$  am Beispiel der vier Kristalleinstellungen, die im hier beschriebenen Experiment verwendet wurden.  $\Phi(x, x_d)$  erreicht den Maximalwert an der Diskontinuität  $x_d$ . An dieser Stelle geht die Funktion über in:

$$\Phi(x_d) = \frac{2(1 - x_d)}{1 + (1 - x_d)^2} \,. \tag{5.20}$$

Der unvermeidliche inkohärente Beitrag im Bremsspektrum, der als unpolarisierter Untergrund die Linearpolarisation nach Gleichung 5.18 ausdünnt, kann durch Kollimation des erzeugten Photonenstrahls unterdrückt werden. Ermöglicht wird



**Abbildung 5.7**: Die Funktion  $\Phi(x, x_d)$  für vier konkrete Kristalleinstellungen. Die Einhüllende entspricht dem Maximalwert von  $\Phi(x, x_d)$ , der jeweils an der Diskontinuität  $x_d$  erreicht wird.

dies durch die unterschiedlichen Winkelverteilungen der kohärenten und der inkohärenten Bremsstrahlung. Wie am Fall der scharfen unteren Grenze des Pancakes zu erkennen war, wird die kohärente Bremsstrahlung vor allem unter extremen Vorwärtswinkeln ( $\theta_k \approx 0$ ) emittiert. Im Gegensatz dazu weist die inkohärente Bremsstrahlung eine gleichmäßigere und breitere Verteilung der Photonenemissionswinkel  $\theta_k$  auf (vgl. Gleichung 5.3). Daher gelingt es, inkohärent erzeugte Photonen durch einen geeigneten Kollimator ohne merklichen Einfluß auf den kohärenten Beitrag des Bremsspektrums aus dem Photonenstrahl zu filtern und somit dessen Polarisationsgrad zu erhöhen. Bei der Wahl des Kollimators ist seine Wirkung auf die Tagging–Efficiency nach Gleichung 5.6 und damit auf den vom Glasgow–Tagger gelieferten Fluß energiemarkierter Photonen zu berücksichtigen.

Die explizite Bestimmung des Polarisationsgrads der im Experiment benutzen Bremsstrahlung wird im Abschnitt 6.5 erläutert.

#### 5.3.2 Die Anwendung der kohärenten Bremsstrahlung

Aufgrund der Bedeutung von Polarisationsexperimenten wird seit 1993 linear polarisierte kohärente Bremsstrahlung am MAMI zur Untersuchung photoninduzierter Prozesse eingesetzt.

Die entscheidende Voraussetzung zur Erzeugung kohärenter Bremsstrahlung ist

nach dem vorangegangenen Abschnitt 5.3.1 die Möglichkeit, einen Radiator-Kristall beliebig in allen drei Raumrichtungen zu orientieren. Hierdurch gelingt es zunächst, den Kristall so zum einlaufenden Elektronenstrahl auszurichten, daß nur ein einziger reziproker Gittervektor im kinematisch erlaubten Bereich der Impulsüberträge liegt. Darüber hinaus kann durch wohldefinierte Positionierung des Kristalls die Diskontinuität des ausgewählten reziproken Gittervektors zu gewünschten Photonenenergien verschoben werden, so daß linear polarisierte Photonen in gezielt ausgesuchten Energiebereichen zur Verfügung gestellt werden können. Die Apparatur, die seit 1995 zur Orientierung des Radiator-Kristalls eingesetzt wird, ist das in [Sch 95] eingehend vorgestellte Goniometer, daß daher an dieser Stelle nur kurz beschrieben werden soll.

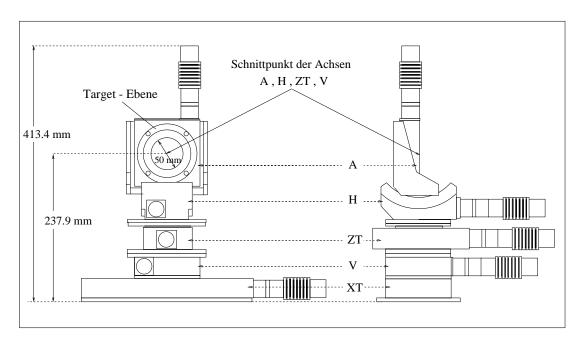


Abbildung 5.8: Der Aufbau des A2-Goniometers in Front- und Seitenansicht.

Abbildung 5.8 zeigt eine Skizze des A2-Goniometers, das am Radiatorort vor dem Glasgow-Tagger aufgebaut ist. Es verfügt über drei Drehtische (A, H, V), die die Orientierung in allen Raumrichtungen ermöglichen, sowie über zwei Translationstische, die zur Höheneinstellung des Kristalls bzw. zur horizontalen Verschiebung des gesamten Aufbaus senkrecht zum Elektronenstrahl dienen. Im einzelnen erlauben die Achsen folgende Bewegungen:

- A = Azimutale Achse: Drehung um eine zum Elektronenstrahl parallele Raumachse,
- H = Horizontale Achse: Drehung um eine zum Elektronenstrahl senkrechte horizontale Raumachse,
- V = Vertikale Achse: Drehung um eine zum Elektronenstrahl senkrechte vertikale Raumachse,

- ZT = Hubtisch: senkrechte Verschiebung vertikal zum Elektronenstrahl,
- XT = X-Tisch: Senkrechte Verschiebung horizontal zum Elektronenstrahl.

Im gemeinsamen Schnittpunkt der Achsen A, H, V und ZT ist ein 100  $\mu m$  dicker Diamant mit einer Fläche von  $6 \times 3 \ mm^2$  installiert. Um diesen exakt und reproduzierbar ausrichten zu können, besitzen die Stelltische des Goniometers die in Tabelle 5.2 angegebenen maximalen Fahrwege und Fahrgenauigkeiten.

Achse	maximaler Fahrweg	Fahrgenauigkeit
A	$360^{\circ}$	$0.01^{\circ}$
Н	±10°	$0.001^{\circ}$
ZT	$\pm 2 \ mm$	$0.0001\ mm$
V	±10°	$0.001^{\circ}$
XT	$150 \ mm$	0.001~mm

Tabelle 5.2: Fahrwege und Fahrgenauigkeiten der Goniometertische.

Diamant ist als Radiator-Kristall zur Erzeugung von kohärenter Bremsstrahlung besonders geeignet. Er besitzt einen großen Debye-Waller-Faktor (vgl. Anschnitt 5.3.1) wodurch der Anteil an kohärenter Bremsstrahlung im Bremsspektrum entsprechend hoch ausfällt. Diamant ist auch in extrem dünnen Schichten herzustellen und zu handhaben. Er verfügt über ein kubisches Kristallgitter, so daß seine Kristallachsen bzw. die Basisvektoren des reziproken Gitters paarweise aufeinander senkrecht stehen. Damit kommt das Diamantgitter dem Goniometer, dessen Achsen A, H und V ebenfalls paarweise senkrecht aufeinander ausgelegt sind, entgegen, weil sich somit in einer definierten Ausgangsposition die Kristallachsen parallel zu den Goniometerachsen ausrichten lassen. Das benutzte Verfahren zur Bestimmung dieser Ausgangsposition oder Nullposition wird z.B. in [Sch 95] ausführlich beschrieben.

Mit Kenntnis der Nullposition des Diamanten ist es möglich, den gewünschten reziproken Gittervektor gezielt in den kinematisch erlaubten Bereich der Impulsüberträge zu legen und damit die Polarisationsrichtung der kohärenten Bremsstrahlung festzulegen. Dazu werden die horizontale und die vertikale Goniometerachse soweit aus der Nullposition gedreht, bis die Diskontinuität des gewählten Vektors im erwünschten Photonenenergiebereich liegt.  $\phi_1^H$  bzw.  $\phi_1^V$  bezeichnen die hierfür notwendigen Drehwinkel der horizontalen bzw. vertikalen Goniometerachse. Dreht man hingegen wiederum aus der Nullposition des Diamanten die horizontale Achse um den Winkel  $\phi_2^H = \phi_1^V$  und die vertikale Achse um  $\phi_2^V = \phi_1^H$ , so gelangt wegen der Symmetrie des Diamantgitters gerade ein reziproker Gittervektor in den Pancake, der senkrecht auf dem ersten Vektor steht. Die Diskontinuität liegt bei der gleichen Photonenenergie wie nach der ersten Drehung. Die Polarisationsebene dreht sich entsprechend um 90°.

Die Fähigkeit, jederzeit und reproduzierbar zwischen zwei um 90° gedrehten Polarisationsebenen der kohärenten Bremsstrahlung wählen zu können, ermöglicht die Messung der Photonasymmetrie  $\Sigma$  für die Produktion neutraler Pionen mit dem im Abschnitt 5.5 vorgestellten Photonenspektrometer TAPS. Da dieser Detektor keine volle Azimutwinkelakzeptanz besitzt, läßt sich  $\Sigma$  nur nach Gleichung 3.54 über

die Messung der beiden Pionzählraten  $N^{\perp}$  und  $N^{\parallel}$  bestimmen. Hierzu wird die Polarisation der Photonen einmal senkrecht und einmal parallel zur Detektorebene ausgerichtet. Im Experiment wurde die Polarisationsebene automatisch nach jeweils 500000 registrierten Ereignissen zwischen diesen beiden Einstellungen gewechselt.

#### 5.4 Das Wasserstofftarget und die Streukammer

Zur geplanten Untersuchung der  $\pi^0$ -Photoproduktion am Proton bietet sich aus physikalischer Sicht flüssiger Wasserstoff ( $LH_2$ ) als geeignetes Reaktionstarget an. Im Gegensatz zu Festkörpertargets auf Kohlen-Wasserstoff-Basis findet man im flüssigen Wasserstoff ausschließlich freie Protonen, wodurch sich unerwünschte Untergrundreaktionen wie z.B. die kohärente, die inkohärente und die quasifreie Pion-Photoproduktion am Kohlenstoffatom vermeiden lassen. Als Flüssigkeit besitzt  $LH_2$  im Vergleich zum ebenfalls reinen Wasserstoffgas eine wesentlich höhere Dichte. Die entsprechend größere Targetmassenbelegung führt im Produkt mit dem auf das Reaktionstarget einfallenden Photonenfluß zu einer Luminosität, die signifikante Meßergebnisse innerhalb eines annehmbaren Zeitrahmens ermöglicht. Darüber hinaus läßt sich flüssiger Wasserstoff in dünnwandigen Targetzellen aufbewahren, womit sich wiederum Untergrundereignisse aus Reaktionen mit dem Targetzellenmaterial effektiv unterdrücken lassen.

Die physikalischen Vorteile eines  $LH_2$ -Targets erschließen sich allerdings nur durch den technischen Aufwand eines Kryo- oder Kälte-Targets, da der Siedepunkt des Wasserstoffs bei ca. 20 K liegt. Die Kühl- und Verflüssigungsanlage des benutzten Wasserstofftargetsystems werden seit langer Zeit standardmäßig eingesetzt und sind in [Här 91, Här 96] ausführlich beschrieben.

Die verwendete Targetzelle wurde im Institut für Kernphysik in Mainz aus 120  $\mu m$  dicker Kaptonfolie angefertigt. Sie besteht aus einem zylinderförmigen Rumpf, der von abgerundeten Endkappen abgeschlossen wird. Die geometrische Länge der Zelle beträgt 10.8 cm bei einem Durchmesser von 4 cm. Zur Bestimmung der Targetmassenbelegung  $N_T$  benötigt man neben der Avogadro-Konstanten ( $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \ mol^{-1}$ ), der Dichte des flüssigen Wasserstoffs ( $\rho_{LH_2} = 0.0708 \ g/cm^3$ ) und der Molmasse des Wasserstoffs ( $A = 1.00794 \ g/mol$ ) noch die effektive Targetlänge  $l_{eff}$ , wobei gilt:

$$N_T = \frac{N_A \cdot \rho_{LH_2} \cdot l_{eff}}{A} \,. \tag{5.21}$$

Die effektive Targetlänge ergibt sich aus der Faltung der radialen Photonenstrahlverteilung mit dem Längenprofil der Targetzelle, das wegen der Endkappen ebenfalls eine radiale Abhängigkeit aufweist. Für dieses Experiment ergab sich  $l_{eff}=10.757\,cm$ , womit man für die Targetmassenbelegung  $N_T=4.5502\cdot 10^{23}\,$   $1/cm^2$  erhält.

Das Wasserstofftarget befindet sich in einer 70 cm hohen zylindrischen Streukammer mit einem Durchmesser von 90 cm. In ihr hält man ein Hochvakuum ( $10^{-7} \ bar$ ) zur thermischen Isolation des Kältetargets aufrecht, wodurch auch das Ausfrieren von Restgasmolekülen an der Targetzelle und somit erneut das Auftreten unerwünschter Untergrundreaktionen vermieden wird. Außerdem hat die Streukammer eine möglichst geringe Massenbelegung zwischen Target und Detektor zu gewährleisten, damit Reaktionsprodukte nicht unnötig beeinflußt werden. Aus diesem Grund besteht der Mantel der Streukammer, der das Kammervakuum bis fast an den Detektor heranführt, aus nur  $3.5\ mm$  dickem kohlefaserverstärktem Plastik. Zur Stabilisierung der Streukammer dienen aus  $2\ cm$  dickem Aluminium angefertigte Boden– und Deckenplatten.

#### 5.5 Das Photonenspektrometer TAPS

Mit dem Detektor TAPS¹ verfügt die TAPS–Kollaboration [TAPS] seit Ende der 1980er Jahre über ein elektromagnetisches Kalorimeter, das besonders für den Nachweis hochenergetischer Photonen konzipiert wurde. Der Gesamtdetektor wird aus einzelnen, handlichen Bariumfluorid $(BaF_2)$ –Szintillatoren aufgebaut, so daß es sich bei TAPS um ein flexibles, mobiles Detektorsystem handelt, das jeweils den experimentellen Erfordernissen und Möglichkeiten angepaßt und an unterschiedlichen Beschleunigereinrichtungen eingesetzt werden kann. Detailierte Beschreibungen des TAPS–Detektors findet man z.B. in [Nov 91, Nov 96], so daß an dieser Stelle nur die wesentlichen Eigenschaften dieses in den Jahren 1995/96 am MAMI verwendeten Detektorsystems erläutert werden sollen.

Als ein Haupteinsatzgebiet von TAPS galt beim Entwurf des Photonenspektrometers die Untersuchung neutraler Mesonen  $(\pi^0, \eta)$ , die über ihren 2-Photonen-Zerfall nachgewiesen werden. Hierbei identifiziert man diese Mesonen über die Rekonstruktion ihrer invarianten Masse aus der Energie- und Winkelinformation der in Koinzidenz gemessenen Zerfallsphotonen. Nach der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung gilt:

$$m_{inv}^{Meson} = \sqrt{(E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2})^2 - (\vec{p}_{\gamma_1} + \vec{p}_{\gamma_2})^2} = \sqrt{2E_{\gamma_1}E_{\gamma_2} \cdot (1 - \cos\phi_{\gamma_1\gamma_2})} , \qquad (5.22)$$

wobei  $E_{\gamma_1,\gamma_2}$  und  $\vec{p}_{\gamma_1,\gamma_2}$  die Energien bzw. die Impulse und  $\phi_{\gamma_1\gamma_2}$  den Öffnungswinkel der beiden Zerfallsphotonen bezeichnen.

Um diesen Mesonennachweis zuverlässig durchführen zu können, sollte der Detektor dementsprechend nicht nur über eine gute Energie-, Orts- und Zeitauflösung verfügen, sondern auch die Möglichkeit bieten, Teilchenuntergrund effektiv abzutrennen. Aufgrund dieser Anforderungen fiel die Wahl des Detektormaterials auf den anorganischen Szintillator  $BaF_2$ , dessen Eigenschaften in Tabelle 5.3 zusammengestellt sind.

Auffälligstes Merkmal des  $BaF_2$  ist die Aufteilung seines ultravioletten Szintillationslichts in zwei Komponenten: eine schnelle oder kurze Komponente mit einer Abklingzeit von  $\tau=0.7~ns$  und mit einem Emissionsmaximum bei einer Wellenlänge von  $\lambda=210~nm$  sowie eine langsame oder lange Komponente mit  $\tau=620~ns$  und

 $<sup>^1</sup>$ Gemäß der ursprünglichen Geometrie des Detektors für Two or Three Arm Photon Spectrometer, heute alternativ auch für Travel Around Photon Spectrometer.

Dichte	$4.89 \ g/cm^3$
Brechungsindex	1.56
Strahlungslänge	2.05~cm
Molièreradius	3.4~cm
dE/dx (min. ion. Teilchen)	6.6~MeV/cm
Nukleare Wechselwirkungslänge	$29.9 \ cm$
Abklingzeit der	(s) $0.7 ns$
Szintillationskomponente	(l) $620 \ ns$
Emissionsmaximum	(s) $220 \ nm$
der Wellenlängen	(l) 310 nm
Lichtausbeute in	(s) 2000
Photonen/MeV	(1) 8000
Hygroskopisch	leicht

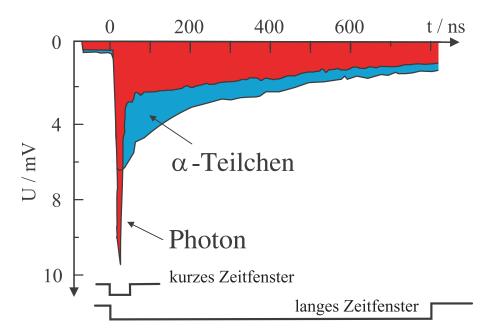
**Tabelle 5.3**: Die Eigenschaften des Bariumflorids (BaF<sub>2</sub>) als Detektormaterial nach [PDG 00] mit (s) für schnelle und (l) für langsame Lichtkomponente.

 $\lambda=310~nm$ . Während die schnelle Anstiegszeit der kurzen Komponente für eine sehr gute Zeitauflösung sorgt, liefert die hohe Lichtausbeute vor allem in der langen Komponente durch die hohe Anzahl erzeugter Szintillationsphotonen pro MeV deponierter Energie die Möglichkeit einer guten Energieauflösung. Wegen der großen Dichte des  $BaF_2$  und seiner entsprechend kurzen Strahlungslänge lassen sich in kompakten Detektormodulen auch hochenergetische Photonen nachweisen. Neben einer guten Energieauflösung läßt sich dadurch mit einer feinen Segmentierung des Detektors auch eine gute Ortsauflösung des Photonspektrometers erreichen.

Darüber hinaus zeigt Abbildung 5.9 anhand der  $BaF_2$ -Signalform eines Photons und eines massiven  $\alpha$ -Teilchens, daß die beiden Komponenten des Szintillationslichts durch Teilchen mit unterschiedlicher Ionisierung unterschiedlich stark angeregt werden. Diese Tatsache läßt sich zur Teilchenidentifikation nutzen. Akkumuliert man das Detektorsignal getrennt über ein kurzes und ein langes Zeitfenster (engl.: short gate und wide gate), so zeigt das Verhältnis der beiden derart integrierten Energieinformationen einen deutlichen Unterschied zwischen Photonen und massiven Teilchen (siehe Abbildung 5.12).

Für das hier beschriebene Experiment kam der in Abbildung 5.10 dargestellte TAPS-Aufbau aus insgesamt 504 einzelnen Detektormodulen zum Einsatz. Dabei wurden 384  $BaF_2$ -Standardmodule in sechs  $8\times 8$ -Matrizen zu den Blöcken A-F und 120 Plastik- $BaF_2$ -Phoswichmodule in einer Vorwärtswand (FW) zusammengefaßt und in einer Ebene um die Streukammer mit dem Wasserstofftarget angeordnet. Mit der gewählten Anordnung (siehe Tabelle 5.4) konnten von TAPS 31 % des vollen Raumwinkels geometrisch abgedeckt werden.

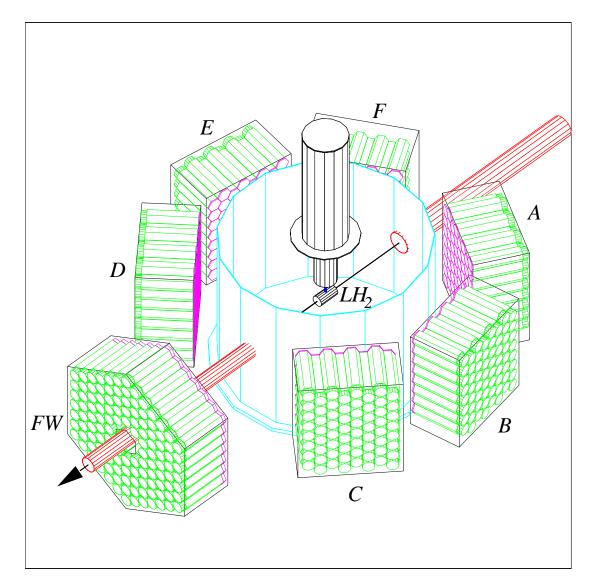
Über die  $2\gamma$ -Zerfallskinematik des neutralen Pions ergibt sich in der Detektorebene sogar die in Kapitel 3 geforderte volle  $\pi^0$ -Polarwinkelakzeptanz (siehe Kapitel 6).



**Abbildung 5.9**: Typische  $BaF_2$ -Signalform für ein  $\alpha$ -Teilchen und für ein Photon. Das kurze und das lange Zeitfenster deuten die beiden Integrationszeiten an, in denen das Detektorsignal getrennt gemessen wird.

Die in den Blöcken A-F eingesetzten  $BaF_2$ -Standardmodule sowie die Plastik- $BaF_2$ -Phoswichmodule der Vorwärtswand sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Der hexagonale  $BaF_2$ -Kristall der Schlüsselweite 5.9 cm mit einer Länge von 25 cm dies entspricht etwa 12 Strahlungslängen – verengt sich auf einer Länge von 2.5 cm zu einem Endzylinder mit einem Durchmesser von 5.4 cm. An diesen koppelt mittels eines optischen Fetts ein Photomultiplier, der zur Stabilisierung der Dynodenspannungen von einem aktiven Spannungsteiler versorgt wird. Hierdurch gewährleistet man die Linearität zwischen der im Kristall produzierten Lichtmenge und der im Photomultiplier gelieferten Ladung. Der Kristallendzylinder erlaubt es, eine magnetische Abschirmung ausreichend weit über die Photokathode zu schieben. Eine Ausnahme bilden in dieser Hinsicht die  $BaF_2$ -Kristalle in Block F. Sie stammen aus Beständen der GSI in Darmstadt, sind nur 20 cm lang mit einer Schlüsselweite von 5.25 cm und besitzen keine Endzylinder. Zu Testzwecken kann über eine für jeden der 504  $BaF_2$ -Szintillatoren bereitgestellte Glasfaser ein definiertes Lasersignal in den Kristall geleitet werden.

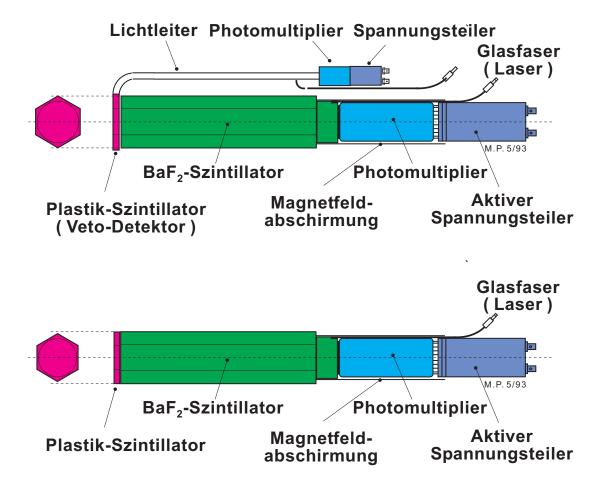
Zur Unterscheidung von neutralen und geladenen Teilchen verfügt jedes Detektormodul über einen dem  $BaF_2$ -Kristall vorgelagerten, ebenfalls hexagonalen Plastikszintillator (NE102A). Dieser dient durch seine Ansprechwahrscheinlichkeit auf geladene Teilchen als Charged Particle Veto (CPV). Für die Blöcke A-F mit ihrer  $8 \times 8$ -Matrixgeometrie existiert ein Lichtleitersystem, das es erlaubt, jeden 0.5~cm dicken Vetodetektor über einen individuellen Photomultiplier separat auszulesen. Für die hexagonale Vorwärtswand war das in den Jahren 1995/96 noch nicht möglich.



**Abbildung 5.10**: Der verwendete Aufbau des TAPS-Spektrometers 1995/96 am MAMI. Der Photonenstrahl trifft von rechts oben auf das Wasserstofftarget in der Mitte der Streukammer. Insgesamt 504 einzelne Detektormodule sind in einer Ebene um die Streukammer angeordnet. Während die 6 Blöcke (A bis F) zu je 64 BaF<sub>2</sub>-Standardszintillatoren über individuell ausgelesene Vetodetektoren verfügen, besteht die Vorwärtswand (FW) aus 120 Plastik-BaF<sub>2</sub>-Phoswichmodulen.

Block	A	В	С	D	Ε	F	FW
Abstand vom Target / cm	59.09	58.29	55.74	55.46	57.29	57.43	96.63
Winkel zur Strahlachse (°)	151.5	100.5	50.0	-49.0	-98.5	-148.5	0.0

**Tabelle 5.4**: Die geometrische Anordnung der TAPS-Detektorblöcke bezogen auf den jeweiligen Blockmittelpunkt.



**Abbildung 5.11**: Der Aufbau der benutzten Detektormodule. Oben: ein  $BaF_2$ -Standardmodul mit separat ausgelesenem Vetodetektor. Unten: ein Phoswichmodul, bei dem ein Plastikszintillator optisch an den  $BaF_2$ -Kristall gekoppelt ist und mit diesem über denselben Photomultiplier ausgelesen wird.

Da wegen der Reaktionskinematik gerade in der Vorwärtswand neben Photonen auch leichte Hadronen ( $\pi^+$ ) sowie Neutronen und Protonen zu erwarten sind, wurden die Vorwärtswandmodule als Plastik- $BaF_2$ -Phoswichmodule ausgelegt. Hierzu wurde ein 15 mm dicker Plastikszintillator vorne optisch an den  $BaF_2$ -Kristall gekoppelt und das Szintillationslicht beider Detektorkomponenten über denselben Photomultiplier ausgelesen. Da die NE102A-Signalform jener der schnellen Komponente im  $BaF_2$  gleicht, addiert sich die Lichtausbeute im Plastikszintillator zur Lichtausbeute der kurzen Komponente. Während sich für neutrale Teilchen  $(\gamma, n)$ durch diese Konstruktion nichts an der Pulsform ändert, erhält man für geladene Teilchen  $(e^{\pm}, \pi^{\pm}, p)$  ein Verhalten, das dem eines  $\Delta E/E$ -Detektors ähnelt. Trägt man für die zwei Szintillationskomponenten eines BaF<sub>2</sub>-Moduls die "short-gate"-Energieinformation gegen die "wide-gate"-Energieinformation auf, ergeben sich die Pulsformspektren der Abbildung 5.12. Man sieht, daß sich in beiden Pulsformspektren Photonen von massiven Teilchen unterscheiden lassen. Darüber hinaus gelingt es in den Modulen der Vorwärtswand, durch den über denselben Photomultiplier ausgelesenen Plastikszintillator, geladene Teilchen von Neutronen zu unterscheiden.

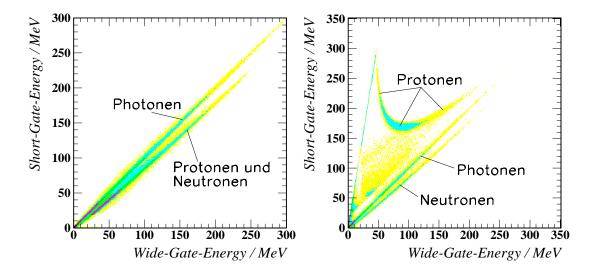


Abbildung 5.12: Die Pulsformspektren der verwendeten TAPS-Module. Aufgetragen ist jeweils die "short-gate"-Energieinformation gegen die "wide-gate"-Energieinformation. Links: ein BaF<sub>2</sub>-Standardmodul. Rechts: ein Plastik-BaF<sub>2</sub>-Phoswichmodul. Der über denselben Photomultiplier ausgelesene Plastikszintillator ermöglicht für die Phoswichdetektoren eine zusätzliche Trennung von geladenen Teilchen und Neutronen.

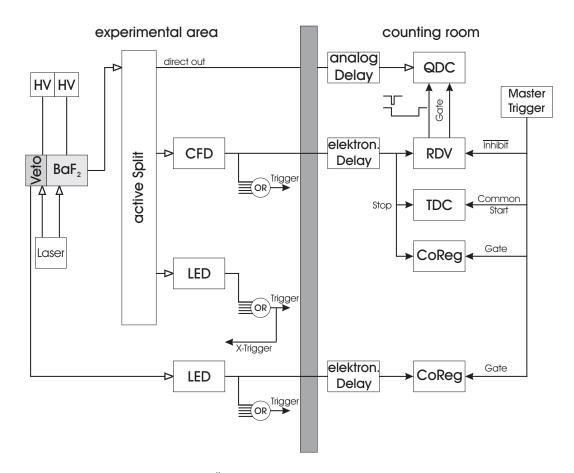
# 5.6 Die Meßelektronik und die Datenerfassung

Mit Hilfe der Meßelektronik und der Datenerfassung werden die in den Detektoren registrierten analogen Signale digitalisiert und abgespeichert (Ausleseelektronik). Darüber hinaus zeigt die Meßelektronik während der Messung durch einen geeigneten "Auslöser" (engl.: trigger) an, ob ein Ereignis "physikalisch interessant" ist (Triggerelektronik). Nur dann werden die in den Detektoren auftretenden Signale weiterverarbeitet. "Uninteressante" Signale werden verworfen, wodurch die Datenerfassung entlastet wird. Eine Beschreibung der Taggerausleseelektronik findet man z.B. in [Hal 96, Ant 91]. Im folgenden wird daher nur die benutzte TAPS-Auslese-und die Triggerelektronik kurz vorgestellt.

**Die Ausleseelektronik** am Beispiel der Verschaltung eines einzelnen TAPS-Moduls zeigt Abbildung 5.13 in einer schematischen Übersicht.

Die separate Verarbeitung der Ausgangssignale der Vetodetektoren entfällt für die Phoswichmodule der Vorwärtswand. Übersteigt die Höhe des Vetosignals eines  $BaF_2$ -Standardmoduls die vorgegebene Schwelle eines Leading Edge Diskriminators (LED), so gibt dieser ein logisches Signal aus. Dieses logische Signal gelangt zum einen auf ein Koinzidenzregister (CoReg), wodurch das betreffende Modul für die Datenauslese "vorgemerkt" wird. Zum anderen steht das LED-Signal als Einzelsignal oder als blockweises ODER der Triggerelektronik zur Verfügung.

Die  $BaF_2$ -Signale aller TAPS-Module werden auf die gleiche Weise behandelt. Zuerst wird das  $BaF_2$ -Ausgangssignal durch einen Signalteiler (Split) in ein direktes und drei abgeleitete Signale aufgeteilt. Im vorliegenden Fall werden nur zwei der abgeleiteten Signale weiterverwendet.



**Abbildung 5.13**: Schematische Übersicht der TAPS-Ausleseelektronik (Erläuterungen siehe Text).

Das direkte Signal wird mittels eines Kabels (analog delay) um 500 ns analog verzögert und auf den Eingang eines QDC (Charge to Digital Converter) gegeben. Allgemein erhält man durch die Integration der auffließenden Ladung von einem QDC die digitalisierte Energieinformation des angelegten Signals. Die Verzögerung reicht aus, um die Erzeugung der beiden zur Pulsformanalyse notwendigen QDC–Integrationsfenster (short– und wide–gate) mittels eines Gategenerators (siehe Unten) abzuwarten.

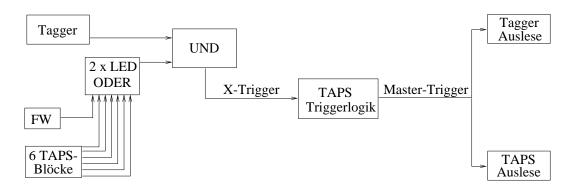
Eines der im Split abgeleiteten Signale wird um einen Faktor 10 verstärkt und einem Constant Fraction Diskriminator (CFD) zugeführt. Dieser überprüft wiederum, ob das angelegte Signal eine vorgewählte Schwelle übersteigt. Im Gegensatz zum LED sollte die zeitliche Lage des logischen Ausgangssignals eines CFDs zum Eingangssignal von dessen Signalhöhe unabhängig sein. Dies gelingt dadurch, daß zur Erzeugung des CFD-Ausgangssignals jeweils der gleiche vorbestimmte Bruchteil der Gesamthöhe des Eingangssignals erreicht werden muß. Das logische Signal eines CFDs ist demzufolge in der Regel zeitlich sehr stabil und dient dementsprechend als Zeitreferenz. In der  $BaF_2$ -Ausleseelektronik wird das CFD-Signal daher zur Zeitmessung und zur Erzeugung der QDC-Integrationsfenster herangezogen. Hierfür wird das Signal nach einer elektronischen Verzögerung zum einen als indi-

viduelles STOP–Signal an einen Time to Digital Converter (TDC), zum anderen an einen Gategenerator (Retard Durée Variable = RDV), der zwei unterschiedlich lange Zeitfenster erzeugt, angelegt. Außerdem gelangt das CFD–Signal in ein Koinzidenzregister. Aufgrund der benutzten  $\times 10$ –Verstärkung betrug die effektive CFD–Schwelle etwa 200 keV, so daß die Signale aller TAPS–Module mit einer Energiedeposition oberhalb dieses Wertes digitalisiert wurden. Analog zur Information der Vetodetektoren kann das CFD–Signal ebenfalls der Triggerelektronik angeboten werden.

Ein weiteres Split-Signal wird von einem LED auf seine Pulshöhe hin untersucht. Wird in den  $BaF_2$ -Kristallen der Blöcke A-F eine Energie von mindestens 20 MeV und in denen der Vorwärtswand von mindestens 60 MeV deponiert, so erhält man durch das Überschreiten dieser LED-Schwelle ein logisches Signal. Das blockweise ODER dieser Signale (wobei die gesamte Vorwärtswand als ein Block gilt) zeichnet einen getroffenen Detektorblock aus und spielt als ein Teil des Experimenttriggers (X-Trigger) eine wichtige Rolle in der Triggerelektronik.

Wird von der nachfolgend beschriebenen Triggerelektronik ein Master-Trigger-Signal angeboten, welches das vorliegende Ereignis aufgrund seines Ereignismusters als ein physikalisch interessantes und nicht als ein Untergrundereignis markiert, so erfolgt die Erfassung der vorhandenen Detektorinformationen.

Die Triggerelektronik greift zur Definition eines passenden Ereignismusters auf Informationen der Ausleseelektronik zurück. Ihr schematischer Aufbau ist in Abbildung 5.14 dargestellt. Im vorliegenden Fall läßt sich über den  $2-\gamma$ -Zerfall des neutra-



**Abbildung 5.14**: Schematische Übersicht der Triggerelektronik (Erläuterungen siehe Text).

len Pions aus der Koinzidenz von mindestens zwei getroffenen Detektorblöcken und einem zeitkorreliert im Tagger nachgewiesenen Elektron auf die zu untersuchende  $\pi^0$ -Produktion mit einem energiemarkierten Photon schließen. Die Triggerelektronik prüft deshalb zunächst in einer Koinzidenz aller sieben blockweisen LED-ODER, ob mindestens zwei Detektorblöcke getroffen wurden. Führt dieses erste Koinzidenzsignal innerhalb eines zweiten Zeitfensters von 60 ns auch zu einer Koinzidenz mit einem Taggerelektron, so liegt das geforderte Ereignismuster mit dem zweiten Koinzidenzsignal, das als X-Trigger bezeichnet wird, vor. Das X-Trigger-Signal besitzt

das Zeitverhalten der blockweisen LED-ODER-Koinzidenz und hat mehrere Aufgaben zu erfüllen:

• Es erzeugt ein allgemeines STOP-Signal (common stop) für die Zeitmessung in den Tagger-TDCs, welche individuell vom entsprechenden Taggerelektron gestartet werden.

$$t_{Tagger} = t_{X-Trigger}^{Stop} - t_{e^{-}}^{Start} = t_{TAPS-LED}^{Stop} - t_{e^{-}}^{Start}$$
 (5.23)

• Es erzeugt ein allgemeines START-Signal (commen start) für die Zeitmessung in den TAPS-TDCs, die individuell vom entsprechenden CFD-Signal gestoppt werden.

$$t_{TAPS} = t_{TAPS-CFD}^{Stop} - t_{X-Triqger}^{Start} = t_{TAPS-CFD}^{Stop} - t_{TAPS-LED}^{Start} .$$
 (5.24)

- Es startet die Datenaufnahme der Taggerelektronik, die durch den TAPS-Master-Trigger bestätigt werden muß. Die freilaufenden Elektronenzähler (Tagger-Scaler) erhalten für die Dauer der Datenerfassung (Totzeit) ein Hemmoder Inhibit-Signal, wodurch die Anzahl der Taggerelektronen totzeitbereinigt registriert wird.
- Es wird zur TAPS-Triggerlogik weitergereicht, wo es wie im vorliegenden Fall alleine, im allgemeinen aber auch im Zusammenspiel mit weiteren Triggerbedingungen (z.B. Forderung nach Veto- oder CFD-Signalen) zum Master-Trigger-Signal verarbeitet wird, welches die TAPS-Datenerfassung aktiviert. Durch die Weitergabe des Inhibit-Signals an die TAPS-Ausleseelektronik wird für die Dauer der Datenauslese die Annahme weiterer Trigger unterbunden.

Da die auszulesende Ereignisrate aufgrund des gewählten X-Triggers die Datenaufnahme nicht zu sehr totzeitbelastete, konnte im allgemeinen jeder X-Trigger, d.h. jede TAPS-Tagger-Koinzidenz akzeptiert und als Master-Trigger an den Tagger zurückgegeben werden. Blieb innerhalb von  $2\mu s$  nach einem X-Trigger-Signal der Master-Trigger aus, so wurden durch ein Fast-Clear-Signal alle Taggermodule automatisch zurückgesetzt und das Inhibit-Signal zurückgenommen.

Durch die Verschaltung der Inhibit-Signale von TAPS und Tagger wurde für beide Detektoren eine identische Totzeit erreicht.

**Die Datenerfassung** kann in einer einfachen Gliederung in drei Bereiche aufgeteilt werden:

- die Experimentsteuerung mit Standard-Arbeitsplatzrechnern (DEC Ultrix, DEC Alpha und DEC Vax) zur Überwachung des gesamten Experiments inklusive einer Online-Analyse der Meßdaten,
- die eigentliche Datenaufnahme mit einem Verbund aus Eltec E6 und E7 Modulen (hierbei handelt es sich um Einplatinenrechner mit einer Motorola 68020 bzw. 68030 CPU) in einem VME-Crate (Versa Module Europe; die Module in diesem Crate können über einen schnellen Daten-Adressbus miteinander kommunizieren),

• die Detektorelektronik (QDCs, TDCs, etc.) in verschiedenen CAMAC-Crates (Computer Automated Measurement And Control).

Ausgelöst von einem Master-Trigger startete das Hauptprogramm auf der Eltec E7 die Datenerfassung, wobei die digitalen Meßdaten auf einem Bandlaufwerk vom Typ Exabyte 8500 mit einer Kapazität von 4GB pro Band gespeichert wurden.

Eine ausführliche Beschreibung der Datenerfassung findet man z.B. in [Hej 98].

# 5.7 Die Experimentdurchführung

In der Zeit zwischen Juli 1995 und März 1996 fand am MAMI eine Experimentreihe mit dem Photonenspektrometer TAPS statt, in deren Rahmen mehrere Messungen zur Comptonstreuung am Nukleon und zur Photoproduktion von  $\pi^0$ – und  $\eta$ –Mesonen durchgeführt wurden.

Im hier betrachteten Experiment zur Produktion neutraler Pionen mit linear polarisierten Photonen am Proton im Bereich der  $\Delta(1232)$ -Resonanz wurde der betreffende Energiebereich mit Photonen aus der kohärenten Bremsstrahlung untersucht. Hierzu benutzte man vier Diamanteinstellungen, mit denen die Diskontinuität des ausgewählten reziproken Gittervektors (siehe Abschnitt 5.3) zu Photonenenergien von 290 MeV, 350 MeV, 390 MeV und 440 MeV geschoben werden konnte. Demnach läßt sich das Experiment in die Messung dieser vier kohärenten Peakeinstellungen unterteilen. Die Wahl der Peaklagen erfolgte derart, daß sich für die kohärenten Überhöhungen Überlappbereiche ergaben. (Abbildung 5.7 zeigt dies anhand der Funktion  $\Phi(x, x_d)$  aus der Theorie der kohärenten Bremsstrahlung.) Hieraus ergab sich zum einen die Möglichkeit die Konsistenz der Ergebnisse (vor allem zur Photonasymmetrie) zu testen, indem man nach der separaten Auswertung der vier Peakeinstellungen die jeweiligen Ergebnisse miteinander verglich. Zum anderen erwies sich diese Tatsache als hilfreich bei der Bestimmung des Polarisationsgrades der Photonen (siehe Abschnitt 6.5).

Für das Experiment standen insgesamt zwei mal drei Tage Strahlzeit zur Verfügung. In einer ersten Meßperiode Mitte Oktober 1995 wurden die 390 MeV– und 440 MeV–Peakeinstellungen gemessen, wobei ein Photonenstrahlkollimator von 4 mm Durchmesser zum Einsatz kam. Die 350 MeV– und 290 MeV– Peakeinstellungen wurden in der zweiten Meßzeit Anfang Dezember 1995 mit einem Kollimatordurchmesser von 3 mm gemessen, um den in Abschnitt 5.3.1 angeführten steigernden Effekt der Kollimation auf den Grad der Linearpolarisation auszunutzen. Mit Ausnahme der 290 MeV–Einstellung, deren Messung sich auf eine ca. 12 stündige reine Pionproduktion belief, entfielen auf die übrigen Peakeinstellungen jeweils etwa 24 Stunden Produktionszeit. Die restliche Strahlzeit stand zur Verfügung, um in regelmäßigen Abständen Tagging–Efficiency–Messungen durchzuführen, die zur Bestimmung des Photonenflusses notwendig waren und gleichzeitig zur Bestimmung des Polarisationsgrades der Photonen herangezogen wurden.

Die wesentlichen Parameter des Experiments sind in Tabelle 5.5 zusammengestellt.

Elektronenbeschleuniger MAMI:			
Elektronenenergie:	$E_0 = 855 \ MeV$		
Strahlstrom:	$I \approx 16 \ nA$		
Glasgow-Tagger:			
Diamant–Radiator:	Dicke: $100\mu m$		
	Fläche: $6 \times 3 \ mm^2$		
Magnetfeld:	1.0146 T		
benutzte Taggerkanäle:	1 - 284		
energiemarkierter Bereich:	$E_{\gamma}: 200~MeV - 790~MeV$		
höchste Einzelkanalrate:	$900 \ kHz$		
Kollimator (Peakeinstellung):	${ m Produktionszeit}$		
290~MeV	$3 \ mm$ (ca. 12 h)		
350~MeV	$3 \ mm$ (ca. 24 h)		
390~MeV	$4 \ mm$ (ca. $24 \ h$ )		
440~MeV	$4 \ mm$ (ca. $24 \ h$ )		
Wasserstofftarget $(LH_2)$ :			
Targetzellenmaterial:	$120~\mu m~{ m Kaptonfolie}$		
Länge:	$10.8 \ cm$		
Durchmesser:	4 cm		
effektive Targetlänge:	10.757 cm		
Massenbelegung:	$4.5502 \cdot 10^{23} \ 1/cm^2$		
Photonenspektrometer TAPS:			
$BaF_2$ -Standardmodule:	384 in Blöcken $A-F$		
Plastik– $BaF_2$ -Phoswichmodule:	120 in Vorwärtswand (FW)		
CFD-Schwelleneinstellung:	ca. 200 $keV$		
LED-Schwelleneinstellung Blöcke:	20~MeV		
LED-Schwelleneinstellung FW:	60~MeV		
X-Trigger:			
Triggerbedingung:	$\geq 2$ aus $(A-F, FW)$ über LED-Schwelle		
	+ Koinzidenz mit Taggerelektron		
X-Triggerrate:	$550 \; Hz - 650 \; Hz$		
akzeptierte X-Trigger:	$350 \; Hz - 450 \; Hz$		
gespeicherte Datenmenge:	$\approx 70 \; GB$		

 Tabelle 5.5: Die wesentlichen Parameter zur Experimentdurchführung.

# 6. Die Datenanalyse

Die physikalische Information eines Experiments erschließt sich aus den zugänglichen physikalischen Observablen und deren Interpretation. Aufgabe der Datenanalyse ist es, aus der experimentell gewonnenen Datenmenge zunächst die Observablen zu extrahieren.

Die aufgezeichneten Daten bestehen aus den digitalisierten Detektorsignalen, die ereignisweise als "Rohdaten" abgespeichert wurden. Neben dem von Koinzidenzregistern festgehaltenen Treffermuster des Ereignisses stehen in diesen Daten die Zeitund Energieinformationen der angesprochenen Detektormodule nur in Form von TDC- bzw. QDC-Kanalzahlen zur Verfügung. Erst durch die Eichung der Detektoren (siehe Abschnitt 6.1) erhält man hieraus Informationen in physikalisch aussagekräftigen Einheiten, wie die deponierte Energie in MeV und Zeiten in Nanosekunden. Durch die Eichung der Pulsform ergibt sich außerdem ein effektives Kriterium zur Teilchenidentifikation. Korrigiert man darüber hinaus etwaige Störeffekte der benutzten Elektronik, ist die bestmögliche Ausgangsposition zur Bestimmung der physikalischen Observablen erreicht.

Im betrachteten Experiment zur Photoproduktion neutraler Pionen mit linear polarisierten Photonen am Proton im Bereich der  $\Delta(1232)$ -Resonanz richtet sich, wie in Kapitel 3 motiviert, das Interesse auf den  $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitt und auf die zugehörige Photonasymmetrie  $\Sigma$ . Zur Extraktion dieser Observablen benötigt man die nachfolgend angeführten Größen, deren Bestimmung den weiteren Gang der Analyse festlegen.

Der totale Wirkungsquerschnitt der  $\pi^0$ -Produktion berechnet sich in Abhängigkeit von der Photonenergie  $E_{\gamma}$  für das mit TAPS am reellen Photonenstrahl des MAMI durchgeführte Experiment gemäß:

$$\sigma_{tot}(E_{\gamma}) = \frac{N_{\pi^0}(E_{\gamma})}{N_{\gamma}(E_{\gamma}) \cdot \varepsilon_{TAPS}(E_{\gamma}) \cdot N_T \cdot \Gamma_{BR}} . \tag{6.1}$$

Dabei bezeichnet

 $N_{\pi^0}$  : die Anzahl der nachgewiesenen neutralen Pionen,  $N_{\gamma}$  : die Anzahl der auf das Target einlaufenden Photonen, : die TAPS-Nachweiswahrscheinlichkeit für neutrale Pionen,

 $N_T$ : die Targetmassenbelegung (siehe Abschnitt 5.4) und

 $\Gamma_{BR} = 0.988$ : das Verzweigungsverhältnis für den Zerfall des  $\pi^0$  in 2 Photonen.

Während der totale Wirkungsquerschnitt die Wahrscheinlichkeit für die  $\pi^0$ -Photoproduktion angibt, erhält man aus der Verbindung von winkeldifferentiellem Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega$  und Photonasymmetrie  $\Sigma$  Zugang zu den inter-

essierenden Multipolamplituden und zum gesuchten Verhältnis  $R_{EM}$  von elektrischer Quadrupolamplitude E2 zu magnetischer Dipolamplitude M1 des  $N \rightarrow \Delta$ -Übergangs. Der differentielle Wirkungsquerschnitt ergibt sich aus der CMS-Polarwinkelverteilung der Pionen  $N_{\pi^0}(\theta_{\pi^0}^*)$  und der zugehörigen winkelabhängigen TAPS-Effizienz  $\varepsilon_{TAPS}(\theta_{\pi^0}^*)$  nach:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E_{\gamma}, \theta_{\pi^{0}}^{*}) = \frac{1}{2\pi \sin(\theta_{\pi^{0}}^{*})} \cdot \frac{d\sigma}{d\theta}(E_{\gamma})$$

$$= \frac{1}{2\pi \sin(\theta_{\pi^{0}}^{*})} \cdot \frac{N_{\pi^{0}}(\theta_{\pi^{0}}^{*})}{N_{\gamma}(E_{\gamma}) \cdot \varepsilon_{TAPS}(\theta_{\pi^{0}}^{*}) \cdot N_{T} \cdot \Gamma_{BR}} .$$
(6.2)

Da TAPS keine volle Azimutakzeptanz besitzt, läßt sich die Photonasymmetrie  $\Sigma$  nur durch die wechselseitige Einstellung der Polarisationsebene der linear polarisierten Photonen senkrecht und parallel zur TAPS–Detektorebene über die Pionenzählraten  $N^{\perp}$  und  $N^{\parallel}$  bestimmen. Bei der konkreten experimentellen Auswertung der Gleichung 3.54 ist neben dem Winkel  $\varphi$ , der die Orientierung der Polarisationsebene zur Detektorebene beschreibt, auch der Azimutwinkel der nachgewiesenen Pionen  $\phi_{\pi^0}$  mit zu berücksichtigen. Dieser legt die Reaktionsebene fest, die nur in speziellen Fällen exakt mit der TAPS–Detektorebene zusammenfällt. Für einen beliebigen raumfesten Pion–Azimutwinkel  $\phi_{\pi^0}$  sind die Gleichungen 3.53 und 3.52 zur Beschreibung des senkrechten und des parallelen Wirkungsquerschnitts zu modifizieren. Es gilt:

$$(\varphi = 0^{\circ}) : \frac{d\sigma^{||}}{d\Omega} (\theta_{\pi^{0}}^{*}, \phi_{\pi^{0}}, \Pi_{T}) = \frac{d\sigma^{0}}{d\Omega} (\theta_{\pi^{0}}^{*}) \left\{ 1 - \Pi_{T} \Sigma(\theta_{\pi^{0}}^{*}) \cos 2\phi_{\pi^{0}} \right\}, \quad (6.3)$$

$$(\varphi = 90^{\circ}): \frac{d\sigma^{\perp}}{d\Omega}(\theta_{\pi^{0}}^{*}, \phi_{\pi^{0}}, \Pi_{T}) = \frac{d\sigma^{0}}{d\Omega}(\theta_{\pi^{0}}^{*}) \left\{ 1 + \Pi_{T} \Sigma(\theta_{\pi^{0}}^{*}) \cos 2\phi_{\pi^{0}} \right\}. \quad (6.4)$$

Löst man diese beiden Gleichungen nach  $\Sigma$  auf, so erhält man über die zugehörigen Zählraten folgende  $\phi_{\pi^0}$ -abhängige Beziehung:

$$\Sigma(\theta_{\pi^{0}}^{*}, \phi_{\pi^{0}}, \Pi_{T}) = \frac{1}{\Pi_{T}} \frac{N^{\perp}(\theta_{\pi^{0}}^{*}, \phi_{\pi^{0}}) - N^{\parallel}(\theta_{\pi^{0}}^{*}, \phi_{\pi^{0}})}{N^{\perp}(\theta_{\pi^{0}}^{*}, \phi_{\pi^{0}}) + N^{\parallel}(\theta_{\pi^{0}}^{*}, \phi_{\pi^{0}})} \frac{1}{\cos 2\phi_{\pi^{0}}} = \frac{1}{\Pi_{T}} \Sigma_{exp}(\theta_{\pi^{0}}^{*}, \phi_{\pi^{0}}).$$
(6.5)

Nach fehlergewichteter Mittelung dieser Beziehung über alle gemessenen Pion-Azimutwinkel ergibt sich hieraus unter Kenntnis des Polarisationsgrades der Photonen  $\Pi_T$  die polarwinkelabhängige Photonasymmetrie  $\Sigma(\theta_{\pi^0}^*)$ .

In den Gleichungen 6.1, 6.2 und 6.5 findet man alle Größen, die zur Bestimmung der gesuchten physikalischen Observablen notwendig sind und die dementsprechend in der Datenanalyse beschafft werden müssen.

Sowohl für den Wirkungsquerschnitt als auch für die Photonasymmetrie benötigt man die Anzahl der in TAPS nachgewiesenen neutralen Pionen  $N_{\pi^0} = N^{\perp} + N^{\parallel}$  (siehe Abschnitt 6.2). Die  $\pi^0$ -Rekonstruktion (siehe Abschnitt 6.2.3) aus den beiden Zerfallsphotonen (vgl. Gleichung 5.22) setzt voraus, daß nicht nur die Koinzidenz der beiden Photonen gegeben ist, sondern daß auch ihre Energie und ihre Impulsrichtung genau bekannt sind. Aufgrund der Segmentierung von TAPS wird die von

einem Teilchen im Detektor deponierte Energie in einem elektromagnetischen Schauer auf mehrere TAPS-Module verteilt. Deshalb sind zur Verbesserung der Energieund Ortsauflösung die Informationen aller an einem solchen Modul-Cluster beteiligten Einzeldetektoren zur relevanten Zeit-, Energie- und Ortsinformation des detektierten Teilchens zusammenzufassen (siehe Abschnitt 6.2.1). Wird ein gefundener Cluster im Rahmen der Teilchenidentifikation als das Signal eines nachgewiesenen Photons erkannt, kann es zur  $\pi^0$ -Rekonstruktion herangezogen werden. Nutzt man darüber hinaus noch die Informationen des Glasgow-Taggers (siehe Abschnitt 6.2.4), so gelingt es, durch die Trennung von echten und zufälligen Koinzidenzen und die sich daraus ergebende kinematische Überprüfung des Zwei-Körper-Ereignisses einen zuverlässigen Pionenfilter zu erzeugen.

Der verwendete Photonenfluß  $N_{\gamma}$  wird nach Gleichung 5.6 aus der Anzahl im Tagger registrierter Elektronen und der Tagging-Efficiency bestimmt (siehe Abschnitt 6.3). Dabei wird mit Hilfe eines Relativmonitors der zeitliche Verlauf der Tagging-Efficiency überwacht.

Die TAPS-Nachweiswahrscheinlichkeit für neutrale Pionen  $\varepsilon_{TAPS}$  wird durch eine Monte-Carlo-Simulation bestimmt (siehe Abschnitt 6.4).

Die Targetmassenbelegung  $N_T$  sowie das Verzweigungsverhältnis für den Zerfall des  $\pi^0$  in 2 Photonen  $\Gamma_{BR}$  sind bekannt.

Zur Bestimmung der Photonasymmetrie benötigt man darüber hinaus noch den Polarisationsgrad der linear polarisierten Photonen  $\Pi_T$  (siehe Abschnitt 6.5).

# 6.1 Die Eichung der Detektoren

# 6.1.1 Die Energieeichung

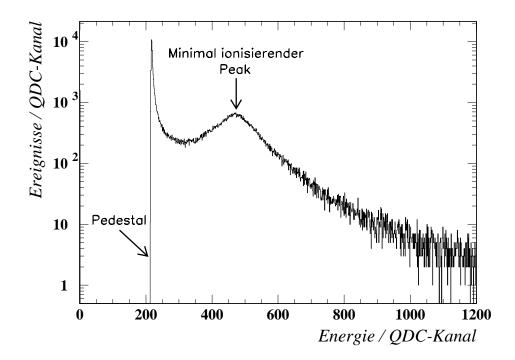
#### Die Energieeichung des Glasgow-Taggers

Um mit Hilfe der Energiebilanz 5.1 die Energie eines markierten Photons  $E_{\gamma}$  zu bestimmen, benötigt man neben der sehr genau bekannten Elektroneneinschußenergie  $E_0$  ( $\Delta E/E \approx 10^{-4}$ ) die Energie des im Glasgow-Tagger nachgewiesenen Bremsstrahlungselektrons  $E_{e^{-i}}$ . Mit Kenntnis der Magnetfeldstärke des Taggers, die mit einer NMR-Sonde direkt gemessen wird, liefert ein Programm der Universität Glasgow, das aufgrund der Feldkarte des Dipolmagneten die Trajektorien der Elektronen berechnet, die Zuordnung zwischen Tagger-Kanal und  $E_{e^{-i}}$  bzw.  $E_{\gamma}$ . Die Eichung wurde durch Einschuß von Elektronen bekannter Energie überprüft. Die für das vorliegende Experiment gültige Tagger-Energieeichung ist in Anhang A tabelliert.

#### Die Energieeichung der TAPS-Detektoren

Bei der individuellen Energieeichung der  $504~BaF_2$ –Detektoren wird vom linearen Verhalten zwischen der im Kristall deponierten Energie und dem digitalisierten Detektorsignal Gebrauch gemacht. Daher genügen zwei Eichpunkte, um die Beziehung zwischen QDC–Kanal und registrierter Energie in MeV festzulegen. Als erster Eichpunkt dient der Energienullpunkt (Pedestal) des QDCs. Weil die effektive Schwelle des CFD–Diskriminators in der Größenordnung der QDC–Auflösung liegt, läßt sich das Pedestal mit dem ersten gefüllten Kanal des QDC–Spektrums identifizieren.

Den zweiten Eichpunkt erhält man aus speziellen Eichmessungen mit kosmischer Höhenstrahlung, die nach jeder Meßperiode durchgeführt wurden. Der Hauptbestandteil der kosmischen Höhenstrahlung auf der Erdoberfläche besteht aus minimal ionisierenden Myonen, die unabhängig von ihrer individuellen Energie im  $BaF_2$ –Kristall eine feste Energie pro Zentimeter durchdrungenen Materials deponieren. Abbildung 6.1 zeigt das von einem TAPS–Kristall gemessene Energiespektrum der kosmischen Höhenstrahlung. Neben dem Pedestal erkennt man den Peak minimal



**Abbildung 6.1**: Das Energiespektrum der kosmischen Höhenstrahlung, gemessen mit einem TAPS-BaF<sub>2</sub>-Kristall. Das Pedestal und der minimal ionisierende Peak dienen als Eichpunkte der TAPS-Energieeichung.

ionisierender Teilchen, dessen Schwerpunkt nach [Röb 91] für einen horizontal angeordneten  $BaF_2$ -Detektor der Schlüsselweite 5.9 cm bei 37.7 MeV liegt. Für die im TAPS-Block F verwendeten, etwas kleineren GSI-Module liegt dieser Schwerpunkt bei 34.6 MeV.

Dementsprechend ergibt sich die im Kristall deponierte Energie E in MeV aus den digitalisierten QDC–Kanälen über die Beziehung:

$$E = \frac{37.7(34.6) \ MeV}{Peakkanal - Pedestalkanal} \cdot (Meßwertkanal - Pedestalkanal) \ . \tag{6.6}$$

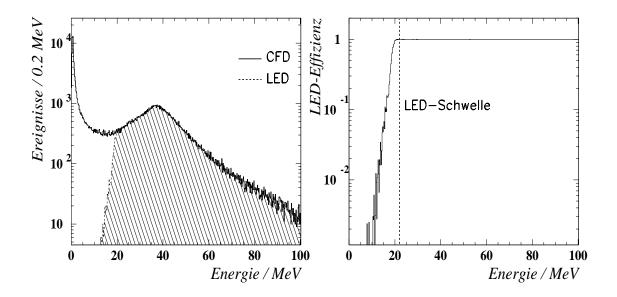
Dieses Verfahren wird für beide QDC-Integrationsfenster (short/wide) angewandt.

#### Die Eichung der LED-Schwellen

Nach Abschluß der Energieeichung ist man in der Lage, die Schwellen der zur

Triggererzeugung herangezogenen Leading-Edge-Diskriminatoren (LED) (siehe Abschnitt 5.6) in Energien zu eichen. Diese LED-Schwellen werden der Analysesoftware zur Verfügung gestellt, um mit ihnen einen definierten Software-Trigger zu generieren. Dieser dient zum einen der Unterdrückung von Untergrundereignissen und spielt zum anderen eine wesentliche Rolle bei der Bestimmung der TAPS-Nachweiswahrscheinlichkeit (siehe Abschnitt 6.4.2).

Zur individuellen Eichung der LED-Schwellen werden für jeden der  $504~BaF_2$ -Szintillatoren zwei Energiespektren aufgebaut, wie links in der Abbildung 6.2 dargestellt. Das erste beinhaltet jede Energiedeposition ab der CFD-Schwelle und da-



**Abbildung 6.2**: Die Eichung der LED-Schwellen. Links: Die beiden Energiespektren eines BaF<sub>2</sub>-Moduls mit CFD- und LED-Bedingung. Rechts: Die sich aus LED/CFD ergebende LED-Effizienz.

mit praktisch ab dem Energienullpunkt (CFD-Spektrum). Das zweite Energiespektrum wird nur dann gefüllt, wenn der entsprechende Leading-Edge-Diskriminator angesprochen hat (LED-Spektrum). Dividiert man das LED-Spektrum durch das CFD-Spektrum, so erhält man die rechts in Abbildung 6.2 dargestellte Ansprechwahrscheinlichkeit des LEDs. Als LED-Schwelle wird die Energie betrachtet, ab der die LED-Effizienz mindestens 99% beträgt.

# 6.1.2 Die Zeiteichung

Die Umrechnung der digitalisierten Zeitinformation von TDC-Kanälen in physikalische Zeiteinheiten erfolgt über die wohlbekannte zeitliche Variation der Start- und Stopsignale des betrachteten TDCs.

#### Die Zeiteichung des Glasgow-Taggers

Für die 352 Tagger-TDCs wurden individuell mit Hilfe eines ORTEC Time Calibra-

tors über einen Bereich von 100~ns wohldefinierte TDC-Start-Stop-Signale erzeugt. Mit definierten Zeitdifferenzen zwischen 10~ns und 100~ns im Abstand von 10~ns erhielt man zehn scharfe Häufungspunkte im TDC-Kanal-Spektrum, die wegen des bekannten zeitlichen Abstands in Nanosekunden pro Kanal (Gain) umgerechnet werden konnten. Im betrachteten Experiment lagen die Tagger-TDC-Gains zwischen 0.187~ns/Kanal und 0.208~ns/Kanal.

#### Die Zeiteichung der TAPS-Detektoren

Zur individuellen Zeiteichung der 504 TAPS–TDCs wurde das in Abschnitt 5.5 erwähnte Laser–Testsignal verwendet. Der Auslöser des TAPS–Lasersystems startet gleichzeitig alle TAPS–TDCs (Common Start) und verteilt einen Laserpuls an alle  $BaF_2$ –Kristalle. Die Lasersignale in den einzelnen Detektoren stoppen die TDCs (Single Stop). Da die Zeit zwischen Start und Stop allein von den festen Laufzeiten abhängt, ergibt sich im TDC–Kanal–Spektrum ein scharfer Peak. Durch mehrere Messungen mit verschieden langen Verzögerungskabeln im gemeinsamen Startsignal verschieben sich diese scharfen Peaks im TDC–Spektrum. Die Laufzeiten der Verzögerungskabel mißt man mit einem Oszilloskop, so daß die zeitlichen Abstände der Peaks im Kanal–Spektrum bekannt sind und in ein entsprechendes Gain umgerechnet werden können. Die TAPS–TDC–Gains variieren im vorliegenden Fall zwischen 34~ps/Kanal und 40~ps/Kanal.

#### Der Zeitabgleich zwischen Glasgow-Tagger und TAPS

Die Zeitinformationen von Tagger- und TAPS-Detektoren sind mit der Kenntnis der TDC-Eichfaktoren (Gains) noch nicht vollständig. Erst durch die zusätzliche Festlegung eines Zeitbezugspunktes ergibt sich eine verwertbare physikalische Zeitinformation. Hierzu bietet sich die Koinzidenz zwischen einem im Tagger nachgewiesenen Elektron und einem in TAPS detektierten Photon an. Mit dem in Abschnitt 5.6 beschriebenen X-Trigger handelt es sich hierbei in der Regel um die zeitlich korrelierten Bestandteile eines registrierten Ereignisses aus der Pion-Photoproduktion. Definiert man die gemessene Zeitdifferenz dieser Koinzidenzen zu Null, so liegt der benötigte Zeitbezugspunkt fest. Die TAPS-Tagger-Zeitdifferenz ergibt sich durch die Addition der TAPS- und der Taggerzeitinformationen nach Gleichung 5.23 und Gleichung 5.24 zu:

$$t_{TAPS-Tagger} = \left(t_{TAPS-CFD}^{Stop} - t_{TAPS-LED}^{Start}\right) + \left(t_{TAPS-LED}^{Stop} - t_{e^{-}}^{Start}\right)$$

$$= t_{TAPS-CFD} - t_{e^{-}}. \tag{6.7}$$

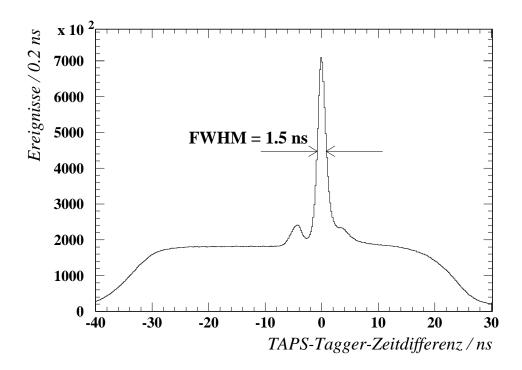
Man sieht, daß aus der Summe beider Zeiten die weniger stabile, da stärker pulshöhenabhängige LED-Information herausfällt.

In der Verbindung aller TAPS-Detektoren und der eingesetzten Taggerkanäle treten insgesamt  $504 \times 284$  verschiedene TAPS-Tagger-Kombinationen auf. Aufgrund unterschiedlicher Kabellängen und Signallaufzeiten der einzelnen Detektoren ergeben sich daraus auch für die betrachteten TAPS-Tagger-Zeitdifferenzen prinzipiell ebensoviele leicht unterschiedliche Werte. Da man aus der TAPS-Tagger-Zeitinformation nach Gleichung 6.7 über das Vorliegen einer TAPS-Tagger-Koinzidenz entscheidet, ist es erforderlich, die benutzten Zeitinformationen so ab-

zugleichen, daß sämtliche TAPS-Tagger-Zeitdifferenzen "übereinandergeschoben" werden. Die große Anzahl an Einzelkombinationen läßt es nicht zu, jede mögliche Zeitdifferenz individuell zu betrachten. Statt dessen erfolgt der Abgleich nach folgendem iterativen Verfahren:

- 1. Durch die Auswertung einer Tagging-Efficiency-Messung (siehe Abschnitt 6.3), bei welcher das TDC-Stopsignal immer vom gleichen BGO-Photonendetektor geliefert wird, lassen sich die Zeitinformationen aller benutzten Taggerkanäle zu einer gemeinsamen Tagger-Summen-TDC-Information übereinanderschieben.
- 2. In der anschließenden Analyse von Pionproduktionsdaten betrachtet man die TAPS-Tagger-Zeitdifferenzen aller einzelnen TAPS-Detektoren in Bezug auf diesen "Tagger-Summen-TDC", um nun durch die geeignete Verschiebung der TAPS-Zeitinformationen zu einer gemeinsamen TAPS-Summen-TDC-Information zu gelangen.
- 3. In Bezug auf den so gewonnenen "TAPS-Summen-TDC" haben sich die einzelnen Tagger-Zeitinformationen wieder leicht gegeneinander verschoben, so daß sie nochmals übereinandergelegt werden. Da diese erneute Korrektur kleiner als die erste Tagger-Zeitverschiebung ist, ergibt sich für die TAPS-Tagger-Zeitinformation insgesamt eine bessere Auflösung.
- 4. Schritt 2 und 3 werden solange wiederholt, bis sich keine weitere Verbesserung der Zeitauflösung ergibt. Im hier beschriebenen Fall konnte die Iteration nach jeweils dreimaligem Verschieben der TAPS- und Tagger-Zeitinformation abgebrochen werden.

Durch diese Iteration gelingt es, das im Abgleich der Tagger-TDCs benutzte BGO-Timing der Tagging-Efficiency-Messung aus der TAPS-Tagger-Zeitdifferenz der Pionproduktionsdaten nach und nach zu eliminieren. Abbildung 6.3 zeigt das TAPS-Tagger-Zeitdifferenzspektrum nach Abschluß der beschriebenen Iteration. Im Koinzidenzpeak bei der Zeitdifferenz Null mit einer vollen Halbwertsbreite (FWHM =Full Width Half Maximum) von 1.5 ns befinden sich Ereignisse aus der Photoproduktion neutraler Pionen, bei denen ein Elektron im Tagger zeitkorreliert mit einem der beiden Zerfallsphotonen in TAPS nachgewiesen wurde. Darüber hinaus erkennt man bei -4.5 ns einen weiteren Peak, der durch die zeitliche Korrelation eines Taggerelektrons mit Photonen, die keine Reaktion im Target auslösen, sondern unmittelbar vom Tagger durch die Rückseite in die Rückwärtsblöcke von TAPS gelangen, herrührt. Massive Teilchen, d.h. Protonen bzw. Neutronen mit einer von Photonen verschiedenen Flugzeit zwischen Reaktionstarget und TAPS bilden die zusätzliche Struktur im Bereich zwischen 2 ns und 6 ns auf einem konstanten zufälligen Untergrund. Der allmähliche Abfall des zufälligen Untergrunds bei -30 ns und bei +20 nsläßt sich darauf zurückführen, daß im erwähnten TAPS-Tagger-Zeitabgleich eine Vielzahl von Kombinationen aus einem  $BaF_2$ -Kristall und einzelner Taggerkanäle mit unterschiedlichen Lagen des Koinzidenzsignals gegeneinander verschoben wurden.



**Abbildung 6.3**: Das TAPS-Tagger-Zeitdifferenzspektrum (Erläuterungen siehe Text).

### 6.1.3 Die Eichung der Pulsform

Die Möglichkeit der Teilchenidentifikation mittels Pulsformanalyse des  $BaF_2$ –Signals wurde in Abschnitt 5.5 bereits vorgestellt (siehe Abbildung 5.12). Trägt man, wie gesehen, die Energieinformation der kurzen Komponente  $E_S$  gegen die Energieinformation der langen Komponente  $E_L$  auf, so findet man im Idealfall Photonenereignisse auf der Winkelhalbierenden dieser Darstellung. Da Photonen im betrachteten Energiebereich ( $E \leq 800~MeV$ ) und kosmische, minimalionisierende Myonen ihre Energie in vergleichbarer Weise in Szintillationslicht umwandeln, erwartet man für beide Teilchensorten nach der oben beschriebenen TAPS–Energieeichung  $E_S = E_L$ . Für die Nutzung dieser Information zur Teilchenidentifikation erweist sich die Transformation des  $E_S - E_L$ -Diagramms in entsprechende Polarkoordinaten als zweckmäßig. Mit dem Radius

$$r = \sqrt{E_L^2 + E_S^2} (6.8)$$

und dem Pulsformwinkel

$$\phi_{PSA} = \arctan\left(\frac{E_S}{E_L}\right) \tag{6.9}$$

sollten demnach Photonenereignisse bei  $\phi_{PSA} = 45^{\circ}$  zu finden sein (PSA = Pulse–Shape–Analysis/Angle). Abbildung 6.4 zeigt, daß es zu Abweichungen vom Sollwinkel für Photonen kommt. Durch die nachfolgend beschriebene Korrektur der Pulsforminformation lassen sich jedoch sämtliche Photonen durch einen globalen Schnitt auf den Pulsformwinkel  $\phi_{PSA}$  erfassen.

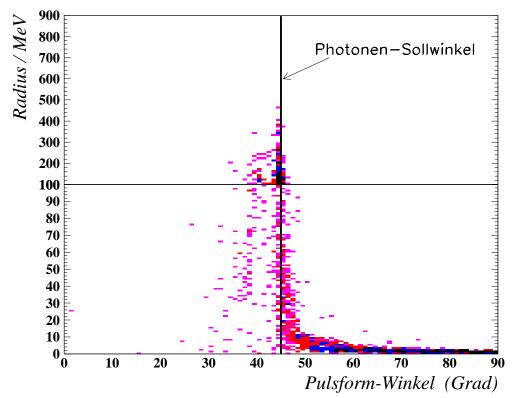


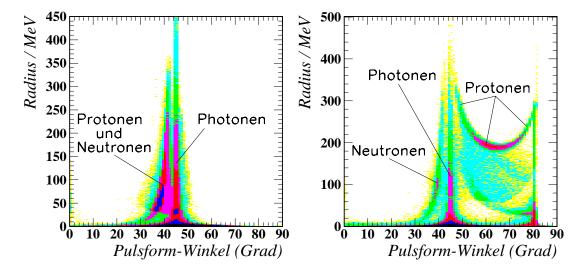
Abbildung 6.4: Pulsformspektrum eines einzelnen BaF<sub>2</sub>-Moduls vor der Korrektur.

Das Abknicken des Photonenastes vom Sollwinkel bei niedrigen Energien ist in der Darstellung deutlich zu sehen, läßt sich aber auf die systematische Unsicherheit des verwendeten Eichverfahrens zurückführen. Wegen der besseren Energieauflösung der langen Komponente  $E_L$  gilt deren Eichung als die sicherere, so daß durch eine Modifikation der Energieinformation der kurzen Komponente  $E_S$  gemäß:

$$E_S \longrightarrow E_S' = a \cdot E_S + b = E_L \,, \tag{6.10}$$

die Einhaltung des Photonen–Sollwinkels für niedrige Energien erzwungen wird. Während a einer Verstärkung der ursprünglichen Energie  $E_S$  entspricht, beschreibt b einen Versatz des Energienullpunktes. Nimmt man zusätzlich willkürlich an, daß die Korrektur über a und b ihre Ursache alleine in einem falsch bestimmten Short–Gate–Pedestal findet, so lassen sich diese beiden Parameter für jeden Detektor individuell bestimmen. Man findet  $(0.98 \le a \le 1.02)$  und  $(-0.5\ MeV \le b \le 0.5\ MeV)$ . Diese kleinen Abweichungen entsprechen bei der beschriebenen Eichmethode mit kosmischen Myonen einer Unsicherheit von höchstens vier QDC–Kanälen. Sie liegen somit innerhalb der für dieses Verfahren zu erwartenden systematischen Ungenauigkeit. Diese Modifikation der Short–Gate–Energieinformation dient hauptsächlich der Vereinfachung und Verbesserung der Teilchenidentifikation. Da sie teilweise willkürlich erfolgt, geht mit ihr die tatsächliche Energieinformation der kurzen Komponente verloren, so daß sich die Energie der nachgewiesenen Teilchen ab sofort allein aus der Information der langen Komponente ergibt.

Eine weitere Abweichung des Photonenastes vom  $45^{\circ}$ –Sollwinkel hin zu kleineren Pulsformwinkeln zeigt sich auch nach dieser ersten Korrektur der Pulsforminformation. Die Ursache dafür liegt in einer unerwarteten Pulshöhenabhängigkeit im Zeitverhalten des benutzten Constant Fraction Diskriminators. Durch den Gebrauch der ×10-Verstärkung im Signalzweig des CFD verschiebt sich das Ansprechverhalten des CFD mit steigender Energie zeitlich um bis zu 2.5 ns nach vorne. Dieser "Walk" ist zusammen mit der diesbezüglich durchgeführten Korrektur der TAPS-Zeiteichung Gegenstand von Abschnitt 6.1.4. Nach Abschnitt 5.6 wird das CFD-Signal auch zur Erzeugung des langen und des kurzen QDC-Integrationsfensters herangezogen. Während eine Verschiebung des QDC-Fensters um bis zu 2.5 ns für die lange Komponente mit einer Integrationsdauer von 2  $\mu s$  vernachlässigbar ist, wird durch diesen Walk das Integrationsfenster der kurzen Komponente von 30 ns so verschoben, daß systematisch ein geringerer Teil der Short-Gate-Energieinformation aufintegriert wird. Somit wird  $E_S$  im Vergleich zu  $E_L$  unterschätzt und man erhält Pulsformwinkel  $\phi_{PSA} < 45^{\circ}$ . Zur Kompensation dieses Effektes wird für jeden  $BaF_2$ -Detektor individuell eine energieabhängige Korrektur des Pulsformwinkels bestimmt, die den Photonenast durch Anpassung von  $E_S$  an den Wert von  $E_L$  auf den Photonen-Sollwinkel von  $\phi_{PSA} = 45^{\circ}$  schiebt. Abbildung 6.5 zeigt die Pulsformspektren der  $BaF_2$ -Standardmodule (links) und der Plastik- $BaF_2$ -Phoswichmodule (rechts) nach Abschluß der Eichung der Pulsform. In beiden Fällen ist man nun in der La-



ge, durch einen globalen Schnitt auf den Pulsformwinkel, Photonen von massiven Teilchen zu unterscheiden. Im folgenden werden diejenigen Ereignisse als Photonen betrachtet, deren Pulsformwinkel in den  $BaF_2$ -Standardmodulen  $\phi_{PSA} \geq 42.5^\circ$  und in den Plastik- $BaF_2$ -Phoswichmodulen  $42.5^\circ \leq \phi_{PSA} \leq 47.5^\circ$  erfüllt.

### 6.1.4 Korrekturen zur Zeiteichung

Durch die Benutzung der  $\times 10$ -Verstärkung im Analogsignal des CFD-Zweiges¹ stellt sich, wie bereits im vorangegangenen Abschnitt erwähnt, eine nicht vernachlässigbare Pulshöhenabhängigkeit des CFD-Zeitsignals ein. Als weiterer unerwünschter Nebeneffekt der  $\times 10$ -Verstärkung treten bei hochenergetischen Ereignissen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit Zeitsprünge im CFD-Ausgangssignal in der Größenordnung von 7 ns auf, die durch die entsprechende Verschiebung der QDC-Integrationsfenster auch die Pulsforminformation beeinflussen. Darüber hinaus ist für die TAPS-Elektronik bekannt, daß das Übersprechen der Signale in benachbarten Kanälen zu einer zusätzlichen Verschiebung und damit zu einer Verschlechterung der Zeitauflösung führt.

Da die Unterdrückung von Untergrundereignissen im Wesentlichen auf der Koinzidenzabfrage zwischen zwei Photonen in TAPS und zwischen TAPS und Tagger erfolgt, ist das Experiment auf eine bestmögliche Zeitauflösung angewiesen. Daher war die - zum Teil recht aufwendige - Korrektur der aufgeführten Störeffekte erforderlich.

#### Pulshöhenabhängigkeit des CFD-Zeitsignals (Walk)

Die Verwendung des  $\times 10$ -Verstärkers im analogen Eingangssignal des CFD führt zu dessen Übersteuerung. Dadurch geht die angestrebte Zeitstabilität des CFD verloren und sein Ausgangssignal weist eine deutliche Pulshöhen- bzw. Energieabhängigkeit auf. Abbildung 6.6 (links) zeigt diesen Effekt in der Auftragung von im  $BaF_2$ -Kristall deponierter Energie gegen die TAPS-Tagger-Zeitdifferenz.

Korrigiert wird dieser Walk durch die individuelle Bestimmung der energieabhängigen Zeitverschiebung für jeden TAPS-Detektor. Da die Energieinformation der kurzen Komponente empfindlicher auf die Pulshöhe des Detektorsignals reagiert als die Information der langen Komponente, wird bei der Bestimmung des Walks auf die Short-Gate-Energie zurückgegriffen, obwohl die tatsächliche Energieinformation nur in der langen Komponente zu finden ist. Durch die Modifikation im Rahmen der Pulsformeichung stimmt die Short-Gate-Energie für Photonenereignisse allerdings mit der Energie der langen Komponente überein. Zur Walk-Bestimmung werden deshalb nur Ereignisse herangezogen, die aufgrund ihres Pulsformwinkels als Photonen betrachtet werden. Hiermit erhält man nicht nur die gesuchte Walk-Korrektur zwischen Wide-Gate-Energie und CFD-Timing für die in TAPS nachgewiesenen Photonen. Auf diese Weise läßt sich generell auch die Zeitkorrektur des CFD in Abhängigkeit von der Pulshöhe des Detektorsignals ermitteln und unabhängig von der Teilchensorte zur Walk-Korrektur des CFD-Signals benutzen. Um diese detektorspezifische Korrektur speziell für die hohen Energien mit ausreichender statistischer Genauigkeit ermitteln zu können, mußte die gesamte verfügbare Datenmenge aus der Pion-Photoproduktion herangezogen werden. Abbildung 6.6 (rechts)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Ziel des Einsatzes des ×10-Verstärkers war die Verbesserung der TAPS-Energieauflösung durch die Auslese auch sehr kleiner Energiedepositionen. Seine unerwünschten Nebeneffekte traten erst im Laufe der Datenanalyse zu Tage.

zeigt, daß nach Abschluß der Walk-Korrektur keine Energieabhängigkeit des TAPS-Tagger-Timings mehr zu erkennen ist.

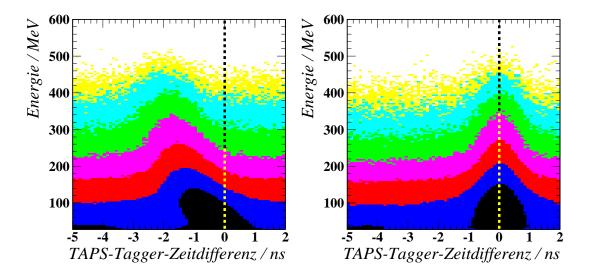


Abbildung 6.6: Die Pulshöhenabhängigkeit des Zeitsignals. Aufgetragen ist die im TAPS-Detektor deponierte Energie gegen die TAPS-Tagger-Zeitdifferenz. Links: vor der Walk-Korrektur. Rechts: nach der Walk-Korrektur.

#### Zeitsprünge im CFD-Ausgangssignal

Den Signalen der benutzten  $BaF_2$ -Detektoren gehen im Abstand von einigen Nanosekunden kleine Vorpulse voraus. Die Ursache dieser Vorpulse konnte nicht endgültig geklärt werden. Die glaubwürdigste Vermutung geht davon aus, daß einige wenige Photonen des Szintillationslichtes die Photokathode des Photomultipliers passieren und erst in der zweiten Dynode konvertieren. Das von den hier erzeugten Elektronen produzierte Signal kommt zeitlich früher als das Hauptdetektorsignal. Die Signale dieser Vorpulse sind so klein, daß sie erst durch den Einsatz des  $\times 10$ -Verstärkers und bei höherenergetischen Ereignissen mit einer Wahrscheinlichkeit im Prozentbereich die CFD-Schwelle überschreiten und somit das CFD-Timing bestimmen. In diesen Fällen weist das CFD-Ausgangssignal detektorspezifische Zeitsprünge zwischen 4.5 ns und 13 ns auf. Analog zum Walk führt die damit verbundene Verschiebung der QDC-Integrationsfenster dazu, daß ein Teil der Short-Gate-Energieinformation verloren geht und daher wiederum die Pulsforminformation verfälscht wird. Die Anderung des Pulsformverlaufes ist jedoch nicht aussagekräftig genug, um den Effekt der Zeitsprünge in den Pulsformspektren zu identifizieren. Zum Großteil verschiebt sich der Pulsformwinkel der "gesprungenen" Photonenereignisse genau auf den Pulsformast massiver Teilchen, wodurch man Gefahr läuft, echte Photonenereignisse durch einen Schnitt auf die Pulsforminformation in der Analyse zu verwerfen, was zu einer Unterschätzung der zu messenden Wirkungsquerschnitte führen würde.

Für Photonenereignisse ergibt sich jedoch aus der Verteilung des in TAPS erzeugten elektromagnetischen Schauers eine Möglichkeit, CFD-Zeitsprünge zu erkennen und zu korrigieren. Während sich der von Photonen erzeugte Schauer über mehrere

benachbarte  $BaF_2$ –Kristalle ausbreitet, deponieren massive Teilchen ihre Energie überwiegend in einem einzigen Kristall. Die zur Erzeugung eines Zeitsprungs notwendige hohe Energie kann - wenn überhaupt - nur im zentralen Detektor eines elektromagnetischen Schauers nachgewiesen werden. Betrachtet man, wie in Ab-

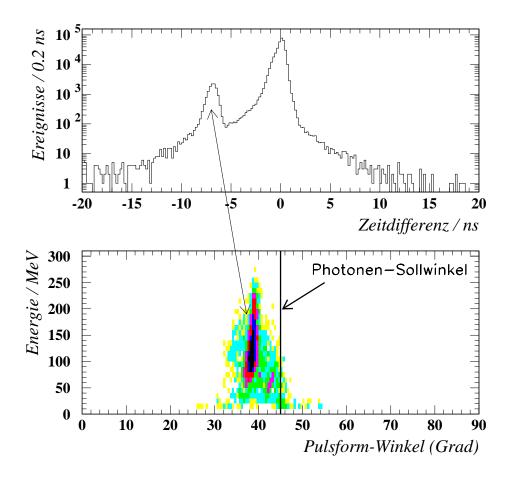


Abbildung 6.7: Beispielspektren zum Effekt der Zeitsprünge. Oben: Spektrum der Zeitdifferenz zwischen dem zentralen Detektor in einem elektromagnetischen Schauer und der mittleren Zeit der Nachbardetektoren. Man erkennt bei etwa -7 ns den Peak der Ereignisse mit CFD-Zeitsprung. Unten: Pulsformspektrum der Ereignisse mit erkanntem CFD-Zeitsprung.

bildung 6.7 (oben) dargestellt, die Zeitdifferenz zwischen dem Signal des zentralen Moduls und der mittleren Zeit der Nachbardetektoren, so erkennt man neben dem zu erwartenden Peak bei Null einen weiteren Peak im Bereich von -7~ns, der durch Photonenereignisse mit CFD–Zeitsprung hervorgerufen wird. Baut man nur für die Ereignisse dieses zweiten Peaks das zugehörige Pulsformspektrum auf, wie in Abbildung 6.7 (unten) zu sehen, so erkennt man, daß die Pulsformwinkel deutlich vom Photonen–Sollwinkel abweichen. Schiebt man für derart erkannte Ereignisse mit Zeitsprung die Zeit des zentralen Detektors auf Null und den Pulsformwinkel auf  $\phi_{PSA} = 45^{\circ}$ , so läßt sich auch dieser Störeffekt korrigieren, und man vermeidet den Verlust echter Photonenereignisse.

#### Zeitverschiebung durch Übersprechen benachbarter Signale (Crosstalk)

Die in der TAPS-Auslese eingesetzten Elektronikmodule (QDC, TDC, etc.) verarbeiten jeweils acht Einzelsignale. Dementsprechend werden die 504 TAPS-Einzeldetektoren in Achtergruppen zusammengefaßt, und die Signalübertragung vom Detektor zur Elektronik vollzieht sich in Kabelsträngen zu je acht Einzelsignalen, die wegen der räumlichen Trennung von Detektor und Elektronik eine Länge von ca. 50 m besitzen. Werden mehrere Kanäle einer solchen Achtergruppe in einem Ereignis gleichzeitig ausgelesen, so beeinflussen sich die Signale durch Kapazitäten und Induktivitäten in den Signalkabeln sowie durch die dicht beieinander liegenden Leiterbahnen in den Elektronikmodulen gegenseitig. Dieses Übersprechen zwischen den Signalen einer Achtergruppe (Crosstalk) äußert sich in Zeitverschiebungen der Einzelsignale. Dabei hängt die konkrete Verschiebung jeweils davon ab, welche der acht Signale tatsächlich am Ereignis beteiligt sind. Hieraus ergibt sich eine Vielzahl an Signalkombinationen, die auch ohne eine mögliche Abhängigkeit der Zeitverschiebung von der Höhe und dem zeitlichen Abstand der Einzelsignale nicht mehr zu beherrschen ist. Der Crosstalk-Effekt wird daher in niedrigster Ordnung derart korrigiert, daß man unabhängig von Höhe und zeitlichem Abstand der Signale den gegenseitigen Einfluß von Zweierkombinationen innerhalb einer Achtergruppe betrachtet und im Falle von mehr als zwei Signalen pro Ereignis die entsprechenden Zeitverschiebungen additiv behandelt. Es zeigt sich, daß sich schon durch dieses Verfahren eine Verbesserung der Zeitauflösung erzielen läßt.

Die Korrekturwerte der Zweierkombinationen werden mit Hilfe des Lasersystems bestimmt. Hierzu wird in jeder Achtergruppe zunächst jeder Kanal alleine mit einem Laserpuls beschickt, wodurch man als Zeitreferenz das ungestörte Zeitsignal erhält. Anschließend werden dann alle möglichen Signalpaare in der Achtergruppe durchgespielt, so daß sich für jede Zweierkombination die Zeitkorrektur  $\Delta t_{ij}$  ergibt. In den Daten aus der Pion-Photoproduktion wird dann die Zeitinformation eines getroffenen Detektors wie folgt korrigiert:

$$t_{i}^{'} = t_{i} - \sum_{j=1}^{8} \delta_{j} \Delta t_{ij} , \qquad (6.11)$$

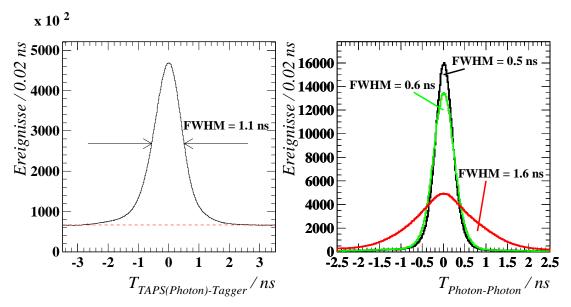
mit  $\delta_j = 1$  wenn Kanal j auch ausgelesen wurde. Ansonsten gilt  $\delta_j = 0$ .

#### Die erreichte Zeitauflösung

Nachdem alle in diesem Abschnitt erwähnten Korrekturen angewendet wurden, mußte der in Abschnitt 6.1.2 beschriebene Zeitabgleich zwischen dem Glasgow-Tagger und TAPS nochmals durchgeführt werden, weil sich die Lage und die Auflösung der Koinzidenzsignale durch die Beseitigung der Störeffekte verändert hatten.

Abbildung 6.8 zeigt die schließlich erreichte Zeitauflösung. Die Zeitdifferenz zwischen einem Photonenereignis in TAPS und der Taggerinformation ist im linken Bild dargestellt. Der Koinzidenzpeak in diesem Spektrum besitzt nach Abschluß der Dateneichung eine volle Halbwertsbreite (FWHM) von 1.1 ns. Die rechte Abbildung zeigt die Entwicklung des Zeitdifferenzspektrums zweier in TAPS nachgewiesener Photonen im Verlauf der durchgeführten Korrekturen. Beträgt das FWHM vor den Korrekturen zur Zeiteichung noch 1.6 ns, verbessert die Walk-Korrektur die

Zeitauflösung bereits um eine Nanosekunde auf FWHM=0.6 ns. Nach Ende der Crosstalk–Korrektur erreicht man schließlich FWHM=0.5 ns. Man sieht, daß das  $\gamma-\gamma$ –Koinzidenzspektrum praktisch untergrundfrei ist.



**Abbildung 6.8**: Links: Die TAPS-Tagger-Zeitdifferenz für Photonenereignisse in TAPS. Rechts: Die Zeitdifferenz zwischen zwei in TAPS detektierten Photonen. Die drei Kurven zeigen die Verbesserung der Zeitauflösung nach der Walk-Korrektur (FWHM = 0.6~ns) und nach der Crosstalk-Korrektur (FWHM = 0.5~ns).

Nach Abschluß der Dateneichung liegen die im Experiment gemessenen Informationen aller Einzeldetektoren in physikalischen Einheiten vor und können nun zur Bestimmung der gesuchten Observablen nach den Gleichungen 6.1, 6.2 und 6.5 benutzt werden.

# 6.2 Die Bestimmung der $\pi^0$ -Ausbeute in TAPS

Das neutrale Pion zerfällt nach einer mittleren Lebensdauer von  $\tau = 8.4 \times 10^{-17} \ s$  mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\Gamma_{BR} = 98.8\%$  in zwei Photonen. Mit den Energieund Winkelinformationen beider Zerfallsphotonen läßt sich das  $\pi^0$ -Meson über die Rekonstruktion seiner invarianten Masse nach Gleichung 5.22 indirekt nachweisen.

Gelangt ein hochenergetisches Photon in TAPS, so deponiert es seine Energie in Form eines elektromagnetischen Schauers, der sich aufgrund der gewählten Dimensionierung der  $BaF_2$ -Kristalle auf mehrere Detektormodule ausbreitet. Durch die Bestimmung des zugehörigen Schauerschwerpunktes läßt sich der Auftreffort und damit die Richtung des Photons genauer bestimmen, als man es von der geometrischen Segmentierung des TAPS-Detektors erwarten darf. Darüber hinaus werden in TAPS neben Photonen auch massive Teilchen wie z.B. Protonen, Neutronen, geladene Pionen und Elektronen detektiert. Daher ist es zunächst notwendig, aus den Informationen der ausgelesenen Einzeldetektoren Gruppen zusammenhängender Module (Cluster) zu erkennen, Energie-, Zeit- und Winkelinformation dieser

Cluster zu bestimmen sowie diese einer Teilchensorte zuzuordnen. Gelingt es, mehrere Schauer als Photonenereignisse zu identifizieren, versucht man hieraus neutrale Pionen zu rekonstruieren. Unter Verwendung der Taggerinformationen ist man dann in der Lage, das gesuchte physikalische Signal durch kinematische Randbedingungen von Untergrundereignissen zu säubern.

#### 6.2.1 Die Modul-Cluster

Bei der Suche nach einer Gruppe geometrisch zusammenhängender TAPS-Module unter den ausgelesenen Detektoren eines erfaßten Ereignisses berücksichtigt man, daß innerhalb eines Clusters deutlich unterschiedliche Einzelenergien auftreten. Ein  $BaF_2$ -Kristall des Clusters, den man Zentraldetektor nennt, ist dadurch ausgezeichnet, daß in ihm die größte Energiemenge des Schauers deponiert worden ist. Das Clustererkennungsverfahren beginnt daher mit der Suche nach einer Einzelenergie oberhalb einer für Zentraldetektoren geeignet eingestellten Softwareschwelle  $E_{Zent}$ . Nachbardetektoren dieses potentiellen Zentraldetektors, in denen zeitgleich eine Energie oberhalb einer angemessenen niedrigeren Energieschwelle  $E_{Nachb}$  registriert wurde, werden als Mitglieder des Clusters gekennzeichnet. Von jedem als Clustermitglied erkannten Detektor wird die Suche nach weiteren Mitgliedern über dessen Nachbardetektoren solange rekursiv fortgesetzt, bis keine Energiedepositionen oberhalb von  $E_{Nachb}$  mehr gefunden werden. Derjenige Detektor unter den so bestimmten, zusammenhängenden TAPS-Modulen mit der größten Einzelenergie wird als tatsächlicher Zentraldetektor markiert.

Zur Energieinformation eines Clusters werden die Einzelenergien aller Clustermitglieder aufaddiert. Wegen der oben beschriebenen TAPS-Energieeichung (siehe Abschnitt 6.1.1 und 6.1.3) entspricht diese Clusterenergie im maßgebenden Fall von Photonenereignissen unmittelbar der in TAPS deponierten Energie des nachgewiesenen Photons.

Als Zeitinformation steht einerseits die Zeit des Zentraldetektors, die als Referenzzeit des detektierten Teilchens dient, andererseits die gemittelte Zeit aller zum Cluster gehörenden Module zur Verfügung.

Die Winkelinformation des nachgewiesenen Teilchens in Bezug auf den Mittelpunkt des Reaktionstargets erhält man durch die Bestimmung des Auftrefforts in TAPS. Letzterer ergibt sich durch die Ermittlung des Schauerschwerpunktes. Um hierbei zu Gunsten der Nachbardetektoren den Zentraldetektor nicht zu stark zu berücksichtigen, stellt sich eine Gewichtung der Koordinaten der Einzeldetektoren  $(x_i, y_i)$  mit dem Logarithmus der relativen Einzelenergien als geeignete Methode heraus [Awe 92]. Man benutzt für die Schwerpunktskoordinaten:

$$x = \frac{\sum x_i \cdot W_i}{\sum W_i}$$

$$y = \frac{\sum y_i \cdot W_i}{\sum W_i}$$
(6.12)

mit

$$\begin{split} W_i &= \max \left\{ 0, P + ln \frac{E_i}{E_{Cluster}} \right\} \;, \\ W &= \sum W_i \;, \\ E_{Cluster} &= \sum E_i \;. \end{split}$$

Zur weiteren Verbesserung dieser Positionsbestimmung dient der Parameter P, der nach Konstruktion von  $W_i$  dafür sorgt, daß Einzelenergien, die im Vergleich zur Clusterenergie zu niedrig sind  $(E_i < e^{-P} \cdot E_{Cluster})$ , nicht mehr berücksichtigt werden. Nach [Mol 92] zeigt sich für TAPS als optimaler Abschneideparameter P = 5.

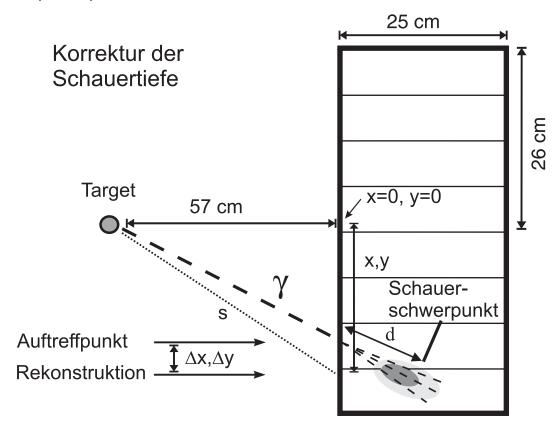


Abbildung 6.9: Schematische Darstellung zum Schauerschwerpunkt.

Wie in Abbildung 6.9 angedeutet, erfolgt die Rekonstruktion des Auftreffpunkts aus der Projektion des Schauerschwerpunkts auf die Kristalloberfläche. Fällt, wie hier gezeigt, ein Teilchen schräg in den Detektor ein, so wird sein Auftreffort systematisch zu weit vom Blockmittelpunkt entfernt bestimmt. Gerade bei den geringen Abständen zwischen Target und TAPS-Blöcken (siehe Tabelle 5.4) führt das zu einer deutlichen Überschätzung der Clusterwinkel. Um dies zu vermeiden, wird der Auftreffpunkt in Abhängigkeit von der Schauertiefe korrigiert. Für die Tiefe des Schauers d ergibt sich nach einer empirischen Formel [Heu 86]:

$$d = \left( ln \frac{E_{Cluster}}{E_c} + 1.2 \right) \cdot X_0 , \qquad (6.13)$$

mit  $E_c=12.7~MeV$  (kritische Energie von  $BaF_2$ ) und  $X_0=2.05~cm$  (Strahlungslänge von  $BaF_2$  – siehe Tabelle 5.3). Die in Abbildung 6.9 bezeichneten Korrekturen des Auftreffpunkts ( $\Delta x$  und  $\Delta y$ ) ergeben sich dann zu (Herleitung siehe Anhang [Hej 98]):

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta y}{y} = \left(\frac{s}{d} + 1\right)^{-1} . \tag{6.14}$$

Dementsprechend ergeben sich aus dem korrigierten Auftreffort des Teilchens auch die korrekten Winkelinformationen des erkannten Clusters, so daß nun Energie-, Zeit- und Winkelinformation des Clusters bekannt sind.

#### 6.2.2 Die Teilchenidentifikation

Es bleibt noch zu klären, welcher Teilchensorte ein gefundener Cluster zuzuordnen ist. Dabei ist auf der Suche nach den beiden Zerfallsphotonen des neutralen Pions dafür zu sorgen, daß Photonenereignisse von anderen erfaßten Teilchen unterschieden werden.

Hauptkriterium der Teilchenidentifikation ist die Pulsforminformation. Nach deren Eichung (siehe Abschnitt 6.1.3) zeichnen sich Photonenereignisse durch einen Pulsformwinkel in einem engen Bereich um  $\phi_{PSA}=45^{\circ}$  aus (siehe Abbildung 6.5), wobei im Fall der Standard– $BaF_2$ –Detektoren im Gegensatz zu den Plastik– $BaF_2$ –Phoswichmodulen die obere Grenze von  $\phi_{PSA}$  unkritisch ist. Maßgebend ist das Pulsformverhalten des Zentraldetektors, da sich bei der Ausbreitung eines elektromagnetischen Schauers in den  $BaF_2$ –Kristallen für sämtliche Nachbardetektoren, unabhängig von der auslösenden Teilchenart stets eine Photonencharakteristik der Pulsforminformation ergibt.

Darüber hinaus wird für die Standard- $BaF_2$ -Module zur Identifikation des nachgewiesenen Teilchens die Information der separat ausgelesenen Vetodetektoren verwendet. Diese sprechen nur auf geladene Treffer an und helfen deshalb, zwischen neutralen und geladenen Teilchen zu unterscheiden. Damit sind sie auch geeignet, Elektronen aus dem niederenergetischen, elektromagnetischen Untergrund zu unterdrücken, die sich wegen der Art der durchgeführten Energie- und Pulsformeichung in ihrem Pulsformverhalten nicht von Photonen unterscheiden. Ähnlich wie Protonen – als schwere geladene Teilchen – deponieren auch niederenergetische Elektronen ihre Energie meist in einem einzigen  $BaF_2$ -Kristall und bilden kein Modul-Cluster. Um zu vermeiden, daß Photonen fälschlicherweise unterdrückt werden, setzt man in der hier beschriebenen Analyse die Vetoinformation folgendermaßen ein: Ein gefundener TAPS-Cluster wird nur dann als Photonenereignis verworfen, wenn der Vetozähler des Zentraldetektors angesprochen hat. Stammt die Vetoinformation von einem Nachbarmodul, so wird lediglich der zugehörige Einzeldetektor aus dem Cluster entfernt, so daß seine Energie- und Zeitinformation nicht mehr zur Bestimmung der Clusterinformationen herangezogen werden.

		Pulsformwinkel	Vetodetektor
TAPS- Blöcke A-F	Zentraldetektor	$42.5^{\circ} \le \phi_{PSA} \le 90^{\circ}$	nicht angesprochen
	Nachbardetektor	keine Pulsformanalyse	nicht angesprochen sonst: kein Clustermitglied
Vorwärts- wand	Zentraldetektor	$42.5^{\circ} \le \phi_{PSA} \le 47.5^{\circ}$	keine separate Vetoinformation zugänglich
	Nachbardetektor	keine Pulsformanalyse	

**Tabelle 6.1**: Die Analysekriterien für ein Photonenereignis.

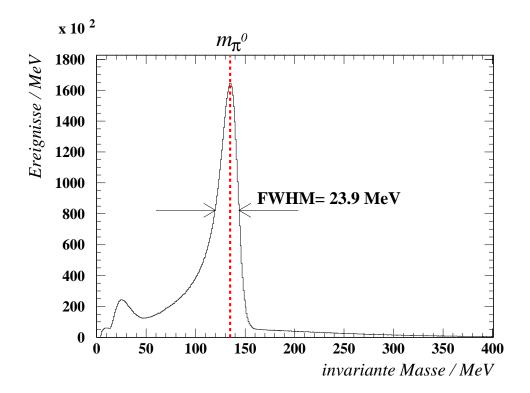
### 6.2.3 Die $\pi^0$ -Rekonstruktion

Nach der Identifikation und mit Kenntnis aller notwendigen Informationen der in TAPS detektierten Photonen lassen sich über die Analyse der invarianten Masse neutrale Pionen rekonstruieren. Hierzu werden alle in einem erfaßten Ereignis zeitgleich nachgewiesenen Photonen paarweise kombiniert. Als zeitgleich werden alle Photonenpaare betrachtet, die im  $\gamma-\gamma$ -Zeitdifferenzspektrum (siehe Abbildung 6.8, rechts) zwischen  $\pm 1.5~ns$  zu finden sind. Durch diesen "großzügigen" Schnitt in dem weitgehend untergrundfreien Spektrum sorgt man dafür, daß praktisch keine Ereignisse des gesuchten physikalischen Signals verworfen werden.

Nach Gleichung 5.22 bildet man für jeweils zwei koinzidente Photonen die invariante Masse:

$$m_{\gamma\gamma} = \sqrt{(E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2})^2 - (\vec{p}_{\gamma_1} + \vec{p}_{\gamma_2})^2} = \sqrt{2E_{\gamma_1}E_{\gamma_2} \cdot (1 - \cos\phi_{\gamma_1\gamma_2})} , \qquad (6.15)$$

wobei  $E_{\gamma_1,\gamma_2}$  und  $\vec{p}_{\gamma_1,\gamma_2}$  die Energien bzw. die Impulse und  $\phi_{\gamma_1\gamma_2}$  den Öffnungswinkel der betrachteten Photonen bezeichnen. Abbildung 6.10 zeigt das ausschließlich aus den Photoneninformationen gewonnene Spektrum der invarianten Masse. Man erkennt einen ausgeprägten Peak mit FWHM=23.9~MeV bei der Ruhemasse des neutralen Pions von  $m_{\pi^0}=135~MeV$ . Die Kante zu größeren invarianten Massen fällt steiler ab als die zu kleineren invarianten Massen. Diese asymmetrische Form läßt sich auf die Tatsache zurückführen, daß nicht jedes Photon seine Energie vollständig in den  $BaF_2$ -Kristallen deponieren kann (vgl. [Gab 93]). Speziell an den Rändern der Blöcke A-F und der Vorwärtswand führt ein solcher Energieverlust der elektromagnetischen Schauer aus dem Detektor hinaus zu einer systematischen Unterschätzung der Photonenenergien mit den entsprechenden Auswirkungen auf die



**Abbildung 6.10**: Allein aus den Photoneninformationen aufgebautes invariantes Masse-Spektrum. (Erläuterungen siehe Text.)

rekonstruierte invariante Masse. Der Unterschätzung der Photonenenergien wird in der Analyse allgemein durch einen globalen Korrekturfaktor entgegengewirkt. Hierzu skaliert man die Energie aller detektierten Photonen derart, daß das Maximum der invarianten Masse–Verteilung genau mit der Ruhemasse des  $\pi^0$ –Mesons zusammenfällt – wie im dargestellten Spektrum der invarianten Masse bereits geschehen. Bezeichnet man mit  $m_{\gamma\gamma}^{unkorr}$  die Lage des unkorrigierten Maximums, so ergibt sich nach Gleichung 6.15 die notwendige Korrektur der Photonenenergien zu:

$$E'_{\gamma_{(TAPS)}} = E_{\gamma_{(TAPS)}} \cdot \frac{m_{\pi^0}}{m_{\gamma\gamma}^{unkorr}} . \tag{6.16}$$

In der benutzten Analyse wurden alle  $BaF_2$ -Module einschließlich sämtlicher Randdetektoren als Zentraldetektoren zugelassen, wodurch die Wahrscheinlichkeit für Schauerverluste zu Gunsten einer größeren effektiven Detektorfläche maximal ist. Der Korrekturfaktor der Photonenenergien für Daten aus der Pion-Photoproduktion beträgt:

$$\left(\frac{m_{\pi^0}}{m_{\gamma\gamma}^{unkorr}}\right)_{Daten} = 1.20 .$$
(6.17)

Als rekonstruierte  $\pi^0$ –Mesonen werden solche Ereignisse betrachtet, die im Spektrum der invarianten–Masse in einem Bereich um den Peak bei 135 MeV liegen. Die Grenzen dieses Bereiches werden aus Gründen, die mit der Bestimmung der  $\pi^0$ –Nachweiswahrscheinlichkeit (siehe Abschnitt 6.4.2) in Zusammenhang stehen, auf

30 MeV und 170 MeV gesetzt. Energie, Impuls und Referenzzeit des neutralen Pions ergeben sich zu:  $E_{\pi^0}=E_{\gamma_1}+E_{\gamma_2}, \, \vec{p}_{\pi^0}=\vec{p}_{\gamma_1}+\vec{p}_{\gamma_2}$  und  $t_{\pi^0}=(t_{\gamma_1}+t_{\gamma_2})/2$ .

Da für den weiteren Verlauf der Analyse die tatsächliche Energie des Teilchens maßgebend ist, wird die Energie eines als  $\pi^0$ -Meson identifizierten Ereignisses wiederum zur Berücksichtigung von Schauerverlusten korrigiert zu:

$$E'_{\pi^0} = E_{\pi^0} \cdot \frac{m_{\pi^0}}{m_{\gamma_1 \gamma_2}^{rek \, ons \, t.}} \,, \tag{6.18}$$

was eine entsprechende Korrektur des Pionimpulses nach sich zieht.

Darüber hinaus zeigt Abbildung 6.10 weitere Strukturen. Sie sind darauf zurückzuführen, daß durch jede mögliche Kombination zweier detektierter Photonen zur Rekonstruktion der invarianten Masse auch Photonen aus Untergrundereignissen mitberücksichtigt werden. So stammt der zweite Häufungspunkt im Spektrum bei 25 MeV vollständig aus zeitzufälligem Untergrund. Hierbei wurden zwei koinzidente Photonen kombiniert, die jedoch nicht zeitgleich mit dem im Tagger erfaßten Bremsstrahlungselektron nachgewiesen wurden. Der kontinuierliche Untergrund, der sich fast über das gesamte Spektrum erstreckt, rührt von physikalischen Konkurrenzprozessen her, bei denen die registrierten Photonen nicht aus den beiden Zerfallsphotonen der einfachen  $\pi^0$ -Produktion bestehen. Als solche Konkurrenzprozesse kommen die  $2\pi^0$ -Produktion ab der Erzeugungsschwelle bei ca. 308 MeV sowie der  $3\pi^0$ -Zerfall des  $\eta$ -Mesons ab der  $\eta$ -Erzeugungsschwelle bei ca. 707 MeV in Frage. Kombiniert man zwei Photonen, die nicht zum selben neutralen Meson gehören, so ist keine definierte invariante Masse zu erwarten.

Wie im nächsten Abschnitt dargestellt wird, lassen sich diese Untergrundereignisse durch die Nutzung der Informationen des Glasgow-Taggers unterdrücken, wodurch der gesuchte Reaktionskanal der einfachen  $\pi^0$ -Photoproduktion sauber präpariert werden kann.

#### 6.2.4 Die Identifikation des Reaktionskanals

Durch den koinzidenten Nachweis des Bremsstrahlungselektrons mit dem vom energiemarkierten Photon ausgelösten Reaktionsprodukt ist der Tagger nach dem in Abschnitt 5.2 beschriebenen Verfahren in der Lage, die Energieinformation  $E_{\gamma}$  des einlaufenden, reellen Photons zu liefern. Dadurch ist der Eingangskanal der photonuklearen Reaktion bei bekannter Impulsrichtung des Photons und bei ruhendem Protonentarget vollständig beschrieben. Die Gesamtenergie  $W=\sqrt{s}$  des betrachteten Systems liegt damit fest, weil s als eine der beiden nach Abschnitt 3.1.1 unabhängigen Mandelstam–Variablen eines Zweikörperprozesses nach Gleichung 3.2 gegeben ist als:

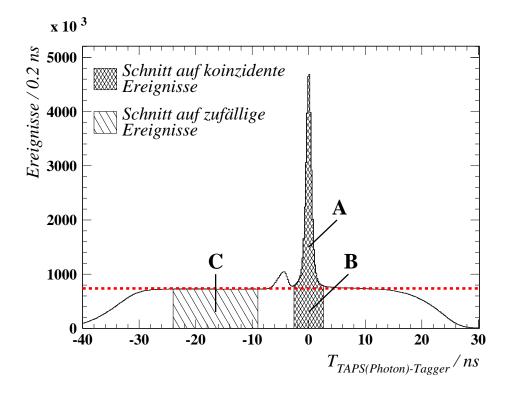
$$s = m_p^2 + 2 m_p E_\gamma , (6.19)$$

wobei  $m_p$  die Protonenmasse bezeichnet.

Durch die Messung der Pionenenergie  $E_{\pi^0}$  und des Pionenimpulses  $\vec{p}_{\pi^0}$  mit Hilfe von TAPS ist die Zweikörperkinematik der Pion-Photoproduktion bereits überbestimmt. Dies eröffnet die Möglichkeit, die gesuchte Reaktion zu identifizieren.

Wegen des zur Bremsstrahlungserzeugung verwendeten hohen Elektronenstrahlstroms sprechen im Taggerkoinzidenzzeitfenster von 60 ns pro ausgelesenem Ereignis im Mittel sieben Taggerkanäle an. Von diesen ist höchstens einer mit dem Bremsstrahlungsphoton korreliert, das die beobachtete Reaktion ausgelöst hat. Die restlichen Taggerkanäle haben zufällig angesprochen. Zur Energiemarkierung des einlaufenden Photons ist nun der korrelierte Taggerkanal von solchen Untergrundereignissen zu trennen. Hierzu führt man die nachfolgend beschriebene TAPS-Tagger-Koinzidenzanalyse durch.

Abbildung 6.11 zeigt nochmals das TAPS-Tagger-Zeitdifferenzspektrum für in TAPS nachgewiesene Photonen. Man erkennt den mit A gekennzeichneten Peak



**Abbildung 6.11**: Das TAPS-Tagger-Zeitdifferenzspektrum für Photonenereignisse in TAPS. Eingezeichnet sind die Zeitfenster zur Bestimmung der korrelierten und zufälligen TAPS-Tagger-Ereignisse.

zeitlich korrelierter (koinzidenter) TAPS-Tagger-Ereignisse auf einem weitgehend konstanten, zufälligen Untergrund. Diejenigen Ereignisse, bei denen ein Elektron im Tagger zeitgleich mit einem Photon in TAPS nachgewiesen wurde, ohne daß zwischen beiden ein physikalischer Zusammenhang bestand, sind für den mit B markierten Untergrund verantwortlich. Ereignisweise läßt sich durch den in der dargestellten TAPS-Tagger-Zeitdifferenz angedeuteten Schnitt auf koinzidente Ereignisse nicht entscheiden, ob ein korreliertes oder ein zufälliges Ereignis vorliegt. Die für den auftretenden Untergrund verantwortliche Physik ist jedoch unabhängig davon, ob die zufälligen Ereignisse zeitzufällig im koinzidenten Zeitfenster liegen oder nicht. Daher sind für die Ereignisse im mit C benannten Bereich auch die gleichen physikalischen

Verteilungen zu erwarten, wie für die zeitzufälligen Ereignisse in B. Baut man demnach für die ausschließlich zufälligen Ereignisse im Bereich C die gleichen Spektren auf, wie für die Ereignisse aus dem Bereich (A+B), so erhält man die gesuchten physikalischen Verteilungen der korrelierten TAPS-Tagger-Ereignisse, indem man die Spektren der rein zufälligen Ereignisse – normiert auf die gleiche Zeitfensterbreite – von den Spektren der Ereignisse aus dem Koinzidenzschnitt subtrahiert. Durch die Verbreiterung des Zeitfensters für zufällige Ereignisse wird der statistische Fehler aus diesem Anteil reduziert.

Die zusätzliche Struktur im hier dargestellten Zeitdifferenzspektrum bei -4.5 ns entspricht dem bereits zu Abbildung 6.3 erläuterten Peak.

Zur Identifikation des Reaktionskanals  $\vec{\gamma}p \to p\pi^0$  bieten sich zwei Möglichkeiten an, die beide von der Überbestimmtheit der Zweikörperkinematik Gebrauch machen.

#### Die Betrachtung der "fehlenden Energie" (missing energy)

Diese Methode nutzt aus, daß man die Energie des Pions, hier im Schwerpunktsystem (CMS), auf zwei Arten bestimmen kann. Zum einen können die mit Hilfe von TAPS im Laborsystem (LS) gemessene Energie und der Impuls des neutralen Pions durch eine Lorentztransformation in die Schwerpunktsenergie umgerechnet werden:

$$E_{\pi^0}^1 = \gamma \left( E_{\pi^0}^{LS} - \beta p_{\pi^0}^{LS} \cos \theta_{\pi^0}^{LS} \right) , \qquad (6.20)$$

mit  $\beta=\sqrt{E^2-M^2}/E=E_\gamma/(E_\gamma+m_p)$ ,  $\gamma=E/M=(E_\gamma+m_p)/M=(E_\gamma+m_p)/\sqrt{s}$ . Zum anderen ergibt sich bei bekannter Gesamtenergie  $W=\sqrt{s}$  (siehe Gleichung 6.19) die Schwerpunktsenergie des Pions aus der Kinematik des Zweikörperprozesses zu:

$$E_{\pi^0}^2 = \frac{s + m_{\pi^0}^2 - m_p^2}{2\sqrt{s}} \ . \tag{6.21}$$

Als fehlende Energie bezeichnet man die Differenz:

$$E_{miss} = E_{\pi^0}^1 - E_{\pi^0}^2 \ . \tag{6.22}$$

Entspricht ein Ereignis tatsächlich dem angenommenen Reaktionskanal, ergibt diese Differenz im Rahmen der Energieauflösung Null. Weicht  $E_{miss}$  signifikant von Null ab, muß das betrachtete Ereignis einem Konkurrenzprozeß zugeschrieben werden, der die vorausgesetzte Zweikörperkinematik nicht erfüllt.

#### Die Betrachtung der "fehlenden Masse" (missing mass)

Werden in einer Reaktion nicht alle Teilchen des Ausgangskanals erfaßt, so ergibt sich die Masse der nicht nachgewiesenen Teilchen  $m_X$  ganz allgemein aus den Energien und Impulsen im vollständig bekannten Eingangskanal  $(E_i, \vec{p}_i)$  und den registrierten Größen im Ausgangskanal  $(E_f, \vec{p}_f)$  zu:

$$m_X = \sqrt{E_X^2 - \vec{p}_X^2}$$
  
=  $\sqrt{(E_i - E_f)^2 - (\vec{p}_i - \vec{p}_f)^2}$ . (6.23)

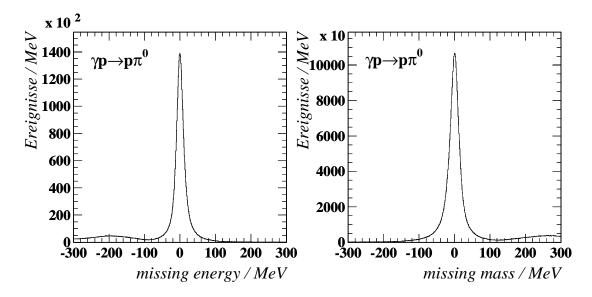
Wird im Fall einer Zweikörperreaktion ein Teilchen im Endzustand komplett vermessen, so entspricht  $m_X$  der Masse des zweiten Teilchens im Ausgangskanal. Da im

vorliegenden Fall der  $\pi^0$ -Produktion am Proton Energie und Impuls des neutralen Pions erfaßt wurden, erwartet man, als nicht nachgewiesene Masse die Masse des Rückstoßprotons  $m_p$  zu finden. Bildet man als fehlende Masse die Differenz:

$$m_{miss} = m_X - m_p , \qquad (6.24)$$

so erhält man für Ereignisse der Photoproduktion neutraler Pionen wiederum im Rahmen der Energieauflösung eine mit Null verträgliche fehlende Masse. Analog zur Missing-Energy-Methode ergeben sich auch hier nur dann von Null signifikant abweichende Ergebnisse für solche Ereignisse, die der angenommenen Zweikörperkinematik nicht genügen.

Abbildung 6.12 zeigt für die korrelierten TAPS-Tagger-Ereignisse die Verteilun-



**Abbildung 6.12**: Links: Das Missing-Energy-Spektrum. Rechts: Das Missing-Mass-Spektrum. Beide Verteilungen wurden unter der Annahme aufgebaut, daß es sich bei den gemessenen Ereignissen um Reaktionen der einfachen  $\pi^0$ -Photoproduktion handelt.

gen der fehlenden Energie (links) und der fehlenden Masse (rechts). Neben dem Peak bei Null, der dem gesuchten Reaktionskanal  $\gamma p \to p \pi^0$  zuzuordnen ist, erkennt man in beiden Spektren Ereignisse aus Konkurrenzreaktionen mit mehr als zwei registrierten Photonen im Endzustand. Läßt sich für diese Untergrundereignisse dennoch aus zwei der erfaßten Photonen ein  $\pi^0$ -Meson rekonstruieren, so "fehlt" diesem neutralen Pion zur Erfüllung der vorausgesetzten Zweikörperkinematik die Energie der darüber hinaus erzeugten Teilchen. Dies führt nach Gleichung 6.22 zu Missing-Energy-Einträgen bei negativem  $E_{miss}$ . Die aufgrund der einfachen  $\pi^0$ -Photoproduktion erwartete fehlende Masse  $m_{miss}$  fällt in diesem Fall entsprechend zu groß aus, wie man im Missing-Mass-Spektrum erkennen kann.

Da beide Methoden auf die gleichen Meßgrößen zurückgreifen, liefern sie mit Bezug auf unterschiedliche Teilchen im Endzustand vergleichbare Möglichkeiten zur Identifikation des Reaktionskanals. Aus Gründen, die wiederum im Zusammenhang mit der Bestimmung der  $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit stehen (siehe

Abschnitt 6.4.2), werden in der vorgestellten Datenanalyse alle Ereignisse mit  $(-100~MeV \le m_{miss} \le 50~MeV)$  der gesuchten Reaktion  $\gamma p \to p\pi^0$  zugeordnet.

# 6.2.5 Die experimentelle $\pi^0$ -Ausbeute

Der beschriebene Filter für  $\pi^0$ -Mesonen aus der einfachen  $\pi^0$ -Photoproduktion präpariert aus sämtlichen, ausgelesenen Experimentdaten zuverlässig das gesuchte physikalische Signal, indem Untergrundereignisse effektiv unterdrückt werden. Abbildung 6.13 zeigt die experimentelle  $\pi^0$ -Ausbeute in TAPS in der Auftragung des Pion-CMS-Polarwinkels  $\theta_{\pi^0}^{CMS}$  gegen die einlaufende Photonenenergie  $E_{\gamma}$ . Die An-

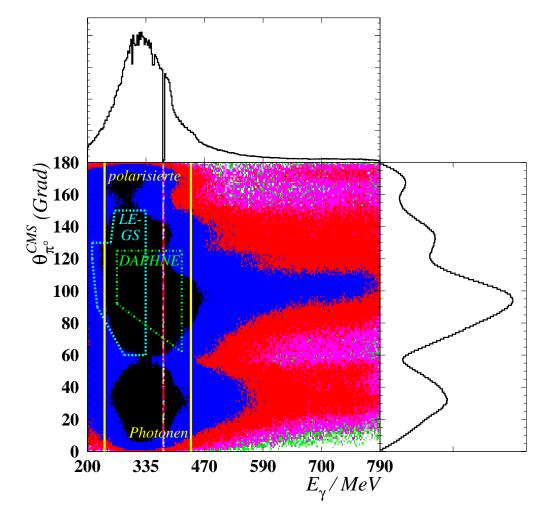


Abbildung 6.13: Die experimentelle  $\pi^0$ -Ausbeute in TAPS. (Erläuterungen siehe Text.) Zum Vergleich sind die Akzeptanzen des LEGS- und MAMI/DAPHNE-Experiments eingezeichnet. Die Struktur bei  $E_{\gamma}=375~MeV$  ist auf zwei defekte Taggerkanäle zurückzuführen. Wegen der ungleichmäßigen Energiebreite der einzelnen Taggerkanäle ist die x-Achse der Darstellung nicht linear.

zahl detektierter neutraler Pionen wächst zu dunkleren Grauwerten an. Insgesamt wurden im durchgeführten Experiment mehr als 13.2 Millionen echte Ereignisse aus

der einfachen  $\pi^0$ -Photoproduktion nachgewiesen. Die TAPS-Akzeptanz reichte von  $E_{\gamma}=200~MeV$  bis  $E_{\gamma}=790~MeV$ , wobei im Bereich zwischen 240 MeV und 440 MeV zur Untersuchung des  $N{\to}\Delta{-}$ Übergangs linear polarisierte Photonen zur Verfügung standen. In diesem  $\Delta(1232){-}$ Bereich konnte das neutrale Pion darüber hinaus über den vollen Polarwinkelbereich erfaßt werden. Nur zu höheren Photonenenergien zeigen sich für die extremen Polarwinkel kleinere Akzeptanzlücken. Bedingt durch die benutzte Blockstruktur des Photonenspektrometers weist die experimentelle  $\pi^0{-}$ Ausbeute eine ausgeprägte Minimum-Maximum-Struktur auf. Aufgrund der wechselseitigen Einstellung der Polarisation der reellen Photonen senkrecht und parallel zur TAPS-Detektorebene ergibt sich die Anzahl der erfaßten neutralen Pionen zu  $N_{\pi^0}=N^\perp + N^\parallel$ . Zur Bestimmung unpolarisierter physikalischer Verteilungen und zur Vermeidung unphysikalischer, systematischer Asymmetrien sind  $N^\perp$  und  $N^\parallel$  auf den gleichen einlaufenden Fluß zu normieren. Hierzu läßt sich die Information des Elektronenstrahlfängers (Faraday-Cup), der für beide Polarisationsrichtungen ausgelesen wird, einsetzen.

Im Vergleich mit den angedeuteten Akzeptanzen der in Kapitel 4 angeführten Vorgängerexperimente der LEGS- und der MAMI/DAPHNE-Gruppen sieht man, daß durch das hier vorgestellte Experiment die Datenbasis für die Photoproduktion neutraler Pionen deutlich erweitert werden konnte.

### 6.3 Der einlaufende Photonenfluß

Nach den Gleichungen 6.1 und 6.2 stellt der energieabhängige Photonenfluß  $N_{\gamma}(E_{\gamma})$  eine der notwendigen Normierungen der experimentellen  $\pi^0$ -Ausbeute dar, um die gesuchten Reaktionsquerschnitte zu bestimmen.

Wie in Abschnitt 5.2 beschrieben wurde, ergibt sich der Photonenfluß für die einzelnen Taggerkanäle i nach Gleichung 5.6 zu:

$$N_{\gamma}(i) = N_{e^{-}}(i) \cdot \varepsilon_{tag}(i) , \qquad (6.25)$$

wobei  $N_{e^-}(i)$  die Anzahl, der in den betrachteten Taggerkanal gestreuten Elektronen und  $\varepsilon_{tag}(i)$  die Photonenmarkierungswahrscheinlichkeit (Tagging-Efficiency) bezeichnet. Die Elektronenzähler der Taggerleiter registrieren dabei im Verlauf des Pionproduktionsexperiments die Anzahl der pro Taggerkanal nachgewiesenen Elektronen. Demgegenüber läßt sich die Tagging-Efficiency nur durch spezielle Messungen mit Hilfe eines totalabsorbierenden BGO-Detektors, der direkt in den Photonenstrahl gefahren wird, quantitativ bestimmen, wodurch Absolutwerte von  $\varepsilon_{tag}$  nur in Momentaufnahmen zur Verfügung stehen.

Abbildung 6.14 (links) zeigt die Ergebnisse zweier solcher Tagging-Efficiency-Messungen für eine der vier Peakeinstellungen der kohärenten Bremsstrahlung (vgl. Abschnitt 5.7). Neben dem stark energieabhängigen Verlauf der kanalweise dargestellten Werte für die Markierungswahrscheinlichkeit, der auf die kohärenten Überhöhungen der am ausgerichteten Diamanten erzeugten Bremsstrahlung zurückzuführen ist (siehe Abschnitt 5.3.1), erkennt man zwischen beiden gezeigten Messungen einen systematischen Unterschied von maximal etwa 10% in den Absolutwerten.

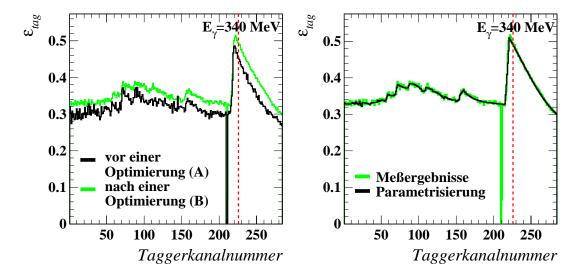


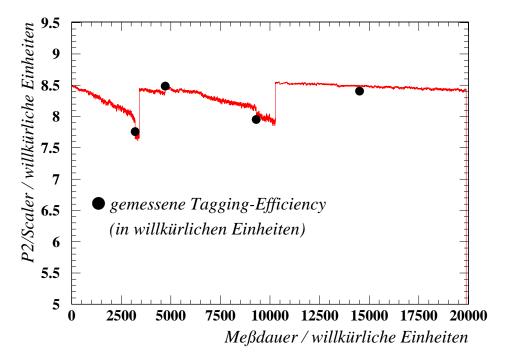
Abbildung 6.14: Links: Die Ergebnisse zweier Tagging-Efficiency-Messungen. Messung (A) beruht nur auf einem Fünftel der Statistik der Messung (B) und zeigt daher größere kanalweise Schwankungen. Die Taggerkanäle 210 und 211 sind defekt. Rechts: Das Ergebnis einer Tagging-Efficiency-Messung im Vergleich mit der "physikalisch glatten" Fit-Parametrisierung.

Letztere ist durch Schwankungen des einlaufenden Elektronenstrahls bedingt. Bereits durch kleine Variationen in der Strahlablage auf dem Bremsstrahlungsradiator ergeben sich bei den gewählten Photonenstrahlkollimatoren von 3 mm bzw. 4 mm Durchmesser deutliche Änderungen der Tagging-Efficiency.

Während die dargestellten Meßergebnisse aufgrund der gemessenen Ereignisstatistik mehr oder weniger deutliche kanalweise Schwankungen aufweisen, ist für die Markierungswahrscheinlichkeit  $\varepsilon_{tag}$  physikalisch ein "glatter" energieabhängiger Verlauf zu erwarten. Ähnlich wie bei unpolarisierter Bremsstrahlung bietet sich daher ein Fit an den Energieverlauf der Tagging–Efficiency an, um durch eine geeignete Anpassung eine Parametrisierung der physikalischen Markierungseffizienz zu erhalten. Im Gegensatz zum unpolarisierten Fall, bei welchem sich in guter Näherung eine konstante Tagging–Efficiency ergibt, muß man bei der kohärenten Bremsstrahlung die charakteristischen Überhöhungen beschreiben. Abbildung 6.14 (rechts) zeigt das Resultat einer solchen Anpassung, die an einer Messung mit relativ hoher Ereignisstatistik vorgenommen wurde. Sämtliche Tagging–Efficiency–Messungen, die zur selben Peakeinstellung der kohärenten Bremsstrahlung gemessen wurden, unterscheiden sich im Allgemeinen nicht in ihrem energieabhängigen Verlauf, der deshalb für alle diese Messungen durch die gleiche, auf die entsprechenden Absolutwerte angepaßte Parametrisierung beschrieben werden kann.

Zur genaueren Bestimmung des einlaufenden Photonenflusses für die gesamte Meßzeit mit einer Peakeinstellung ist es notwendig, Informationen für die Zeit zwischen einzelnen Tagging-Efficiency-Messungen zu haben, um die bestimmten Absolutwerte richtig zu gewichten. Zu diesem Zweck wird ein Monitorspektrum verwen-

det, welches synchron zur Pionproduktionsmessung ein Maß für die relative Änderung der Tagging–Efficiency liefert. Nach Abschnitt 5.2 kommt zur Erzeugung eines solchen Relativmonitors eine unmittelbar vor dem Photonenstrahlfänger postierte Ionisationskammer vom Typ P2 zum Einsatz. Das Verhältnis ihres Signals zur Zählrate der Elektronenzähler (P2/Scaler) erwies sich als geeigneter Tagging–Efficiency–Monitor. Eine Alternative zur Überwachung der Markierungswahrscheinlichkeit aus den Produktionsdaten ergibt sich z.B., indem man für eine feste Anzahl ausgelesener Ereignisse die Zahl nachgewiesener neutraler Pionen betrachtet.



**Abbildung 6.15**: Das Spektrum des Relativmonitors der Markierungswahrscheinlichkeit (P2/Scaler) im Vergleich mit den Ergebnissen der zugehörigen Absolutmessungen.

Abbildung 6.15 zeigt den Verlauf des (P2/Scaler)–Monitors über die Meßzeit mit einer Peakeinstellung. Die beobachteten Änderungen der Markierungswahrscheinlichkeit spiegeln sich in den insgesamt vier, bei der betrachteten Peakeinstellung durchgeführten, Absolutmessungen wider. Die über die ausgeprägten Schwankungen der kanalweisen Markierungseffizienz gemittelten und in willkürlichen Einheiten angegebenen Tagging–Efficiency–Werte benutzt man dementsprechend als Stützstellen zur "Eichung" des Tagging–Efficiency–Monitors. Paßt man die vier Einzelwerte fehlergewichtet in das Monitorspektrum ein, so läßt sich der Mittelwert des (P2/Scaler)–Spektrums zusammen mit der Parametrisierung des energieabhängigen Verlaufs der Tagging–Efficiency in die über die Meßzeit gemittelte, kanalweise Markierungswahrscheinlichkeit  $\bar{\varepsilon}_{tag}(i)$  umrechnen. Mit den Informationen der Elektronenzähler  $N_{e^-}(i)$  ist nach Gleichung 6.25 damit der in der Meßzeit vorherrschende kanalweise Photonenfluß  $N_{\gamma}(i)$  bekannt.

Die systematische Unsicherheit des einlaufenden Photonenflusses beträgt in konservativer Abschätzung maximal 2%.

### 6.4 Die $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit in TAPS

Die von TAPS erfaßte  $\pi^0$ -Ausbeute (siehe Abbildung 6.13) stellt nur einen Teil aller im Wasserstofftarget erzeugten Ereignisse aus der  $\pi^0$ -Photoproduktion dar. Aufgrund der eingeschränkten geometrischen Akzeptanz des Photonenspektrometers, das nach Abschnitt 5.5 nur 31% des vollen Raumwinkels abdeckt, sowie durch die benutzten energetischen Nachweisschwellen und Analysebedingungen (siehe Abschnitt 6.2) kann die Mehrzahl der gesuchten  $(p\pi^0)$ -Ereignisse nicht nachgewiesen werden. Demnach benötigt man zur Bestimmung der zugehörigen Wirkungsquerschnitte nach den Gleichungen 6.1 und 6.2 die  $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit ( $\pi^0$ -Effizienz) des TAPS-Detektors  $\varepsilon_{TAPS}$ , welche die Anzahl der registrierten Reaktionsereignisse  $N_{\pi^0}^{reg}$  zur gesuchten Gesamtzahl aller Reaktionsereignisse  $N_{\pi^0}^{gesamt}$  ins Verhältnis setzt. Dabei ist für die  $\pi^0$ -Effizienz des TAPS-Detektors wegen der blockweisen Anordnung der Module in der horizontalen Ebene um das Reaktionstarget im Zusammenspiel mit der Kinematik der  $\pi^0$ -Photoproduktion und der Zerfallskinematik des  $\pi^0$ -Mesons eine starke Abhängigkeit von der einlaufenden Photonenenergie  $E_{\gamma}$  und vom CMS-Polarwinkel  $\theta_{\pi^0}^*$  des produzierten Pions zu erwarten. Durch den Einsatz linear polarisierter Photonen zur Pionproduktion wird die Azimutwinkelsymmetrie des Prozesses aufgehoben, so daß im allgemeinsten Ansatz für  $\varepsilon_{TAPS}$ auch eine mögliche Abhängigkeit vom Azimutwinkel des Pions  $\phi_{\pi^0}$  berücksichtigt werden muß:

$$\varepsilon_{TAPS}(E_{\gamma}, \theta_{\pi^0}^*, \phi_{\pi^0}) = \frac{N_{\pi^0}^{reg}(E_{\gamma}, \theta_{\pi^0}^*, \phi_{\pi^0})}{N_{\pi^0}^{gesamt}(E_{\gamma}, \theta_{\pi^0}^*, \phi_{\pi^0})}.$$
 (6.26)

Zur Bestimmung der  $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit wird das Programmpaket GEANT (**GE**ometry **AN**d **T**racking) zur Beschreibung und Simulation von Detektoren eingesetzt [GEA 96]. Anhand der bekannten Geometrie des Experimentaufbaus wird für die Simulationsrechnung eine möglichst detailgetreue Reproduktion der experimentellen Anordnung definiert, die neben den eigentlichen Detektormaterialien der  $BaF_2$ - und Plastik-Szintillatoren auch die "passiven" Bestandteile der experimentellen Anordnung, wie z.B. das Wasserstofftarget, die Streukammer, Strahlrohre, Außenwände der Detektorblöcke usw., mit berücksichtigt. Hierbei entspricht die bereits in Abbildung 5.10 gezeigte Darstellung der Experimentieranordnung der GEANT-Reproduktion des verwendeten Aufbaus.

Auf der Grundlage bekannter Reaktionsquerschnitte ist GEANT in der Lage, vorzugsweise die Wechselwirkung von Elementarteilchen mit Materie zu beschreiben, so daß es z.B. möglich ist, das Verhalten von Photonen im definierten Experimentaufbau zu simulieren. Dazu "verfolgt" das Simulationsprogramm das betrachtete Teilchen Stück für Stück auf seinem Weg durch die experimentelle Anordnung und läßt es beim Durchgang durch die verschiedenen Materialien mit der jeweils gebotenen Wahrscheinlichkeit wechselwirken. Entstehen in der Folge einer solchen simulierten Wechselwirkung Sekundärteilchen, wie etwa bei der Erzeugung eines elektromagnetischen Schauers, so werden diese weiter verfolgt. Die pro Wegstück simulierten Energiedepositionen im "aktiven" Detektormaterial werden für jedes getroffene Modul aufaddiert und gespeichert. Die Datenstruktur des Simulationsergebnisses wurde

der Ereignisstruktur der TAPS-Datenerfassung angepaßt, so daß simulierte Ereignisse mit der gleichen Analysesoftware wie die Experimentdaten verarbeitet werden können, wodurch Daten aus der Simulation und dem Experiment weitestgehend unter identischen Bedingungen ausgewertet werden.

Das Simulationsprogramm ist jedoch nicht in der Lage, das Pulsformverhalten des  $BaF_2$ -Kristalls zu reproduzieren. Ebenso entfällt für Simulationsdaten durch das Fehlen der Taggerreferenzzeit die Möglichkeit der TAPS-Tagger-Koinzidenzanalyse und die Flugzeitinformation der simulierten Teilchen. Deshalb ist bei den Analysebedingungen für die Experimentdaten im Hinblick auf die Pulsforminformation und die TAPS-Tagger-Zeitdifferenz darauf zu achten, daß entweder nichts oder nur ein bekannter Anteil vom physikalischen Signal verworfen wird.

Im Rahmen der Simulation startet man, verteilt über das Volumen des Wasserstofftargets, ausschließlich einzelne neutrale Pionen, die entsprechend der  $\pi^0$ –Zerfallskinematik in zwei Photonen zerfallen (Ereignis- oder Eventgenerator). Diese Photonen werden anschließend in der Simulationsrechnung verfolgt. Die Anzahl der gestarteten  $\pi^0$ -Mesonen wird im allgemeinsten Fall in Abhängigkeit von der einlaufenden Photonenenergie  $E_{\gamma}$  und von den Startwinkeln  $\theta_{\pi^0}^*$  (Polarwinkel) und  $\phi_{\pi^0}$  (Azimutwinkel) erfaßt  $N_{\pi^0}^{Sim.,Start}(E_{\gamma},\theta_{\pi^0}^*,\phi_{\pi^0})$ . Nach der Analyse der Simulationsdaten ist dann auch die Anzahl der vom virtuellen Detektor registrierten Pionen bekannt  $N_{\pi^0}^{Sim.,reg}(E_{\gamma},\theta_{\pi^0}^*,\phi_{\pi^0})$  und die gesuchte  $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit in TAPS ergibt sich zu:

$$\varepsilon_{TAPS}(E_{\gamma}, \theta_{\pi^{0}}^{*}, \phi_{\pi^{0}}) = \frac{N_{\pi^{0}}^{Sim, reg}(E_{\gamma}, \theta_{\pi^{0}}^{*}, \phi_{\pi^{0}})}{N_{\pi^{0}}^{Sim, Start}(E_{\gamma}, \theta_{\pi^{0}}^{*}, \phi_{\pi^{0}})}.$$
(6.27)

Inwiefern die derart bestimmte  $\pi^0$ -Effizienz von der gewählten  $\pi^0$ -Startverteilung abhängt, wird in Abschnitt 6.4.1 erläutert. Die generelle Qualität und die Zuverlässigkeit der durchgeführten Simulation erschließt sich im Vergleich physikalischer Verteilungen simulierter und experimenteller Daten (siehe Abschnitt 6.4.2).

# 6.4.1 Die gewählte $\pi^0$ -Startverteilung

In der Untersuchung der Produktion neutraler Pionen mit linear polarisierten Photonen, deren Polarisationsvektor abwechselnd in der TAPS–Ebene bzw. senkrecht zur TAPS–Ebene ausgerichtet wird, gilt es, die expliziten Abhängigkeiten der  $\pi^0$ –Nachweiswahrscheinlichkeit zu erfassen. Um die Photonasymmetrie  $\Sigma$  nach Gleichung 6.5 über die unkorrigierten Pionzählraten bestimmen zu können, muß die in der allgemeinsten Gleichung 6.27 eingeführte Azimutwinkelabhängigkeit von  $\varepsilon_{TAPS}$  ausgeschlossen werden.

Mit Hilfe der benutzerdefinierten Startverteilung der simulierten neutralen Pionen, die dem Ereignisgenerator zu Grunde gelegt wird, lassen sich entsprechende systematische Untersuchungen durchführen. Abbildung 6.16 zeigt zwei signifikant unterschiedliche  $\pi^0$ -Startwinkelverteilungen. Mit der jeweiligen  $\cos(2\phi)$ -Modulation

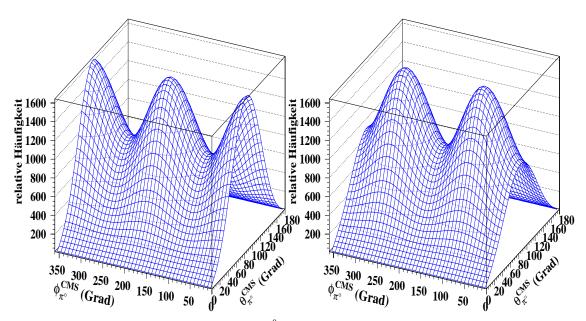


Abbildung 6.16: Zwei unterschiedliche  $\pi^0$ -Startwinkelverteilungen. Links: Die einlaufenden Photonen sind senkrecht zur TAPS-Ebene polarisiert. Rechts: Die einlaufenden Photonen sind parallel zur TAPS-Ebene polarisiert. Die TAPS-Module sind azimutal um die Winkel  $\phi = 0^\circ$  bzw.  $\phi = 360^\circ$  und  $\phi = 180^\circ$  installiert.

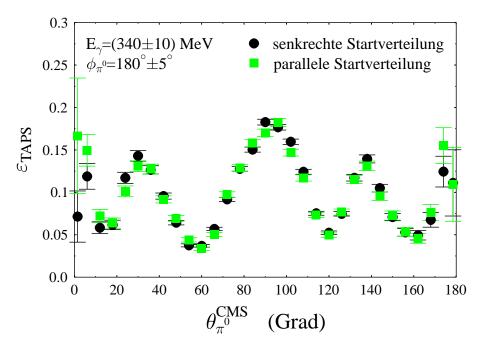


Abbildung 6.17: Die  $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit in TAPS für einlaufende Photonen der Energie  $E_{\gamma}=(340\pm10)~MeV$  und einen betrachteten Azimutwinkel des produzierten neutralen Pions von  $\phi_{\pi^0}=180^\circ\pm5^\circ$  (demnach in der TAPS-Ebene).

der Azimutwinkelabhängigkeit spiegeln diese relativen Häufigkeiten die Fälle der senkrecht (Abbildung 6.16, links) bzw. parallel (Abbildung 6.16, rechts) zur TAPS-Ebene ausgerichteten Polarisation der einlaufenden Photonen wider.

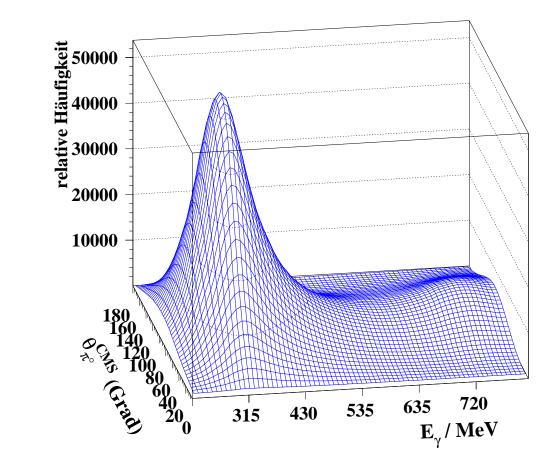
Ergebnisse für die sich aus diesen beiden Startverteilungen ergebenden  $\pi^0$ – Effizienzen sind in Abbildung 6.17 dargestellt. Das repräsentative Beispiel zeigt, daß  $\varepsilon_{TAPS}$  in beiden Fällen im Rahmen der statistischen Unsicherheit übereinstimmt, womit eine explizite Azimutwinkelabhängigkeit der  $\pi^0$ –Nachweiswahrscheinlichkeit in TAPS ausgeschlossen werden kann. Darüber hinaus läßt sich aus dieser Untersuchung allgemeiner schließen, daß die simulierte  $\pi^0$ –Effizienz unabhängig von der Wahl der Startverteilung bestimmt werden kann.

Abbildung 6.17 zeigt des weiteren, daß die  $\pi^0$ -Effizienz selbst in der TAPS-Ebene nie mehr als 20% erreicht und, wie aufgrund der eingesetzten Blockstruktur des Detektors erwartet, starke Schwankungen im Polarwinkelverlauf aufweist. Dabei sinkt  $\varepsilon_{TAPS}$  teilweise deutlich unter 10% ab. Die Bestimmung einer solch inhomogenen und niedrigen  $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit erfordert daher von der verwendeten Simulationsrechnung ein hohes Maß an Zuverlässigkeit (siehe Abschnitt 6.4.2).

Bei der Simulationsrechnung ist außerdem darauf zu achten, daß Detektoreffizienzen statistisch so genau bestimmt werden, daß sie im Vergleich zur statistischen Genauigkeit der Meßdaten eine untergeordnete Rolle für die Genauigkeit des Endergebnisses spielen. Dies erfordert im vorliegenden Fall bei einer experimentellen Ausbeute von mehr als 13.2 Millionen  $\pi^0$ -Mesonen (siehe Abschnitt 6.2.5) und einer mittleren TAPS-Effizienz über den vollen Energie- und Winkelbereich von (3-4)%die zeitintensive Simulation einer großen Anzahl von Ereignissen. Mit der Wahl einer Pionenstartverteilung, die möglichst nah an die tatsächliche, physikalische Pionenverteilung heranreicht, lassen sich die zur Verfügung stehenden Rechnerkapazitäten am effektivsten einsetzten. Mit der gezeigten Unabhängigkeit der  $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit vom Azimutwinkel  $\phi_{\pi^0}$  genügt es, für den untersuchten Energiebereich  $(E_{\gamma} = (200 - 790) \ MeV)$  eine sinnvolle Startverteilung in Abhängigkeit vom Polarwinkel des produzierten Pions zu haben  $N_{\pi^0}^{Sim.,Start}(E_{\gamma},\theta_{\pi}^*)$ . Sie läßt sich auf der Grundlage bekannter Vorhersagen für die unpolarisierte  $\pi^0$ -Photoproduktion erzeugen und ist in Abbildung 6.18 dargestellt. Die gewählte Startverteilung berücksichtigt demnach die Dominanz der  $\Delta(1232)$ -Resonanz und konzentriert die simulierten Ereignisse auf die entsprechenden Energie- und Winkelbereiche.

Mit dieser Startverteilung wurden mehr als 1.4 Milliarden neutrale Pionen mit dem Programmpaket GEANT simuliert. Zu diesem Zweck überführt man die Startwerte für die  $\pi^0$ –Energie und den  $\pi^0$ –Impuls durch eine Lorentztransformation ins Laborsystem, in welchem der virtuelle Detektor definiert ist.

Um die Dauer der Simulationsrechnung auf ein vertretbares Maß zu beschränken, mußte auch auf Rechnerkapazitäten im Zentrum für Datenverarbeitung (ZDV) zurückgegriffen werden.



**Abbildung 6.18**: Die gewählte  $\pi^0$ -Startverteilung  $N_{\pi^0}^{Sim.,Start}(E_{\gamma},\theta_{\pi^0}^*)$  auf der Basis der Vorhersagen von [MAID].

# 6.4.2 Die Qualität der GEANT-Simulation

Inwiefern die benutzte Simulation tatsächlich die experimentellen Gegebenheiten reproduziert, erschließt sich durch den Vergleich physikalischer Verteilungen aus simulierten und gemessenen Daten. Betrachtungen zu deponierten Energien, die jeweils auf dieselben einlaufenden Photonenenergien bzw. Taggerkanäle bezogen werden, bieten dabei im Allgemeinen ein geeignetes Kriterium zur Beurteilung der Simulation. Simulierte Winkelverteilungen weisen hingegen zwangsläufig eine starke Abhängigkeit von der Startwinkelverteilung auf. Konkrete Aufschlüsse über die Qualität der Simulation liefert daher nur ein Vergleich, bei dem die Startwinkelverteilung der simulierten Daten der physikalischen Winkelverteilung entspricht. Da letztere eine der gesuchten Observablen darstellt, ist ein solcher Vergleich erst nach der Bestimmung winkeldifferentieller Wirkungsquerschnitte möglich und dient dann zur Abschätzung der systematischen Unsicherheit der Simulation (siehe Abschnitt 6.4.3).

#### Die Berücksichtigung der Detektortotzeit

Die Auslese der experimentellen Daten ist totzeitbehaftet. D.h. während der Datenkonversion in der Meßelektronik kann kein weiteres Signal verarbeitet werden. Diese Totzeit läßt sich für jedes TAPS-Modul individuell aus dem zugehörigen Signal/Rausch-Verhältnis der TAPS-Zeitinformation bestimmen. Sie liegt für die Module der Blöcke A-F meist nur im Bereich von (1-2)%, wohingegen speziell die inneren Detektoren der Vorwärtswand eine Totzeit in der Größenordnung von (10-15)% aufweisen. Das Simulationsprogramm simuliert hingegen sämtliche Ereignisse ohne Totzeit streng nacheinander. Zum diesbezüglichen Abgleich von Simulation und Experiment werden bei der Analyse der simulierten Daten die einzelnen TAPS-Detektoren in einem ihrer Totzeit entsprechenden Anteil der Ereignisse, der von einem Zufallsgenerator bestimmt wird, von der Software nicht berücksichtigt.

#### Der Vergleich der Energiedepositionen

Baut man analog zur Analyse der im Experiment gefundenen  $\pi^0$ -Mesonen (vgl. Abschnitt 6.2.3) auch für simulierte Daten das invariante Masse-Spektrum auf, so benötigt man einen etwas niedrigeren Korrekturfaktor für die Photonenenergie, um das Maximum der invarianten Masse-Verteilung mit der Ruhmasse des neutralen Pions zusammenfallen zu lassen (vgl. Gleichung 6.17):

$$\left(\frac{m_{\pi^0}}{m_{\gamma\gamma}^{unkorr}}\right)_{Simulation} = 1.13.$$
(6.28)

Dies deutet auf einen Unterschied zwischen Experiment und Simulation bzgl. der Energiedeposition im Detektor hin, der sich auch in einer unterschiedlichen Größe der als Photonenereignis erkannten Modulcluster widerspiegelt. So tragen im Experiment im Mittel mehr  $BaF_2$ -Kristalle zu einem Photonencluster bei als in der Simulation.

Die Ursache für diese unterschiedliche Energiedeposition ist hauptsächlich darin zu suchen, daß im Simulationsprogramm Photonen bzw. ihre Sekundärteilchen nur solange explizit verfolgt werden, bis ihre Restenergie unter 1 MeV absinkt. Diese Restenergie wird dann dem Detektormodul zugeschlagen, indem das betrachtete Teilchen zuletzt beobachtet wurde. Ein Absenken der 1 MeV-Restenergie zur "vollständigen" Simulation des elektromagnetischen Schauers führt zu einer drastischen Erhöhung der benötigten Simulationsrechenzeit und ist deshalb nicht praktikabel.

Wie in Abbildung 6.19 zu sehen ist, wirkt sich die unterschiedliche Energiedeposition allerdings kaum auf die registrierte Energie eines kompletten Photonenclusters aus, für welche sich eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und
Simulation ergibt (links). Damit ist die erfaßte Energie von experimentellen und
simulierten Photonen vergleichbar. Im Hinblick auf den Zentraldetektor der Photonencluster ergibt sich jedoch eine deutliche Abweichung (rechts). Da in der Regel
der Zentraldetektor im Rahmen der Triggerelektronik (siehe Abschnitt 5.6) durch
das Überschreiten einer LED-Nachweisschwelle zur Erzeugung eines Auslesetriggers beiträgt, benötigt man im Gegensatz zu den LED-Schwellen, wie sie nach Abschnitt 6.1.1 für das Experiment bestimmt wurden, für die Analyse der simulierten

Daten somit andere, höhere effektive LED-Schwellen.

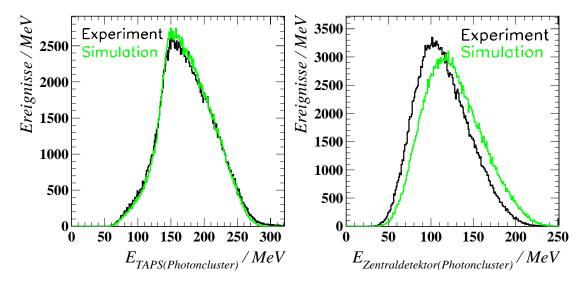


Abbildung 6.19: Unter der Bedingung, daß die beiden Zerfallsphotonen des neutralen Pions in den TAPS-Blöcken B und C detektiert wurden, betrachtet man die in Block B erfaßte Energie. Links: Die deponierte Energie des kompletten Photonenclusters. Rechts: Die im Zentraldetektor des Photonclusters deponierte Energie.

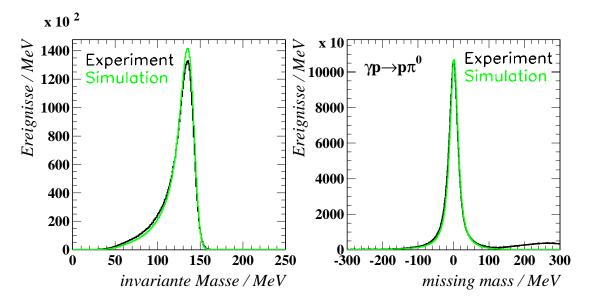
Diese benötigten effektiven LED–Schwellen lassen sich aus der Betrachtung des symmetrischen  $\pi^0$ –Zerfalls in zwei Photonen gleicher Energie bestimmen. Verlangt man den Nachweis beider Zerfallsphotonen in benachbarten TAPS–Blöcken, so vermeidet man – wie im Beispiel der Abbildung 6.19 – den Einfluß der Hardware–LED–Schwellen auf die zu vergleichenden Spektren dadurch, daß beide Photonen dieses hinreichend symmetrischen Zerfalls mit einer Mindestenergie von etwa 70 MeV sicher oberhalb der LED–Nachweisschwelle liegen. Vergleicht man das experimentelle und das simulierte Spektrum der Energiedeposition im Zentraldetektor der Photonencluster, so ergibt sich die notwendige Erhöhung der für das Experiment bestimmten LED–Schwellen für die Analyse simulierter Ereignisse aus der Verschiebung der beiden Verteilungsschwerpunkte. Die blockweise betrachteten Korrekturfaktoren der LED–Schwellen bewegen sich im vorliegenden Fall zwischen 1.098 und 1.119.

Durch diese Anpassung der Software-LED-Schwellen gelingt eine Gleichbehandlung von Experiment und Simulation bzgl. des Ereignisanteils, der aufgrund der benutzten Hardware-LED-Schwellen verworfen wird. Der Einfluß der beobachteten unterschiedlichen Energiedepositionen auf die Bestimmung des Schauerschwerpunktes (siehe Abschnitt 6.2.1) und damit auf die Emissionswinkel der detektierten Photonen bzw. der rekonstruierten neutralen Pionen ist in Abhängigkeit von den kinematischen Parametern äußerst komplex und kann nicht korrigiert werden. Lassen sich die daraus resultierenden Abweichungen zwischen Experiment und Simulation nicht durch geeignete Analysebedingungen ausgleichen, so fließen sie in die Betrachtung der systematischen Unsicherheit der Simulation mit ein.

### Der Vergleich der $\pi^0$ -relevanten Verteilungen

Entscheidend für die Zuverlässigkeit der Simulation ist es, daß die relevanten physikalischen Verteilungen zur  $\pi^0$ -Identifikation und zur Festlegung des Reaktionskanals soweit für experimentelle und simulierte Daten übereinstimmen, daß einheitliche Auswertekriterien angewandt werden können.

In Abbildung 6.20 werden dementsprechend für den gesamten Energiebereich einlaufender Photonen das invariante Masse-Spektrum (links) und das Missing-Mass-Spektrum (rechts) betrachtet. Im Vergleich der invarianten Masse-Spektren, die



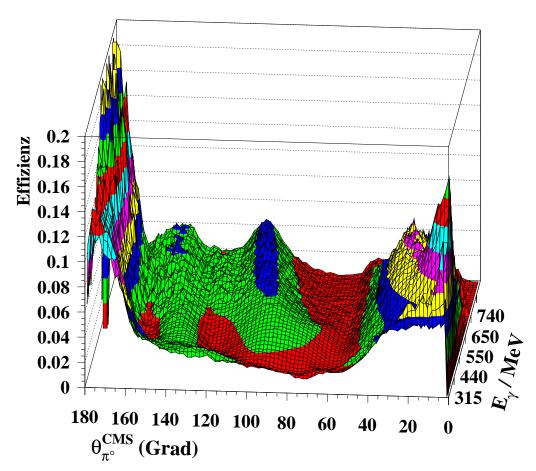
**Abbildung 6.20**: Links: Das invariante Massen-Spektrum nach Abzug sämtlicher Untergrundereignisse. Rechts: Das Missing-Mass-Spektrum für die Reaktion  $(\vec{\gamma}p \to p\pi^0)$ .

untergrundbereinigt auf die gleiche Ereignisanzahl normiert wurden, zeigt die simulierte gegenüber der experimentellen Verteilung eine etwas bessere Auflösung, was auch auf den beschriebenen Unterschied in der Energiedeposition zurückzuführen ist. Zur korrekten Bestimmung der  $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit müssen in Experiment und Simulation die gleichen Ereignisanteile als neutrale Pionen identifiziert werden. Dies ist bei den leicht unterschiedlichen invarianten Masse-Verteilungen nur durch die Öffnung der Analysebedingung zu leisten, weshalb alle Ereignisse im untergrundfreien Spektrum der invarianten Masse zwischen 30 MeV und 170 MeV als neutrale Pionen betrachtet werden.

Die Missing-Mass-Verteilungen zeigen bis zu einer fehlenden Masse von 50 MeV eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation. Erst oberhalb davon gewinnen in der experimentellen Verteilung die Ereignisse aus der  $2\pi^0$ -Produktion an Bedeutung. In einem Bereich der fehlenden Masse von -100~MeV bis 50 MeV läßt sich übereinstimmend der gesuchte Reaktionskanal der einfachen  $\pi^0$ -Photoproduktion festlegen.

### 6.4.3 Die simulierte $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit

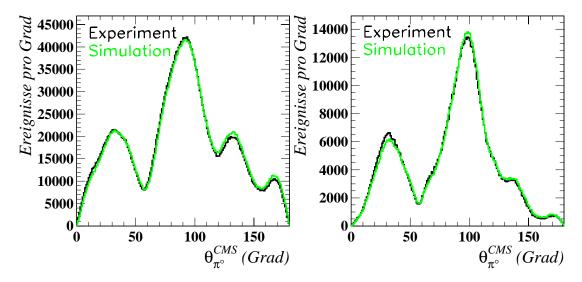
Die benutzte GEANT–Software ist in der Lage, das mit dem TAPS–Detektor zur einfachen Photoproduktion neutraler Pionen durchgeführte Experiment so zu beschreiben, daß mit ihrer Hilfe die  $\pi^0$ –Nachweiswahrscheinlichkeit im Photonenspektrometer trotz ihrer Inhomogenität und ihres niedrigen Absolutwertes zuverlässig simuliert werden kann. Abbildung 6.21 zeigt für die kinematische Akzeptanz der Messung die komplexe Abhängigkeit der TAPS–Effizienz von der Energie der einlaufenden Photonen und vom Polarwinkel des neutralen Pions.



**Abbildung 6.21**: Die  $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit in TAPS.

# Die systematische Unsicherheit der bestimmten $\pi^0$ –Effizienz

Mit der Kenntnis der experimentellen Ausbeute neutraler Pionen und der  $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit ergeben sich die physikalischen  $\pi^0$ -Winkelverteilungen  $N_{\pi^0}^{gesamt}(E_\gamma,\theta_{\pi^0}^*)$  nach Gleichung 6.26. Setzt man nun diese als Startverteilungen in die GEANT-Simulation ein, so läßt sich aus dem Vergleich der zugehörigen simulierten mit den experimentellen Polarwinkelverteilungen die systematische Unsicherheit der bestimmten  $\pi^0$ -Effizienz abschätzen. Abbildung 6.22 stellt diesen Vergleich für die Photonenenergien  $E_\gamma = (200-400)~MeV$  (links) und  $E_\gamma = (400-790)~MeV$  (rechts)



**Abbildung 6.22**: Der Vergleich von experimentellen und simulierten Polarwinkelverteilungen. Links:  $E_{\gamma} = (200 - 400)~MeV$ . Rechts:  $E_{\gamma} = (400 - 790)~MeV$ .

dar, wobei die zwischen beiden Energiebereichen deutlich wechselnde Minimum–Maximum–Struktur jeweils gut von der Simulation reproduziert werden kann. Die darüber hinaus erkennbaren Abweichungen spiegeln, aufgrund der bereits erwähnten Unabhängigkeit der simulierten Nachweiswahrscheinlichkeit von der gewählten Startverteilung, die systematischen Unterschiede zwischen Simulation und Experiment wider. Diese Abweichungen zeigen eine Energie– und Polarwinkelabhängigkeit, so daß der systematische Fehler bei der Bestimmung der TAPS–Effizienz neben einem allgemeinen Anteil ebenfalls eine energie– und polarwinkelabhängige Komponente besitzt. Diese variable Komponente ergibt sich statistisch signifikant in Energieschritten von 50~MeV aus den zugehörigen relativen Abweichungen zwischen experimentellen und simulierten Polarwinkelverteilungen.

Der allgemeine Anteil der systematischen Unsicherheit der  $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit wird auf relative 3% abgeschätzt, womit dem niedrigen Absolutwert von  $\varepsilon_{TAPS}$  und dem daraus resultierenden großen "Fehlerpotential" Rechnung getragen wird.

# 6.5 Der Polarisationsgrad der reellen Photonen

Die physikalische Polarisationsobservable  $\Sigma$  (Photonasymmetrie) läßt sich nach Gleichung 6.5 unter Kenntnis des Polarisationsgrads der reellen Photonen ( $\Pi_T = P_{\gamma}$ ) aus der experimentellen Asymmetrie  $\Sigma_{exp}$  der Pionenzählraten  $N^{\perp}$  und  $N^{\parallel}$  bestimmen.

Die experimentelle Bestimmung des Polarisationsgrads der linear polarisierten Photonen basiert auf Gleichung 5.18, welche die kohärenten und inkohärenten Anteile der Bremsstrahlungsintensität  $I^{koh}$  und  $I^{inkoh}$  mit der bekannten Funktion  $\Phi(x, x_d)$  verknüpft. Zur besseren Unterscheidung der beiden Bremsstrahlungsanteile betrachtet man das Spektrum der relativen Bremsstrahlungsintensität  $I^{rel}$ , dessen

Energieverlauf sich, wie in Abbildung 5.6 gezeigt, aus der Division eines Diamantdurch ein Nickelspektrum ergibt. Dabei ist das kollimierte Photonenspektrum zu berücksichtigen, das dem Einfluß der Kollimation des Photonenstrahls u.a. auf den Polarisationsgrad der Photonen Rechnung trägt (siehe Abschnitt 5.3.1).

Während man aus einer eigens an einem Nickel–Radiator durchgeführten kurzen Messung das benötigte inkohärente Referenzspektrum erhält, liegt das kohärente Diamantspektrum im energieabhängigen Photonenfluß der Pionproduktionsdaten vor, der sich nach Abschnitt 6.3 aus der mittleren Tagging–Efficiency  $\bar{\varepsilon}_{tag}$  und den im Tagger nachgewiesenen Elektronenzählraten  $N_{e^-}$  bestimmen läßt. Abbildung 6.23 stellt das derart über die Meßdauer mit einer Peakeinstellung gemittelte relative Intensitätsspektrum dar, das dementsprechend etwaige Schwankungen in der Ablage des Elektronenstrahls und deren Einfluß auf den Polarisationsgrad weitestgehend erfaßt. Man erkennt deutlich die angestrebte kohärente Überhöhung mit der Dis-

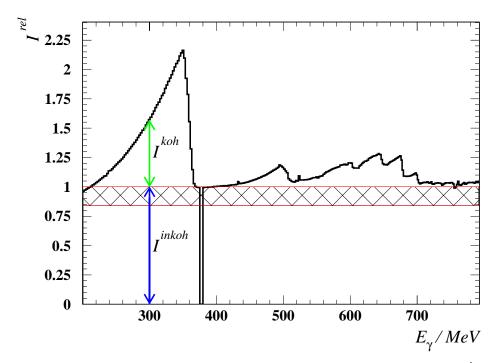


Abbildung 6.23: Das Spektrum der relativen Bremsstrahlungsintensität I<sup>rel</sup> auf Basis der Experimentdaten in der etwas willkürlichen, experimentellen Normierung, welche die Intensität unmittelbar oberhalb der Diskontinuität auf eins anbindet. Der schraffierte Bereich deutet an, daß die Aufteilung der Intensität in den kohärenten und in den inkohärenten Anteil aus der Messung allein nicht genau bestimmt werden kann.

kontinuität des gewählten reziproken Gittervektors bei  $E_{\gamma}=350~MeV$ . Die gezeigte Normierung, welche die relative Intensität direkt oberhalb der Diskontinuität exakt auf eins anbindet, stellt dabei nur die einfachste, experimentelle Wahl zur Unterscheidung zwischen kohärentem und inkohärentem Anteil der Bremsstrahlung dar, unterschätzt aber, wie die eingefügte Schraffur andeutet, den kohärenten Bremsstrahlungsanteil und damit auch den Polarisationsgrad der Photonen.

Diese Tatsache wird zum einen durch die unvermeidlichen Strukturen bei höheren

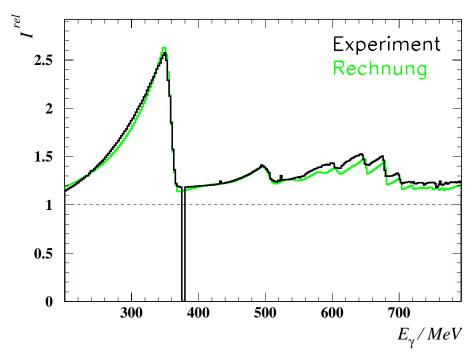
Photonenenergien, die auf weitere Gittervektoren zurückzuführen sind, begründet. Von der Ausrichtung dieser Vektoren zum eigentlich betrachteten Gittervektor hängt es ab, inwiefern sich ihre Polarisationsbeiträge konstruktiv oder kompensierend auf die Polarisation des gewählten Vektors auswirken. Speziell der Beitrag des nächsten Gittervektors mit der Struktur bei etwa  $E_{\gamma}=500~MeV$  verhält sich vollständig konstruktiv zum ausgezeichneten Gittervektor, was sich in einer Erhöhung des kohärenten Anteils widerspiegeln muß.

Darüber hinaus ist zu beachten, daß das inkohärente Referenzspektrum mit einem Nickel-Radiator bestimmt wurde, die detailierte Theorie der kohärenten Bremsstrahlung aber auch für den inkohärenten Anteil eine Materialabhängigkeit beschreibt, die einen Unterschied zwischen einer Nickel- und einer Kohlenstoff-Referenz vorhersagt [Nat 01].

Weil daher eine genaue Unterscheidung zwischen  $I^{koh}$  und  $I^{inkoh}$  mit den entsprechenden Auswirkungen auf die Bestimmung des Polarisationsgrads aus den experimentellen Daten alleine nicht möglich ist, muß man auf die Unterstützung theoretischer Vorhersagen zur kohärenten Bremsstrahlung zurückgreifen. Arbeiten der Universitäten Göttingen [Ram 95, Ram 98] und Tübingen [Nat 01] zielen darauf ab, unter Berücksichtigung apparativer Gegebenheiten, die einzelnen Anteile der Bremsstrahlungsintensität und den Polarisationsgrad der Bremsstrahlungsphotonen rechnerisch bestimmen zu können. Nach der Eingabe relevanter Parameter, wie z.B. Diamantdicke und –ausrichtung, Elektronenstrahlenergie, –ausdehnung und –divergenz sowie Kollimatorabmessungen liefern Programme auf der Grundlage maßgebender Bremsstrahlungswirkungsquerschnitte und unter Berücksichtigung der Beiträge individueller Gittervektoren entsprechende Vorhersagen.

Abbildung 6.24 zeigt den Vergleich des bereits oben dargestellten experimentellen Spektrums der relativen Bremsstrahlungsintensität mit der theoretischen Vorhersage nach [Nat 01]. Im Energiebereich oberhalb  $E_{\gamma} = 520~MeV$  ergeben sich relativ deutliche Abweichungen zwischen Experiment und Rechnung, die u.a. darauf zurückzuführen sind, daß aus Gründen der Rechenkapazität für die Vorhersage nur 830 Diamant-Gittervektoren berücksichtigt werden konnten, was zur dargestellten Unterschätzung der berechneten kohärenten Bremsstrahlungsintensität führt. Diese Begrenzung bleibt für die interessierende niederenergetische Struktur mit der Diskontinuität bei  $E_{\gamma}=350~MeV$  jedoch ohne Auswirkungen. Bis zu einer Photonenenergie von  $E_{\gamma} = 520~MeV$  erhält man gute Übereinstimmung der theoretischen Vorgabe mit dem experimentellen Ergebnis. Dabei zeigt sich im Bereich zwischen  $240 \; MeV \; \text{und} \; 350 \; MeV, \; \text{der bei dieser Diamanteinstellung für die Auswertung der$ Photonasymmetrie relevant ist, eine systematische Abweichung zwischen Experiment und Rechnung, die darauf schließen läßt, daß die theoretische Vorhersage den vorliegenden experimentellen Fall nicht vollständig beschreiben kann und folglich nicht zur Berechnung des Polarisationsgrads herangezogen werden sollte. Anhand der existierenden Rechnung ist es allerdings möglich, die notwendige Normierung der experimentellen Bremsstrahlungsintensität so zu wählen, daß der  $I^{rel} = 1$  im Verhältnis von kohärentem und inkohärentem Anteil im Gegensatz zur erstgewählten Normierung den tatsächlichen Verhältnissen entspricht.

Im Rahmen dieser Arbeit reichte es aus, die theoretische Vorhersage nur für eine



**Abbildung 6.24**: Das Spektrum der relativen Bremsstrahlungsintensität I<sup>rel</sup> im Vergleich zwischen Experiment und theoretischer Vorhersage.

einzige Diamanteinstellung zu benutzen, um eine passende Normierung der experimentellen relativen Intensität zu bestimmen. Zur Extraktion des Polarisationsgrads der reellen Photonen wird ansonsten ausschließlich der experimentelle Verlauf der relativen Bremsstrahlungsintensität herangezogen. Zu diesem Zweck wird Gleichung 5.18 bis zur betreffenden Diskontinuität wie folgt interpretiert:

$$P_{\gamma}(E_{\gamma}) = \Phi(E_{\gamma}) \frac{I^{rel}(E_{\gamma}) - 1}{I^{rel}(E_{\gamma})} . \tag{6.29}$$

Da die insgesamt vier benutzten Diamanteinstellungen so gewählt wurden, daß sich zwischen zwei benachbarten Peakeinstellungen jeweils ein Überlapp der kohärenten Überhöhungen ergab, lassen sich die drei weiteren relativen Bremsstrahlungsintensitäten sukzessive, wie im folgenden beschrieben, normieren.

Ausgehend von der "theoretisch angepaßten" Diamanteinstellung A aus Abbildung 6.24 mit der relativen Intensität  $I^{rel,A}$  berechnet man nach Gleichung 6.29 den Polarisationsgrad und nach Gleichung 6.5 die zugehörige physikalische Observable  $\Sigma$  für eine Photonenenergie  $E^{AB}_{\gamma}$  im Überlappbereich zur benachbarten Kristalleinstellung B. Die experimentelle Asymmetrie  $\Sigma^B_{exp}(E^{AB}_{\gamma})$  ergibt sich unabhängig vom Polarisationsgrad der Photonen alleine aus den entsprechenden Pionenzählraten, so daß für den Polarisationsgrad der Diamanteinstellung B nach Gleichung 6.5 gilt:

$$P_{\gamma}^{B}(E_{\gamma}^{AB}) = \frac{\sum_{exp}^{B}(E_{\gamma}^{AB})}{\sum(E_{\gamma}^{AB})}.$$
(6.30)

Aus der Gleichsetzung von Gleichung 6.29 und Gleichung 6.30 erhält man den angepaßten Wert und damit die notwendige Normierung für die Kristalleinstellung B

gemäß:

$$I^{rel,B}(E_{\gamma}^{AB}) = \frac{-1}{\frac{P_{\gamma}^{B}(E_{\gamma}^{AB})}{\Phi^{B}(E_{\gamma}^{AB})} - 1}.$$
(6.31)

Nach der Normierung der Intensitäten aller vier Diamanteinstellungen ist nach Gleichung 6.29 auch der Polarisationsgrad der reellen Photonen für jede der ausgesuchten kohärenten Überhöhungen bekannt. Die endgültigen Werte von  $P_{\gamma}$  zeigt Abbildung 6.25. Das angewandte Verfahren liefert unter Benutzung der experimentellen

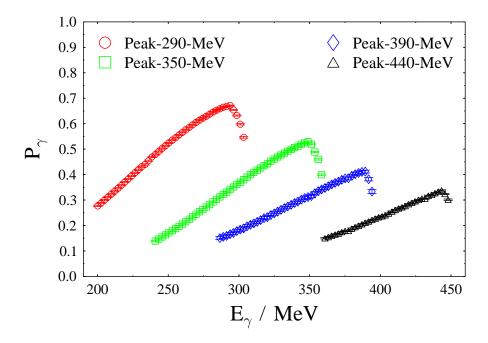
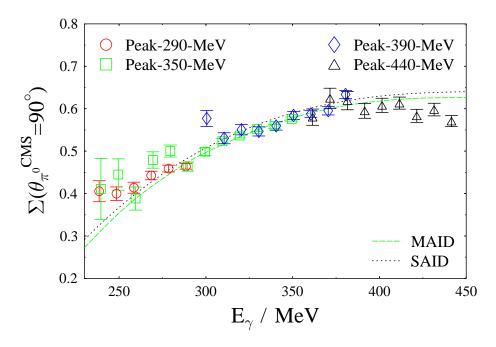


Abbildung 6.25: Der ermittelte Polarisationsgrad der reellen Photonen für die vier gewählten Diamanteinstellungen.

Information aus der Pion–Photoproduktion im Zusammenspiel mit einer einzelnen "theoretischen Stützstelle" statistisch sehr genau den energieabhängigen Verlauf des Polarisationsgrads der kohärenten Bremsstrahlung. Dieser sollte zur verläßlichen Bestimmung der Photonasymmetrie etwa 15% nicht unterschreiten. Unter Berücksichtigung einer ausreichenden Zählstatistik ermöglicht der erreichte Polarisationsgrad der reellen Photonen im betrachteten Experiment die Angabe der Photonasymmetrien von  $E_{\gamma}=240~MeV$  bis  $E_{\gamma}=440~MeV$ , wodurch der Energiebereich der  $\Delta(1232)$ –Resonanz abgedeckt wird.

Einen Hinweis auf die Zuverlässigkeit, mit der jeweils für die vier Diamanteinstellungen der Polarisationsgrad bestimmt werden konnte, gibt Abbildung 6.26. Im Vergleich der Energieabhängigkeit der Photonasymmetrien bei festem Pion–CMS–Polarwinkel von  $\theta_{\pi^0}^* = 90^\circ$  zeigt sich innerhalb der statistischen Genauigkeit in den Überlappbereichen der vier kohärenten Überhöhungen – und nicht nur an den zur Normierung herangezogenen Energiepunkten – eine weitgehende Übereinstimmung

der Einzelergebnisse. Darüber hinaus findet man auch eine prinzipielle Verträglichkeit der experimentellen Asymmetrien mit den Vorhersagen der Analyseprogramme MAID und SAID.



**Abbildung 6.26**: Der Vergleich der Photonasymmetrien  $\Sigma_{\pi^0}^{CMS}(\theta = 90^{\circ})$  für die vierbenutzten Diamanteinstellungen.

Der systematische Fehler bei der Bestimmung des Polarisationsgrads der reellen Photonen läßt sich auf relative 4% abschätzen, wobei aufgrund der existierenden Abweichung zwischen experimenteller und berechneter relativer Intensität die Unsicherheit bzgl. der erforderlichen Normierung der gemessenen Intensität gegenüber der systematischen Unsicherheit des verwendeten Photonenflusses dominiert.

## 6.6 Die systematischen Fehler

Die systematische Unsicherheit, die bei der Bestimmung der physikalischen Observablen auftritt, teilt sich in die nachfolgend zusammengestellten Einzelfehler auf.

#### Die Analysebedingungen

Die zur Identifikation der neutralen Pionen benutzten Analysebedingungen (siehe Abschnitt 6.2) wurden zur Abschätzung des systematischen Fehlers mit Blick auf die  $\pi^0$ -Ausbeute variiert und letztendlich so eingestellt, daß die diesbezügliche Unsicherheit selbst konservativ betrachtet

$$\frac{\Delta N_{\pi^0}}{N_{\pi^0}} \le 1\% \tag{6.32}$$

beträgt.

#### Der einlaufende Photonenfluß

Mit dem in Abschnitt 6.3 vorgestellten Verfahren zur Ermittlung des einlaufenden Photonenflusses läßt sich der zugehörige systematische Fehler reduzieren auf:

$$\frac{\Delta N_{\gamma}}{N_{\gamma}} = 2\% \ . \tag{6.33}$$

#### Die Anzahl der Targetkerne

Die systematische Unsicherheit bei der Bestimmung der Anzahl der Targetkerne aufgrund etwaiger Dichteschwankungen des flüssigen Wasserstoffs im Kryotarget und aufgrund der Ermittlung der effektiven Targetlänge wird abgeschätzt zu:

$$\frac{\Delta N_T}{N_T} = 1.5\% \ . \tag{6.34}$$

#### Die $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit in TAPS

Neben dem in Abschnitt 6.4.3 eingeführten energie- und polarwinkelabhängigen Anteil im systematischen Fehler der simulierten  $\pi^0$ -Nachweiswahrscheinlichkeit in TAPS ist für die GEANT-Simulation ein weiterer, konstanter Anteil der diesbezüglichen systematischen Unsicherheit von

$$\frac{\Delta \varepsilon_{TAPS}}{\varepsilon_{TAPS}} = 3\% \tag{6.35}$$

zu berücksichtigen.

Durch die quadratische Addition dieser vier unabhängigen Einzelfehler ergibt sich für die Bestimmung der  $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitte eine konstante systematische Unsicherheit von 4%, zu welcher der erwähnte energie- und polarwinkelabhängige systematische Fehler hinzugezogen werden muß.

#### Der Polarisationsgrad der reellen Photonen

Der mit der in Abschnitt 6.5 eingeführten Methode ermittelte Polarisationsgrad der reellen Photonen hat eine systematische Unsicherheit von

$$\frac{\Delta P_{\gamma}}{P_{\gamma}} = 4\%. \tag{6.36}$$

Zusammen mit dem Fehler aufgrund der gewählten Analysebedingungen  $(\Delta N_{\pi^0}/N_{\pi^0})$  erhält man in Bezug auf die Photonasymmetrie  $\Sigma$  eine systematische Unsicherheit von 4.1%.

# 7. Die Ergebnisse

Mit den in Kapitel 6 vorgestellten Methoden konnten alle Größen ermittelt werden, die man nach den Gleichungen 6.1, 6.2 und 6.5 benötigt, um die physikalischen Observablen der Reaktion  $\vec{\gamma}p \to p\pi^0$  zu bestimmen. Im folgenden werden nun die gewonnenen Ergebnisse für die unpolarisierten Wirkungsquerschnitte (siehe Abschnitt 7.1) und die Photonasymmetrie (siehe Abschnitt 7.2) zusammengestellt.

Die Ergebnis-Tabellen der hier graphisch dargestellten Ergebnisse des MAMI/TAPS-Experiments befinden sich in Anhang B.

Der Vergleich mit bekannten experimentellen Resultaten beschränkt sich aus Gründen der Übersichtlichkeit weitestgehend auf die Ergebnisse der in Kapitel 4 vorgestellten Messungen der LEGS–Gruppe [Bla 97, Bla 01] und der MAMI/DAPHNE–Gruppe [Kra 96, Bec 97, Bec 00]. Von theoretischer Seite liegt im Energiebereich von  $E_{\gamma}=(200-500)~MeV$  die dispersionstheoretische Analyse (DR) der MAMI/TAPS–Ergebnisse für die Photoproduktion neutraler Pionen nach [Han 96, Han 98] vor. Für die in diesem Zusammenhang notwendige Isospinzerlegung (vgl. Abschnitt 3.1.3) fließen in diese Analyse darüber hinaus noch die MAMI/DAPHNE–Daten und für Energien unterhalb von  $E_{\gamma}=270~MeV$  ältere Bonner Daten nach [Fis 72] zur  $\pi^+$ –Photoproduktion mit ein. Im Energiebereich oberhalb von  $E_{\gamma}=500~MeV$  werden die Resultate dieser Arbeit mit den Ergebnissen der MAID–und SAID–Analysen [MAID, SAID] verglichen, wobei teilweise auch auf experimentelle Daten aus der SAID–Datenbasis zurückgegriffen wird.

# 7.1 Die unpolarisierten $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitte

Die erreichte Ereignisstatistik des im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experiments mit TAPS am MAMI erlaubt es, die Ergebnisse zu den unpolarisierten  $\pi^0$ –Wirkungsquerschnitten im Energiebereich von  $E_{\gamma}=(200-790)~MeV$  in Schritten von 10~MeV anzugeben.

## 7.1.1 Die winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitte

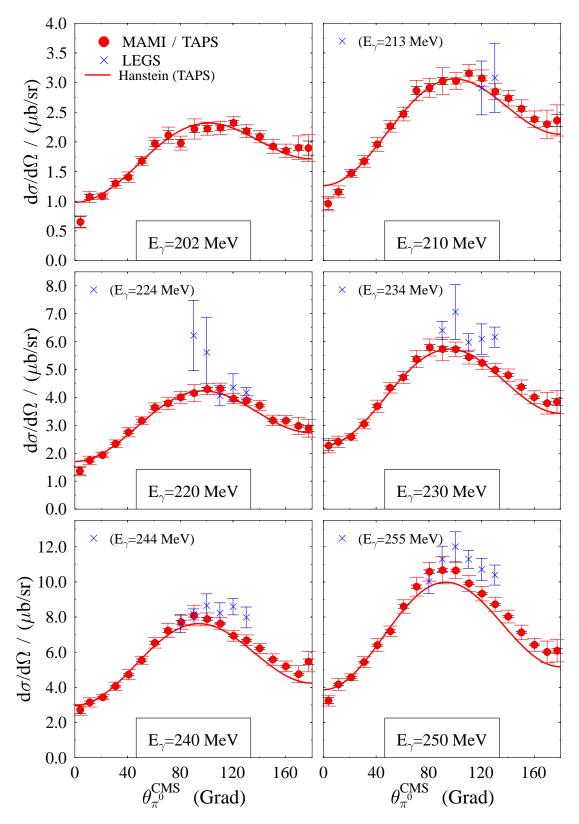
Die Abbildungen 7.1–7.10 zeigen sämtliche Wirkungsquerschnittsdatenpunkte dieser Arbeit. Im Vergleich der drei Messungen (MAMI/TAPS, MAMI/DAPHNE, LEGS) werden die experimentellen Absolutwerte zum unpolarisierten winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitt mit ihrem jeweiligen Gesamtfehler, der sich aus einem statistischen und einem systematischen Anteil zusammensetzt, dargestellt. Die zusätzlichen kleineren Fehlergrenzen der MAMI/TAPS-Werte geben alleine die statistische Unsicherheit an. Aufgrund des vor allem durch die TAPS-Nachweiswahrscheinlichkeit

(siehe Abschnitt 6.4.3) etwas größeren systematischen Fehlers fällt der Gesamtfehler der Ergebnisse dieser Arbeit im allgemeinen ein wenig größer aus, als der Gesamtfehler der MAMI/DAPHNE-Messung, deren systematische Unsicherheit vor allem wegen einer relativ hohen Protonen-Effizienz von im Mittel mehr als 90% mit nur 3% abgeschätzt wurde.

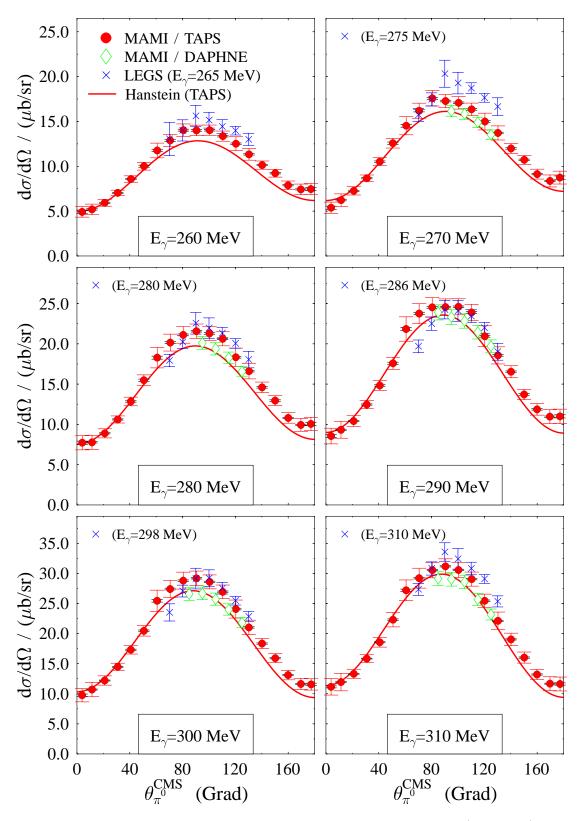
Bei einer Übereinstimmung innerhalb des Gesamtfehlers tendieren die Wirkungsquerschnittsergebnisse dieser Arbeit im Vergleich mit den MAMI/DAPHNE-Resultaten zu leicht höheren Absolutwerten. Beim Vergleich mit den Datenpunkten der LEGS-Messung ist zu beachten, daß sich die jeweils betrachteten Photonenenergien um einige MeV voneinander unterscheiden. Die Absolutwerte der LEGS-Ergebnisse fallen dennoch sowohl im Vergleich zur MAMI/TAPS- als auch zur MAMI/DAPHNE-Messung (siehe Kapitel 4) zumeist höher aus und sind – speziell im CMS-Polarwinkelbereich  $\theta_{\pi^0}^* \geq 100^\circ$  – teilweise selbst im Rahmen der dargestellten Fehler nicht mit den MAMI-Resultaten verträglich. Darüber hinaus ergibt sich auch im Verlauf der winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitte zwischen LEGS und MAMI/TAPS weiterhin ein signifikanter Unterschied, der in Kapitel 4 bereits zu den MAMI/DAPHNE-Ergebnissen festgestellt wurde und sich nach der A, B, C-Parametrisierung in Abschnitt 3.2 unmittelbar auf das  $R_{EM}$ -Verhältnis auswirken muß.

Im Energiebereich unterhalb von  $E_{\gamma}=320~MeV$  unterschätzt die Hanstein-Analyse der MAMI/TAPS-Daten die experimentellen Ergebnisse dieser Arbeit im Bereich mittlerer und großer  $\pi^0$ -Polarwinkel, ohne daß derzeit eine Begründung hierfür gegeben werden kann. Von  $E_{\gamma}=320~MeV$  bis  $E_{\gamma}=500~MeV$  lassen sich die neuen experimentellen Daten jedoch sehr gut durch diesen dispersionstheoretischen Ansatz beschreiben. Dabei beträgt das  $\chi^2$  pro Freiheitsgrad über den Energiebereich von  $E_{\gamma}=(200-500)~MeV$  etwa zwei.

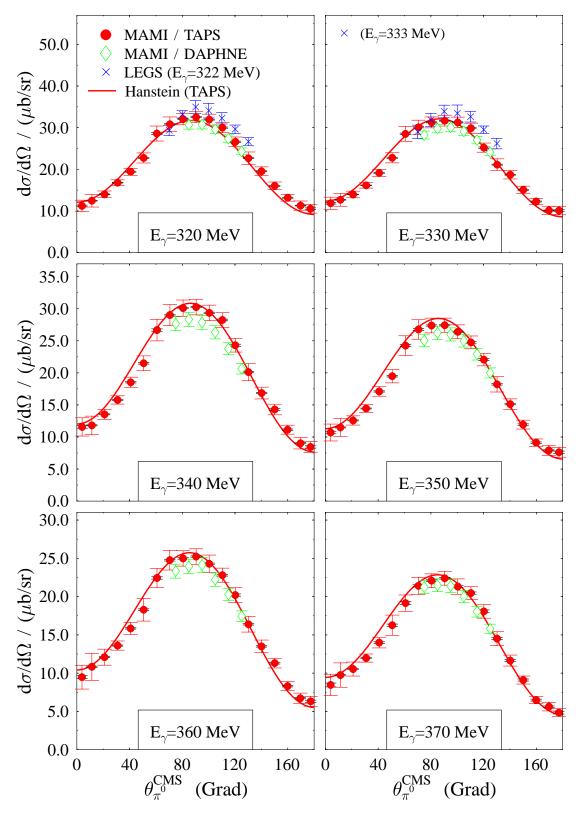
Oberhalb von  $E_{\gamma}=500~MeV$  zeigen die Datenpunkte dieser Arbeit zunächst über den gesamten Polarwinkelbereich gute Übereinstimmung mit dem Ergebnis von MAID, während die SAID–Lösung (SM01K) die neuen Daten unter Vorwärtswinkeln etwas überschätzt, dann aber unter  $\pi^0$ –Rückwärtswinkeln mit dem MAID–Ergebnis übereinstimmt. Ab Photonenenergien um 600 MeV beschreiben sowohl die MAID– als auch die SAID–Analysen die Resultate dieser Arbeit qualitativ recht gut, ohne daß eine der theoretischen Lösungen eindeutig zu bevorzugen wäre. Für  $E_{\gamma}>650~MeV$  zeigen die MAMI/TAPS–Ergebnisse bei  $\pi^0$ –CMS–Polarwinkeln von  $\theta_{\pi^0}^*=150^\circ$  und  $\theta_{\pi^0}^*=160^\circ$  durchgängig Wirkungsquerschnittswerte, die deutlich unterhalb der MAID– und SAID–Lösungen liegen.



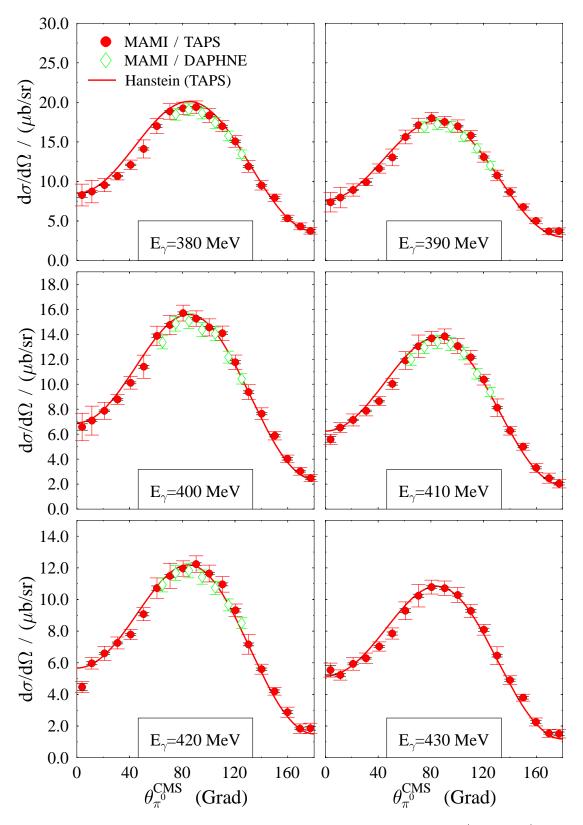
**Abbildung 7.1**: Der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt für  $E_{\gamma} = (202 - 250)~MeV$ .



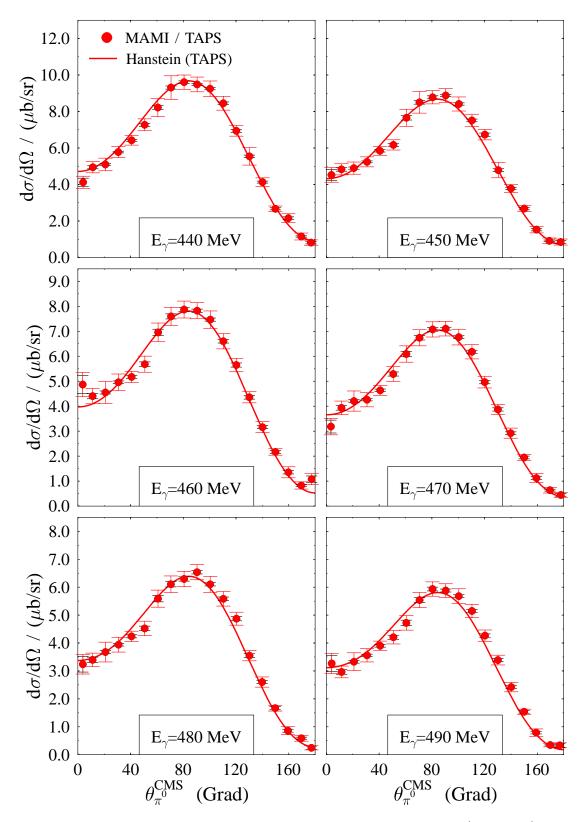
**Abbildung 7.2**: Der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt für  $E_{\gamma} = (260 - 310) \ MeV$ .



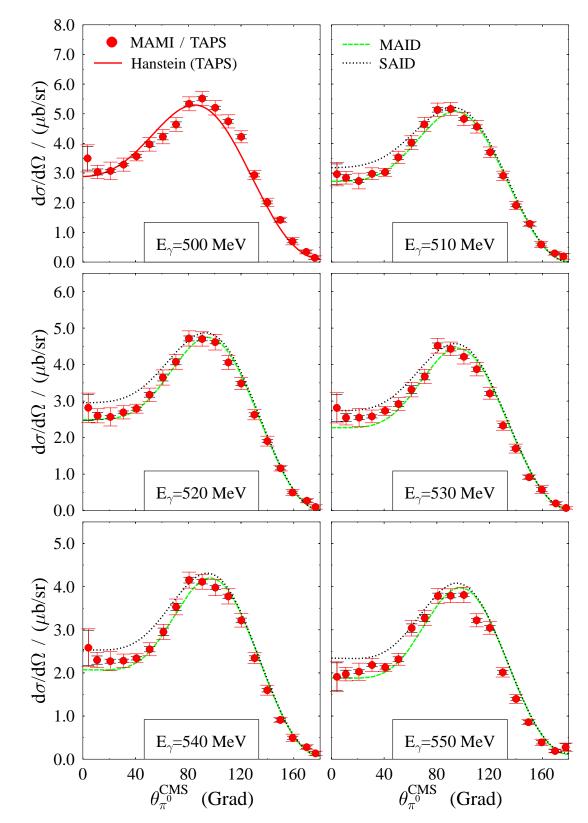
 $\textbf{Abbildung 7.3}: \ Der \ winkeldifferentielle \ Wirkungsquerschnitt \ f\"{u}r \ E_{\gamma} = (320-370) \ MeV.$ 



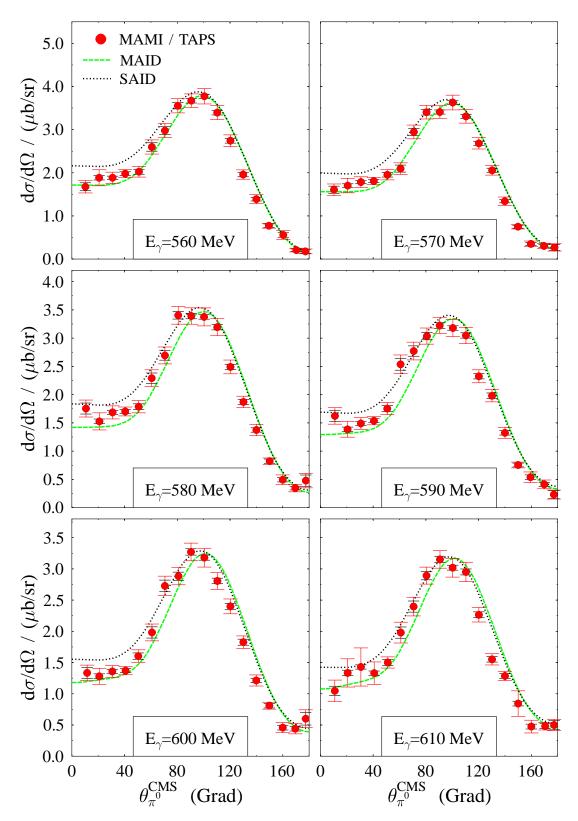
**Abbildung 7.4**: Der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt für  $E_{\gamma} = (380 - 430)~MeV$ .



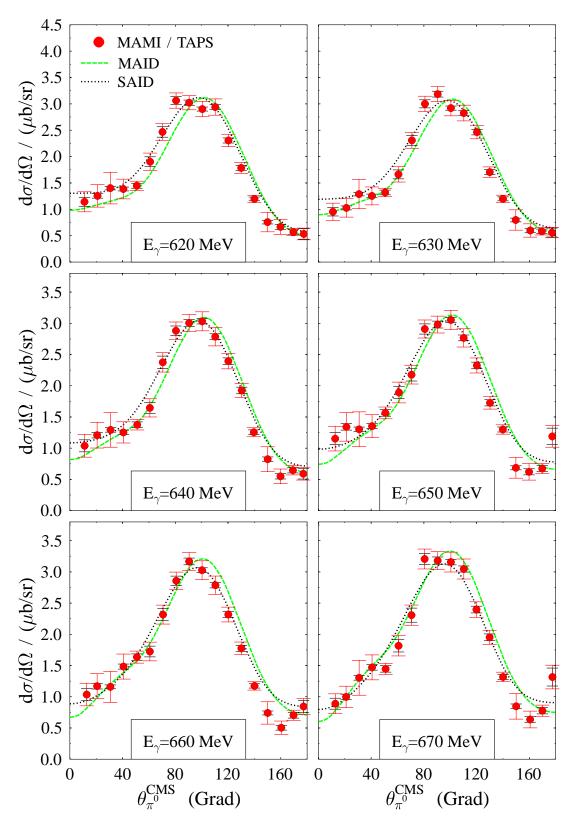
**Abbildung 7.5**: Der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt für  $E_{\gamma} = (440 - 490) \ MeV$ .



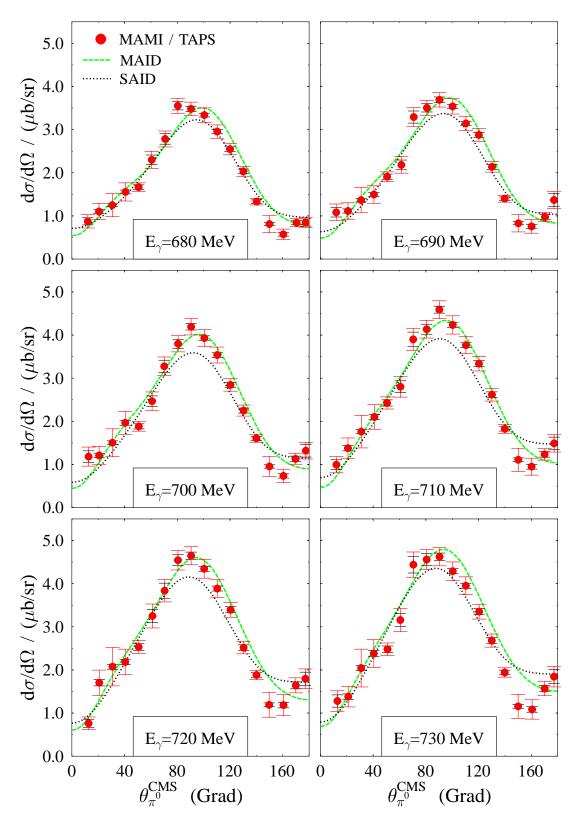
**Abbildung 7.6**: Der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt für  $E_{\gamma}=(500-550)~MeV$ . (MAID2000, SAID-Lösung SM01K.)



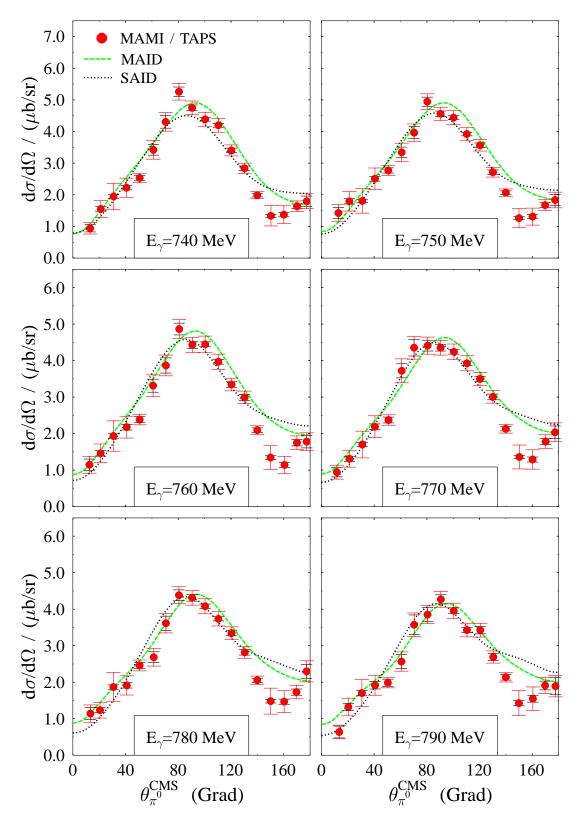
**Abbildung 7.7**: Der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt für  $E_{\gamma}=(560-610)~MeV$ . (MAID2000, SAID-Lösung SM01K.)



**Abbildung 7.8**: Der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt für  $E_{\gamma}=(620-670)~MeV$ . (MAID2000, SAID-Lösung SM01K.)



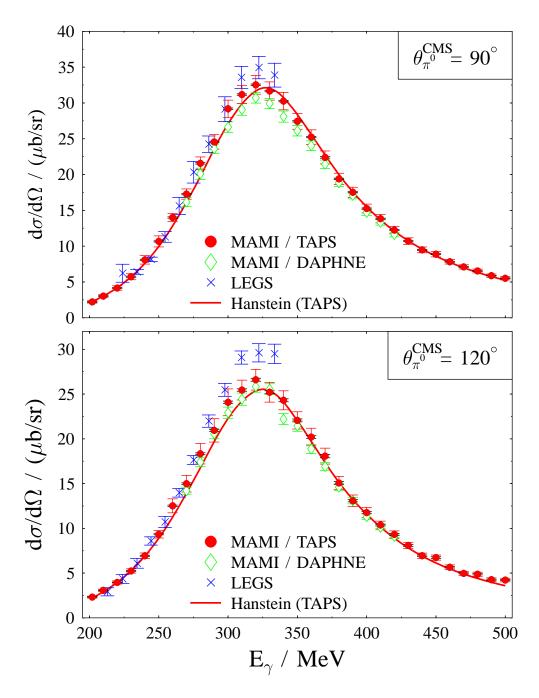
**Abbildung 7.9**: Der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt für  $E_{\gamma}=(680-730)~MeV$ . (MAID2000, SAID-Lösung SM01K.)



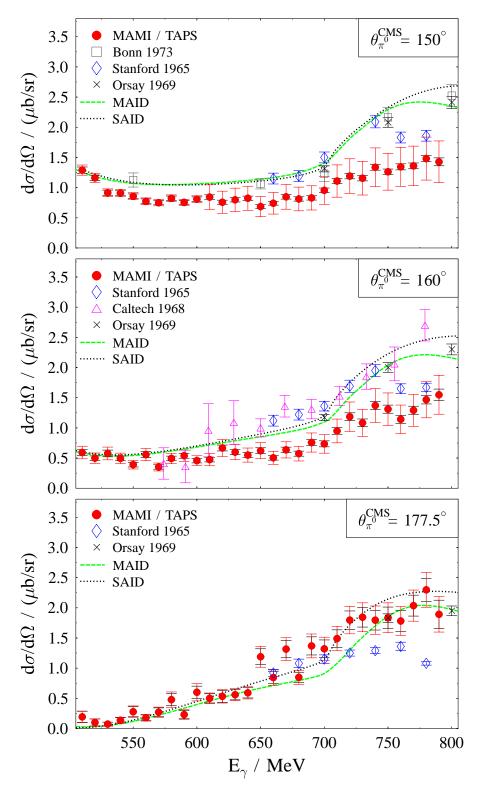
**Abbildung 7.10**: Der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt für  $E_{\gamma}=(740-790)~MeV$ . (MAID2000, SAID-Lösung SM01K.)

# 7.1.2 Die differentiellen Wirkungsquerschnitte zu festem $\theta_{\pi^0}^{CMS}$

Zur Hervorhebung bereits erwähnter Beobachtungen werden in den Abbildungen 7.11 und 7.12 differentielle Wirkungsquerschnitte zu festem  $\pi^0$ –Polarwinkel dargestellt.



**Abbildung 7.11**: Der differentielle Wirkungsquerschnitt für  $\theta_{\pi^0}^{CMS} = 90^{\circ}$  und  $\theta_{\pi^0}^{CMS} = 120^{\circ}$ .



**Abbildung 7.12**: Der differentielle Wirkungsquerschnitt für  $\theta_{\pi^0}^{CMS} = 150^\circ$ ,  $\theta_{\pi^0}^{CMS} = 160^\circ$  und  $\theta_{\pi^0}^{CMS} = 177.5^\circ$ . Die Vergleichsdaten stammen aus Bonn [Bec 73], Stanford [Sta 65], vom Caltech [Wol 68] und aus Orsay [Del 69]. (MAID2000, SAID-Lösung SM01K.)

Abbildung 7.11 zeigt im Energiebereich  $E_{\gamma}=(200-500)~MeV$  den Vergleich der drei bisher betrachteten experimentellen Ergebnisse und der Hanstein–Analyse der MAMI/TAPS–Daten, wobei zum besseren Vergleich die MAMI/DAPHNE–Resultate für  $\theta_{\pi^0}^{CMS}=85^\circ$  und  $\theta_{\pi^0}^{CMS}=95^\circ$  zu  $\theta_{\pi^0}^{CMS}=90^\circ$  sowie für  $\theta_{\pi^0}^{CMS}=115^\circ$  und  $\theta_{\pi^0}^{CMS}=125^\circ$  zu  $\theta_{\pi^0}^{CMS}=120^\circ$  gemittelt wurden. Für  $\theta_{\pi^0}^{CMS}=90^\circ$  ergeben sich innerhalb des Gesamtfehlers systematisch höhere Absolutwerte der LEGS–Messung gegenüber den MAMI/TAPS–Daten, die ihrerseits etwas oberhalb der MAMI/DAPHNE–Werte liegen. Während die beiden MAMI–Ergebnisse für  $\theta_{\pi^0}^{CMS}=120^\circ$  im Rahmen der Fehler übereinstimmen, sieht man an diesem Beispiel, daß sich für  $\pi^0$ –Rückwärtswinkel die LEGS– und die MAMI/TAPS–Datenpunkte signifikant voneinander unterscheiden. Wie bereits in Kapitel 4 bemerkt, wächst diese Diskrepanz mit der Photonenenergie an und wirkt sich auf die Extraktion der resonanten Multipol–Amplituden und somit auf das  $R_{EM}$ –Verhältnis aus.

Das Ergebnis der Hanstein–Analyse beschreibt bis auf eine leichte Unterschätzung im Energiebereich  $E_{\gamma}=(250-320)~MeV$  die MAMI/TAPS–Daten wiederum sehr gut.

Nach Abbildung 7.12 liegen die Datenpunkte dieser Arbeit für Photonenenergien  $E_{\gamma}=(500-800)~MeV$  bei den Polarwinkeln  $\theta_{\pi^0}^{CMS}=150^{\circ}$  und  $\theta_{\pi^0}^{CMS}=160^{\circ}$  zum Teil deutlich unterhalb der MAID- und SAID-Lösungen, sowie unterhalb der experimentellen Werte aus der SAID-Datenbasis (Bonn [Bec 73], Stanford [Sta 65], Caltech [Wol 68], Orsay [Del 69]). Für  $\theta_{\pi^0}^{CMS}=177.5^{\circ}$  ergibt sich eine weitgehende, qualitative Übereinstimmung zwischen den MAMI/TAPS-Ergebnissen und den MAID- und SAID-Lösungen.

## 7.1.3 Der totale Wirkungsquerschnitt

Zur Bestimmung des totalen Wirkungsquerschnitts integriert man bei voller Polarwinkelakzeptanz – wie im Fall dieser Arbeit – die winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitte gemäß:

$$\sigma_{tot}(E_{\gamma}) = \int \frac{d\sigma}{d\Omega}(E_{\gamma}, \theta) d\Omega = 2\pi \int_0^{\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega}(E_{\gamma}, \theta) \sin\theta \, d\theta . \tag{7.1}$$

Die  $\pi^0$ -Nachweislücke in TAPS für die extremen Vorwärtswinkel ( $\theta_{\pi^0}^{CMS} = (0-5)^\circ$ ) ab  $E_{\gamma} = 560~MeV$  (siehe Abbildung 6.13) erlaubt es zwar nicht, in diesem kinematischen Bereich einen Meßpunkt für den differentiellen Wirkungsquerschnitt anzugeben, die systematische Unterschätzung des totalen Wirkungsquerschnitts nach Gleichung 7.1 beläuft sich jedoch auf deutlich weniger als 0.5% und ist damit im Rahmen des Gesamtfehlers vernachlässigbar.

Abbildung 7.13 zeigt oben das Ergebnis für den totalen  $\pi^0$ –Wirkungsquerschnitt dieser Arbeit im Vergleich mit einer weiteren Messung mit dem Detektor DAPHNE am MAMI [Ahr 00], in der Untersuchungen zur Gerasimov–Drell-Hearn–Summenregel (GDH) durchgeführt wurden. Übersteigen die Resultate dieser Arbeit tendenziell dieses MAMI/DAPHNE–Ergebnis im Bereich der  $\Delta(1232)$ –Resonanz, so verlaufen sie im weiteren Bereich bis  $E_{\gamma}=500~MeV$  niedriger. Die Hanstein–Analyse

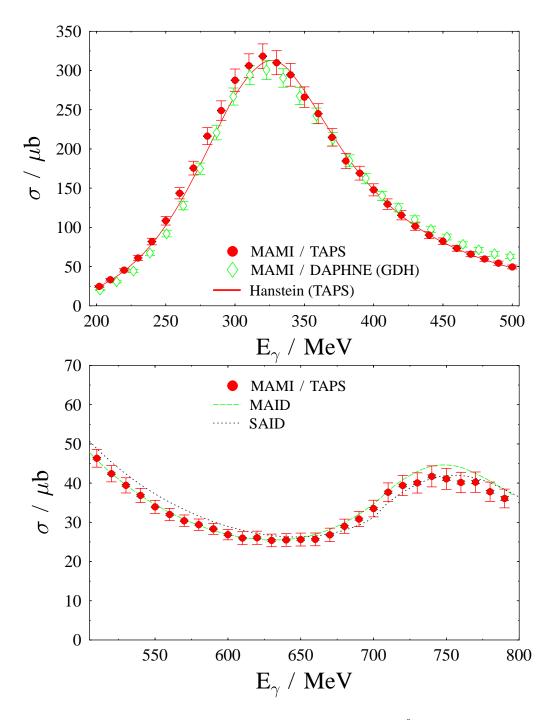


Abbildung 7.13: Der totale Wirkungsquerschnitt für die  $\pi^0$ -Photoproduktion. Oben:  $E_{\gamma}=(200-500)~MeV$ . Unten:  $E_{\gamma}=(500-800)~MeV$ . Das gezeigte MAMI/DAPHNE-Ergebnis stammt aus einer weiteren Messung mit dem Detektor DAPHNE [Ahr 00], mit der Untersuchungen zur Gerasimov-Drell-Hearn-Summenregel (GDH) durchgeführt wurden. Die experimentellen Datenpunkte sind mit ihrem Gesamtfehler dargestellt. (MAID2000, SAID-Lösung SM01K.)

der MAMI/TAPS-Ergebnisse beschreibt wiederum speziell bis  $E_{\gamma}=250~MeV$  und ab  $E_{\gamma}=320~MeV$  den totalen Wirkungsquerschnitt des TAPS-Experiments sehr gut.

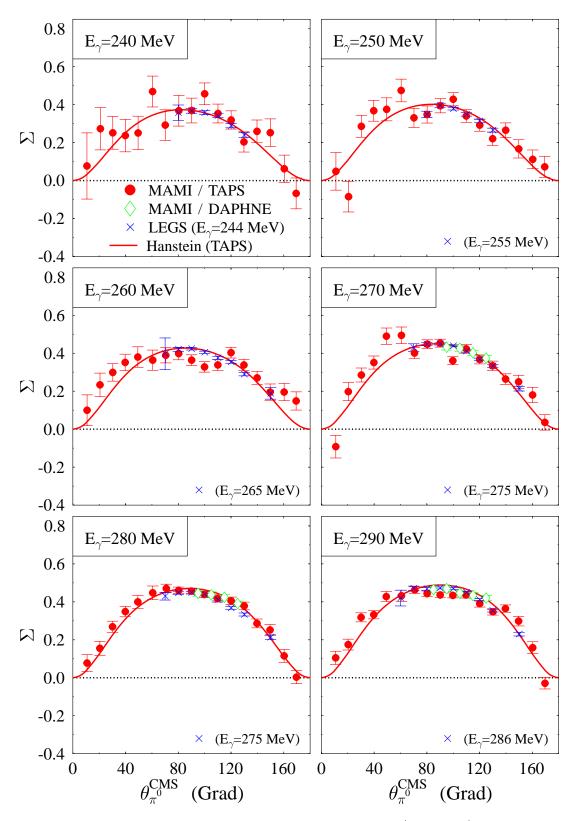
Der untere Teil der Abbildung 7.13 stellt die weitgehende Übereinstimmung der MAMI/TAPS-Werte mit der MAID-Lösung bis  $E_{\gamma}=720~MeV$  dar. Demgegenüber werden die Datenpunkte dieser Arbeit von der SAID-Lösung SM01K abwechselnd über- und unterschätzt. Im erneuten Anstieg des Wirkungsquerschnitts ab  $E_{\gamma}=650~MeV$  erkennt man den Einfluß des zweiten Resonanzgebiets.

# 7.2 Die Photonasymmetrien $\Sigma$

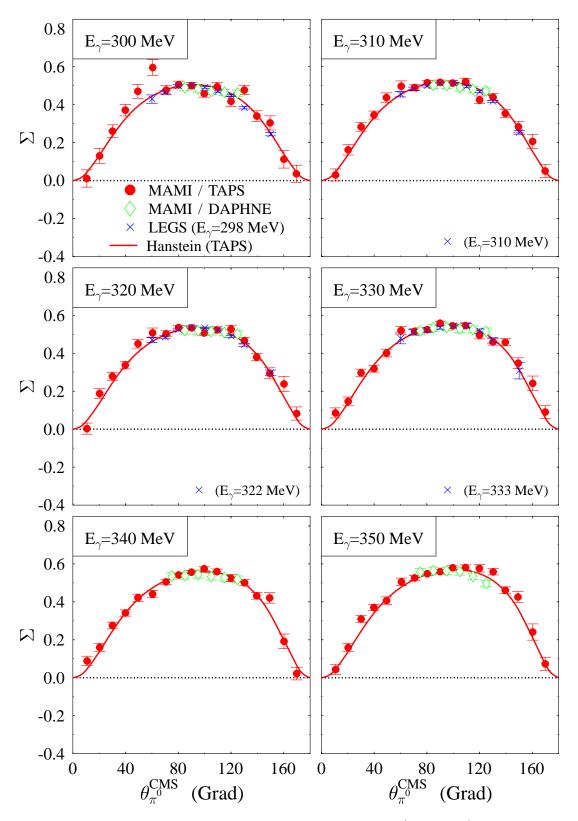
Nach Abschnitt 6.5 steht im Energiebereich  $E_{\gamma}=(240-440)~MeV$  ein ausreichend hoher Polarisationsgrad der Photonen zur Verfügung, so daß in Verbindung mit einer angemessenen  $\pi^0$ –Ereignisstatistik für den vollen Polarwinkelbereich Photonasymmetrien angegeben werden können. In den Abbildungen 7.14–7.17 sind die Datenpunkte dieser Arbeit wiederum im Vergleich mit den LEGS– und MAMI/DAPHNE–Ergebnissen sowie der dispersionstheoretischen Hanstein–Analyse dargestellt. Beide MAMI–Resultate werden dabei allein mit ihrem statistischen Fehler gezeigt, da ihre systematischen Fehler (MAMI/TAPS: 4.1%, MAMI/DAPHNE: 3%) gleichermaßen für jeden Meßwert gelten. Die LEGS–Ergebnisse schließen außerdem noch ihren meßpunktabhängigen systematischen Fehler mit ein.

Obwohl die Datenpunkte aus dieser Arbeit unter den extremen  $\pi^0$ -Polarwinkeln im Rahmen der statistischen Unsicherheit das erwartete Verschwinden der Photonasymmetrie bestätigen ( $\Sigma(\theta_{\pi^0}^{CMS}=0^\circ)=\Sigma(\theta_{\pi^0}^{CMS}=180^\circ)=0$ , siehe Gleichung 3.76), wird wegen der zum Teil sehr großen statistischen Fehler auf ihre Darstellung verzichtet.

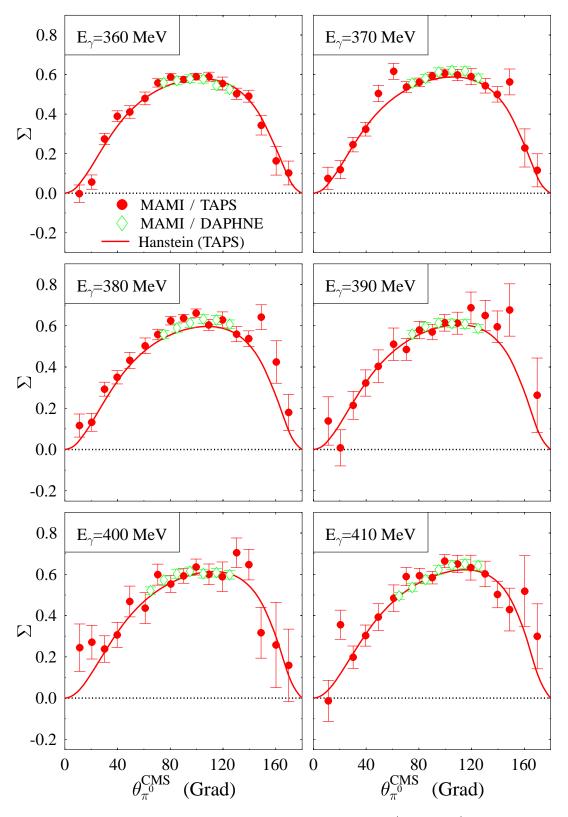
Im gesamten Energiebereich von  $E_{\gamma}=(240-440)~MeV$  stimmen die neuen MAMI/TAPS-Werte innerhalb der statistischen Unsicherheit sowohl mit den experimentellen Ergebnissen der LEGS- und der MAMI/DAPHNE-Messungen als auch mit dem Resultat der Hanstein-Analyse überein. Die größte statistische Genauigkeit wurde in dieser Arbeit unmittelbar um den Resonanzpunkt der  $\Delta(1232)$ -Resonanz von  $E_{\gamma}=340~MeV$  erzielt.



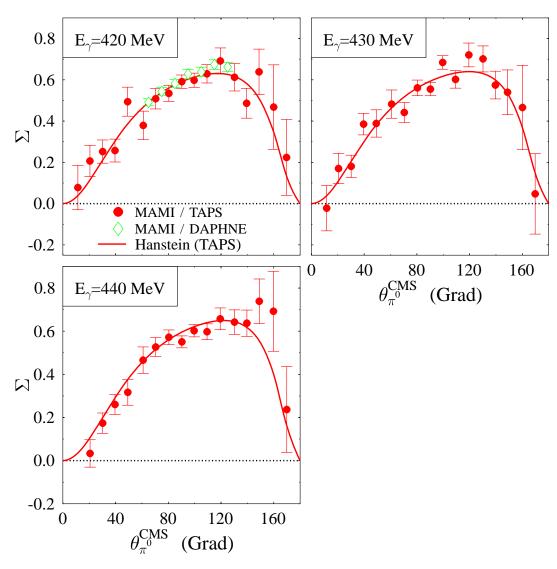
**Abbildung 7.14**: Die Photonasymmetrien für  $E_{\gamma} = (240 - 290) \ MeV$ .



**Abbildung 7.15**: Die Photonasymmetrien für  $E_{\gamma} = (300 - 350) \ MeV$ .



**Abbildung 7.16**: Die Photonasymmetrien für  $E_{\gamma} = (360-410)~MeV$ .



**Abbildung 7.17**: Die Photonasymmetrien für  $E_{\gamma} = (420-440)~MeV$ .

## 8. Die Interpretation der Ergebnisse

In Kapitel 7 wurden die im Rahmen der kinematischen Akzeptanz des vorgestellten MAMI/TAPS-Experiments zugänglichen physikalischen Observablen zusammengestellt. Nach der in Kapitel 2 dargestellten Motivation dieser Arbeit gilt es nun, die unpolarisierten Wirkungsquerschnitte und die Photonasymmetrien der Photoproduktion neutraler Pionen im Hinblick auf die Bestimmung des  $R_{EM}$ -Verhältnisses und der Partialwellen  $E_{0+}$ ,  $M_{1-}$ ,  $E_{1+}$  und  $M_{1+}$  zu interpretieren. Mittels der in Abschnitt 3.2 eingeführten  $\frac{C_{||}}{12A_{||}}$  bzw.  $\frac{C}{A}$ -Methode gelingt es, alleine aus den neuen  $(\vec{\gamma}p \to p\pi^0)$ -Daten das E2/M1-Verhältnis im  $N\to\Delta$ -Übergang zu bestimmen (siehe Abschnitt 8.1). Unter der Hinzunahme der MAMI/DAPHNE-Daten zur geladenen Pion-Photoproduktion [Kra 96, Bec 97, Bec 00] lassen sich darüber hinaus in einer einfachen Multipolanalyse die zugehörigen Partialwellen extrahieren (siehe Abschnitt 8.2). Zum Abschluß dieses Kapitels wird dann auf der Grundlage der experimentellen Informationen überprüft, inwiefern die Teilen dieser Interpretation zugrundeliegende Annahme gerechtfertigt ist, den betrachteten Prozeß bereits durch eine s- und p-Wellen-Näherung ausreichend zu beschreiben (siehe Abschnitt 8.3).

### 8.1 Das R<sub>EM</sub>-Verhältnis aus den $(\vec{\gamma}p \to p\pi^0)$ -Daten

Die Bestimmung des Verhältnisses  $R_{EM}$  der elektrischen Quadrupolamplitude  $(E2=E_{1+}^{3/2})$  zur magnetischen Dipolamplitude  $(M1=M_{1+}^{3/2})$  im  $N\to\Delta$ -Übergang aus  $(\vec{\gamma}p\to p\pi^0)$ -Daten beruht auf der in Abschnitt 3.2.2 begründeten Annahme, daß sich die  $\pi^0$ -Photoproduktion in diesem Energiebereich allein durch die Berücksichtigung von s- und p-Wellen-Beiträgen beschreiben läßt. In dieser s- und p-Wellen-Näherung lassen sich der unpolarisierte sowie die nach den Gleichungen 3.52 und 3.53 eingeführten parallelen und senkrechten differentiellen Wirkungsquerschnitte gemäß Gleichung 3.79 in folgender ABC-Parametrisierung angeben  $(\theta_{\pi^0}^{CMS}=\theta_{\pi^0}^*)$ :

$$\frac{d\sigma^{0,||,\perp}}{d\Omega}(\theta_{\pi^0}^*) = \frac{q}{k} \left( A_{0,||,\perp} + B_{0,||,\perp} \cos \theta_{\pi^0}^* + C_{0,||,\perp} \cos^2 \theta_{\pi^0}^* \right) .$$

Dabei stellen die A-, B- und C-Koeffizienten nach den Gleichungen 3.48-3.49, 3.57-3.59 und 3.60-3.62 Funktionen der s- und p-Wellen-Multipole dar.

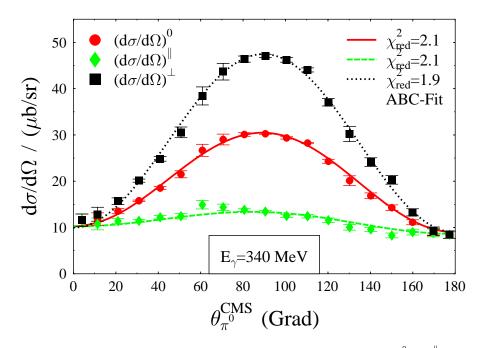
Nutzt man die in Abschnitt 3.2.4 erläuterten Qualitäten der  $\Delta(1232)$ –Resonanz aus, so ergibt sich am Resonanzpunkt bei  $E_{\gamma}=340~MeV$  das gesuchte  $R_{EM}$ –Verhältnis im  $N \rightarrow \Delta$ –Übergang nach Gleichung 3.87 mittels der eingeführten, gleichwertigen

 $\frac{C_{||}}{12A_{||}}$  - und  $\frac{C}{A}$ -Methoden:

$$R = \frac{C_{||}}{12A_{||}} = \frac{1}{12} \frac{\frac{C}{A} + \Sigma(\theta_{\pi^0}^* = 90^\circ)}{1 - \Sigma(\theta_{\pi^0}^* = 90^\circ)} = R_{EM} \pm 0.1 R_{EM} .$$

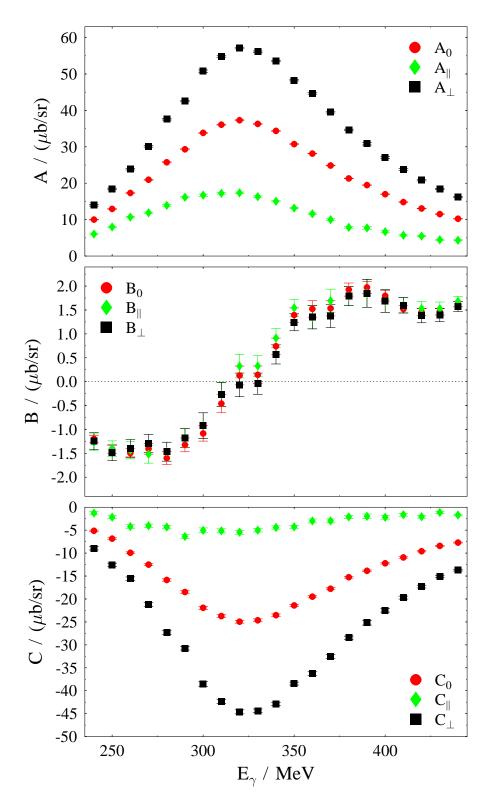
Für diese beiden Methoden ist, wie bereits in Abschnitt 3.2.5 besprochen, der winkelabhängige Verlauf der differentiellen Wirkungsquerschnitte maßgebend. Aufgrund der Verhältnisbildung der Parameter A bzw.  $A_{\parallel}$  und C bzw.  $C_{\parallel}$  wird man jedoch unabhängig von denjenigen systematischen Unsicherheiten, die sich über die Normierung der nachgewiesenen neutralen Pionen (siehe Abschnitt 6.6) als Skalierungsfaktor gleichermassen auf jeden einzelnen Datenpunkt auswirken. Im Gegensatz zu einer vollen Multipolanalyse, die auf die Absolutwerte der betrachteten Observablen angewiesen ist, berücksichtigt man bei der  $\frac{C_{\parallel}}{12A_{\parallel}}$ — und der  $\frac{C}{A}$ —Methode alleine den Fehler, der sich aus der statistischen und der energie— und polarwinkelabhängigen systematischen Unsicherheit (siehe Abschnitt 6.4.3) zusammensetzt.

Abbildung 8.1 zeigt für die Energie am Resonanzpunkt die drei entsprechenden differentiellen Wirkungsquerschnitte  $\frac{d\sigma^0}{d\Omega}$ ,  $\frac{d\sigma^{\parallel}}{d\Omega}$  und  $\frac{d\sigma^{\perp}}{d\Omega}$  mit den Ergebnissen der zugehörigen ABC-parametrisierten Anpassungen. Im Energiebereich



**Abbildung 8.1**: Die winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitte  $\frac{d\sigma^0}{d\Omega}$ ,  $\frac{d\sigma^{\parallel}}{d\Omega}$  und  $\frac{d\sigma^{\perp}}{d\Omega}$  am Resonanzpunkt  $E_{\gamma}=340~MeV$ .

 $E_{\gamma}=(240-440)~MeV$ , in dem linear polarisierte Photonen zur Verfügung stehen, liefert diese Anpassung die in Abbildung 8.2 dargestellten A-, B- und C- Koeffizienten. Für die reduzierten  $\chi^2-$ Werte der durchgeführten ABC-Anpassungen



**Abbildung 8.2**: Die A-, B- und C-Koeffizienten der ABC-parametrisierten Anpassungen an die winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitte im mit linear polarisierten Photonen untersuchten Energiebereich  $E_{\gamma}=(240-440)~MeV$ .

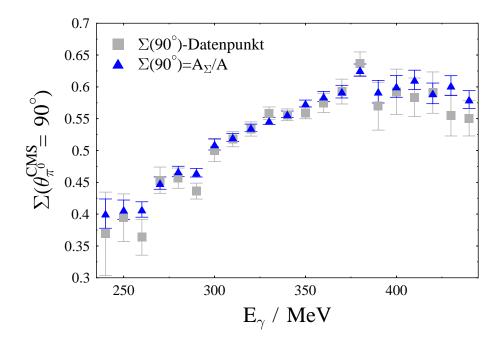
ergibt sich dabei:

$$0.5 \le \chi_{red}^2 \le 2.5. \tag{8.1}$$

Der für die  $\frac{C}{A}$ -Methode benötigte Wert von  $\Sigma(\theta_{\pi^0}^* = 90^\circ)$  läßt sich, wie ebenfalls schon in Abschnitt 3.2.5 dargelegt, über die Information des konkreten Datenpunktes hinaus, statistisch genauer bestimmen. Hierzu paßt man nach Gleichung 3.83 die Beziehung  $(\Sigma(\theta_{\pi^0}^*)\cdot\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{\pi^0}^*)/\sin^2\theta_{\pi^0}^*)$  durch eine Konstante an und erhält somit unter Berücksichtigung aller Meßwerte der  $\Sigma$ -Polarwinkelverteilung gemäß Gleichung 3.85:

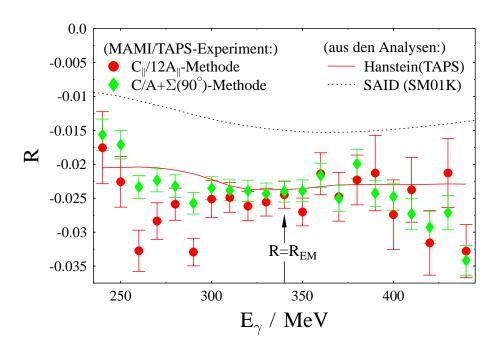
$$\Sigma(\theta_{\pi^0}^* = 90^\circ) = \frac{A_\Sigma}{A} .$$

Die daraus resultierende Verminderung der statistischen Unsicherheit zeigt Abbildung 8.3 im Vergleich der konkreten Datenpunkte zum Ergebnis der beschriebenen Anpassung.



**Abbildung 8.3**: Die  $\Sigma(90^{\circ})$ -Werte. Im Vergleich: der konkrete Datenpunkt und die vorgestellte  $A_{\Sigma}/A$ -Methode.

Mit der Kenntnis der entsprechenden A–, B– und C–Koeffizienten sowie der Photonasymmetrie unter  $\theta_{\pi^0}^{CMS} = 90^\circ$  ergibt sich nach Gleichung 3.87 das Verhältnis R. Dieses ist in Abbildung 8.4 für den mit linear polarisierten Photonen zugänglichen Energiebereich dargestellt. Man erkennt anhand der experimentellen Daten im Vergleich der  $\frac{C_{||}}{12A_{||}}$ – und  $\frac{C}{A}$ –Methoden deren Äquivalenz innerhalb der statistischen Fehler, wobei die  $\frac{C}{A}$ –Methode im vorliegenden Fall eine kleinere Unsicherheit aufweist. Der energieabhängige Verlauf des Verhältnisses R aus der Hanstein–Analyse



**Abbildung 8.4**: Das Verhältnis R. Im Vergleich: die  $\frac{C_{||}}{12A_{||}}$  - und die  $\frac{C}{A}$ -Methode für die MAMI/TAPS-Daten, die Hanstein- und die SAID-Analysen. Am Resonanzpunkt  $E_{\gamma}=340~MeV$  ergibt sich Übereinstimmung zwischen R und  $R_{EM}$ .

$R=R_{EM}$ für $E_{\gamma}=340~MeV$								
$R = \frac{C_{  }}{12A_{  }}$	$R = \frac{1}{12} \frac{\frac{C}{A} + \Sigma(\theta_{\pi^0}^* = 90^\circ)}{1 - \Sigma(\theta_{\pi^0}^* = 90^\circ)}$							
$A_{\parallel} = (15.04 \pm 0.18) \ \mu b/sr$	$A = (34.38 \pm 0.11) \ \mu b/sr$							
$C_{  } = (-4.42 \pm 0.35) \ \mu b/sr$	$C = (-23.53 \pm 0.28) \ \mu b/sr$							
	$\Sigma(\theta_{\pi^0}^* = 90^\circ) = 0.557 \pm 0.005$							
$R_{EM} = (-2.45 \pm 0.20_{(st.)} \pm 0.25_{(sy.)}) \%$	$R_{EM} = (-2.40 \pm 0.16_{(st.)} \pm 0.24_{(sy.)}) \%$							

**Tabelle 8.1**: Die Extraktion des  $R_{EM}$ -Verhältnisses.

zeigt weitestgehende Übereinstimmung mit den experimentellen Daten dieser Arbeit. Davon abweichend liefert die SAID-Lösung SM01K deutlich größere Werte für R, was im folgenden Abschnitt 8.2 näher begründet wird. Vergleicht man die R-Werte dieser beiden Analysen am Resonanzpunkt, so ergibt sich für Hanstein  $R(E_{\gamma}=340~MeV)=-2.4\%$  und für SAID  $R(E_{\gamma}=340~MeV)=-1.5\%$ , was jeweils mit dem zugehörigen  $R_{EM}$ -Verhältnis der vollen Partialwellenanalyse (siehe Abschnitt 8.2) übereinstimmt.

Mit der derart, wiederholt bestätigten Indentität zwischen R und  $R_{EM}$  am Resonanzpunkt läßt sich das E2/M1–Verhältnis im  $N\to\Delta$ –Übergang für  $E_\gamma=340~MeV$  alleine aus den neuen  $(\vec{\gamma}p\to p\pi^0)$ –Daten des MAMI/TAPS–Experiments bestimmen. Die zugehörigen A– und C–Parameter, die benötigte Polarisationsobservable sowie der extrahierte  $R_{EM}$ –Wert sind in Tabelle 8.1 zusammengestellt.

Im Vergleich mit den in Kapitel 4 angesprochenen LEGS- und MAMI/DAPHNE-Messungen (siehe Tabelle 4.1) findet man den in dieser Arbeit gewonnenen Wert  $R_{EM} = (-2.40 \pm 0.16 \pm 0.24)\%$  bereits im Rahmen der statistischen Unsicherheit in Übereinstimmung mit dem MAMI/DAPHNE-Ergebnis  $(R_{EM} = (-2.5 \pm 0.2 \pm 0.2)\%)$ , während sich die Verträglichkeit mit dem tendenziell etwas kleineren Resultat des LEGS-Experiments  $(R_{EM} = (-3.07 \pm 0.26 \pm 0.24)\%)$  erst innerhalb der systematischen Unsicherheit ergibt.

### 8.2 Die Multipolanalyse

Über die Untersuchung des  $R_{EM}$ -Verhältnisses hinaus, das sich aufgrund der erwähnten "Qualitäten" der  $\Delta(1232)$ -Resonanz am Resonanzpunkt alleine aus den  $(\vec{\gamma}p \to p\pi^0)$ -Daten bestimmen läßt, bezieht die vorliegende Arbeit nach Abschnitt 2.4 ihre Motivation ganz allgemein aus der Bestimmung der Multipolamplituden der  $N\to\Delta$ -Anregung.

Durch die definierte Isospinquantenzahl der betrachteten  $\Delta$ -Resonanz wird das Augenmerk auf die reinen Isospinamplituden (siehe Abschnitt 3.1.3) gelenkt. Weil die Amplituden der physikalischen Reaktionskanäle nach den Gleichungen 3.16–3.19 jedoch immer Isospinanteile I=1/2 und I=3/2 besitzen, sind zur Separation der reinen Isospinamplituden mindestens zwei Einzelkanäle zu berücksichtigen. Aus diesem Grund muß, zur im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten einfachen Multipolanalyse, neben den neuen Daten zur  $\pi^0$ -Photoproduktion aus dem MAMI/TAPS-Experiment auf die  $(\vec{\gamma}p \rightarrow n\pi^+)$ -Informationen der MAMI/DAPHNE-Messung zurückgegriffen werden<sup>1</sup>.

Nach den Bemerkungen in Abschnitt 3.2.1 wären zur vollständigen Beschreibung der Pion-Photoproduktion neun physikalische Observablen für den gesamten betrachteten kinematischen Bereich zu bestimmen, was derzeit nicht realisierbar ist. Auf der Grundlage der tatsächlich zur Verfügung stehenden Observablen des  $(p\pi^0)$ - und des  $(n\pi^+)$ -Kanals lassen sich im Energiebereich der  $\Delta$ -Resonanz aber die s-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Die in [Bec 00] angeführten möglichen Schwierigkeiten bei der gemeinsamen Analyse zweier unabhängig voneinander bestimmter Datensätze sind dabei in Kauf zu nehmen.

und p-Wellen-Multipole:

$$E_{0+}^{1/2}, E_{0+}^{3/2}, M_{1-}^{1/2}, M_{1-}^{3/2}, E_{1+}^{1/2}, E_{1+}^{3/2}, M_{1+}^{1/2}, M_{1+}^{3/2},$$
 (8.2)

bestimmen. Diesen acht unabhängigen Multipolamplituden stehen nämlich mit den eingeführten A–, B– und C–Koeffizienten des unpolarisierten Wirkungsquerschnitts und der Photonasymmetrie  $\Sigma$  – jeweils beider Reaktionskanäle – acht experimentelle Größen gegenüber. Mit  $E_{1+}^{3/2}$  und  $M_{1+}^{3/2}$  beinhalten diese s– und p–Wellen–Multipole auch die resonanten Amplituden der N– $\Delta$ –Anregung, so daß sich der Einfluß von Multipolen höherer Ordnung ( $l_{\pi} \geq 2$ ) durch deren Bornbeiträge berücksichtigen läßt. Hauptsächlich wegen des Pion–Polterms (siehe Abbildung 3.6e)) zeigt speziell die geladene Pion–Photoproduktion eine deutliche Abhängigkeit von solchen Beiträgen höherer Ordnung.

Aus den vier CGLN-Amplituden  $F_1$ - $F_4$  lassen sich nach [Dre 92] sämtliche physikalischen Observablen der Pion-Photoproduktion bestimmen (siehe z.B. Gleichung 3.38 und 3.39). Demnach beruht die durchgeführte Multipolanalyse auf folgendem Prinzip: Mit Hilfe eines von der Theoriegruppe von Prof. Drechsel zur Verfügung gestellten Programms berechnet man in pseudovektorieller Kopplung und unter Berücksichtigung des  $\omega$ - und  $\rho$ -Austausches den vollen Bornanteil ( $0 \le l_\pi \le \infty$ ) der CGLN-Amplituden  $F_j^{Born,\infty}$  sowie den ausschließlich auf s- und p-Wellen ( $0 \le l_\pi \le 1$ ) zurückzuführenden Bornanteil der CGLN-Amplituden  $F_j^{Born,s+p}$ . Über den nach den Gleichungen 3.16 und 3.18 gemäß:

$$\mathcal{M}(\gamma p \to n\pi^+) = \sqrt{2} \left( \mathcal{M}_p^{1/2} - \frac{1}{3} \mathcal{M}^{3/2} \right),$$
  
 $\mathcal{M}(\gamma p \to p\pi^0) = + \mathcal{M}_p^{1/2} + \frac{2}{3} \mathcal{M}^{3/2},$ 

bekannten Zusammenhang der Amplituden der physikalischen Kanäle  $(\mathcal{M})$  mit den reinen Isospinamplituden  $(\mathcal{M}^{1/2}, \mathcal{M}^{3/2})$ , lassen sich die s- und p-Wellen-Multipole des  $(p\pi^0)$ - und des  $(n\pi^+)$ -Kanals in Anlehnung an die Gleichungen 3.42–3.45 durch folgende Beziehungen an die experimentellen Datenpunkte anpassen:

$$F_1 = F_1^{Born,\infty} - F_1^{Born,s+p} + \left( E_{0+}^{fit} + (M_{1+}^{fit} + E_{1+}^{fit}) 3\cos(\theta_{\pi}^*) \right) , \qquad (8.3)$$

$$F_2 = F_2^{Born,\infty} - F_2^{Born,s+p} + \left(2M_{1+}^{fit} + M_{1-}^{fit}\right) , \qquad (8.4)$$

$$F_3 = F_3^{Born,\infty} - F_3^{Born,s+p} + \left(3(E_{1+}^{fit} - M_{1+}^{fit})\right) , \qquad (8.5)$$

$$F_4 = F_4^{Born,\infty} . (8.6)$$

Nach dieser Vorgehensweise setzten sich die kompletten experimentellen s- und p-Wellen-Multipole als Ergebnis der Anpassung aus dem entsprechenden resonanten Beitrag und dem zugehörigen "Bornuntergrund" zusammen, ohne diese beiden Anteile weiter zu trennen.

Die allgemeine, komplexwertige Natur der Pionproduktionsamplituden sorgt prinzipiell dafür, daß sich die Anzahl der unabhängigen s- und p-Wellen-Multipole

im Ausdruck 8.2 durch die Betrachtung von Real– und Imaginärteilen auf 16 verdoppelt. Durch die Ausnutzung des Fermi–Watson–Theorems² (siehe Abschnitt 3.1.6) ist nach Gleichung 3.34 jedoch der Zusammenhang zwischen Real– und Imaginäranteil des Multipols über die bekannte, zugehörige  $\pi N$ –Streuphase gegeben. Hierdurch ergibt sich die Anzahl unabhängiger Größen zur Bestimmung der s– und p–Wellen–Multipole wiederum zu acht, wobei man nun die Beträge der Isospinamplituden als freie Anpassungsparameter benutzt. Das nach Gleichung 3.31 noch freie Vorzeichen wird, wie folgt, berücksichtigt:

$$E_{0+}^{1/2} = +|E_{0+}^{1/2}|e^{i\delta_{S_{11}}}, (8.7)$$

$$E_{0+}^{3/2} = -|E_{0+}^{3/2}| e^{i\delta_{S_{31}}}, (8.8)$$

$$E_{1+}^{1/2} = +|E_{1+}^{1/2}|e^{i\delta_{P_{13}}}, (8.9)$$

$$E_{1+}^{3/2} = -|E_{1+}^{3/2}| e^{i\delta_{P_{33}}}, (8.10)$$

$$M_{1+}^{1/2} = -|M_{1+}^{1/2}| e^{i\delta_{P_{13}}}, (8.11)$$

$$M_{1+}^{3/2} = +|M_{1+}^{3/2}|e^{i\delta_{P_{33}}},$$
 (8.12)

$$M_{1-}^{1/2} = +|M_{1-}^{1/2}|e^{i\delta_{P_{11}}}, (8.13)$$

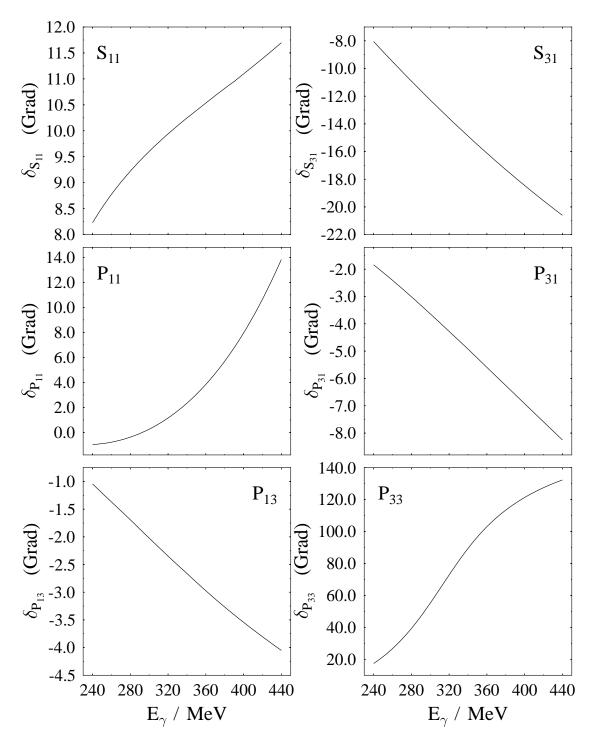
$$M_{1-}^{3/2} = -|M_{1-}^{3/2}| e^{i\delta_{P_{31}}}. (8.14)$$

Die sechs benötigten  $\pi N$ -Streuphasen wurden mittels eines von Lothar Tiator zur Verfügung gestellten Programms bestimmt, welches auch für das MAID-Programmpaket die Streuphasen berechnet und eine SAID-Lösung aus dem Jahr 1999 benutzt. Abbildung 8.5 stellt die verwendeten  $\pi N$ -Streuphasen dar.

Zur Bestimmung der Anpassungsparameter  $|\mathcal{M}_{l\pm}^I|$ , aus denen sich über die bekannten Streuphasen die Real- und Imaginärteile der s- und p-Wellen-Isospinamplituden berechnen lassen, wurde das CERN-Programmpaket "MINUIT-Function Minimization and Error Analysis" [MIN 94] eingesetzt. Das Ergebnis der Anpassung beinhaltet diejenigen  $|\mathcal{M}_{l\pm}^I|$ -Parameter, für die sich im Vergleich der angepaßten, berechneten physikalischen Observablen zu den experimentellen Datenpunkten der kleinste  $\chi^2$ -Wert ergibt.

Die erwähnte Hanstein-Analyse, die unter Ausnutzung von Dispersionsrelationen eine erwartete Energieabhängigkeit der zu bestimmenden Multipolamplituden mit in die Anpassung einfließen läßt, nimmt lediglich eine einzige Anpassung an sämtliche Datenpunkte des betrachteten Energiebereiches vor (energieabhängige Anpassung). Im Vergleich dazu wird in der hier vorgestellten Multipolanalyse die gleichzeitige Anpassung an die unpolarisierten Wirkungsquerschnitte und Photonasymmetrien des  $(p\pi^0)$ – und des  $(n\pi^+)$ –Kanals für jeden Energiepunkt separat durchgeführt (energieunabhängige Anpassung). Dementsprechend beschreibt die MINUIT-Lösung die

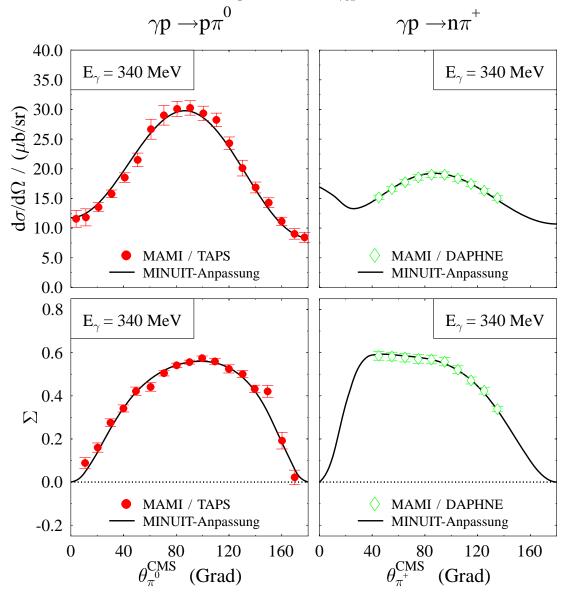
 $<sup>^2</sup>$  Die Anwendbarkeit des Fermi–Watson–Theorems über seinen eigentlichen Gültigkeitsbereich bis zur  $2\pi^0$ –Erzeugungsschwelle hinaus bis zu Photonenenergien von  $E_{\gamma}=500~MeV$  wurde von V. Grushin [Gru 89] auf der Basis von Meßergebnissen aus Kharkov [Get 81, Bel 83] untersucht und konnte aufgrund der vorhandenen Ereignisstatistik für den Multipol $M_{1+}^{3/2}$ explizit bestätigt werden.



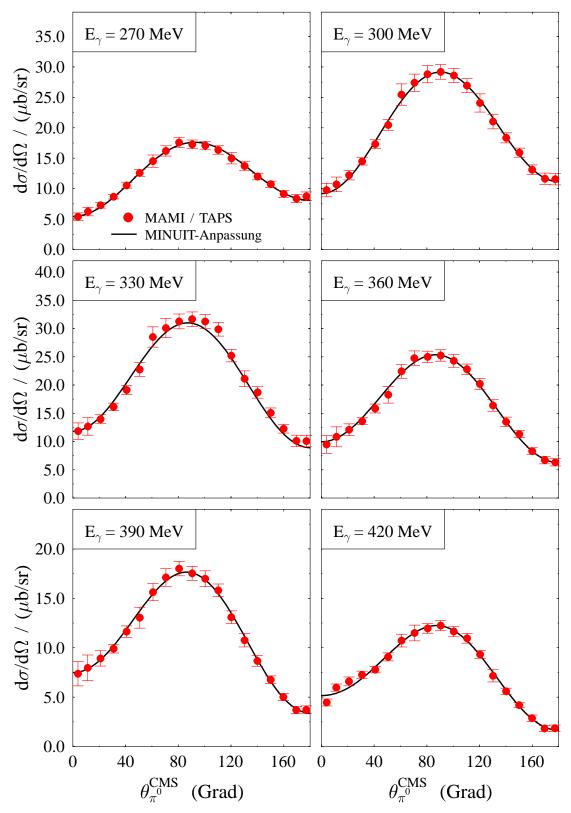
**Abbildung 8.5**: Die verwendeten  $\pi N$ -Streuphasen im Energiebereich der  $\Delta(1232)$ -Resonanz.

Datenpunkte in der Regel etwas besser als die Hanstein-Analyse (vergleiche Abbildungen 7.2-7.4 und 8.6-8.8).

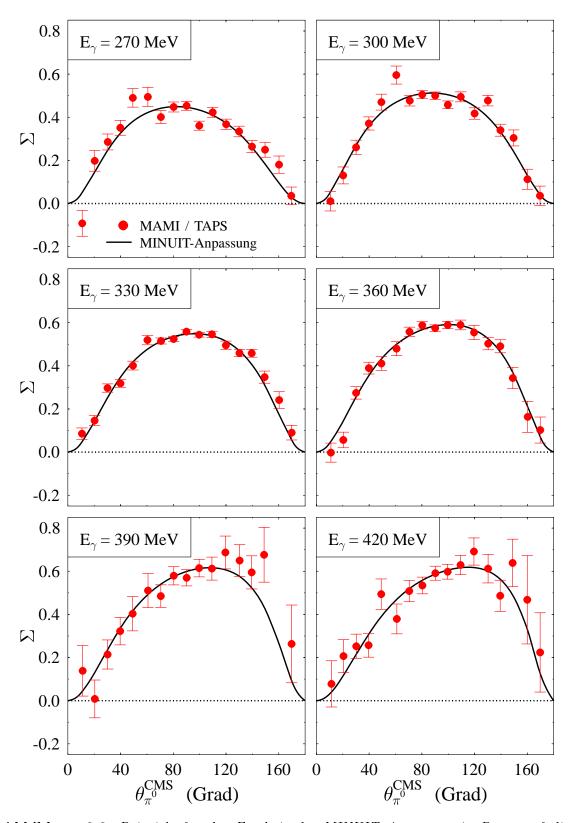
Aufgrund der zur Isospinzerlegung notwendigen Einbeziehung der Datenpunkte zur geladenen Pion–Photoproduktion aus der MAMI/DAPHNE–Messung schränkt sich der für diese Multipolanalyse zugängliche Energiebereich auf  $E_{\gamma}=(270-420)~MeV$  ein. Abbildung 8.6 zeigt am Beispiel des Energiepunkts  $E_{\gamma}=340~MeV$  das Ergebnis der MINUIT–Anpassung an die experimentellen Ergebnisse dieser Arbeit für den  $(p\pi^0)$ –Kanal und der MAMI/DAPHNE–Gruppe für den  $(n\pi^+)$ –Kanal. In Bezug auf sämtliche Datenpunkte beider Kanäle ergibt sich für die Anpassung bei dieser Energiestützstelle  $\chi^2_{red}=1$ .



**Abbildung 8.6**: Das Ergebnis der MINUIT-Anpassung an die Daten des  $(p\pi^0)$ - und des  $(n\pi^+)$ -Kanals für  $E_{\gamma}=340$  MeV. Die Anpassung ergibt für die Daten beider Kanäle zusammen  $\chi^2_{red}=1$ .



**Abbildung 8.7**: Beispiele für das Ergebnis der MINUIT-Anpassung in Bezug auf den unpolarisierten Wirkungsquerschnitt der MAMI/TAPS-Messung.



**Abbildung 8.8**: Beispiele für das Ergebnis der MINUIT-Anpassung in Bezug auf die Photonasymmetrie der MAMI/TAPS-Messung.

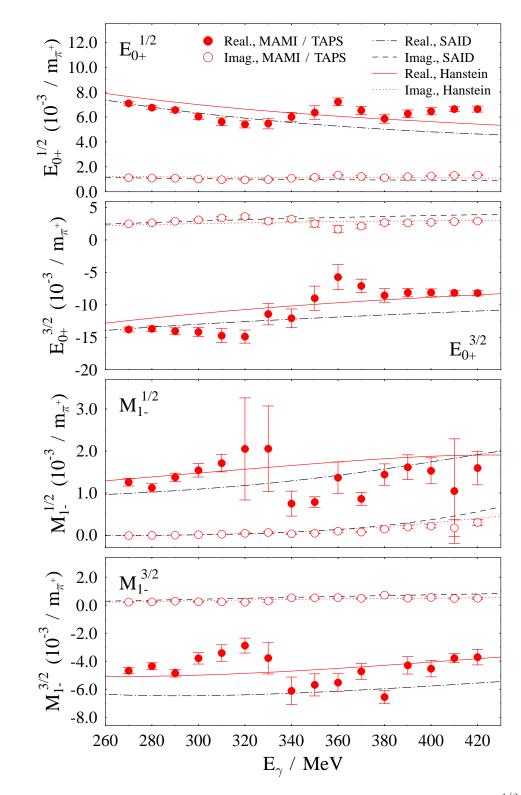
In den Abbildungen 8.7 und 8.8 sind, verteilt über den zugänglichen Energiebereich, weitere Beispiele für das Ergebnis der MINUIT-Anpassung bzgl. des unpolarisierten Wirkungsquerschnitts und der Photonasymmetrie der MAMI/TAPS-Messung dargestellt. Betrachtet man alle Energiestützpunkte, so ergibt sich meist ein  $\chi^2$  pro Freiheitsgrad im Bereich um eins, mit extremen Werten von  $0.5 \le \chi^2_{red} \le 2.4$ .

Ergebnisse der Multipolanalyse für die und p-Wellens-Isospinamplituden findet man in Anhang B.2 tabelliert. Die Abbildungen 8.9 und 8.10 zeigen die Real- und Imaginäranteile dieser Multipole im betrachteten Energiebereich im Vergleich mit den Resultaten der Hanstein-Analyse und der SAID-Lösung (SM01K). Die nichtresonanten Amplituden  $(E_{0+}^{1/2}, E_{0+}^{3/2}, M_{1-}^{1/2}, M_{1-}^{3/2}, E_{1+}^{1/2}$  und  $M_{1+}^{1/2})$  zeigen aufgrund ihres fast reinen Borncharakters Imaginäranteile, die im Vergleich zu den Realanteilen stark unterdrückt sind, beinahe sogar verschwinden und im zugänglichen Energiebereich konstant verlaufen. Hierbei deutet sich im Imaginäranteil  $\widetilde{M}_{1-}^{1/2}$  zu höheren Energien ein leichtes Anwachsen an, das auf den beginnenden Einfluß der N(1440)– oder  $P_{11}$ –Resonanz (Roper–Resonanz) zurückzuführen ist. In den verhältnismäßig großen Fehlerbalken und den deutlichen Schwankungen der Realanteile der nichtresonanten Multipole spiegelt sich die geringe Empfindlichkeit der betrachteten Observablen auf diese Amplituden wider. Diese ist u.a. auch darauf zurückzuführen, daß die acht experimentellen Größen (A, B,C und  $\Sigma$  des  $(p\pi^0)$  – und des  $(n\pi^+)$ –Kanals) in ihrer Abhängigkeit von den acht zu bestimmenden s- und p-Wellenamplituden nicht unabhängig sind. Hierdurch läßt sich im Rahmen der durchgeführten Anpassung teilweise Stärke zwischen den Multipolen verschieben, ohne die Anpassungsergebnisse für die physikalischen Observablen sichtbar zu variieren. Obwohl eine eindeutige Festlegung nicht getroffen werden kann, scheint die energieabhängige Hanstein-Analyse bzgl. der nichtresonanten Multipole tendenziell besser mit dem Ergebnis dieser energieunabhängigen Anpassung verträglich zu sein als die SAID-Lösung.

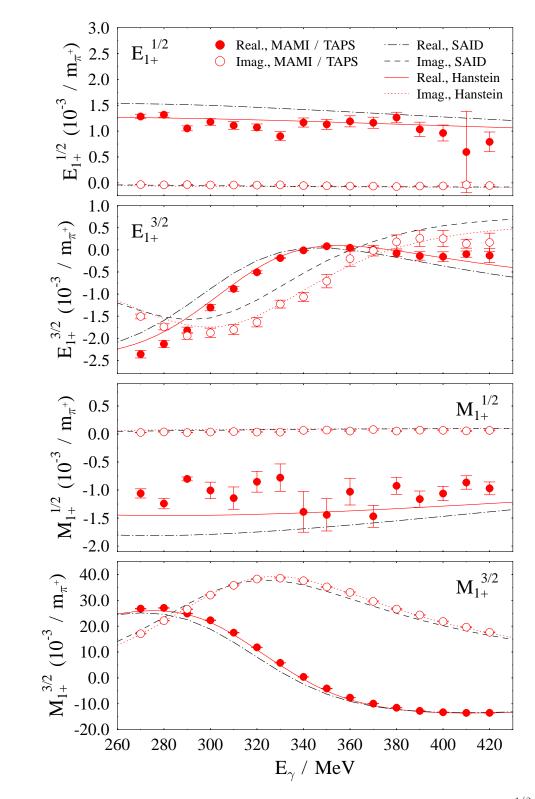
Die Resultate dieser Multipolanalyse für die Multipole  $E_{1+}^{3/2}$  und  $M_{1+}^{3/2}$  zeigen das erwartete resonante Verhalten von Real– und Imaginäranteil. Man findet eine weitgehende Übereinstimmung mit der Hanstein–Analyse, während die SAID–Lösung quantitativ deutliche Abweichungen liefert. Im Zusammenhang mit der SAID–Lösung fällt speziell im Bezug auf das  $M_{1+}^{3/2}$ –Ergebnis auf, daß die merkliche Verschiebung des Imaginärteilmaximums und des Nulldurchgangs des Realanteils um ca. 5 MeV zu einer Energie  $E_{\gamma} < 340~MeV$  nicht im Einklang mit den SAID–Streuphasen zu stehen scheint, die denen in Abbildung 8.5 entsprechen sollten.

Mit dem Nulldurchgang der Realanteile der resonanten Multipole am Resonanzpunkt, der nach der  $\delta_{33}$ -Streuphase bei  $E_{\gamma}=340~MeV$  liegt, gilt für das  $R_{EM}$ -Verhältnis nach Gleichung 3.72

$$R_{EM} = \frac{E_{1+}^{3/2}}{M_{1+}^{3/2}} = \frac{Im E_{1+}^{3/2}}{Im M_{1+}^{3/2}} \ .$$



**Abbildung 8.9**: Die Real- und Imaginäranteile der Isospinamplituden  $E_{0+}^{1/2}$ ,  $E_{0+}^{3/2}$ ,  $M_{1-}^{1/2}$  und  $M_{1-}^{3/2}$ . (Hanstein-Analyse unter Berücksichtigung der MAMI/TAPS-Ergebnisse, SAID-Lösung SM01K.)



**Abbildung 8.10**: Die Real- und Imaginäranteile der Isospinamplituden  $E_{1+}^{1/2}$ ,  $E_{1+}^{3/2}$ ,  $M_{1+}^{1/2}$  und  $M_{1+}^{3/2}$ . (Hanstein-Analyse unter Berücksichtigung der MAMI/TAPS-Ergebnisse, SAID-Lösung SM01K.)

Für die hier vorgestellte Multipolanalyse erhält man demnach:

$$R_{EM} = \frac{ImE_{1+}^{3/2}}{ImM_{1+}^{3/2}} = \frac{-1.064 \pm 0.104}{37.591 \pm 0.267} = (-2.83 \pm 0.28 \pm 0.20)\%.$$
 (8.15)

Der zweite Fehler beschreibt die systematische Unsicherheit dieser Analyse. Dieses Ergebnis stimmt innerhalb der Unsicherheiten mit dem  $R_{EM}$ -Wert aus der  $\frac{C}{A}$ -Methode  $(R_{EM}=(-2.40\pm0.16\pm0.24)\%)$  überein, liegt aber etwas niedriger. Dabei ist es durch die gemeinsame Auswertung zweier unabhängiger Meßergebnisse nicht auszuschließen, daß die unkorrelierten systematischen Unsicherheiten beider Experimente zu einer teilweisen Fehlinterpretation der physikalischen Resultate führen.

Aus den Imaginäranteilen der resonanten Amplituden ergeben sich für die Hanstein-Analyse  $R_{EM}=-2.4\%$ , wobei hier eine Unsicherheit von absolut  $\pm 0.1\%$  angegeben wird. Dieses Ergebnis ist verträglich mit dem  $R_{EM}$ -Wert dieser Arbeit. Die SAID-Lösung (SM01K) liefert hingegen  $R_{EM}=-1.5\%$ , was u.a. auch zu einem großen Teil auf den erwähnten Widerspruch zwischen SAID-Multipolamplituden und SAID-Streuphasen zurückzuführen sein dürfte, wodurch die gewählte Interpretation am Resonanzpunkt für die SAID-Analyse in Frage gestellt werden muß.

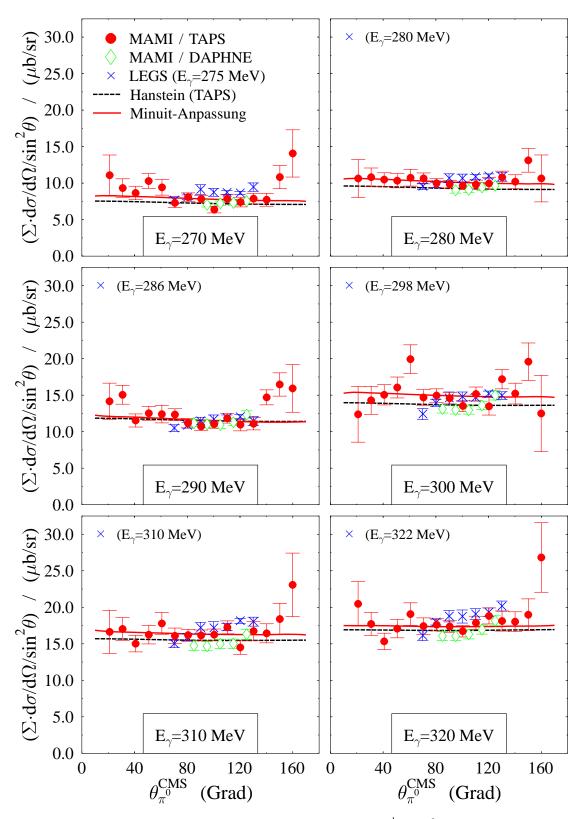
### 8.3 Die Gültigkeit der s- und p-Wellen-Näherung

Nach Abschnitt 3.2.5 läßt sich die Gültigkeit der s- und p-Wellen-Näherung zur Beschreibung der Photoproduktion neutraler Pionen im Energiebereich der  $\Delta(1232)$ -Resonanz mittels der Größe

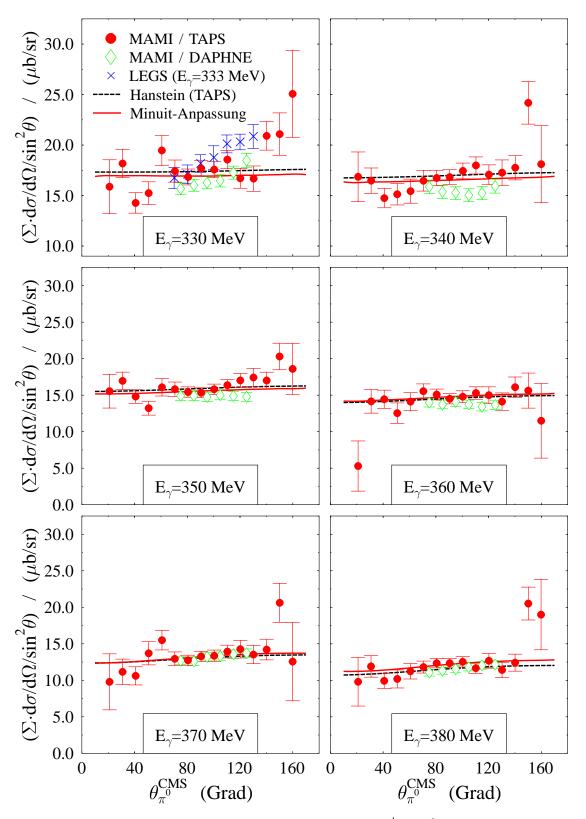
$$\alpha(\theta_{\pi^0}^*) = \frac{\Sigma(\theta_{\pi^0}^*) \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{\pi^0}^*)}{\sin^2 \theta_{\pi^0}^*}$$
(8.16)

überprüfen. Diese Näherung, die für die Extraktion des  $R_{EM}$ -Verhältnisses nach den oben angewandten  $\frac{C_{||}}{12A_{||}}$ - und  $\frac{C}{A}$ -Methoden maßgebend ist, wird nach Gleichung 3.83 durch eine konstante Winkelverteilung der Größe  $\alpha(\theta_{\pi^0}^*)$  gerechtfertigt. Ergibt sich hingegen gemäß Gleichung 3.88 eine deutliche Variation von  $\alpha(\theta_{\pi^0}^*)$  in Abhängigkeit vom  $\pi^0$ -Polarwinkel, so zeigt sich darin der Einfluß von d-Wellenbeiträgen zur  $\pi^0$ -Photoproduktion.

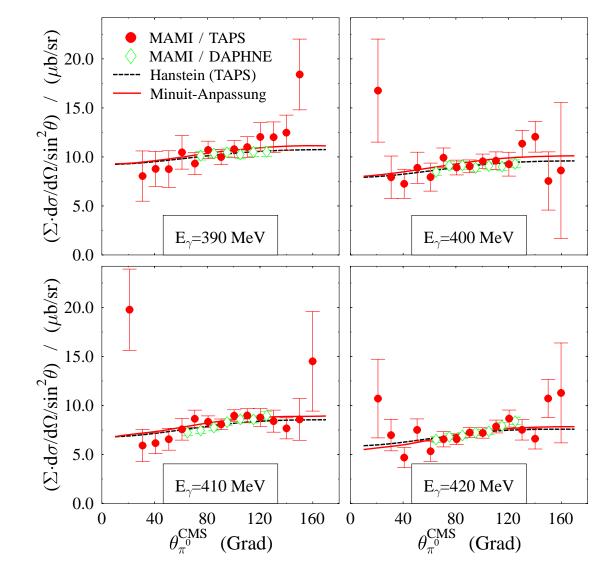
Mit der vollen Polarwinkelakzeptanz des hier vorgestellten MAMI/TAPS-Experiments läßt sich die Gültigkeit der s- und p-Wellen-Näherung auf der Grundlage der experimentellen Informationen dieser Arbeit testen. Hierzu zeigen die Abbildungen 8.11–8.13 im Energiebereich  $E_{\gamma}=(270-420)~MeV$  die  $\alpha(\theta_{\pi}^*0)$ -Datenpunkte der MAMI/TAPS-Messung im Vergleich mit den Ergebnissen des LEGS- und des MAMI/DAPHNE-Experiments. Auf die Darstellung der in dieser Arbeit zugänglichen Datenpunkte unter extremen Vorwärts- und Rückwärtswinkeln wird wieder wegen zu großer statistischer Ungenauigkeit verzichtet. Weil sich aufgrund der  $\sin(\theta)$ -Abhängigkeit generell unter Vorwärts- und Rückwärtswinkeln leicht deutliche Schwankungen der  $\alpha(\theta_{\pi}^*0)$ -Datenpunkte ergeben, werden darüber hinaus auch



**Abbildung 8.11**: Die Winkelverteilung der Größe  $(\Sigma \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}/\sin^2\theta_{\pi^0}^*)$  im Energiebereich  $E_{\gamma} = (270-320)~MeV$ .



**Abbildung 8.12**: Die Winkelverteilung der Größe  $(\Sigma \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}/\sin^2\theta_{\pi^0})$  im Energiebereich  $E_{\gamma} = (330-380)~MeV$ .



**Abbildung 8.13**: Die Winkelverteilung der Größe  $(\Sigma \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}/\sin^2\theta_{\pi^0})$  im Energiebereich  $E_{\gamma} = (390-420)~MeV$ .

die zugehörigen "glatten" Ergebnisse der Hanstein–Analyse sowie der MINUIT– Anpassung dargestellt. Man erkennt speziell anhand dieser Kurven, deren zu Grunde liegenden Anpassungen die unpolarisierten Wirkungsquerschnitte und Photonasymmetrien des MAMI/TAPS–Experiments sehr gut beschreiben, daß sich im Energiebereich  $E_{\gamma}=(270-360)~MeV$  keine signifikante  $\theta$ –Variation der Größe  $\alpha(\theta_{\pi}^*)$  ergibt. Oberhalb von  $E_{\gamma}=360~MeV$  zeigt sich dann mit wachsender Photonenenergie immer deutlicher eine Vorwärts–Rückwärts–Asymmetrie in  $\alpha(\theta_{\pi}^*)$ , die den beginnenden Einfluß von d–Wellenbeiträgen dokumentiert. Die Annahme der s– und p–Wellen–Näherung am Resonanzpunkt bei  $E_{\gamma}=340~MeV$  zur Bestimmung des  $R_{EM}$ –Verhältnisses alleine aus den neuen Daten zur  $\pi^0$ –Photoproduktion scheint damit gerechtfertigt.

Betrachtet man die Ergebnisse der LEGS-Messung, so deutet sich für diese be-

reits ab  $E_{\gamma}=310~MeV$  vermeintlich eine winkelabhängige Variation von  $\alpha(\theta_{\pi}^*)$  an, was somit im Widerspruch zum Ergebnis dieser Arbeit stünde. Die entsprechenden MAMI/DAPHNE-Werte tendieren zum Resultat dieser Arbeit und unterstützen die Rechtfertigung der s- und p-Wellen-Näherung zur Beschreibung der  $\pi^0$ -Photoproduktion am Resonanzpunkt der  $\Delta(1232)$ -Resonanz.

# A. Ergebnis der Tagger–Energieeichung

Kanal	$E_{\gamma}$	$\Delta E_{\gamma}$	Kanal	$E_{\gamma}$	$\Delta E_{\gamma}$	Kanal	$E_{\gamma}$	$\Delta E_{\gamma}$
	/MeV	/MeV		/MeV	/MeV		/MeV	/MeV
1	792.1	1.1	40	728.8	1.6	79	661.3	1.9
2	791.0	1.2	41	727.2	1.6	80	659.4	1.9
3	789.8	1.2	42	725.5	1.6	81	657.6	1.9
4	788.5	1.3	43	723.9	1.6	82	655.7	1.9
5	787.2	1.3	44	722.3	1.6	83	653.8	1.9
6	785.9	1.4	45	720.6	1.6	84	652.0	1.9
7	784.5	1.4	46	719.0	1.6	85	650.1	1.9
8	783.0	1.5	47	717.3	1.7	86	648.2	1.9
9	781.5	1.5	48	715.7	1.7	87	646.3	1.9
10	780.0	1.6	49	714.0	1.7	88	644.4	1.9
11	778.4	1.6	50	712.4	1.7	89	642.5	1.9
12	776.7	1.7	51	710.7	1.7	90	640.6	1.9
13	775.1	1.7	52	709.0	1.7	91	638.7	1.9
14	773.4	1.7	53	707.3	1.7	92	636.7	1.9
15	771.6	1.8	54	705.6	1.7	93	634.8	1.9
16	769.8	1.8	55	703.9	1.7	94	632.9	1.9
17	768.0	1.8	56	702.2	1.7	95	630.9	1.9
18	766.2	1.8	57	700.5	1.7	96	629.0	2.0
19	764.4	1.8	58	698.8	1.7	97	627.0	2.0
20	762.5	1.8	59	697.1	1.7	98	625.1	2.0
21	760.7	1.8	60	695.3	1.7	99	623.1	2.0
22	758.8	1.8	61	693.6	1.7	100	621.1	2.0
23	757.0	1.8	62	691.9	1.7	101	619.2	2.0
24	755.2	1.8	63	690.1	1.8	102	617.2	2.0
25	753.4	1.8	64	688.4	1.8	103	615.2	2.0
26	751.6	1.8	65	686.6	1.8	104	613.2	2.0
27	749.8	1.7	66	684.8	1.8	105	611.2	2.0
28	748.1	1.7	67	683.1	1.8	106	609.2	2.0
29	746.4	1.7	68	681.3	1.8	107	607.2	2.0
30	744.8	1.6	69	679.5	1.8	108	605.2	2.0
31	743.1	1.6	70	677.7	1.8	109	603.1	2.0
32	741.5	1.6	71	675.9	1.8	110	601.1	2.0
33	739.9	1.6	72	674.1	1.8	111	599.1	2.0
34	738.3	1.6	73	672.3	1.8	112	597.0	2.0
35	736.8	1.6	74	670.5	1.8	113	595.0	2.0
36	735.2	1.6	75	668.6	1.8	114	592.9	2.1
37	733.6	1.6	76	666.8	1.8	115	590.9	2.1
38	732.0	1.6	77	665.0	1.8	116	588.8	2.1
39	730.4	1.6	78	663.1	1.8	117	586.8	2.1

Kanal	$E_{\gamma}$	$\Delta E_{\gamma}$	Kanal	$E_{\gamma}$	$\Delta E_{\gamma}$	Kanal	$E_{\gamma}$	$\Delta E_{\gamma}$
	/MeV	/MeV		/MeV	/MeV		/MeV	/MeV
118	584.7	2.1	161	491.4	2.3	204	391.7	2.4
119	582.6	2.1	162	489.1	2.3	205	389.3	2.4
120	580.5	2.1	163	486.8	2.3	206	387.0	2.4
121	578.5	2.1	164	484.6	2.3	207	384.6	2.4
122	576.4	2.1	165	482.3	2.3	208	382.2	2.4
123	574.3	2.1	166	480.0	2.3	209	379.8	2.4
124	572.2	2.1	167	477.8	2.3	210	377.5	2.4
125	570.1	2.1	168	475.5	2.3	211	375.1	2.4
126	568.0	2.1	169	473.2	2.3	212	372.7	2.4
127	565.8	2.1	170	470.9	2.3	213	370.3	2.4
128	563.7	2.1	171	468.6	2.3	214	367.9	2.4
129	561.6	2.1	172	466.3	2.3	215	365.6	2.4
130	559.5	2.1	173	464.1	2.3	216	363.2	2.4
131	557.3	2.1	174	461.8	2.3	217	360.8	2.4
132	555.2	2.1	175	459.5	2.3	218	358.4	2.4
133	553.1	2.1	176	457.2	2.3	219	356.0	2.4
134	550.9	2.1	177	454.8	2.3	220	353.6	2.4
135	548.8	2.2	178	452.5	2.3	221	351.2	2.4
136	546.6	2.2	179	450.2	2.3	222	348.9	2.4
137	544.5	2.2	180	447.9	2.3	223	346.5	2.4
138	542.3	2.2	181	445.6	2.3	224	344.1	2.4
139	540.1	2.2	182	443.3	2.3	225	341.7	2.4
140	537.9	2.2	183	441.0	2.3	226	339.3	2.4
141	535.8	2.2	184	438.6	2.3	227	336.9	2.4
142	533.6	2.2	185	436.3	2.3	228	334.5	2.4
143	531.4	2.2	186	434.0	2.3	229	332.1	2.4
144	529.2	2.2	187	431.6	2.3	230	329.7	2.4
145	527.0	2.2	188	429.3	2.3	231	327.3	2.4
146	524.8	2.2	189	427.0	2.3	232	324.9	2.4
147	522.6	2.2	190	424.6	2.3	233	322.5	2.4
148	520.4	2.2	191	422.3	2.3	234	320.1	2.4
149	518.2	2.2	192	420.0	2.3	235	317.7	2.4
150	516.0	2.2	193	417.6	2.3	236	315.3	2.4
151	513.8	2.2	194	415.3	2.3	237	312.9	2.4
152	511.5	2.2	195	412.9	2.4	238	310.5	2.4
153	509.3	2.2	196	410.6	2.4	239	308.1	2.4
154	507.1	2.2	197	408.2	2.3	240	305.7	2.4
155	504.8	2.2	198	405.9	2.4	241	303.3	2.4
156	502.6	2.2	199	403.5	2.4	242	300.9	2.4
157	500.4	2.2	200	401.1	2.4	243	298.5	2.4
158	498.1	2.2	201	398.8	2.4	244	296.1	2.4
159	495.9	2.3	202	396.4	2.4	245	293.7	2.4
160	493.6	2.3	203	394.1	2.4	246	291.3	2.4

Kanal	$E_{\gamma} / MeV$	$\Delta E_{\gamma} / MeV$
247	288.9	2.4
248	286.5	2.4
249	284.1	2.4
250	281.7	2.4
251	279.3	2.4
252	276.9	2.4
253	274.5	2.4
254	272.1	2.4
255	269.7	2.4
256	267.2	2.4
257	264.8	2.4
258	262.4	2.4
259	260.0	2.4
260	257.6	2.4
261	255.2	2.4
262	252.8	2.4
263	250.4	2.4
264	248.0	2.4
265	245.6	2.4
266	243.2	2.4
267	240.8	2.4
268	238.4	2.4
269	236.0	2.4
270	233.6	2.4
271	231.2	2.4
272	228.8	2.4
273	226.4	2.4
274	224.0	2.4
275	221.6	2.4
276	219.2	2.4
277	216.8	2.4
278	214.5	2.4
279	212.1	2.4
280	209.7	2.4
281	207.3	2.4
282	204.9	2.4
283	202.5	2.4
284	200.1	2.4

## B. Ergebnis–Tabellen

### B.1 Die physikalischen Observablen

Es folgen die Ergebnis-Tabellen der physikalischen Observablen der untersuchten Reaktion  $\vec{\gamma}p \to p\pi^0$ .

Bei winkeldifferentiellen Betrachtungen werden sowohl für den Wirkungsquerschnitt als auch für die Photonasymmetrien mit Ausnahme der extremen Vorwärtsund Rückwärtswinkel jeweils  $10^{\circ}$  in  $\theta_{\pi^0}^{CMS}$  zusammengefaßt. Während diese im Fall der Asymmetrien ausschließlich mit der experimentellen  $\pi^0$ -Ausbeute gewichtet werden, wird im Fall der Wirkungsquerschnitte darüber hinaus auch die TAPS-Nachweiswahrscheinlichkeit berücksichtigt, wodurch sich leicht unterschiedliche Stützstellen der Polarwinkel zwischen Wirkungsquerschnitten und Photonasymmetrien ergeben. Für die gemeinsame Betrachtung beider Observablen benutzt man den gemittelten Polarwinkel der differentiellen Wirkungsquerschnitte. Die Angabe des  $\pi^0$ -Polarwinkels erfolgt in Grad.

- Differentieller Wirkungsquerschnitt: Der differentielle Wirkungsquerschnitt samt Fehler wird in  $(\mu b/sr)$  angegeben, dabei bezeichnet der erste Fehler nur die statistische Unsicherheit und der zweite Fehler den Gesamtfehler, welcher sich aus der statistischen und systematischen Unsicherheit zusammensetzt.
- Totaler Wirkungsquerschnitt: Der totale Wirkungsquerschnitt in  $\mu b$  wird ebenfalls mit zwei Fehlern angegeben. Der erste beschreibt wiederum die statistische Unsicherheit, während der zweite die gesamte Unsicherheit aus statistischem und systematischem Fehler angibt.
- Photonasymmetrie: Bei der Tabellierung der Ergebnisse zur Photonasymmetrie wird nur die statistische Unsicherheit aufgeführt, da der systematische Fehler für sämtliche Datenpunkte gleichermaßen 4.1% beträgt.

### B.1.1 Die winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitte

	$d\sigma$			1		$d\sigma$		
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$
(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$		(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$
	$E_{\gamma}$	=202~MeV				$E_{\gamma}$	= 210 MeV	
4.2	0.65	0.09	0.10		3.6	0.96	0.09	0.12
11.1	1.07	0.04	0.10		11.4	1.16	0.04	0.10
20.9	1.08	0.03	0.05		21.1	1.47	0.03	0.07
30.9	1.30	0.03	0.08		30.9	1.67	0.03	0.10
40.6	1.41	0.03	0.09		40.8	1.96	0.03	0.12
50.8	1.68	0.04	0.08		50.7	2.26	0.04	0.10
60.7	1.97	0.05	0.10		60.7	2.47	0.05	0.12
70.9	2.11	0.07	0.14		70.6	2.87	0.07	0.17
80.4	1.98	0.07	0.12		80.5	2.91	0.07	0.16
90.7	2.22	0.06	0.17		90.5	3.03	0.06	0.23
100.5	2.22	0.05	0.11		100.6	3.03	0.05	0.14
110.5	2.24	0.04	0.11		110.4	3.16	0.05	0.15
120.4	2.32	0.05	0.11		120.2	3.07	0.04	0.14
130.3	2.18	0.05	0.11		130.4	2.85	0.04	0.14
140.4	2.09	0.05	0.10		140.4	2.74	0.04	0.13
150.4	1.92	0.04	0.12		150.3	2.56	0.04	0.15
160.2	1.85	0.04	0.11		160.1	2.38	0.03	0.14
169.8	1.90	0.04	0.20		169.6	2.30	0.04	0.24
177.2	1.90	0.12	0.23		177.2	2.36	0.10	0.26
		$= 220 \ MeV$					=230~MeV	
3.8	1.36	0.14	0.17		4.0	2.27	0.19	0.26
11.3	1.75	0.05	0.15		11.2	2.41	0.07	0.20
21.0	1.94	0.04	0.09		21.0	2.59	0.05	0.11
30.9	2.34	0.04	0.14		30.9	3.05	0.04	0.18
40.7	2.75	0.04	0.16		40.8	3.69	0.05	0.22
50.8	3.17	0.05	0.14		50.6	4.34	0.06	0.19
60.7	3.64	0.06	0.17		60.6	4.72	0.07	0.21
70.7	3.79	0.07	0.22		70.6	5.38	0.09	0.30
80.4	4.01	0.08	0.22		80.7	5.79	0.10	0.30
90.5	4.16	0.07	0.31		90.4	5.73	0.08	0.42
100.5	4.30	0.06	0.20		100.4	5.73	0.07	0.26
110.4	4.31	0.05	0.20		110.4	5.45	0.06	0.25
120.4	3.95	0.04	0.18		120.4	5.24	0.05	0.24
130.3	3.88	0.05	0.18		130.3	4.98	0.05	0.23
140.2	3.71	0.05	0.17		140.2	4.80	0.05	0.22
150.2	3.18	0.04	0.19		150.1	4.37	0.05	0.25
160.1	3.17	0.04	0.18		160.0	4.01	0.04	0.23
169.7	2.98	0.04	0.31		169.7	3.80	0.05	0.39
177.3	2.89	0.11	0.31		177.2	3.84	0.12	0.41

	$d\sigma$			l	2112	$d\sigma$		
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\theta}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$
(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{s  r})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$		(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{s  r})$
	/	$= 240 \ MeV$				/	=250 MeV	
4.1	2.72	0.22	0.31		3.8	3.25	0.17	0.31
11.3	3.14	0.08	0.26		11.4	4.17	0.07	0.34
21.2	3.44	0.05	0.15		21.1	4.57	0.05	0.19
30.9	4.07	0.05	0.23		30.8	5.44	0.05	0.31
40.8	4.73	0.06	0.28		40.9	6.40	0.06	0.37
50.7	5.54	0.08	0.23		50.8	7.19	0.08	0.30
60.7	6.53	0.09	0.29		60.9	8.60	0.10	0.38
70.6	7.23	0.10	0.40		70.7	9.73	0.10	0.54
80.7	7.71	0.11	0.40		80.5	10.58	0.10	0.54
90.4	8.09	0.09	0.59		90.4	10.67	0.08	0.77
100.4	7.88	0.08	0.35		100.4	10.65	0.08	0.47
110.4	7.62	0.07	0.35		110.4	9.92	0.07	0.45
120.4	6.94	0.06	0.31		120.3	9.34	0.06	0.42
130.3	6.68	0.06	0.31		130.3	8.73	0.06	0.40
140.3	6.22	0.06	0.29		140.2	8.03	0.06	0.37
150.2	5.58	0.06	0.32		150.2	7.13	0.06	0.41
160.1	5.20	0.05	0.30		160.1	6.42	0.05	0.37
169.8	4.75	0.05	0.49		169.7	6.02	0.05	0.62
177.3	5.46	0.15	0.58		177.3	6.09	0.14	0.64
	$E_{\gamma}$	= 260 MeV				$E_{\gamma}$	=270~MeV	
3.9	4.91	0.21	0.59		3.9	5.38	0.18	0.63
11.4	5.20	0.08	0.59		11.5	6.22	0.08	0.70
21.0	5.93	0.07	0.38		21.1	7.26	0.07	0.46
30.9	7.04	0.06	0.29		31.0	8.67	0.07	0.36
40.9	8.58	0.07	0.36		40.8	10.52	0.08	0.44
50.8	10.01	0.11	0.43		50.7	12.58	0.13	0.54
60.8	11.76	0.14	0.82		60.8	14.52	0.16	1.01
70.6	12.88	0.12	0.68		70.6	16.19	0.13	0.85
80.6	14.03	0.11	0.69		80.6	17.58	0.11	0.86
90.5	14.00	0.10	0.58		90.6	17.27	0.10	0.72
100.5	14.02	0.09	0.57		100.5	17.08	0.10	0.69
110.5	13.36	0.09	0.57		110.3	16.35	0.10	0.69
120.4	12.52	0.08	0.78		120.4	14.99	0.09	0.93
130.3	11.33	0.08	0.65		130.3	13.72	0.09	0.79
140.3	10.13	0.08	0.46		140.2	11.99	0.08	0.54
150.2	9.23	0.08	0.43		150.2	10.72	0.08	0.50
159.9	7.88	0.07	0.48		160.0	9.13	0.07	0.55
169.6	7.42	0.07	0.59		169.7	8.36	0.07	0.67
177.2	7.46	0.17	0.62		177.2	8.74	0.18	0.72

	$d\sigma$			1		$d\sigma$	I	
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$
(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$		(°)	$/(\frac{\mu b}{s r})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{s r})$
		=280~MeV				$E_{\gamma}$	$= 290 \ MeV$	
4.0	7.72	0.20	0.88		3.9	8.55	0.19	0.97
11.4	7.77	0.08	0.87		11.4	9.33	0.08	1.04
21.1	8.89	0.07	0.57		21.0	10.41	0.07	0.66
30.9	10.61	0.07	0.44		30.9	12.47	0.08	0.52
40.8	12.84	0.09	0.53		40.8	14.83	0.09	0.61
50.7	15.48	0.14	0.66		50.8	17.58	0.14	0.75
60.8	18.28	0.19	1.27		60.7	21.84	0.20	1.51
70.7	20.15	0.13	1.05		70.6	23.75	0.14	1.23
80.5	21.11	0.11	1.03		80.5	24.53	0.11	1.20
90.5	21.57	0.10	0.89		90.5	24.56	0.10	1.02
100.4	21.29	0.10	0.86		100.4	24.60	0.10	1.00
110.4	20.62	0.12	0.87		110.3	23.90	0.13	1.01
120.3	18.33	0.11	1.14		120.3	20.94	0.12	1.30
130.3	16.60	0.10	0.95		130.3	18.56	0.10	1.06
140.2	14.59	0.09	0.66		140.2	16.53	0.10	0.75
150.1	12.96	0.10	0.61		150.1	13.71	0.10	0.64
160.0	10.80	0.08	0.65		159.9	11.86	0.09	0.72
169.6	9.94	0.08	0.79		169.6	10.96	0.08	0.87
177.2	10.06	0.20	0.82		177.3	11.00	0.20	0.90
		=300~MeV				1	=310 MeV	
3.9	9.76	0.19	1.11		3.9	11.15	0.17	1.37
11.4	10.70	0.08	1.20		11.4	11.94	0.07	1.45
21.0	12.20	0.08	0.77		21.1	13.31	0.07	0.76
30.9	14.48	0.08	0.60		30.9	15.85	0.07	0.65
40.8	17.31	0.10	0.72		40.8	18.56	0.09	0.80
50.7	20.45	0.15	0.87		50.8	22.31	0.13	1.19
60.7	25.45	0.22	1.76		60.7	27.20	0.19	1.72
70.6	27.40	0.15	1.42		70.6	29.21	0.13	1.66
80.5	28.80	0.12	1.41		80.6	30.55	0.10	1.28
90.5	29.19	0.11	1.21		90.5	31.17	0.10	1.25
100.5	28.60	0.11	1.16		100.4	30.58	0.10	1.25
110.4	26.93	0.14	1.14		110.4	29.06	0.13	1.17
120.3	24.08	0.14	1.50		120.2	25.45	0.13	1.11
130.2	21.02	0.11	1.20		130.3	22.12	0.10	1.46
140.2	18.35	0.11	0.83		140.2	19.04	0.10	1.04
150.2	15.91	0.11	0.75		150.2	16.01	0.11	0.92
159.9	13.11	0.10	0.79		159.9	13.20	0.10	0.82
169.6	11.63	0.09	0.93		169.7	11.68	0.08	1.15
177.4	11.55	0.21	0.94		177.3	11.62	0.19	1.16

G116	$d\sigma$	( )	( 1 )	Ì	G116	$d\sigma$	( 1 )	( 1 )
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\theta}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$
(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{s  r})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$		(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$
	$E_{\gamma}$	=320 MeV				$E_{\gamma}$	=330 MeV	
3.9	11.20	0.19	1.38		4.0	11.84	0.20	1.45
11.4	12.44	0.08	1.52		11.4	12.67	0.08	1.54
21.0	13.99	0.08	0.80		21.0	13.95	0.08	0.80
30.9	16.78	0.08	0.69		30.9	16.14	0.08	0.66
40.8	19.40	0.10	0.84		40.8	19.13	0.10	0.83
50.7	22.72	0.14	1.21		50.7	22.75	0.14	1.21
60.7	28.58	0.21	1.81		60.7	28.50	0.20	1.80
70.6	30.82	0.14	1.75		70.6	30.09	0.14	1.71
80.6	32.03	0.12	1.35		80.6	31.26	0.11	1.31
90.5	32.53	0.11	1.31		90.5	31.67	0.11	1.27
100.4	31.94	0.12	1.31		100.4	31.25	0.11	1.28
110.4	30.00	0.14	1.21		110.4	29.87	0.14	1.20
120.3	26.60	0.16	1.16		120.2	25.20	0.16	1.10
130.2	22.67	0.12	1.49		130.3	21.11	0.11	1.39
140.1	19.52	0.11	1.06		140.2	18.70	0.11	1.02
150.1	16.03	0.12	0.93		150.1	15.07	0.12	0.87
160.0	13.17	0.12	0.82		159.9	12.26	0.12	0.77
169.7	11.27	0.09	1.11		169.6	10.12	0.08	1.00
177.2	10.53	0.20	1.05		177.2	10.07	0.20	1.01
	$E_{\gamma}$	=340 MeV				$E_{\gamma}$	=350~MeV	
4.0	11.57	0.20	1.42		4.0	10.70	0.20	1.32
11.4	11.81	0.08	1.44		11.4	11.49	0.08	1.40
21.0	13.53	0.07	0.77		21.0	12.58	0.07	0.72
30.9	15.78	0.08	0.65		30.9	14.44	0.07	0.59
40.9	18.52	0.09	0.80		40.8	17.10	0.09	0.74
50.7	21.50	0.13	1.15		50.7	19.48	0.13	1.04
60.8	26.67	0.18	1.68		60.8	24.25	0.17	1.53
70.6	29.01	0.13	1.64		70.6	26.77	0.13	1.52
80.6	30.10	0.11	1.26		80.5	27.38	0.10	1.15
90.5	30.26	0.10	1.22		90.5	27.43	0.10	1.10
100.5	29.35	0.11	1.20		100.4	26.40	0.10	1.08
110.4	28.25	0.14	1.14		110.4	24.75	0.13	1.00
120.2	24.30	0.16	1.06		120.2	22.06	0.16	0.97
130.2	20.12	0.11	1.33		130.2	18.21	0.11	1.20
140.2	16.85	0.10	0.92		140.2	15.12	0.10	0.82
150.1	14.29	0.13	0.83		150.0	11.93	0.12	0.69
159.9	11.14	0.12	0.70		159.9	9.12	0.11	0.58
169.7	9.03	0.08	0.89		169.5	7.92	0.08	0.78
177.3	8.44	0.17	0.85		177.2	7.62	0.18	0.77

	$d\sigma$	<u> </u>		l		$d\sigma$	T	<u> </u>
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\theta}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$
(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$		(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$
	$E_{\gamma}$	=360 MeV				$E_{\gamma}$	$=370 \ MeV$	
3.9	9.47	0.19	1.56		4.0	8.46	0.25	1.40
11.4	10.83	0.08	1.77		11.4	9.75	0.10	1.59
21.0	12.08	0.07	1.05		21.0	10.53	0.08	0.91
30.9	13.60	0.07	0.60		30.9	11.97	0.08	0.53
40.8	15.84	0.08	0.79		40.8	13.99	0.10	0.70
50.7	18.28	0.12	1.48		50.7	16.26	0.15	1.32
60.8	22.43	0.15	1.24		60.8	19.15	0.19	1.07
70.5	24.76	0.11	1.28		70.5	21.41	0.14	1.11
80.6	24.99	0.09	1.00		80.5	22.08	0.12	0.89
90.5	25.23	0.09	1.01		90.5	22.40	0.11	0.90
100.4	24.29	0.09	1.14		100.4	21.31	0.11	1.00
110.4	22.80	0.12	0.92		110.4	20.46	0.15	0.83
120.2	20.20	0.15	0.98		120.2	18.07	0.19	0.89
130.2	16.39	0.10	1.02		130.2	14.51	0.13	0.91
140.1	13.49	0.09	0.83		140.2	11.64	0.11	0.72
150.1	11.31	0.11	0.64		150.1	9.10	0.14	0.52
159.9	8.31	0.10	0.59		159.9	6.48	0.12	0.47
169.5	6.72	0.07	0.67		169.6	5.63	0.09	0.56
177.4	6.32	0.15	0.64		177.1	4.84	0.18	0.51
		=380~MeV					$=390 \ MeV$	
3.9	8.28	0.28	1.38		3.9	7.37	0.24	1.23
11.4	8.72	0.10	1.42		11.3	7.96	0.09	1.30
21.0	9.54	0.08	0.83		21.0	8.92	0.07	0.77
30.8	10.67	0.08	0.47		30.9	9.91	0.06	0.44
40.8	12.10	0.09	0.60		40.8	11.63	0.08	0.58
50.7	14.11	0.14	1.15		50.8	13.04	0.12	1.06
60.7	17.00	0.17	0.95		60.8	15.62	0.15	0.87
70.6	18.85	0.13	0.98		70.6	17.11	0.11	0.89
80.6	19.25	0.11	0.78		80.6	18.00	0.09	0.73
90.5	19.40	0.10	0.78		90.5	17.52	0.08	0.71
100.4	18.33	0.10	0.86		100.4	16.98	0.09	0.80
110.3	16.98	0.13	0.69		110.3	15.80	0.11	0.64
120.2	15.07	0.16	0.74		120.2	13.09	0.13	0.64
130.2	11.91	0.12	0.75		130.3 140.0	10.76	0.10	0.67
140.1	9.50	0.10	0.59			8.67 6.76	0.08	0.54
150.1	7.94 5.24	0.13	0.46		150.1	6.76 $5.02$	0.10	0.39
159.8 169.5	5.34	$0.11 \\ 0.08$	0.39		159.7 $169.5$	$\frac{5.02}{3.69}$	$0.10 \\ 0.06$	$0.37 \\ 0.37$
	$\frac{4.32}{3.75}$		0.44					
177.2	3.75	0.15	0.40		177.1	3.72	0.15	0.40

~1.6	$d\sigma$			l	2112	$d\sigma$		
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$
(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{s  r})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$		(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$
	$E_{\gamma}$	=400~MeV				$E_{\gamma}$	=410~MeV	
4.0	6.58	0.26	1.10		3.9	5.58	0.23	0.40
11.4	7.09	0.09	1.16		11.2	6.53	0.08	0.40
20.9	7.87	0.07	0.68		21.0	7.14	0.06	0.48
30.9	8.78	0.06	0.39		30.9	7.87	0.05	0.41
40.8	10.11	0.08	0.51		40.7	8.64	0.06	0.36
50.8	11.40	0.12	0.93		50.8	10.03	0.10	0.44
60.8	13.87	0.15	0.78		60.8	11.90	0.12	0.71
70.6	14.75	0.11	0.77		70.5	13.04	0.09	0.90
80.6	15.70	0.09	0.64		80.6	13.67	0.08	0.55
90.5	15.26	0.08	0.62		90.5	13.84	0.07	0.59
100.4	14.55	0.08	0.69		100.4	13.06	0.07	0.60
110.4	14.08	0.11	0.58		110.3	12.16	0.09	0.54
120.2	11.76	0.13	0.58		120.2	10.37	0.11	0.43
130.3	9.37	0.10	0.59		130.3	8.12	0.09	0.70
140.2	7.64	0.08	0.47		140.1	6.28	0.07	0.35
150.2	5.88	0.10	0.34		150.0	5.00	0.09	0.28
159.7	4.03	0.10	0.30		159.9	3.31	0.08	0.36
169.5	3.03	0.06	0.31		169.6	2.48	0.05	0.40
177.4	2.48	0.13	0.28		177.3	2.04	0.11	0.35
	$E_{\gamma}$	=420~MeV				$E_{\gamma}$	=430~MeV	
4.0	4.46	0.23	0.35		3.8	5.54	0.30	0.44
11.3	5.97	0.09	0.37		11.3	5.23	0.09	0.32
20.9	6.59	0.07	0.45		21.0	5.93	0.06	0.40
30.8	7.25	0.06	0.38		30.8	6.29	0.05	0.33
40.8	7.79	0.07	0.32		40.8	7.03	0.07	0.29
50.6	9.08	0.11	0.41		50.7	7.85	0.10	0.35
60.8	10.72	0.13	0.64		60.6	9.29	0.12	0.56
70.7	11.49	0.10	0.79		70.6	10.24	0.10	0.71
80.6	11.96	0.09	0.49		80.5	10.78	0.08	0.44
90.5	12.24	0.08	0.52		90.5	10.71	0.07	0.46
100.4	11.64	0.08	0.53		100.4	10.28	0.07	0.47
110.5	10.96	0.09	0.49		110.3	9.28	0.08	0.42
120.4	9.32	0.11	0.39		120.2	8.09	0.10	0.34
130.2	7.16	0.09	0.62		130.2	6.45	0.09	0.56
140.1	5.59	0.07	0.32		140.0	4.90	0.07	0.28
150.0	4.20	0.09	0.24		150.0	3.79	0.09	0.22
159.8	2.88	0.09	0.32		159.7	2.26	0.08	0.25
169.3	1.83	0.05	0.30		169.6	1.54	0.05	0.25
177.1	1.86	0.12	0.32		177.2	1.51	0.11	0.27

	$d\sigma$			l		$d\sigma$		1
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$
(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{s  r})$		(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$
		=440~MeV				$E_{\gamma}$	$=450 \ MeV$	
4.0	4.12	0.23	0.33		3.8	4.53	0.30	0.40
11.4	4.95	0.08	0.30		11.4	4.83	0.10	0.30
20.9	5.10	0.05	0.35		20.8	4.90	0.06	0.33
30.7	5.78	0.05	0.30		30.8	5.24	0.05	0.27
40.8	6.42	0.06	0.27		40.6	5.84	0.06	0.24
50.7	7.27	0.09	0.33		50.8	6.17	0.09	0.28
60.7	8.22	0.11	0.49		60.7	7.66	0.12	0.47
70.7	9.31	0.09	0.64		70.6	8.50	0.10	0.59
80.6	9.61	0.07	0.39		80.6	8.78	0.08	0.36
90.5	9.48	0.06	0.40		90.5	8.88	0.07	0.38
100.3	9.25	0.06	0.42		100.5	8.41	0.07	0.39
110.4	8.45	0.07	0.38		110.4	7.51	0.08	0.34
120.2	6.94	0.08	0.29		120.2	6.73	0.09	0.29
130.2	5.54	0.07	0.48		130.4	4.79	0.08	0.42
140.1	4.13	0.06	0.23		140.0	3.78	0.06	0.22
149.9	2.67	0.06	0.15		150.1	2.68	0.07	0.16
159.7	2.16	0.07	0.24		159.4	1.53	0.07	0.18
169.5	1.15	0.04	0.19		169.1	0.92	0.04	0.15
176.9	0.82	0.07	0.15		177.7	0.85	0.09	0.17
		=460~MeV					=470 MeV	
3.7	4.87	0.36	0.48		3.4	3.18	0.26	0.33
11.2	4.40	0.11	0.31		11.4	3.93	0.09	0.27
20.9	4.55	0.06	0.44		20.9	4.21	0.05	0.40
30.8	4.96	0.05	0.33		30.8	4.26	0.04	0.28
40.8	5.17	0.06	0.22		40.8	4.63	0.05	0.20
50.8	5.68	0.09	0.32		50.7	5.29	0.08	0.30
60.9	6.96	0.13	0.37		60.6	6.09	0.11	0.33
70.7	7.60	0.10	0.36		70.6	6.74	0.09	0.32
80.6	7.87	0.08	0.34		80.6	7.08	0.07	0.30
90.5	7.82	0.07	0.32		90.5	7.10	0.06	0.29
100.5	7.47	0.06	0.35		100.4	6.77	0.05	0.31
110.4	6.60	0.07	0.31		110.4	6.18	0.06	0.29
120.2	5.65	0.08	0.27		120.1	4.97	0.07	0.23
130.1	4.36	0.08	0.22		130.1	3.87	0.07	0.20
140.1	3.16	0.06	0.22		139.8	2.92	0.05	0.20
149.9	2.17	0.07	0.13		150.0	1.95	0.06	0.12
159.7	1.35	0.07	0.22		159.3	1.12	0.06	0.18
169.5	0.83	0.04	0.14		169.6	0.64	0.04	0.11
177.4	1.08	0.13	0.22		177.8	0.45	0.06	0.09

G116	$d\sigma$	( 1 )	(1)	1	6116	$d\sigma$		(1)
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\Omega}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\Omega}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$
(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$		(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$
	$E_{\gamma}$	=480~MeV				$E_{\gamma}$	=490~MeV	
3.8	3.24	0.28	0.35		4.0	3.27	0.29	0.36
11.2	3.40	0.10	0.24		11.5	2.96	0.08	0.21
20.9	3.68	0.06	0.35		20.9	3.33	0.05	0.32
30.9	3.94	0.05	0.26		30.8	3.56	0.04	0.24
40.7	4.24	0.05	0.18		40.8	3.90	0.05	0.17
50.7	4.52	0.08	0.26		50.8	4.21	0.07	0.24
60.8	5.59	0.11	0.31		60.6	4.72	0.10	0.26
70.6	6.11	0.10	0.30		70.7	5.54	0.09	0.27
80.6	6.29	0.08	0.27		80.5	5.93	0.07	0.26
90.4	6.54	0.06	0.27		90.5	5.88	0.05	0.24
100.4	6.10	0.06	0.28		100.4	5.68	0.05	0.26
110.4	5.58	0.07	0.26		110.4	5.15	0.06	0.24
120.3	4.87	0.07	0.23		120.3	4.27	0.06	0.20
130.2	3.55	0.07	0.18		130.1	3.39	0.06	0.17
139.8	2.60	0.06	0.18		140.2	2.42	0.05	0.17
149.7	1.67	0.06	0.10		150.0	1.54	0.05	0.09
159.4	0.86	0.05	0.14		159.1	0.79	0.05	0.13
169.6	0.59	0.04	0.11		169.8	0.34	0.03	0.06
177.2	0.25	0.06	0.07		177.0	0.34	0.07	0.09
	$E_{\gamma}$	=500~MeV				$E_{\gamma}$	=510~MeV	
3.6	3.50	0.40	0.46		4.2	2.96	0.34	0.40
11.2	3.04	0.10	0.22		11.1	2.84	0.10	0.21
21.0	3.07	0.05	0.30		20.8	2.73	0.05	0.27
30.9	3.29	0.05	0.22		30.8	2.98	0.04	0.20
40.7	3.57	0.05	0.16		40.7	3.03	0.05	0.13
50.6	3.97	0.08	0.23		50.7	3.53	0.07	0.21
60.7	4.23	0.11	0.24		60.7	4.03	0.11	0.23
70.7	4.64	0.09	0.23		70.5	4.64	0.09	0.23
80.6	5.34	0.07	0.24		80.5	5.13	0.08	0.23
90.5	5.51	0.06	0.23		90.5	5.16	0.06	0.22
100.4	5.20	0.05	0.24		100.5	4.82	0.05	0.23
110.3	4.74	0.06	0.22		110.4	4.56	0.06	0.21
120.1	4.22	0.07	0.20		120.4	3.70	0.06	0.18
130.1	2.93	0.06	0.15		130.3	2.91	0.06	0.15
139.9	2.01	0.05	0.14		140.1	1.91	0.05	0.14
149.8	1.42	0.05	0.09		150.4	1.29	0.05	0.08
159.0	0.70	0.05	0.12		159.1	0.59	0.05	0.10
169.5	0.34	0.04	0.07		169.4	0.29	0.03	0.06
176.0	0.14	0.06	0.06		176.0	0.19	0.09	0.10

G116	$d\sigma$	( )	( 1 )		G116	$d\sigma$	( 1 )	(1)	
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\Omega}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$d\Omega$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$	
(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{s  r})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$		(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	
$E_{\gamma} = 520~MeV$					$E_{\gamma} = 530 \; MeV$				
4.1	2.82	0.36	0.40		4.1	2.82	0.37	0.41	
11.2	2.60	0.09	0.19		11.1	2.55	0.11	0.20	
20.9	2.57	0.05	0.25		21.0	2.55	0.05	0.25	
30.7	2.69	0.04	0.18		30.7	2.58	0.04	0.17	
40.7	2.79	0.04	0.12		40.7	2.73	0.05	0.12	
50.6	3.17	0.06	0.18		50.9	2.92	0.07	0.17	
60.7	3.65	0.09	0.21		60.7	3.31	0.11	0.20	
70.6	4.08	0.08	0.20		70.8	3.67	0.09	0.19	
80.5	4.72	0.07	0.21		80.6	4.52	0.08	0.20	
90.5	4.70	0.05	0.20		90.5	4.43	0.06	0.19	
100.4	4.62	0.05	0.22		100.5	4.22	0.05	0.20	
110.4	4.06	0.05	0.19		110.3	3.87	0.06	0.18	
120.1	3.48	0.06	0.17		120.2	3.21	0.06	0.16	
130.1	2.63	0.05	0.14		130.2	2.33	0.06	0.13	
140.0	1.90	0.04	0.14		139.8	1.70	0.04	0.12	
150.0	1.16	0.05	0.07		150.0	0.91	0.04	0.06	
159.1	0.50	0.04	0.09		159.6	0.58	0.06	0.11	
170.0	0.27	0.03	0.06		170.2	0.20	0.03	0.04	
176.5	0.10	0.06	0.06		178.0	0.07	0.03	0.03	
	$E_{\gamma}$	=540~MeV			$E_{\gamma} = 550 \; MeV$				
4.2	2.58	0.41	0.44		4.2	1.91	0.32	0.35	
10.8	2.30	0.10	0.18		10.9	1.97	0.09	0.16	
20.8	2.27	0.05	0.22		20.9	2.03	0.05	0.20	
30.8	2.28	0.04	0.15		30.8	2.18	0.04	0.15	
40.7	2.34	0.04	0.10		40.8	2.13	0.04	0.10	
50.7	2.55	0.06	0.15		50.8	2.32	0.06	0.14	
61.1	2.95	0.09	0.17		60.9	3.04	0.10	0.18	
70.7	3.53	0.09	0.18		70.8	3.27	0.09	0.17	
80.6	4.15	0.07	0.19		80.8	3.78	0.07	0.17	
90.5	4.11	0.05	0.17		90.5	3.79	0.05	0.16	
100.5	3.98	0.04	0.19		100.5	3.81	0.04	0.18	
110.3	3.77	0.05	0.18		110.2	3.22	0.05	0.15	
120.2	3.22	0.05	0.15		120.2	3.04	0.05	0.15	
130.3	2.34	0.05	0.12		130.0	2.01	0.05	0.11	
139.9	1.60	0.04	0.12		140.1	1.40	0.04	0.10	
149.8	0.91	0.04	0.06		149.5	0.86	0.04	0.06	
159.2	0.50	0.04	0.09		159.5	0.39	0.04	0.07	
169.8	0.28	0.03	0.06		169.7	0.19	0.03	0.04	
176.5	0.14	0.04	0.05		177.7	0.28	0.08	0.10	

	$d\sigma$			1		$d\sigma$			
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\Omega}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\Omega}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$	
(°)	$/(\frac{\mu b}{s r})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{s  r})$		(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	
$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $					$E_{\gamma} = 570 \; MeV$				
10.3	1.00	0.09	0.14		10.3	1.61	0.08	0.13	
20.7	1.88	0.05	0.19		20.7	1.70	0.04	0.17	
30.9	1.88	0.04	0.13		30.7	1.78	0.03	0.12	
40.5	1.98	0.04	0.09		40.5	1.81	0.04	0.08	
50.9	2.02	0.06	0.12		50.8	1.95	0.05	0.12	
60.7	2.60	0.10	0.16		60.8	2.10	0.08	0.13	
70.6	2.98	0.09	0.16		70.9	2.95	0.08	0.16	
80.4	3.55	0.07	0.17		80.5	3.40	0.06	0.16	
90.6	3.67	0.05	0.16		90.6	3.41	0.05	0.15	
100.5	3.77	0.05	0.18		100.4	3.63	0.04	0.17	
110.3	3.39	0.05	0.16		110.4	3.31	0.05	0.16	
120.3	2.74	0.06	0.14		120.2	2.68	0.05	0.13	
130.0	1.96	0.05	0.11		130.3	2.06	0.05	0.11	
140.0	1.39	0.04	0.10		139.9	1.34	0.04	0.10	
149.5	0.77	0.04	0.06		149.9	0.75	0.03	0.05	
160.4	0.56	0.05	0.10		159.7	0.35	0.04	0.07	
170.3	0.21	0.03	0.04		169.6	0.30	0.03	0.06	
177.2	0.18	0.05	0.06		177.6	0.27	0.07	0.08	
	$E_{\gamma}$	=580~MeV			$E_{\gamma} = 590 \; MeV$				
10.7	1.75	0.10	0.15		11.0	1.62	0.10	0.15	
20.9	1.53	0.04	0.15		20.6	1.39	0.04	0.14	
30.9	1.69	0.03	0.12		30.7	1.49	0.03	0.10	
40.5	1.70	0.04	0.08		40.6	1.54	0.03	0.07	
50.7	1.79	0.05	0.11		50.7	1.75	0.05	0.11	
60.6	2.29	0.09	0.15		60.8	2.54	0.10	0.17	
70.6	2.69	0.08	0.15		70.8	2.77	0.09	0.16	
80.7	3.40	0.07	0.16		80.8	3.04	0.07	0.14	
90.6	3.39	0.05	0.14		90.5	3.22	0.05	0.14	
100.3	3.38	0.04	0.16		100.5	3.18	0.04	0.15	
110.3	3.19	0.05	0.15		110.4	3.05	0.05	0.14	
120.3	2.49	0.05	0.12		120.2	2.32	0.05	0.11	
130.2	1.87	0.05	0.10		130.2	1.98	0.05	0.11	
140.0	1.37	0.04	0.10		140.0	1.32	0.04	0.10	
150.1	0.82	0.04	0.06		150.0	0.75	0.03	0.05	
160.0	0.49	0.04	0.09		159.4	0.54	0.04	0.09	
169.5	0.35	0.03	0.07		169.8	0.41	0.04	0.08	
177.5	0.48	0.10	0.13		177.1	0.23	0.07	0.08	

GM C	$d\sigma$	( 1 )	( 1 )	1	ana	$d\sigma$	( 1 )	(1)	
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\overline{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\overline{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$	
	as2		3			CG 2		J	
(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$		(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	
$E_{\gamma} = 600 \; MeV$					$E_{\gamma} = 610~MeV$				
11.6	1.33	0.09	0.12		10.9	1.05	0.07	0.17	
20.8	1.28	0.04	0.13		20.7	1.33	0.04	0.23	
30.7	1.36	0.03	0.09		30.7	1.43	0.03	0.31	
40.8	1.37	0.03	0.07		40.8	1.33	0.03	0.18	
50.4	1.60	0.05	0.10		51.1	1.50	0.05	0.09	
60.8	1.98	0.09	0.13		61.0	1.98	0.09	0.17	
70.6	2.73	0.09	0.16		70.7	2.40	0.09	0.15	
80.9	2.88	0.07	0.14		80.5	2.89	0.07	0.14	
90.4	3.27	0.05	0.14		90.7	3.15	0.05	0.14	
100.5	3.18	0.04	0.15		100.3	3.02	0.04	0.15	
110.4	2.81	0.04	0.13		110.4	2.95	0.05	0.16	
120.3	2.40	0.05	0.12		120.2	2.26	0.05	0.12	
130.1	1.83	0.05	0.10		130.2	1.55	0.04	0.09	
139.9	1.21	0.04	0.09		140.0	1.29	0.04	0.07	
149.8	0.81	0.04	0.06		150.0	0.84	0.04	0.20	
160.0	0.46	0.04	0.08		160.0	0.47	0.04	0.10	
169.5	0.44	0.04	0.08		170.5	0.48	0.04	0.06	
177.4	0.60	0.10	0.14		177.3	0.50	0.08	0.09	
	$E_{\gamma}$	=620~MeV			$E_{\gamma} = 630 \ MeV$				
11.1	1.14	0.09	0.19		11.0	0.95	0.08	0.16	
21.0	1.25	0.04	0.21		21.2	1.03	0.04	0.17	
30.7	1.40	0.03	0.30		30.8	1.29	0.03	0.28	
40.6	1.39	0.04	0.19		40.6	1.25	0.03	0.17	
50.8	1.45	0.05	0.09		50.6	1.32	0.04	0.08	
60.9	1.90	0.09	0.16		60.7	1.66	0.08	0.15	
70.3	2.47	0.10	0.16		70.9	2.31	0.09	0.15	
80.6	3.06	0.07	0.15		80.8	3.00	0.08	0.14	
90.5	3.02	0.05	0.13		90.5	3.18	0.06	0.14	
100.5	2.90	0.04	0.15		100.5	2.92	0.04	0.15	
110.3	2.94	0.05	0.15		110.3	2.83	0.05	0.15	
120.3	2.31	0.05	0.12		120.3	2.46	0.05	0.13	
130.0	1.79	0.05	0.10		130.0	1.71	0.05	0.10	
140.0	1.20	0.04	0.07		140.0	1.20	0.04	0.07	
150.0	0.76	0.03	0.18		149.7	0.80	0.04	0.19	
159.8	0.67	0.05	0.14		160.7	0.60	0.04	0.13	
169.6	0.57	0.04	0.07		169.5	0.58	0.04	0.07	
177.5	0.53	0.10	0.11		177.2	0.56	0.08	0.10	

	$d\sigma$			ı		$d\sigma$		
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$			$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\theta}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$
(°)	$\frac{/(\frac{\mu b}{s  r})}{E_{\gamma}}$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$		(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$		$/(\frac{\mu b}{sr})$
		= 640 MeV						
11.2	1.04	0.10	0.18		12.7	1.15	0.10	0.20
20.7	1.21	0.04	0.21		21.2	1.34	0.05	0.23
30.9	1.29	0.04	0.28		30.9	1.30	0.04	0.28
40.6	1.25	0.04	0.17		40.7	1.35	0.04	0.18
51.1	1.37	0.05	0.08		50.8	1.57	0.05	0.09
60.7	1.65	0.09	0.15		61.1	1.89	0.10	0.17
70.5	2.37	0.10	0.16		70.6	2.18	0.10	0.15
80.5	2.88	0.08	0.14		80.7	2.91	0.08	0.14
90.5	3.01	0.05	0.14		90.5	2.98	0.06	0.14
100.4	3.03	0.04	0.15		100.5	3.05	0.04	0.15
110.3	2.79	0.05	0.15		110.2	2.77	0.05	0.15
120.2	2.39	0.05	0.12		120.2	2.32	0.05	0.12
130.4	1.92	0.05	0.11		130.2	1.73	0.05	0.10
139.6	1.26	0.04	0.07		139.9	1.30	0.04	0.07
150.1	0.82	0.04	0.20		149.8	0.69	0.03	0.17
159.8	0.55	0.04	0.12		159.8	0.62	0.05	0.13
169.2	0.65	0.04	0.07		169.8	0.67	0.05	0.08
177.1	0.59	0.08	0.10		177.4	1.19	0.13	0.17
	$E_{\gamma}$	=660~MeV				$E_{\gamma}$	=670~MeV	
12.8	1.04	0.09	0.18		12.8	0.89	0.09	0.16
20.7	1.17	0.05	0.20		21.0	1.00	0.04	0.17
30.7	1.16	0.03	0.25		30.9	1.30	0.04	0.28
40.7	1.48	0.04	0.20		40.7	1.47	0.04	0.20
50.9	1.64	0.05	0.10		51.0	1.45	0.05	0.09
60.7	1.72	0.09	0.15		60.8	1.82	0.10	0.16
70.7	2.32	0.10	0.15		70.6	2.31	0.11	0.16
80.7	2.86	0.07	0.14		80.6	3.21	0.09	0.16
90.5	3.17	0.05	0.14		90.5	3.18	0.06	0.14
100.3	3.03	0.04	0.15		100.5	3.16	0.04	0.16
110.4	2.79	0.04	0.15		110.3	3.05	0.05	0.16
120.2	2.32	0.05	0.12		119.9	2.40	0.05	0.12
130.1	1.77	0.05	0.10		129.9	1.95	0.05	0.11
140.1	1.17	0.03	0.07		140.1	1.32	0.04	0.08
150.1	0.74	0.03	0.18		150.0	0.85	0.04	0.21
160.4	0.50	0.04	0.11		160.6	0.64	0.05	0.13
169.7	0.70	0.05	0.08		169.9	0.78	0.05	0.09
177.3	0.84	0.10	0.13		177.5	1.32	0.14	0.19

	$d\sigma$			Ì		$d\sigma$		1
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\theta}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$
	asz	(, 3040	v yes			asz	( ) but	,, ges
(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$		(°)	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{sr})$
		=680~MeV	, , , , ,		, ,	$E_{\gamma}$	=690~MeV	, , , , ,
12.1	0.87	0.08	0.15		12.0	1.08	0.11	0.19
20.6	1.10	0.05	0.19		20.9	1.11	0.05	0.19
30.7	1.25	0.04	0.27		30.9	1.37	0.04	0.29
40.7	1.56	0.04	0.21		40.6	1.50	0.04	0.20
50.7	1.67	0.05	0.10		50.6	1.91	0.06	0.11
60.6	2.30	0.11	0.20		61.4	2.18	0.11	0.19
70.8	2.78	0.12	0.18		70.8	3.29	0.14	0.22
80.4	3.55	0.10	0.17		80.8	3.51	0.10	0.17
90.4	3.48	0.06	0.16		90.3	3.69	0.07	0.17
100.5	3.34	0.04	0.17		100.3	3.54	0.05	0.18
110.3	2.95	0.05	0.16		110.4	3.15	0.05	0.16
120.0	2.55	0.05	0.13		120.2	2.88	0.06	0.15
130.1	2.03	0.05	0.12		130.2	2.14	0.06	0.12
140.2	1.33	0.04	0.08		139.8	1.40	0.04	0.08
149.9	0.81	0.04	0.20		150.2	0.83	0.04	0.20
160.4	0.57	0.04	0.12		160.2	0.76	0.05	0.16
170.5	0.84	0.05	0.09		170.4	0.97	0.06	0.11
177.4	0.85	0.08	0.12		177.2	1.37	0.15	0.20
		=700~MeV					=710~MeV	
12.7	1.18	0.13	0.22		12.1	0.99	0.11	0.19
20.7	1.21	0.05	0.21		20.9	1.38	0.06	0.24
30.8	1.50	0.04	0.32		31.0	1.76	0.05	0.38
40.5	1.97	0.06	0.27		40.9	2.10	0.06	0.28
50.8	1.88	0.06	0.11		50.6	2.43	0.07	0.14
60.9	2.47	0.12	0.21		60.7	2.80	0.14	0.24
70.1	3.28	0.14	0.22		70.4	3.90	0.17	0.26
80.6	3.80	0.10	0.19		80.6	4.14	0.12	0.21
90.5	4.19	0.07	0.19		90.2	4.59	0.08	0.21
100.5	3.93	0.05	0.20		100.4	4.23	0.06	0.21
110.3	3.54	0.05	0.18		110.4	3.77	0.06	0.20
120.3	2.84	0.06	0.15		120.3	3.34	0.07	0.17
130.3	2.25	0.06	0.13		130.1	2.62	0.07	0.15
139.9	1.61	0.05	0.09		139.9	1.83	0.05	0.10
149.9	0.95	0.04	0.23		150.1	1.11	0.04	0.27
160.5	0.74	0.05	0.15		160.2	0.95	0.06	0.20
169.7	1.13 $1.32$	$0.06 \\ 0.15$	$0.12 \\ 0.19$		170.1 177.3	1.23 $1.49$	$0.06 \\ 0.15$	$0.13 \\ 0.20$
177.5					. 1771	1 1 1()		

	$d\sigma$				$d\sigma$		
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\Omega}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$	$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\Omega}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$
(°)	$\frac{/(\frac{\mu b}{sr})}{E_{\gamma}}$	/(μb)	$/(\frac{\mu b}{s  r})$	(°)	/( μb \	/( μb \	$/(\frac{\mu b}{sr})$
	$\frac{\sqrt{\overline{sr}}}{E}$	$\frac{/(\frac{\mu b}{sr})}{=720 \ MeV}$	$/(\overline{sr})$	( )	$\frac{\sqrt{\overline{sr}}}{E}$		$/(\overline{sr})$
12.7	0.76	$\frac{-120 \text{ MeV}}{0.09}$	0.15	12.9	$\frac{E_{\gamma}}{1.28}$	$\frac{-130 \text{ MeV}}{0.14}$	0.24
20.8	1.70	0.07	0.29	21.1	1.38	0.06	0.24
30.9	2.07	0.06	0.44	30.9	2.04	0.06	0.44
40.5	2.18	0.06	0.30	40.5	2.38	0.07	0.32
50.7	2.53	0.08	0.15	50.9	2.48	0.08	0.15
61.2	3.25	0.15	0.28	60.6	3.16	0.15	0.27
70.4	3.84	0.17	0.26	70.5	4.44	0.19	0.29
80.5	4.54	0.13	0.23	80.6	4.56	0.14	0.23
90.5	4.65	0.08	0.21	90.4	4.62	0.09	0.21
100.4	4.34	0.06	0.22	100.4	4.29	0.06	0.22
110.3	3.89	0.06	0.20	110.3	3.95	0.06	0.21
120.4	3.39	0.07	0.17	120.4	3.35	0.07	0.17
130.3	2.52	0.07	0.14	130.0	2.68	0.07	0.15
140.1	1.88	0.05	0.11	139.8	1.94	0.05	0.11
149.7	1.19	0.04	0.29	150.0	1.16	0.04	0.28
160.6	1.19	0.06	0.24	160.6	1.08	0.06	0.22
169.9	1.64	0.08	0.17	170.1	1.57	0.07	0.17
177.2	1.80	0.15	0.23	177.2	1.84	0.16	0.24
	$E_{\gamma}$	=740~MeV			$E_{\gamma}$	=750~MeV	
13.1	0.94	0.11	0.18	12.9	1.42	0.18	0.28
21.2	1.55	0.07	0.27	21.2	1.79	0.08	0.31
30.9	1.95	0.06	0.42	31.0	1.81	0.05	0.39
40.7	2.22	0.07	0.30	40.6	2.51	0.08	0.34
50.7	2.53	0.08	0.15	50.7	2.77	0.08	0.16
61.1	3.42	0.17	0.29	60.9	3.34	0.17	0.29
70.4	4.30	0.20	0.29	70.3	3.96	0.19	0.28
80.5	5.26	0.15	0.26	80.3	4.94	0.14	0.25
90.5	4.75	0.09	0.22	90.4	4.56	0.09	0.21
100.4	4.39	0.06	0.22	100.3	4.44	0.06	0.22
110.4	4.20	0.06	0.22	110.3	3.92	0.06	0.20
120.3	3.40	0.07	0.17	120.3	3.56	0.07	0.18
130.2	2.84	0.07	0.16	130.1	2.71	0.07	0.15
139.9	1.99	0.05	0.11	139.9	2.07	0.06	0.12
150.3	1.34	0.05	0.32	149.9	1.26	0.05	0.30
160.1	1.37	0.07	0.28	160.2	1.31	0.07	0.27
170.1	1.64	0.07	0.17	169.7	1.67	0.08	0.18
177.4	1.80	0.16	0.24	177.3	1.84	0.18	0.25

~1.6	$d\sigma$				$d\sigma$		
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\Omega}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$	$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\frac{d\Omega}{d\Omega}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{stat}$	$\Delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ges}$
(0)	( , , , b )	( / ub	17 mb 5	(0)	( , , , b )	17 mbs	(cub)
(°)	$\frac{/(\frac{\mu b}{sr})}{E_{\gamma}}$	$/(\frac{\mu b}{sr})$	$/(\frac{\mu b}{s  r})$	(°)	$/(\frac{\mu \sigma}{sr})$		$/(\frac{\mu b}{sr})$
	$E_{\gamma}$	$= 760 \ MeV$			$E_{\gamma}$	=770 MeV	
12.6	1.13	0.10	0.23	11.7	0.94	0.13	0.19
21.1	1.46	0.08	0.25	21.2	1.31	0.07	0.23
30.8	1.93	0.06	0.42	31.0	1.70	0.06	0.37
40.9	2.18	0.08	0.30	40.6	2.19	0.08	0.30
50.7	2.39	0.08	0.14	50.9	2.37	0.08	0.14
60.9	3.31	0.18	0.30	60.9	3.72	0.19	0.33
70.6	3.87	0.21	0.28	70.3	4.35	0.23	0.31
80.7	4.87	0.16	0.26	80.6	4.41	0.15	0.23
90.6	4.43	0.09	0.21	90.4	4.35	0.09	0.20
100.4	4.45	0.07	0.22	100.5	4.24	0.06	0.21
110.4	3.97	0.06	0.21	110.4	3.93	0.06	0.21
120.4	3.35	0.08	0.17	120.3	3.50	0.07	0.18
130.3	2.99	0.08	0.17	130.1	3.01	0.08	0.17
139.9	2.10	0.06	0.12	139.9	2.13	0.06	0.12
150.0	1.34	0.05	0.32	150.2	1.36	0.05	0.33
160.6	1.14	0.07	0.24	160.2	1.29	0.07	0.27
170.0	1.75	0.09	0.19	170.1	1.78	0.08	0.19
177.4	1.78	0.17	0.24	177.2	2.04	0.17	0.26
	$E_{\gamma}$	=780~MeV			$E_{\gamma}$	=790~MeV	
13.3	1.14	0.17	0.24	13.5	0.64	0.16	0.19
20.6	1.23	0.07	0.22	20.4	1.32	0.10	0.24
30.8	1.87	0.06	0.40	30.7	1.70	0.07	0.37
40.9	1.91	0.07	0.26	40.7	1.92	0.10	0.27
50.7	2.46	0.08	0.15	50.4	1.99	0.10	0.14
61.4	2.68	0.15	0.24	60.7	2.57	0.19	0.26
70.6	3.61	0.19	0.27	70.4	3.57	0.27	0.32
80.5	4.38	0.15	0.23	80.5	3.85	0.19	0.25
90.5	4.31	0.09	0.20	90.6	4.27	0.12	0.22
100.3	4.08	0.06	0.21	100.4	3.96	0.08	0.21
110.4	3.74	0.06	0.20	110.4	3.43	0.07	0.19
120.4	3.34	0.07	0.17	120.5	3.43	0.10	0.19
130.4	2.82	0.07	0.16	130.4	2.69	0.10	0.17
139.9	2.05	0.06	0.11	139.9	2.14	0.08	0.13
150.1	1.48	0.05	0.36	149.8	1.43	0.07	0.35
160.3	1.47	0.07	0.30	160.4	1.55	0.09	0.32
169.6	1.73	0.08	0.18	169.7	1.91	0.12	0.22
177.3	2.30	0.19	0.29	177.5	1.89	0.23	0.29

#### ${\bf B.1.2~Der~totale~Wirkung squerschnitt}$

$\frac{E_{\gamma}}{/MeV}$	$\sigma / \mu b$	$\frac{\Delta \left(\sigma\right)_{stat}}{/\mu b}$	$\begin{array}{c} \Delta \left( \sigma \right)_{ges} \\ /  \mu b \end{array}$	$\begin{array}{ c c }\hline E_{\gamma}\\ /MeV\end{array}$	$\sigma / \mu b$	$\begin{array}{c c} \Delta \left(\sigma\right)_{stat} \\ /  \mu b \end{array}$	$\begin{array}{c} \Delta \left( \sigma \right)_{ges} \\ /  \mu b \end{array}$
202.0	24.70	0.17	1.27	500.0	49.51	0.23	2.44
210.0	33.26	0.17	1.70	510.0	46.33	0.23	2.27
220.0	45.45	0.20	2.32	520.0	42.40	0.20	2.08
230.0	60.94	0.23	3.12	530.0	39.43	0.22	1.94
240.0	81.91	0.26	4.19	540.0	36.86	0.20	1.81
250.0	108.50	0.26	5.54	550.0	33.94	0.20	1.66
260.0	143.49	0.33	7.17	560.0	31.99	0.21	1.57
270.0	175.55	0.35	8.75	570.0	30.39	0.18	1.49
280.0	216.36	0.39	10.78	580.0	29.40	0.19	1.45
290.0	248.92	0.40	12.42	590.0	28.32	0.20	1.40
300.0	287.56	0.44	14.33	600.0	26.86	0.19	1.32
310.0	306.13	0.39	15.15	610.0	25.98	0.19	1.68
320.0	318.21	0.44	15.73	620.0	26.07	0.20	1.68
330.0	309.95	0.43	15.31	630.0	25.39	0.20	1.61
340.0	294.50	0.42	14.53	640.0	25.50	0.20	1.63
350.0	266.01	0.40	13.14	650.0	25.61	0.21	1.65
360.0	244.91	0.36	12.77	660.0	25.65	0.20	1.63
370.0	214.74	0.45	11.19	670.0	26.80	0.23	1.71
380.0	184.63	0.41	9.63	680.0	28.99	0.24	1.82
390.0	169.11	0.34	8.82	690.0	30.83	0.26	1.93
400.0	147.87	0.34	7.71	700.0	33.51	0.27	2.12
410.0	129.65	0.29	6.68	710.0	37.67	0.31	2.39
420.0	115.47	0.31	5.94	720.0	39.39	0.33	2.55
430.0	101.47	0.28	5.22	730.0	40.05	0.34	2.58
440.0	90.20	0.24	4.63	740.0	41.72	0.36	2.68
450.0	82.34	0.27	4.22	750.0	41.07	0.36	2.66
460.0	73.22	0.27	3.63	760.0	40.16	0.39	2.60
470.0	65.84	0.23	3.25	770.0	40.24	0.39	2.60
480.0	59.68	0.25	2.94	780.0	37.80	0.35	2.47
490.0	54.36	0.21	2.67	790.0	36.08	0.47	2.39

### B.1.3 Die Photonasymmetrien

			1						
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\Sigma$	$\Delta\Sigma$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\Sigma$	$\Delta\Sigma$	$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\Sigma$	$\Delta\Sigma$
(°)		(stat.)		π° (°)		(stat.)	π° (°)		(stat.)
$E_{\gamma}$	$= 240 \ N$	$\overrightarrow{IeV}$		$E_{\sim}$	$= 250 \ N$	/	$E_{\gamma}$	$= 260 \ N$	$\widetilde{IeV}$
10.7	0.077	0.174		11.0	0.049	0.099	10.8	0.100	0.081
20.9	0.273	0.111		20.6	-0.085	0.081	20.6	0.234	0.062
30.3	0.252	0.086		30.3	0.286	0.058	30.3	0.299	0.046
39.8	0.237	0.086		39.7	0.368	0.055	39.7	0.352	0.043
49.5	0.251	0.088		49.5	0.376	0.061	49.3	0.380	0.054
60.5	0.469	0.081		60.5	0.475	0.060	60.6	0.364	0.053
70.1	0.292	0.081		70.2	0.331	0.050	70.5	0.389	0.040
80.4	0.368	0.081		80.2	0.348	0.045	80.3	0.398	0.033
90.2	0.369	0.065		90.2	0.394	0.037	90.1	0.364	0.028
100.0	0.457	0.057		100.0	0.428	0.035	99.9	0.328	0.028
110.1	0.353	0.050		109.9	0.340	0.033	110.0	0.338	0.029
120.1	0.320	0.048		120.1	0.292	0.032	120.0	0.403	0.028
129.8	0.204	0.053		129.9	0.221	0.035	129.8	0.338	0.030
139.7	0.260	0.060		139.8	0.265	0.039	139.8	0.270	0.034
149.8	0.253	0.073		149.7	0.167	0.048	149.7	0.195	0.043
160.4	0.062	0.072		160.3	0.112	0.049	160.3	0.196	0.046
169.4	-0.067	0.081		169.4	0.073	0.056	169.4	0.149	0.048
$169.4$ $E_{\gamma}$		0.081				0.056	$\frac{169.4}{E_{\gamma}}$	0.149 $= 290 N$	
		0.081			0.073	0.056			
$E_{\gamma}$	$= 270 \ N$	$\frac{0.081}{IeV}$		$E_{\gamma}$	$0.073$ $= 280 \ M$	0.056 $IeV$	$E_{\gamma}$	$= 290 \ N$	IeV
$E_{\gamma}$ 10.9	= 270 N $-0.092$	$\begin{array}{c} 0.081 \\ \hline 1eV \\ 0.060 \end{array}$		$E_{\gamma}$ 10.8	0.073 = 280 N = 0.077	$ \begin{array}{c c} 0.056 \\ \hline  1eV \\ \hline  0.044 \\ \end{array} $	$E_{\gamma}$ 10.8	= 290 N $0.105$	$\frac{IeV}{0.035}$
$ \begin{array}{c c} E_{\gamma} \\ 10.9 \\ 20.4 \end{array} $	$= 270 \ N$ $-0.092$ $0.198$	0.081 1eV 0.060 0.048		$E_{\gamma}$ $10.8$ $20.5$	$0.073 = 280 N \\ 0.077 \\ 0.155$	0.056 $1eV$ $0.044$ $0.037$	$E_{\gamma}$ $10.8$ $20.3$	$= 290 \ N$ $0.105$ $0.175$	$1eV \\ 0.035 \\ 0.029$
$E_{\gamma}$ 10.9 20.4 30.3	= 270 N $-0.092$ $0.198$ $0.285$	$\begin{array}{c} 0.081 \\ \hline 1eV \\ 0.060 \\ 0.048 \\ 0.037 \end{array}$		$E_{\gamma}$ 10.8 20.5 30.1	$0.073 = 280 N \\ 0.077 \\ 0.155 \\ 0.269$	$ \begin{array}{c c} 0.056 \\ \hline  1eV \\ 0.044 \\ 0.037 \\ 0.029 \\ \end{array} $	$E_{\gamma}$ 10.8 20.3 30.1	$= 290 N \\ 0.105 \\ 0.175 \\ 0.318$	1eV = 0.035 = 0.029 = 0.024
$\begin{array}{c} E_{\gamma} \\ 10.9 \\ 20.4 \\ 30.3 \\ 39.8 \end{array}$	= 270 N $-0.092$ $0.198$ $0.285$ $0.351$	$\begin{array}{c} 0.081 \\ \hline 1 eV \\ \hline 0.060 \\ 0.048 \\ 0.037 \\ 0.035 \\ \end{array}$		$E_{\gamma}$ 10.8 20.5 30.1 39.8	0.073 = 280 N 0.077 0.155 0.269 0.348	$\begin{array}{c c} 0.056 \\ \hline  1eV \\ 0.044 \\ 0.037 \\ 0.029 \\ 0.027 \\ \end{array}$	$E_{\gamma}$ 10.8 20.3 30.1 39.7	$= 290 N \\ 0.105 \\ 0.175 \\ 0.318 \\ 0.332$	$     \begin{array}{r}       0.035 \\       0.029 \\       0.024 \\       0.022     \end{array} $
$\begin{array}{c} E_{\gamma} \\ 10.9 \\ 20.4 \\ 30.3 \\ 39.8 \\ 49.3 \\ \end{array}$	= 270 N $-0.092$ $0.198$ $0.285$ $0.351$ $0.490$	$\begin{array}{c} 0.081 \\ \hline {\it 1eV} \\ \hline 0.060 \\ 0.048 \\ 0.037 \\ 0.035 \\ 0.043 \\ \end{array}$		$E_{\gamma}$ 10.8 20.5 30.1 39.8 49.3	$\begin{array}{c} 0.073 \\ = 280 \ \textit{N} \\ 0.077 \\ 0.155 \\ 0.269 \\ 0.348 \\ 0.400 \end{array}$	$\begin{array}{c c} 0.056 \\ \hline  1eV \\ 0.044 \\ 0.037 \\ 0.029 \\ 0.027 \\ 0.034 \\ \end{array}$	$E_{\gamma}$ 10.8 20.3 30.1 39.7 49.2	= 290 N $0.105$ $0.175$ $0.318$ $0.332$ $0.428$	
$E_{\gamma}$ 10.9 20.4 30.3 39.8 49.3 60.7	= 270 N $-0.092$ $0.198$ $0.285$ $0.351$ $0.490$ $0.494$	0.081 TeV 0.060 0.048 0.037 0.035 0.043 0.044		$E_{\gamma}$ 10.8 20.5 30.1 39.8 49.3 60.6	$\begin{array}{c} 0.073 \\ = 280 \ \textit{M} \\ 0.077 \\ 0.155 \\ 0.269 \\ 0.348 \\ 0.400 \\ 0.448 \end{array}$	$\begin{array}{c c} 0.056 \\ \hline 1eV \\ \hline 0.044 \\ 0.037 \\ 0.029 \\ 0.027 \\ 0.034 \\ 0.036 \\ \end{array}$	$E_{\gamma}$ 10.8 20.3 30.1 39.7 49.2 60.7	= 290 N $0.105$ $0.175$ $0.318$ $0.332$ $0.428$ $0.432$	
$E_{\gamma} \\ 10.9 \\ 20.4 \\ 30.3 \\ 39.8 \\ 49.3 \\ 60.7 \\ 70.6$	= 270 N $-0.092$ $0.198$ $0.285$ $0.351$ $0.490$ $0.494$ $0.401$	$\begin{array}{c} 0.081 \\ \hline 1 eV \\ \hline 0.060 \\ 0.048 \\ 0.037 \\ 0.035 \\ 0.043 \\ 0.044 \\ 0.030 \\ \end{array}$		$E_{\gamma}$ 10.8 20.5 30.1 39.8 49.3 60.6 70.9	$\begin{array}{c} 0.073 \\ = 280 \ N \\ 0.077 \\ 0.155 \\ 0.269 \\ 0.348 \\ 0.400 \\ 0.448 \\ 0.471 \end{array}$	$\begin{array}{c c} 0.056 \\ \hline {\it 1eV} \\ \hline 0.044 \\ 0.037 \\ 0.029 \\ 0.027 \\ 0.034 \\ 0.036 \\ 0.022 \\ \end{array}$	$E_{\gamma}$ 10.8 20.3 30.1 39.7 49.2 60.7 70.8	= 290 N $0.105$ $0.175$ $0.318$ $0.332$ $0.428$ $0.432$ $0.463$	0.035 0.029 0.024 0.022 0.027 0.029 0.018
$E_{\gamma}$ 10.9 20.4 30.3 39.8 49.3 60.7 70.6 80.3	= 270 N $-0.092$ $0.198$ $0.285$ $0.351$ $0.490$ $0.494$ $0.401$ $0.448$	0.081 1eV 0.060 0.048 0.037 0.035 0.043 0.044 0.030 0.023		$E_{\gamma}$ 10.8 20.5 30.1 39.8 49.3 60.6 70.9 80.3	$\begin{array}{c} 0.073 \\ = 280 \ \textit{M} \\ \hline 0.077 \\ 0.155 \\ 0.269 \\ 0.348 \\ 0.400 \\ 0.448 \\ 0.471 \\ 0.460 \\ \end{array}$	$\begin{array}{c c} 0.056 \\ \hline \textit{1eV} \\ \hline 0.044 \\ 0.037 \\ 0.029 \\ 0.027 \\ 0.034 \\ 0.036 \\ 0.022 \\ 0.018 \\ \end{array}$	$E_{\gamma}$ 10.8 20.3 30.1 39.7 49.2 60.7 70.8 80.2	= 290 N $0.105$ $0.175$ $0.318$ $0.332$ $0.428$ $0.432$ $0.463$ $0.443$	0.035 0.029 0.024 0.022 0.027 0.029 0.018 0.014
$E_{\gamma}$ 10.9 20.4 30.3 39.8 49.3 60.7 70.6 80.3 90.1 99.7 109.9	= 270 N $-0.092$ $0.198$ $0.285$ $0.351$ $0.490$ $0.494$ $0.401$ $0.448$ $0.453$ $0.361$ $0.423$	0.081 TeV 0.060 0.048 0.037 0.035 0.043 0.044 0.030 0.023 0.021		$E_{\gamma}$ 10.8 20.5 30.1 39.8 49.3 60.6 70.9 80.3 90.0 99.8 109.7	$\begin{array}{c} 0.073 \\ = 280 \ N \\ \hline 0.077 \\ 0.155 \\ 0.269 \\ 0.348 \\ 0.400 \\ 0.448 \\ 0.471 \\ 0.460 \\ 0.457 \\ 0.439 \\ 0.417 \end{array}$	$\begin{array}{c c} 0.056 \\ \hline 1eV \\ \hline 0.044 \\ 0.037 \\ 0.029 \\ 0.027 \\ 0.034 \\ 0.036 \\ 0.022 \\ 0.018 \\ 0.016 \\ 0.016 \\ 0.019 \\ \end{array}$	$E_{\gamma}$ 10.8 20.3 30.1 39.7 49.2 60.7 70.8 80.2 90.1 99.7 109.6	= 290 N $0.105$ $0.175$ $0.318$ $0.332$ $0.428$ $0.432$ $0.463$ $0.443$ $0.436$ $0.434$ $0.436$	
$E_{\gamma} \\ 10.9 \\ 20.4 \\ 30.3 \\ 39.8 \\ 49.3 \\ 60.7 \\ 70.6 \\ 80.3 \\ 90.1 \\ 99.7$	= 270 N $-0.092$ $0.198$ $0.285$ $0.351$ $0.490$ $0.494$ $0.401$ $0.448$ $0.453$ $0.361$ $0.423$ $0.368$	$\begin{array}{c} 0.081 \\ \hline {\it 1eV} \\ \hline 0.060 \\ 0.048 \\ 0.037 \\ 0.035 \\ 0.043 \\ 0.044 \\ 0.030 \\ 0.023 \\ 0.021 \\ 0.021 \\ \end{array}$		$E_{\gamma}$ 10.8 20.5 30.1 39.8 49.3 60.6 70.9 80.3 90.0 99.8	$\begin{array}{c} 0.073 \\ = 280 \ \textit{M} \\ \hline 0.077 \\ 0.155 \\ 0.269 \\ 0.348 \\ 0.400 \\ 0.448 \\ 0.471 \\ 0.460 \\ 0.457 \\ 0.439 \\ \end{array}$	$\begin{array}{c c} 0.056 \\ \hline \textit{1eV} \\ \hline 0.044 \\ 0.037 \\ 0.029 \\ 0.027 \\ 0.034 \\ 0.036 \\ 0.022 \\ 0.018 \\ 0.016 \\ 0.016 \\ \end{array}$	$E_{\gamma}$ 10.8 20.3 30.1 39.7 49.2 60.7 70.8 80.2 90.1 99.7	= 290 N $0.105$ $0.175$ $0.318$ $0.332$ $0.428$ $0.432$ $0.463$ $0.443$ $0.436$ $0.434$	0.035 0.029 0.024 0.022 0.027 0.029 0.018 0.014 0.013 0.013
$E_{\gamma} \\ 10.9 \\ 20.4 \\ 30.3 \\ 39.8 \\ 49.3 \\ 60.7 \\ 70.6 \\ 80.3 \\ 90.1 \\ 99.7 \\ 109.9 \\ 120.1 \\ 129.9$	= 270  N $-0.092$ $0.198$ $0.285$ $0.351$ $0.490$ $0.494$ $0.401$ $0.448$ $0.453$ $0.361$ $0.423$ $0.368$ $0.334$	$\begin{array}{c} 0.081 \\ \hline {\it 1eV} \\ \hline 0.060 \\ 0.048 \\ 0.037 \\ 0.035 \\ 0.043 \\ 0.044 \\ 0.030 \\ 0.023 \\ 0.021 \\ 0.021 \\ 0.023 \\ 0.024 \\ 0.025 \\ \end{array}$		$E_{\gamma}$ $10.8$ $20.5$ $30.1$ $39.8$ $49.3$ $60.6$ $70.9$ $80.3$ $90.0$ $99.8$ $109.7$ $120.1$ $130.0$	$\begin{array}{c} 0.073 \\ = 280 \ N \\ \hline 0.077 \\ 0.155 \\ 0.269 \\ 0.348 \\ 0.400 \\ 0.448 \\ 0.471 \\ 0.460 \\ 0.457 \\ 0.439 \\ 0.417 \end{array}$	$\begin{array}{c c} 0.056 \\ \hline {\it leV} \\ \hline 0.044 \\ 0.037 \\ 0.029 \\ 0.027 \\ 0.034 \\ 0.036 \\ 0.022 \\ 0.018 \\ 0.016 \\ 0.016 \\ 0.019 \\ 0.020 \\ 0.020 \\ \end{array}$	$E_{\gamma}$ $10.8$ $20.3$ $30.1$ $39.7$ $49.2$ $60.7$ $70.8$ $80.2$ $90.1$ $99.7$ $109.6$ $120.1$ $130.1$	= 290 N $0.105$ $0.175$ $0.318$ $0.332$ $0.428$ $0.432$ $0.463$ $0.443$ $0.436$ $0.436$ $0.436$ $0.390$ $0.347$	0.035 0.029 0.024 0.022 0.027 0.029 0.018 0.014 0.013 0.013 0.016 0.018 0.017
$E_{\gamma}$ $10.9$ $20.4$ $30.3$ $39.8$ $49.3$ $60.7$ $70.6$ $80.3$ $90.1$ $99.7$ $109.9$ $120.1$ $129.9$ $139.7$	= 270 N $-0.092$ $0.198$ $0.285$ $0.351$ $0.490$ $0.494$ $0.401$ $0.448$ $0.453$ $0.361$ $0.423$ $0.368$ $0.334$ $0.264$	0.081  TeV  0.060 0.048 0.037 0.035 0.043 0.044 0.030 0.023 0.021 0.021 0.023 0.024 0.025 0.028		$E_{\gamma}$ 10.8 20.5 30.1 39.8 49.3 60.6 70.9 80.3 90.0 99.8 109.7 120.1	$\begin{array}{c} 0.073 \\ = 280 \ N \\ 0.077 \\ 0.155 \\ 0.269 \\ 0.348 \\ 0.400 \\ 0.448 \\ 0.471 \\ 0.460 \\ 0.457 \\ 0.439 \\ 0.417 \\ 0.405 \\ 0.378 \\ 0.286 \end{array}$	$ \begin{array}{c c} 0.056 \\ \hline \hline {\it leV} \\ \hline 0.044 \\ 0.037 \\ 0.029 \\ 0.027 \\ 0.034 \\ 0.036 \\ 0.022 \\ 0.018 \\ 0.016 \\ 0.016 \\ 0.016 \\ 0.019 \\ 0.020 \\ 0.020 \\ 0.023 \\ \end{array} $	$E_{\gamma}$ 10.8 20.3 30.1 39.7 49.2 60.7 70.8 80.2 90.1 99.7 109.6 120.1 130.1 139.6	= 290 N $0.105$ $0.175$ $0.318$ $0.332$ $0.428$ $0.432$ $0.463$ $0.443$ $0.436$ $0.436$ $0.390$ $0.347$ $0.364$	0.035 0.029 0.024 0.022 0.027 0.029 0.018 0.014 0.013 0.013 0.016 0.018
$E_{\gamma}$ $10.9$ $20.4$ $30.3$ $39.8$ $49.3$ $60.7$ $70.6$ $80.3$ $90.1$ $99.7$ $109.9$ $120.1$ $129.9$ $139.7$ $149.6$	= 270  N $-0.092$ $0.198$ $0.285$ $0.351$ $0.490$ $0.494$ $0.401$ $0.448$ $0.453$ $0.361$ $0.423$ $0.368$ $0.334$ $0.264$ $0.249$	$\begin{array}{c} 0.081 \\ \hline {\it IeV} \\ \hline 0.060 \\ 0.048 \\ 0.037 \\ 0.035 \\ 0.043 \\ 0.044 \\ 0.030 \\ 0.023 \\ 0.021 \\ 0.021 \\ 0.023 \\ 0.024 \\ 0.025 \\ 0.028 \\ 0.035 \\ \end{array}$		$E_{\gamma}$ $10.8$ $20.5$ $30.1$ $39.8$ $49.3$ $60.6$ $70.9$ $80.3$ $90.0$ $99.8$ $109.7$ $120.1$ $130.0$ $139.7$ $149.6$	$\begin{array}{c} 0.073 \\ = 280 \ N \\ 0.077 \\ 0.155 \\ 0.269 \\ 0.348 \\ 0.400 \\ 0.448 \\ 0.471 \\ 0.460 \\ 0.457 \\ 0.439 \\ 0.417 \\ 0.405 \\ 0.378 \\ 0.286 \\ 0.252 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.056 \\ \hline {\it leV} \\ \hline 0.044 \\ 0.037 \\ 0.029 \\ 0.027 \\ 0.034 \\ 0.036 \\ 0.022 \\ 0.018 \\ 0.016 \\ 0.016 \\ 0.019 \\ 0.020 \\ 0.020 \\ 0.023 \\ 0.029 \\ \end{array}$	$E_{\gamma}$ $10.8$ $20.3$ $30.1$ $39.7$ $49.2$ $60.7$ $70.8$ $80.2$ $90.1$ $99.7$ $109.6$ $120.1$ $130.1$ $139.6$ $149.6$	= 290 N $0.105$ $0.175$ $0.318$ $0.332$ $0.428$ $0.432$ $0.463$ $0.443$ $0.436$ $0.434$ $0.436$ $0.390$ $0.347$ $0.364$ $0.298$	0.035 0.029 0.024 0.022 0.027 0.029 0.018 0.014 0.013 0.013 0.016 0.018 0.017 0.019 0.025
$E_{\gamma}$ $10.9$ $20.4$ $30.3$ $39.8$ $49.3$ $60.7$ $70.6$ $80.3$ $90.1$ $99.7$ $109.9$ $120.1$ $129.9$ $139.7$	= 270 N $-0.092$ $0.198$ $0.285$ $0.351$ $0.490$ $0.494$ $0.401$ $0.448$ $0.453$ $0.361$ $0.423$ $0.368$ $0.334$ $0.264$	0.081  TeV  0.060 0.048 0.037 0.035 0.043 0.044 0.030 0.023 0.021 0.021 0.023 0.024 0.025 0.028		$E_{\gamma}$ $10.8$ $20.5$ $30.1$ $39.8$ $49.3$ $60.6$ $70.9$ $80.3$ $90.0$ $99.8$ $109.7$ $120.1$ $130.0$ $139.7$	$\begin{array}{c} 0.073 \\ = 280 \ N \\ 0.077 \\ 0.155 \\ 0.269 \\ 0.348 \\ 0.400 \\ 0.448 \\ 0.471 \\ 0.460 \\ 0.457 \\ 0.439 \\ 0.417 \\ 0.405 \\ 0.378 \\ 0.286 \end{array}$	$ \begin{array}{c c} 0.056 \\ \hline \hline {\it leV} \\ \hline 0.044 \\ 0.037 \\ 0.029 \\ 0.027 \\ 0.034 \\ 0.036 \\ 0.022 \\ 0.018 \\ 0.016 \\ 0.016 \\ 0.016 \\ 0.019 \\ 0.020 \\ 0.020 \\ 0.023 \\ \end{array} $	$E_{\gamma}$ 10.8 20.3 30.1 39.7 49.2 60.7 70.8 80.2 90.1 99.7 109.6 120.1 130.1 139.6	= 290 N $0.105$ $0.175$ $0.318$ $0.332$ $0.428$ $0.432$ $0.463$ $0.443$ $0.436$ $0.436$ $0.390$ $0.347$ $0.364$	0.035 0.029 0.024 0.022 0.027 0.029 0.018 0.014 0.013 0.013 0.016 0.018 0.017

						1			
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\Sigma$	$\Delta\Sigma$	$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\Sigma$	$\Delta\Sigma$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\Sigma$	$\Delta\Sigma$
(°)	_	(stat.)	(°)	_	(stat.)		(°)	_	(stat.)
$E_{\gamma}$	$= 300 \ N$	/	$E_{\gamma}$	$= 310 \ \Lambda$			$E_{\gamma}$	$= 320 \ N$	
10.6	0.011	0.046	10.7	0.030	0.032		10.7	0.003	0.029
20.3	0.130	0.039	20.3	0.162	0.027		20.3	0.188	0.026
30.1	0.261	0.033	30.1	0.283	0.023		30.0	0.278	0.022
39.8	0.371	0.030	39.9	0.345	0.021		39.8	0.337	0.020
49.3	0.470	0.037	49.3	0.437	0.025		49.4	0.450	0.023
60.6	0.596	0.042	60.5	0.497	0.028		60.5	0.507	0.026
70.8	0.477	0.025	70.8	0.490	0.017		70.8	0.503	0.016
80.3	0.505	0.019	80.3	0.516	0.013		80.3	0.535	0.012
90.1	0.500	0.017	90.1	0.518	0.012		90.1	0.534	0.011
99.7	0.458	0.018	99.6	0.514	0.013		99.6	0.507	0.012
109.5	0.495	0.023	109.4	0.522	0.017		109.3	0.523	0.016
120.0	0.417	0.026	120.0	0.426	0.020		120.0	0.527	0.021
130.1	0.477	0.025	130.2	0.440	0.018		130.2	0.466	0.018
139.6	0.340	0.028	139.5	0.354	0.021		139.5	0.380	0.020
149.6	0.304	0.037	149.5	0.284	0.029		149.4	0.294	0.029
160.1	0.113	0.046	160.2	0.206	0.037		160.2	0.238	0.040
169.6	0.036	0.045	169.7	0.051	0.034		169.8	0.083	0.035
$E_{\gamma}$	$= 330 \ N$	MeV	$E_{\gamma}$	$= 340 \ N$	$\overline{IeV}$		$E_{\gamma}$	$= 350 \ N$	MeV
10.7	0.086	0.026	10.8	0.088	0.025		10.8	0.043	0.026
20.3	0.146	0.023	20.4	0.160	0.021		20.3	0.159	0.022
30.1	0.297	0.019	30.1	0.275	0.018		30.1	0.310	0.018
39.9	0.319	0.018	39.9	0.341	0.017		39.8	0.370	0.017
49.4	0.401	0.020	49.4	0.421	0.019		49.4	0.406	0.020
60.4	0.519	0.022	60.5	0.441	0.020		60.7	0.505	0.020
70.7	0.515	0.014	70.7	0.505	0.013		70.7	0.526	0.013
80.3	0.524	0.011	80.3	0.541	0.010		80.3	0.548	0.010
90.0	0.558	0.010	90.0	0.556	0.009		90.0	0.559	0.009
99.6	0.544	0.011	99.6	0.574	0.010		99.6	0.579	0.010
109.3	0.546	0.015	109.3	0.559	0.013		109.3	0.581	0.014
119.9	0.495	0.019	119.9	0.525	0.019		119.8	0.577	0.019
130.2	0.459	0.017	130.3	0.501	0.016		130.3	0.558	0.017
139.5	0.458	0.018	139.5	0.432	0.017		139.5	0.461	0.018
149.3	0.348	0.028	149.3	0.421	0.027		149.1	0.425	0.029
160.3	0.241	0.039	160.2	0.192	0.039		160.3	0.241	0.043
169.8	0.090	0.034	169.8	0.022	0.033		169.8	0.073	0.035

						1		I	
$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\Sigma$	$\Delta\Sigma$	$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	Σ	$\Delta \Sigma$		$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	$\Sigma$	$\Delta \Sigma$
(°)		(stat.)	(°)		(stat.)		(°)		(stat.)
$E_{\gamma}$	$= 360 \ N$		$E_{\gamma}$		MeV		$E_{\gamma}$	$= 380 \ N$	
11.0	-0.002	0.044	11.0	0.075	0.057		11.1	0.116	0.056
20.4	0.056	0.036	20.4	0.119	0.046		20.4	0.132	0.043
30.1	0.274	0.029	30.0	0.246	0.037		30.1	0.292	0.034
39.8	0.389	0.027	39.7	0.324	0.034		39.7	0.350	0.032
49.3	0.411	0.032	49.3	0.504	0.042		49.3	0.432	0.039
60.8	0.479	0.032	60.9	0.617	0.041		60.9	0.503	0.038
70.6	0.558	0.021	70.6	0.537	0.027		70.5	0.557	0.026
80.3	0.588	0.017	80.3	0.561	0.022		80.3	0.624	0.021
90.1	0.575	0.015	90.1	0.593	0.019		90.1	0.636	0.018
99.6	0.589	0.017	99.6	0.606	0.021		99.6	0.661	0.020
109.3	0.590	0.023	109.3	0.598	0.029		109.2	0.604	0.027
119.6	0.555	0.033	119.6	0.590	0.041		119.6	0.628	0.039
130.3	0.503	0.029	130.4	0.543	0.037		130.3	0.559	0.037
139.5	0.491	0.030	139.5	0.500	0.039		139.5	0.537	0.038
149.0	0.343	0.049	148.9	0.563	0.066		149.0	0.642	0.060
160.3	0.164	0.072	160.4	0.229	0.096		160.4	0.424	0.103
169.8	0.102	0.060	169.8	0.116	0.084		169.8	0.180	0.087
$E_{\gamma}$	$= 390 \ N$	IeV	$E_{\gamma}$	= 400 N	MeV		$E_{\gamma}$	$= 410 \ N$	IeV
11.2	0.138	0.117	11.3	0.244	0.115		11.3	-0.013	0.099
20.5	0.008	0.088	20.5	0.271	0.082		20.5	0.356	0.071
30.2	0.214	0.068	30.1	0.238	0.064		30.1	0.198	0.054
39.7	0.322	0.064	39.7	0.306	0.061		39.6	0.303	0.051
49.2	0.403	0.080	49.3	0.468	0.075		49.2	0.393	0.065
60.8	0.510	0.079	61.0	0.436	0.075		61.0	0.484	0.064
70.5	0.485	0.052	70.5	0.598	0.051		70.4	0.589	0.044
80.4	0.579	0.042	80.4	0.553	0.041		80.5	0.593	0.035
90.1	0.570	0.038	90.1	0.592	0.036		90.2	0.584	0.030
99.6	0.615	0.041	99.6	0.635	0.039		99.6	0.664	0.032
109.3	0.612	0.053	109.3	0.600	0.050		109.3	0.650	0.042
119.5	0.687	0.076	119.4	0.588	0.072		119.4	0.632	0.060
130.3	0.650	0.074	130.3	0.705	0.072		130.2	0.602	0.062
139.5	0.595	0.077	139.6	0.647	0.074		139.6	0.502	0.064
148.9	0.676	0.127	148.9	0.317	0.123		148.8	0.429	0.104
160.3	-0.277	0.204	160.2	0.258	0.206		160.3	0.518	0.172
169.7	0.263	0.180	169.8	0.159	0.176		169.8	0.299	0.157

$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	Σ	$\Delta\Sigma$	$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	Σ	$\Delta\Sigma$	$\theta_{\pi^0}^{CMS}$	Σ	$\Delta\Sigma$
(°)	_	(stat.)	π° (°)		(stat.)	π° (°)	_	(stat.)
$E_{\gamma}$	= 420 N	MeV	$E_{\gamma}$	$= 430 \ N$	$\overline{IeV}$	$E_{\gamma}$	$= 440 \ N$	IeV
11.4	0.078	0.107	11.6	-0.022	0.110	11.3	-0.230	0.101
20.5	0.207	0.076	20.6	0.170	0.073	20.7	0.033	0.064
30.2	0.252	0.056	30.2	0.181	0.054	30.2	0.174	0.047
39.6	0.257	0.055	39.6	0.385	0.052	39.6	0.260	0.046
49.2	0.494	0.070	49.2	0.388	0.066	49.3	0.317	0.060
61.0	0.379	0.069	60.9	0.482	0.068	60.9	0.466	0.061
70.4	0.508	0.050	70.4	0.442	0.049	70.4	0.527	0.044
80.4	0.534	0.039	80.4	0.561	0.038	80.4	0.572	0.034
90.2	0.591	0.033	90.3	0.555	0.032	90.3	0.551	0.028
99.6	0.598	0.034	99.6	0.684	0.033	99.6	0.602	0.029
109.3	0.629	0.044	109.3	0.602	0.042	109.4	0.597	0.037
119.5	0.691	0.063	119.4	0.721	0.058	119.4	0.657	0.050
130.2	0.612	0.066	130.2	0.701	0.063	130.2	0.642	0.057
139.4	0.486	0.072	139.6	0.575	0.067	139.6	0.637	0.061
148.8	0.639	0.110	148.8	0.540	0.108	149.0	0.739	0.103
159.9	0.468	0.205	160.1	0.466	0.204	159.8	0.692	0.185
169.7	0.224	0.184	169.7	0.047	0.195	169.9	0.237	0.199

# $B.2\ Die\ s-\ und\ p-Wellen-Isospinamplituden$

$E_{\gamma}$	$ReE_{0+}^{1/2} \pm \Delta_{stat}$	$Im E_{0+}^{1/2} \pm \Delta_{stat}$	$ReE_{0+}^{3/2} \pm \Delta_{stat}$	$Im E_{0+}^{3/2} \pm \Delta_{stat}$
/MeV	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$
270.0	$7.10 \pm 0.15$	$1.12 \pm 0.02$	$-13.80 \pm 0.37$	$2.49 \pm 0.07$
280.0	$6.76 \pm 0.16$	$1.10 \pm 0.03$	$-13.70 \pm 0.43$	$2.64 \pm 0.08$
290.0	$6.56 \pm 0.17$	$1.09 \pm 0.03$	$-14.05 \pm 0.51$	$2.88 \pm 0.10$
300.0	$6.04 \pm 0.23$	$1.02 \pm 0.04$	$-14.19 \pm 0.69$	$3.09 \pm 0.15$
310.0	$5.62 \pm 0.32$	$0.97 \pm 0.05$	$-14.75 \pm 1.08$	$3.39 \pm 0.25$
320.0	$5.41 \pm 0.29$	$0.95 \pm 0.05$	$-14.89 \pm 1.01$	$3.60 \pm 0.24$
330.0	$5.48 \pm 0.43$	$0.98 \pm 0.08$	$-11.43 \pm 1.66$	$2.90 \pm 0.42$
340.0	$6.01 \pm 0.36$	$1.09 \pm 0.07$	$-12.07 \pm 1.43$	$3.21 \pm 0.38$
350.0	$6.36 \pm 0.55$	$1.17 \pm 0.10$	$-8.98 \pm 1.87$	$2.49 \pm 0.52$
360.0	$7.22 \pm 0.32$	$1.34 \pm 0.06$	$-5.73 \pm 1.93$	$1.66 \pm 0.56$
370.0	$6.53 \pm 0.33$	$1.23 \pm 0.06$	$-7.09 \pm 1.04$	$2.13 \pm 0.31$
380.0	$5.87 \pm 0.36$	$1.12 \pm 0.07$	$-8.55 \pm 1.05$	$2.67 \pm 0.33$
390.0	$6.26 \pm 0.31$	$1.21 \pm 0.06$	$-8.12 \pm 0.65$	$2.62 \pm 0.21$
400.0	$6.46 \pm 0.29$	$1.27 \pm 0.06$	$-8.11 \pm 0.56$	$2.71 \pm 0.19$
410.0	$6.64 \pm 0.19$	$1.32 \pm 0.04$	$-8.16 \pm 0.41$	$2.81 \pm 0.14$
420.0	$6.64 \pm 0.24$	$1.34 \pm 0.05$	$-8.19 \pm 0.44$	$2.91 \pm 0.16$

$E_{\gamma}$	$ReM_{1-}^{1/2} \pm \Delta_{stat}$	$Im M_{1-}^{1/2} \pm \Delta_{stat}$	$ReM_{1-}^{3/2} \pm \Delta_{stat}$	$Im M_{1-}^{3/2} \pm \Delta_{stat}$
/MeV	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$
270.0	$1.26 \pm 0.09$	$-0.013 \pm 0.001$	$-4.68 \pm 0.21$	$0.221 \pm 0.010$
280.0	$1.13 \pm 0.10$	$-0.007 \pm 0.001$	$-4.36 \pm 0.24$	$0.229 \pm 0.012$
290.0	$1.37 \pm 0.10$	$-0.002 \pm 0.000$	$-4.86 \pm 0.28$	$0.282 \pm 0.016$
300.0	$1.54 \pm 0.16$	$0.007 \pm 0.001$	$-3.80 \pm 0.41$	$0.241 \pm 0.026$
310.0	$1.71 \pm 0.21$	$0.020 \pm 0.002$	$-3.42 \pm 0.59$	$0.236 \pm 0.041$
320.0	$2.05 \pm 1.22$	$0.041 \pm 0.025$	$-2.88 \pm 0.53$	$0.216 \pm 0.040$
330.0	$2.05 \pm 1.02$	$0.061 \pm 0.030$	$-3.78 \pm 1.13$	$0.304 \pm 0.091$
340.0	$0.75 \pm 0.30$	$0.031 \pm 0.012$	$-6.12 \pm 0.99$	$0.527 \pm 0.085$
350.0	$0.78 \pm 0.13$	$0.042 \pm 0.007$	$-5.69 \pm 0.79$	$0.524 \pm 0.073$
360.0	$1.37 \pm 0.37$	$0.092 \pm 0.025$	$-5.53 \pm 0.63$	$0.541 \pm 0.062$
370.0	$0.86 \pm 0.15$	$0.071 \pm 0.013$	$-4.73 \pm 0.56$	$0.491 \pm 0.059$
380.0	$1.44 \pm 0.25$	$0.144 \pm 0.025$	$-6.57 \pm 0.47$	$0.720 \pm 0.052$
390.0	$1.61 \pm 0.30$	$0.191 \pm 0.035$	$-4.30 \pm 0.62$	$0.497 \pm 0.072$
400.0	$1.53 \pm 0.31$	$0.213 \pm 0.043$	$-4.54 \pm 0.58$	$0.551 \pm 0.071$
410.0	$1.05 \pm 1.24$	$0.170 \pm 0.202$	$-3.78 \pm 0.32$	$0.482 \pm 0.041$
420.0	$1.59 \pm 0.40$	$0.300 \pm 0.075$	$-3.71 \pm 0.55$	$0.494 \pm 0.074$

$E_{\gamma}$	$ReE_{1+}^{1/2} \pm \Delta_{stat}$	$Im E_{1+}^{1/2} \pm \Delta_{stat}$	$ReE_{1+}^{3/2} \pm \Delta_{stat}$	$ImE_{1+}^{3/2} \pm \Delta_{stat}$
/MeV	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$
270.0	$1.28 \pm 0.04$	$-0.034 \pm 0.001$	$-2.359 \pm 0.085$	$-1.505 \pm 0.054$
280.0	$1.32 \pm 0.05$	$-0.039 \pm 0.001$	$-2.128 \pm 0.083$	$-1.740 \pm 0.068$
290.0	$1.05 \pm 0.05$	$-0.034 \pm 0.002$	$-1.822 \pm 0.075$	$-1.944 \pm 0.080$
300.0	$1.18 \pm 0.06$	$-0.042 \pm 0.002$	$-1.304 \pm 0.073$	$-1.874 \pm 0.105$
310.0	$1.11 \pm 0.07$	$-0.042 \pm 0.003$	$-0.882 \pm 0.055$	$-1.804 \pm 0.113$
320.0	$1.07 \pm 0.07$	$-0.044 \pm 0.003$	$-0.506 \pm 0.032$	$-1.638 \pm 0.104$
330.0	$0.90 \pm 0.09$	$-0.039 \pm 0.004$	$-0.185 \pm 0.013$	$-1.226 \pm 0.089$
340.0	$1.17 \pm 0.09$	$-0.054 \pm 0.004$	$-0.011 \pm 0.001$	$-1.064 \pm 0.104$
350.0	$1.13 \pm 0.10$	$-0.056 \pm 0.005$	$0.082 \pm 0.018$	$-0.708 \pm 0.151$
360.0	$1.19 \pm 0.11$	$-0.062 \pm 0.006$	$0.046 \pm 0.040$	$-0.199 \pm 0.171$
370.0	$1.16 \pm 0.11$	$-0.063 \pm 0.006$	$0.006 \pm 0.041$	$-0.017 \pm 0.121$
380.0	$1.26 \pm 0.10$	$-0.072 \pm 0.006$	$-0.078 \pm 0.069$	$0.180 \pm 0.159$
390.0	$1.03 \pm 0.14$	$-0.062 \pm 0.008$	$-0.137 \pm 0.096$	$0.261 \pm 0.183$
400.0	$0.96 \pm 0.15$	$-0.060 \pm 0.010$	$-0.155 \pm 0.111$	$0.255 \pm 0.182$
410.0	$0.60 \pm 0.79$	$-0.038 \pm 0.051$	$-0.096 \pm 0.070$	$0.140 \pm 0.101$
420.0	$0.79 \pm 0.19$	$-0.053 \pm 0.013$	$-0.128 \pm 0.161$	$0.168 \pm 0.210$

$E_{\gamma}$	$ReM_{1+}^{1/2} \pm \Delta_{stat}$	$Im M_{1+}^{1/2} \pm \Delta_{stat}$	$ReM_{1+}^{3/2} \pm \Delta_{stat}$	$Im M_{1+}^{3/2} \pm \Delta_{stat}$
/MeV	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$	$*(10^{-3}/m_{\pi^+})$
270.0	$-1.06 \pm 0.08$	$0.028 \pm 0.002$	$26.794 \pm 0.134$	$17.089 \pm 0.085$
280.0	$-1.24 \pm 0.09$	$0.037 \pm 0.003$	$27.081 \pm 0.134$	$22.135 \pm 0.109$
290.0	$-0.80 \pm 0.04$	$0.026 \pm 0.001$	$24.898 \pm 0.121$	$26.557 \pm 0.129$
300.0	$-1.01 \pm 0.15$	$0.036 \pm 0.005$	$22.296 \pm 0.117$	$32.030 \pm 0.169$
310.0	$-1.14 \pm 0.20$	$0.044 \pm 0.008$	$17.506 \pm 0.100$	$35.797 \pm 0.204$
320.0	$-0.85 \pm 0.19$	$0.035 \pm 0.008$	$11.824 \pm 0.073$	$38.246 \pm 0.237$
330.0	$-0.78 \pm 0.24$	$0.034 \pm 0.011$	$5.823 \pm 0.038$	$38.569 \pm 0.254$
340.0	$-1.39 \pm 0.36$	$0.065 \pm 0.017$	$0.388 \pm 0.003$	$37.591 \pm 0.267$
350.0	$-1.44 \pm 0.29$	$0.071 \pm 0.014$	$-4.087 \pm 0.025$	$35.198 \pm 0.220$
360.0	$-1.03 \pm 0.24$	$0.053 \pm 0.012$	$-7.636 \pm 0.049$	$33.073 \pm 0.214$
370.0	$-1.47 \pm 0.20$	$0.080 \pm 0.011$	$-9.939 \pm 0.066$	$29.581 \pm 0.197$
380.0	$-0.92 \pm 0.15$	$0.053 \pm 0.009$	$-11.531 \pm 0.075$	$26.624 \pm 0.174$
390.0	$-1.16 \pm 0.14$	$0.069 \pm 0.009$	$-12.754 \pm 0.089$	$24.360 \pm 0.170$
400.0	$-1.06 \pm 0.13$	$0.066 \pm 0.008$	$-13.285 \pm 0.096$	$21.832 \pm 0.158$
410.0	$-0.86 \pm 0.12$	$0.056 \pm 0.008$	$-13.520 \pm 0.097$	$19.626 \pm 0.141$
420.0	$-0.97 \pm 0.12$	$0.065 \pm 0.008$	$-13.503 \pm 0.107$	$17.639 \pm 0.140$

#### Literaturverzeichnis

- [Ahr 94] J. Ahrens, et al., Nuclear Physics News Europe, 4 (1994) 5
- [Ahr 00] J. Ahrens, et al., Physical Review Letters, 84(26) (2000) 5950
- [Ant 91] I.Anthony, et al.: Design of a tagged photon spectrometer for use with the Mainz 840 MeV microtron, Nuclear Instruments and Methods, A 301 (1991) 230
- [Aud 91] G. Audit et al., DAPHNE, Nuclear Instruments and Methods, 310 (1991) 473
- [Awe 92] T.C. Awes et al., Nuclear Instruments and Methods, A 311 (1992) 130
- [Bal 61] J.S. Ball, Physical Review, 124 (1961) 2014
- [Bar 75] I.S. Barker, A. Donnachie, J.K. Storrow, Nuclear Physics, B95 (1975) 347
- [Bec 73] H. Becks et al., Nuclear Physics, B60 (1973) 267
- [Becc 65] C. Becchi, G. Morpurgo, Physics Letters, 17 (1965) 352
- [Bec 97] R. Beck et al., Physical Review Letters, 78 (1997) 606
- [Bec 99] R. Beck: Photoproduktion von Pionen am Nukleon, Habilitationsschrift, Universität Mainz, 1999
- [Bec 00] R. Beck et al., Physical Review, C61 (2000) 035204
- [Bel 83] A. Belyaev et al., Nuclear Physics, B213 (1983) 201
- [Ber 88] K. Bermuth, D. Drechsel, L. Tiator, Physical Review, D37 (1988) 89
- [Bie 87] J. Bienkowska, Z. Dziembowski, H.J. Weber, Physical Review Letters, 59 (1987) 624
- [Bla 97] G. S. Blanpied et al., Physical Review Letters, 19 (1997) 4337
- [Bla 01] G. S. Blanpied et al., Physical Review C, eingereicht zur Veröffentlichung, 2001 und BNL-67536
- [Buc 98] A. J. Buchmann, E. Hernandez, U. Meyer, A. Faessler, Physical Review, C58 (1998) 2478
- [BDW 68] F.A. Berends, A. Donnachie, D.L. Weaver, Nuclear Physics, B4 (1968) 1
- [Byc 73] E. Byckling, K. Kajantje, Particle Kinematics, John Wiley & Sons, 1973
- [Car 51] W.F. Cartwright et al., Physical Review Letters, 8 (1951) 652
- [CGLN 57] G.F. Chew, M.L. Goldberger, F.E. Low, Y. Nambu, Physical Review, 106 (1957) 1345
- [Dav 91] R.M. Davidson, N.C. Mukhopadhyay, R.S. Wittman, Physical Review, D43 (1991) 71

- [Del 69] B. Delcourt et al., Physics Letters, B29 (1969) 70
- [Dre 84] D. Drechsel, M.M. Giannini, Physics Letters, B143 (1984) 329
- [Dre 92] D. Drechsel, L. Tiator, Journal of Physics G: Nuclear Particle Physics, 18 (1992) 449
- [Don 86] T.W. Donnely, A.S. Raskin, Annals of Physics, NY 169 (1986) 247
- [Fas 92] C.G. Fasano, F. Tabakin, B. Saghai, Physical Review, C46 (1992) 2430
- [Fer 52] E. Fermi, et al., Physical Review, 85 (1952) 936
- [Fer 55] E. Fermi, Nuovo Cimento, 2 (1955) 17
- [Fis 72] G. Fischer et al., Zeitschrift für Physik, 253 (1972) 38
- [Fri 91] J. Friedrich, et al., Physikalische Blätter, 47 (1991) 291
- [Gab 93] A.R. Gabler, Diplomarbeit, Universität Gießen, 1993
- [GEA 96] R. Brun, et al., GEANT3, Version 3.21, CERN Program Library, Geneva, 1996
- [Ger 81] S.S. Gershtein, G.V. Dzhikiya, Soviet Journal of Nuclear Physics, 34 (1981) 870
- [Get 81] V.A. Get'man et al., Nuclear Physics, B188 (1981) 397
- [Gru 89] V. Grushin: Photoproduction of Pions on Nucleons and Nuclei, Proceedings of the Lebedev Physics Institute Academy of Science of the USSR (Nova Science Publishers, New York and Budapest, 1989), Vol. 186
- [Här 91] F. Härter, Diplomarbeit, Universität Mainz, 1991
- [Här 96] F. Härter, Doktorarbeit, Universität Mainz, 1996
- [Hal 96] S.J. Hall, et al.: A focal plane system for the 855 MeV tagged photon spectrometer at MAMI-B, Nuclear Instruments and Methods, A 368 (1996) 698
- [Han 96] O. Hanstein, Doktorarbeit, Universität Mainz, 1996
- [Han 98] O. Hanstein, D. Drechsel, L. Tiator, Nuclear Physics, A632 (1998) 561
- [Hej 98] V. Hejny, Doktorarbeit, Universität Gießen, 1998
- [Heu 86] C.A. Heusch, Nuclear Instruments and Methods, A 248 (1986) 157
- [Hof 56] R. Hofstadter, et al., Physical Review, 102 (1956) 851
- [Her 86] H. Herminghaus, Das Mainzer Mikrotron, Forschungsmagazin der Johannes Gutenberg Universität Mainz, 1986
- [Isg 78] N. Isgur, G. Karl, R. Koniuk, Physical Review Letters, 41 (1978) 1269
- [Isg 79] N. Isgur, G. Karl, Physical Review, D19 (1979) 2653

- [Isg 82] N. Isgur, G. Karl, R. Koniuk, Physical Review, D25 (1982) 2394
- [Jah 91] Jahresbericht des Instituts für Kernphysik, 1990-91
- [Kra 96] H.-P. Krahn, Doktorarbeit, Universität Mainz, 1996
- [Käl 83] G. Kälbermann, J.M. Eisenberg, Physical Review, D28 (1983) 71
- [Loh 92] D. Lohmann, Diplomarbeit, Universität Göttingen, 1992
- [MAID] D. Drechsel, O. Hanstein, S.S. Kamalov, L. Tiator, Nuclear Physics, A645 (1999) 145-174 und http://www.kph.uni-mainz.de/MAID/
- [MIN 94] F. James, MINUIT, CERN Program Library Long Writeup D506, Version 94.1, Reference Manual, Geneva, 1994–1998
- [Mol 92] K. Molenaar, Diplomarbeit, Rijksuniversität Groningen (Niederlande), 1992
- [Nat 01] A. Natter, Doktorarbeit, Universität Tübingen, 2001
- [Nov 91] R. Novotny, et al.: The  $BaF_2$  photon spectrometer TAPS, IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol. 28 (1991) 378
- [Nov 96] R. Novotny, et al.: A plastic– $BaF_2$  Phoswich Telescope for Chraged/Neutral Particle and Photon Detection, IEEE Transactions on Nuclear Science, 43 (1996) 1260
- [PDG 00] Particle Data Group, Particle Physics Booklet, available from LBNL and CERN, 2000
- [Pei 89] J. Peise, Diplomarbeit, Universität Mainz, 1989
- [Per 90] D.H. Perkins, Hochenergiephysik, Addision-Wesley, 1990
- [Ram 95] F. Rambo, Diplomarbeit, Universität Göttingen, 1995
- Ram 98 F. Rambo, Doktorarbeit, Universität Göttingen, 1995
- Ras 89 A.S. Raskin, T.W. Donnelly, Annals of Physics, NY 191 (1989) 78
- [Rei 99] A. Reiter, Diplomarbeit, Universität Mainz, 1999
- [Röb 91] M.E. Röbig, Diplomarbeit, Universität Gießen, 1991
- [SAID] Center for Nuclear Studies, Data Analysis Center, George Washington University, Washington, http://gwdac.phys.gwu.edu/
- [Sch 95] A. Schmidt, Diplomarbeit, Universität Mainz, 1995
- [Sta 65] H. De Staebler et al., Physical Review, B140 (1965) 336
- [Ste 33] O. Stern, R. Frisch, Zeitschrift für Physik, 85 (1933) 4
- [TAPS] Universität Gießen, GSI Darmstadt, GANIL Caen, KVI Groningen, Universität Valencia, NPI Řež

- [Tim 69] U. Timm, Coherent Bremsstrahlung of Electrons in Crystals, Fortschritte der Physik, 17 (1969) 765
- [Übe 56] H. Überall, High-Energy Interference Effect of Bremsstrahlung and Pair-Production in Crystals, Physical Reviews, 103 (1956) 1055
- [Wal 90] Th. Walcher, Progress in Particle and Nuclear Physics, 24 (1990) 189
- [Wat 54] K.M. Watson, Physical Review, 95 (1954) 228
- [Wey 86] M. Weyrauch, H.J. Weber, Physics Letters, B171 (1986) 13
- [Wir 87] A. Wirzba, W. Weise, Physics Letters, B188 (1987) 6
- [Wol 68] F. Wolverton, Doktorarbeit, California Institute of Technology, 1968
- [WoM 99] M. Wolf, Doktorarbeit, Universität Gießen, 1999

## Danksagung

All denjenigen, die durch ihre Mitarbeit, Unterstützung, Ratschläge und Hinweise zum Zustandekommen dieser Arbeit beigetragen haben, sei an dieser Stelle recht herzlich gedankt.

An erster Stelle geht mein Dank an Herrn Prof. Dr. Thomas Walcher für seine umfassende Förderung und Unterstützung dieser Arbeit.

Besonderen Dank schulde ich Herrn Priv. Doz. Dr. Reinhard Beck, dessen Idee und Motivation am Anfang dieser Arbeit standen und der durch seine stete Diskussionsbereitschaft, seine zahllosen Ratschläge und Hilfestellungen diese Arbeit in allen Phasen unterstützt und mitgetragen hat.

Herrn Dr. Jürgen Ahrens danke ich sehr herzlich für die Organisation unserer Arbeit in der A2-Kollaboration und seine ständige Hilfsbereitschaft, die nicht zuletzt gegen Ende dieser Arbeit eine große Unterstützung war.

Für die reibungslose Organisation der TAPS-Experimente am MAMI in den Jahren 1995/96 und für die Unterstützung während der Datenanalyse gilt mein Dank den Herren Dr. Jürgen Ahrens, Priv. Doz. Dr. Reinhard Beck, Prof. Dr. Bernd Krusche und Prof. Dr. Hans Ströher.

Besonders herzlich danken will ich den Herren Axel Schmidt und Dr. Victor Olmos de León. Über ihre rein fachliche Unterstützung mit zahlreichen Diskussionen, Ideen und Anregungen bezüglich der TAPS-Auswertung hinaus haben ihre ausgesprochen gute Zusammenarbeit und Freundschaft maßgeblich diese Arbeit und die Zeit ihres Entstehens geprägt.

Den "auswärtigen" TAPS-Auswertern, vor allem Dr. Volker Hejny und Dr. Matthias Wolf sowie Dr. Volker Kuhr, Dr. Frank Rambo, Dr. Uwe Siodlacek, Dr. Joachim Weiß und den Herren Patrick Achenbach und Martin Kotulla gilt mein Dank für die gute Zusammenarbeit und Unterstützung während der Experimentdurchführung und der anschließenden Datenanalyse.

Bedanken möchte ich mich auch bei den Kollegen aus der Theorie-Gruppe Drechsel Dr. Olaf Hanstein und Dr. Lothar Tiator für ihre Unterstützung im Rahmen der Multipolanalyse der neuen Daten.

Für die vielfältige Unterstützung bei der Bewältigung mehr und weniger alltäglicher Probleme sowie für die kollegiale und freundschaftliche Atmosphäre, die das Arbeiten in der A2-Kollaboration in Mainz sehr angenehm gestaltet haben, möchte ich mich recht herzlich bei allen weiteren aktuellen und ehemaligen Mitgliedern unserer Arbeitsgruppe bedanken. Ohne Anspruch auf Vollständigkeit seien namentlich erwähnt Prof. Dr. Hans-Jürgen Arends, Mimoun Boulahfa, Giovanni Caselotti, Sergei Cherepnia, Dr. Udo Dittmayer, César Domingo, Hermann Emmerich, Björn Fürst, Eva-Nerina Gimenez-Navarro, Sebastian Gimeno-Garcia, Dr. Friedhelm Härter, Dr. Erik

Heid, Dr. David Hornidge, Oliver Jahn, Dr. Peter Jennewein, Beatriz Jurado, Dr. Frank Kalleicher, Viktor Kaschewarow, Rudolf Kondratiev, Dr. Hans-Peter Krahn, Dirk Krambrich, Marcus Krol, Michael Lang, Valeri Lisin, Tariq Mahmoud, Mike Miller, Dr. Jörg Peise, Andrei Polonski, Ilya Preobrazhensky, Andreas Reiter, Matthias Rost, Dr. Michael Schmitz, Dr. Matthias Schneider, Dr. Andreas Thomas, Dr. Sebastian Wartenberg, Michael Wennesheimer und Dr. Frank Wissmann.

Darüber hinaus geht mein Dank an alle Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter des Instituts für Kernphysik.

Ein Riesendankeschön gilt meiner Familie für ihr stetes Wohlwollen und ihre andauernde Unterstützung.

Zum Schluß habe ich ganz besonders meiner Freundin Ulrike zu danken, die mich nicht nur jederzeit unterstützt, sondern mich auch mit meinen schlechteren Launen stets ertragen hat.

#### Lebenslauf

Name: Roman Leukel

Anschrift: Colmarstraße 3

55118 Mainz

Tel.: 06131/613376

Email: leukel@kph.uni-mainz.de

Geburtsdatum/-ort: 18.03.1969 in Hachenburg

Staatsangehörigkeit: deutsch

Familienstand: ledig

Schulbildung:

1975–1979 Grundschule Müschenbach

1979–1985 Staatliche Realschule Hachenburg 1985–1988 Privates Gymnasium Marienstatt

6/1988 Abitur

Studium:

10/1988–10/1990 Grundstudium der Physik an der

Johannes-Gutenberg-Universität in Mainz

10/1990 Diplom-Vorprüfungen

10/1990–07/1995 Hauptstudium der Physik in Mainz

mit der Anfertigung der Diplomarbeit am Institut für Kernphysik zum Thema: Aufbau und Test eines Møllerpolarimeters für den reellen Photonenstrahl am MAMI

2/1994 Diplomprüfungen

7/1995–9/1995 Wissenschaftliche Hilfskraft am

Institut für Kernphysik

Seit 9/1995 Wissenschaftlicher Angestellter am

Institut für Kernphysik

11/1997–07/2001 Doktorand am Institut für Kernphysik