

**Bestimmung des Dalitz-Plot-Parameters  
 $\alpha$  für den Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  mit dem  
Crystal Ball am MAMI**

**Dissertation**

zur

Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

vorgelegt von

Marc Unverzagt

aus Mainz

Bonn, 26. Mai 2008



Angefertigt mit Genehmigung der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der  
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Diese Dissertation ist auf dem Hochschulschriftenserver der ULB Bonn unter  
*[http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss\\_online](http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online)*  
elektronisch publiziert.

Erscheinungsjahr: 2008

1. Referent: Prof. Dr. Reinhard Beck  
2. Referent: Prof. Dr. Hartmut Schmieden

Tag der Promotion: 22. August 2008



# Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigte sich mit der Bestimmung des Dalitz-Plot-Parameters  $\alpha$  für den Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ . Der Dalitz-Plot-Parameter beschreibt in erster Ordnung die Abweichung der Ereignisdichte im Dalitz-Diagramm von der reinen Phasenraumverteilung. Dieser Unterschied wird durch die Endzustandswechselwirkung der drei Pionen, die durch eine Untersuchung dieses Zerfalls studiert werden kann, verursacht. Für die neutralen Pionen aus dem Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  ist nur der Zustand mit Gesamtsospin  $I = 1$  möglich; das  $\eta$ -Meson aber hat  $I = 0$ . Deshalb kann dieser Zerfall nur durch den isospinverletzenden Teil der Hamiltonfunktion der Quantenchromodynamik, der die Massendifferenz der beiden leichtesten Quarks  $m_u - m_d$  enthält, erzeugt werden. Da elektromagnetische Effekte hier vernachlässigbar sind, ist die Zerfallsamplitude demnach proportional zu dieser Massendifferenz. Damit stellt dieser Zerfall eine sehr gute Möglichkeit dar, Symmetrien und symmetriebrechende Verhalten in der QCD zu studieren und Berechnungen in der chiralen Störungstheorie, einer effektiven Feldtheorie der Quantenchromodynamik, zu testen.

Um den Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  zu bestimmen, wurden Experimente, die mit dem Crystal Ball/TAPS-Aufbau am Beschleuniger MAMI (**M**ainzer **M**ikrotron) des Instituts für Kernphysik an der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz in den Jahren 2004 und 2005 durchgeführt wurden, ausgewertet. Mit den Elektronen des Beschleunigers MAMI ( $E_0 \approx 883$  MeV) wurden Photonen durch den Bremsstrahlungsprozess an einem Radiator erzeugt. Die Elektronen wurden von einem magnetischen Spektrometer (Glasgow-Mainz-Tagger) von den Photonen getrennt und impulsselektierend nachgewiesen. Durch eine Koinzidenzanalyse mit den Produktdetektoren konnte somit der Photonenstrahl in seiner Energie markiert werden. Im Strahlengang der Photonen wurde ein Flüssig-Wasserstoff-Target platziert, an dessen freien Protonen  $\eta$ -Mesonen über die Reaktion  $\gamma p \rightarrow \eta p$  erzeugt wurden; über die Zerfallskette  $\eta \rightarrow 3\pi^0 \rightarrow 6\gamma$  wurden anschließend sechs Photonen emittiert. Diese Reaktionsteilchen wurden von den Photonenspektrometern Crystal Ball (672 NaI(Tl)-Kristalle) und TAPS (510 BaF<sub>2</sub>-Module), die zusammen ca. 97% des gesamten Raumwinkels abdeckten, registriert. Durch die Verwendung eines zylindrischen Szintillationsdetektors um das Target und von Veto-Plastikszintillatoren vor der TAPS-Wand wurden weitere Informationen über geladene Teilchen gewonnen. Durch Kombination aller Angaben ließen sich die Teilchen identifizieren. Neben der Auswertung der experimentellen Daten erforderte die Berechnung von  $\alpha$  die genaue Kenntnis des Phasenraums des Zerfalls, der durch eine Simulation ermittelt wurde. Für die in der Simulation erzeugten virtuellen Teilchen wurden entsprechende Informationen generiert, so dass beide Datentypen auf dieselbe Weise analysiert werden konnten.

Mit Hilfe von kinematischen Anpassungen wurden sowohl die gemessenen als auch die simulierten Ereignisse hinsichtlich einer Reaktionshypothese überprüft und selektiert. Zur Beurteilung der Datenanalysen wurden zusätzlich totale Wirkungsquerschnitte für die

Reaktionen  $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$  und  $\gamma p \rightarrow \eta p$  bestimmt, die in weitgehender Übereinstimmung mit anderen experimentellen Werten und theoretischen Rechnungen waren. Mit der getroffenen Auswahl wurde die Ereignisdichte im Dalitz-Diagramm histogrammiert und das Verhältnis zwischen den Verteilungen der gemessenen und der simulierten Daten gebildet, um den Phasenraumanteil zu eliminieren. Dem theoretisch geforderten, in erster Ordnung linearen Verlauf dieses Verhältnisses wurde durch Anpassen einer Gerade an diese Verteilung Folge geleistet. Aus der Geradensteigung  $s$  wurde der Dalitz-Plot-Parameter durch  $\alpha = s/2$  bestimmt. Durch Variieren einzelner Analyseparameter wurden Studien zum systematischen Fehler angefertigt. Auf diese Weise wurden die Datensätze der Experimente zum  $\eta$ -Meson (ETA) und zur Bestimmung des magnetischen Dipolmoments (MDM) der  $\Delta^+(1232)$ -Resonanz am MAMI jeweils mit zwei unterschiedlichen Analyseformen, von denen eine explizit den Nachweis des Protons aus der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \eta p$  forderte, die andere nicht, ausgewertet. Aus diesen vier unterschiedlichen Analysen ergaben sich die folgenden vier, in dieser Arbeit ermittelten Dalitz-Plot-Parameter mit den angegebenen Statistiken:

ETA, ohne Proton:	$\alpha = -0,0314 \pm 0,0013_{-0,0014}^{+0,0017}$	$1,1 \cdot 10^6$ Ereignisse
ETA, mit Proton	$\alpha = -0,0338 \pm 0,0020_{-0,0022}^{+0,0019}$	$4,2 \cdot 10^5$ Ereignisse
MDM, ohne Proton	$\alpha = -0,0277 \pm 0,0013_{-0,0019}^{+0,0014}$	$7,1 \cdot 10^5$ Ereignisse
MDM, mit Proton	$\alpha = -0,0272 \pm 0,0019_{-0,0043}^{+0,0022}$	$3,1 \cdot 10^5$ Ereignisse

Die meisten theoretischen Berechnungen des Dalitz-Plot-Parameters  $\alpha$  aus der chiralen Störungstheorie konnten durch diese Arbeit nicht verifiziert werden. Nur die Kalkulation von B. Borasoy und R. Nißler vom Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik, die die chirale Störungstheorie mit Unitarisierungsmethoden basierend auf der Bethe-Salpeter-Gleichung kombinierte, ergab mit  $\alpha = -0,031 \pm 0,003$  einen mit den hier gewonnenen Ergebnissen verträglichen Wert. Mit Experimenten vergleichbar hoher Statistik (Crystal Ball@BNL, KLOE@DAΦNE) anderer Forschungsgruppen zeigten die in dieser Arbeit ermittelten Dalitz-Plot-Parameter allerdings eine sehr gute Übereinstimmung. Jedoch übertraf die erreichte Statistik mit etwas mehr als 1 Millionen Ereignissen (ETA, ohne Proton) leicht die des Crystal Ball@BNL-Experiments und war fast doppelt so hoch, wie sie von KLOE@DAΦNE erzielt wurde. Somit ergab die in dieser Arbeit präsentierte Auswertung den Datensatz mit der bisher größten Statistik. Der Vergleich der theoretisch berechneten Dalitz-Plot-Parameter mit den experimentellen Werten macht deutlich, dass die theoretischen Modelle weiter verfeinert oder sogar neue Modelle geschaffen werden müssen. Auch sind weitere präzise Messungen des Dalitz-Plot-Parameters mit hoher Statistik notwendig, wie sie derzeit an MAMI C durchgeführt werden, um für diese Modelle einen genauen Wert für  $\alpha$  vorzugeben.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	2
1.2	Gliederung . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1	Mesonen und starke Wechselwirkung . . . . .	7
2.2	Chirale Störungstheorie . . . . .	11
2.3	Theoretische Modelle . . . . .	13
2.4	Dalitz-Diagramm . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Experimenteller Aufbau am MAMI</b>	<b>21</b>
3.1	Beschleuniger MAMI . . . . .	22
3.2	Photonenmarkierungsanlage . . . . .	25
3.3	IH <sub>2</sub> -Target-System . . . . .	30
3.4	Crystal Ball-Detektor . . . . .	31
3.5	Teilchenidentifikationsdetektor . . . . .	34
3.6	TAPS-Spektrometer . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Elektronik und Datenerfassung</b>	<b>39</b>
4.1	Elektronik der Photonenmarkierungsanlage . . . . .	39
4.2	Elektronik des Crystal Ball/PID-Systems . . . . .	41
4.3	TAPS-Elektronik . . . . .	47
4.4	Experiment-Trigger . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Simulation</b>	<b>55</b>
5.1	Ereignisgenerator . . . . .	55
5.2	$\pi^0$ -Zerfälle und Experimentgeometrie . . . . .	60
<b>6</b>	<b>Simulations-Trigger</b>	<b>65</b>
6.1	Energiesummen-Trigger . . . . .	65
6.2	Bereichsmultiplizitäts-Trigger . . . . .	67
6.3	Implementierung . . . . .	68
<b>7</b>	<b>Detektorkalibrationen und Datenauswertung</b>	<b>77</b>
7.1	Photonenmarkierungsanlage . . . . .	77
7.2	Crystal Ball und Teilchenidentifikationsdetektor . . . . .	79
7.2.1	Kalibrationen der NaI-Kristalle . . . . .	79
7.2.2	Kalibrationen des Teilchenidentifikationsdetektors . . . . .	85

7.2.3	Teilchenidentifizierung . . . . .	87
7.3	TAPS-Spektrometer . . . . .	89
7.3.1	Kalibrationen der BaF <sub>2</sub> -Kristalle . . . . .	89
7.3.2	Teilchenidentifizierung . . . . .	92
7.4	Simulation . . . . .	97
<b>8</b>	<b>Ereignisrekonstruktion</b>	<b>101</b>
8.1	Koinzidenzanalyse . . . . .	101
8.2	Kinematische Anpassung . . . . .	104
8.2.1	$\eta \rightarrow 3\pi^0$ . . . . .	104
8.2.2	Freie $3\pi^0$ -Produktion . . . . .	112
8.2.3	$\pi^0$ -Produktion . . . . .	115
<b>9</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>119</b>
9.1	Totale Wirkungsquerschnitte . . . . .	119
9.2	Dalitz-Plot-Parameter . . . . .	127
9.3	Systematischer Fehler . . . . .	133
9.4	Endergebnisse . . . . .	139
9.5	Ausblick . . . . .	140
<b>A</b>	<b>Kinematische Anpassung</b>	<b>143</b>
A.1	Grundprinzip: Die Methode der <i>Least-Squares</i> . . . . .	143
A.2	Matrixformalismus . . . . .	147
A.3	Implementierung . . . . .	149
<b>B</b>	<b>Wirkungsquerschnitte</b>	<b>153</b>
B.1	$\eta$ -Wirkungsquerschnitt aus den MDM-Daten . . . . .	153
B.2	$\eta$ -Wirkungsquerschnitt aus den $\eta$ -Daten . . . . .	154
B.3	$\pi^0$ -Wirkungsquerschnitt aus den MDM-Daten . . . . .	155
B.4	$\pi^0$ -Wirkungsquerschnitt aus den $\eta$ -Daten . . . . .	156
<b>C</b>	<b>Testergebnisse</b>	<b>157</b>
C.1	Variation des Schnitts auf das Vertrauensniveau . . . . .	158
C.2	Variation der CB-Energiesummschwelle . . . . .	163
C.3	Weitere Tests . . . . .	166
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>171</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>179</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>181</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Die vorliegende Arbeit beschreibt Resultate von Experimenten zur Photoproduktion von  $\eta$ -Mesonen an freien Protonen. Diese Experimente wurden von der A2-Kollaboration am Elektronenbeschleuniger MAMI (Mainzer Mikrotron) des Instituts für Kernphysik an der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz durchgeführt. Die A2-Kollaboration beschäftigte sich mit der Untersuchung der mesonischen Struktur der Nukleonen, die eng mit der Photoproduktion und der inneren Struktur von Mesonen und der elektromagnetischen Anregung von Nukleonresonanzen verknüpft ist [SFB07]. Hierzu kamen in den ausgewerteten Experimenten der  $4\pi$ -Photonendetektor Crystal Ball, das Photonenspektrometer TAPS und die Glasgow-Mainz-Photonenmarkierungsanlage zum Einsatz.

In dieser Arbeit wurde das Hauptaugenmerk auf den isospinverletzenden Zerfall des isoskalaren  $\eta$ -Mesons in drei neutrale Pionen gelegt:

$$\gamma p \rightarrow \eta p \rightarrow 3\pi^0 p \quad (1.1)$$

Dieser ist in der chiralen Störungsrechnung ( $\chi$ PT) nur auf Grund der Massendifferenz der beiden leichtesten Quarks *up* und *down* möglich, wobei durch Einführung der Quarkmassen die chirale Symmetrie der masselosen QCD-Lagrangefunktion gebrochen wird.

Die Photonen zur Produktion des  $\eta$ -Mesons wurden durch den Bremsstrahlungsprozess in einem Radiatormaterial erzeugt; die dabei beteiligten Elektronen wurden in der Markierungsanlage impulsselektierend nachgewiesen. Dadurch war eine Energiemarkierung der ausgesandten Photonen möglich. Als Reaktions-Target wurde ein Flüssig-Wasserstoff-Reservoir verwendet, in dem die Protonen als frei angesehen werden konnten. Aus dem Zerfall des  $\eta$ -Mesons in drei neutrale Pionen und deren anschließenden Zerfall in jeweils zwei Photonen ließen sich die zu untersuchenden Ereignisse aus den Daten ermitteln, indem man auf Signaturen mit sechs Photonen achtete. Die Reaktionsprodukte wurden in den Detektoren Crystal Ball und TAPS registriert und auf ihre Teilchenart untersucht. Durch die Methode der kinematischen Anpassung wurde die Selektion präzisiert und eine Auswahl von ca. einer Millionen  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ -Ereignisse getroffen.

Aus den so gewonnenen Ereignissen wurde der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  bestimmt. Dazu war eine Untersuchung des Phasenraums notwendig, die mit Hilfe einer Simulation vorgenommen wurde. Essentiell war hierbei eine möglichst exakte Übereinstimmung zwischen gemessenen und simulierten Daten, damit der Phasenraumanteil korrekt aus den gemessenen Daten eliminiert werden konnte. Zur Bestimmung von  $\alpha$  wurde das zweidimensionale Dalitz-Diagramm auf eine eindimensionale Variable  $z$  zurückgeführt. Nach

Division durch die Phasenraumverteilung folgte diese einem linearen Verlauf, aus dessen Steigung der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  ermittelt wurde.

## 1.1 Motivation

Ein geeigneter theoretischer Ansatz zur Untersuchung der niederenergetischen Hadronenphysik wird durch die chirale Störungstheorie ( $\chi$ PT) gebildet, einer effektiven Feldtheorie der Quantenchromodynamik (QCD). In der  $\chi$ PT werden die Greenschen Funktionen in Reihen bezüglich der Potenzen der Goldstone-Boson-Massen und geringer Dreierimpulse entwickelt. Die hadronischen Zerfälle des  $\eta$ -Mesons bieten in diesem Rahmen die Möglichkeit Symmetrien und symmetrieverletzende Modelle in der starken Wechselwirkung zu studieren [Bor05]. Dominant sind die Zerfälle  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  und  $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  mit Verzweigungsverhältnissen von 32,5% bzw. 22,7% [PDG06]. Diese isospinverletzenden Zerfälle können nur auf Grund des Bruchs der Isospinsymmetrie durch die Massendifferenz der beiden leichtesten Quarks  $m_u - m_d$  oder durch elektromagnetische Effekte hervorgerufen werden. Nach [Sut66] spielen letztere beim Zerfall des  $\eta$  in drei Pionen allerdings nur eine geringe Rolle, was durch Rechnungen mit effektiven Lagrangedichten in [Bau96] bestätigt wurde.

Werden die elektromagnetischen Effekte vernachlässigt, ist die Zerfallsamplitude in erster Ordnung in der  $\chi$ PT-Entwicklung proportional zu:

$$A(\eta \rightarrow 3\pi) \sim m_u - m_d \quad (1.2)$$

Die in [Osb70] entwickelte Amplitude erster Ordnung

$$A(s, t, u) = \frac{1}{Q^2} \cdot \tilde{A} \quad (1.3)$$

$$Q^2 = \frac{m_s^2 - \hat{m}^2}{m_d^2 - m_u^2} \quad \text{mit} \quad \hat{m} \equiv \frac{1}{2}(m_u + m_d) \quad (1.4)$$

warf das Problem auf, dass die hiermit berechnete Zerfallsbreite gegenüber der gemessenen viel zu niedrig war [Kam96]. In [Gas85b] wurde die nächste Ordnung in der  $\chi$ PT-Entwicklung, die Einschleifendiagramme der  $\pi\pi$ -Wechselwirkung enthält, berechnet, wodurch die Zerfallsbreite sehr beeinflusst wurde. Jedoch konnte keine Übereinstimmung mit dem experimentellen Wert erreicht werden.

Dieses Problem wurde in [Kam96] und [Ani96] weiter untersucht, indem erweiterte Khuri-Treiman-Gleichungen bzw. dispersive Methoden verwendet wurden, die Pionenstreuungen im Endzustand bis in alle Ordnungen beinhalteten. Dadurch wurde eine weitere Verbesserung des oben genannten Problems erreicht. Allerdings konnten auch diese Ansätze keine Übereinstimmung zwischen theoretischen und gemessenen Zerfallsbreiten erzielen. Um diese Situation aufzulösen sind nicht nur Messungen der Zerfallsbreite sondern auch Untersuchungen des Pionspektrums im Endzustand nötig. Dies läßt sich an Hand der Energieverteilungen der drei  $\pi^0$  im Dalitz-Diagramm erreichen.

Für den Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  sollte die Ereignisdichte im Dalitz-Diagramm auf Grund der drei identischen Teilchen im Endzustand gleichmäßig über den gesamten Bereich

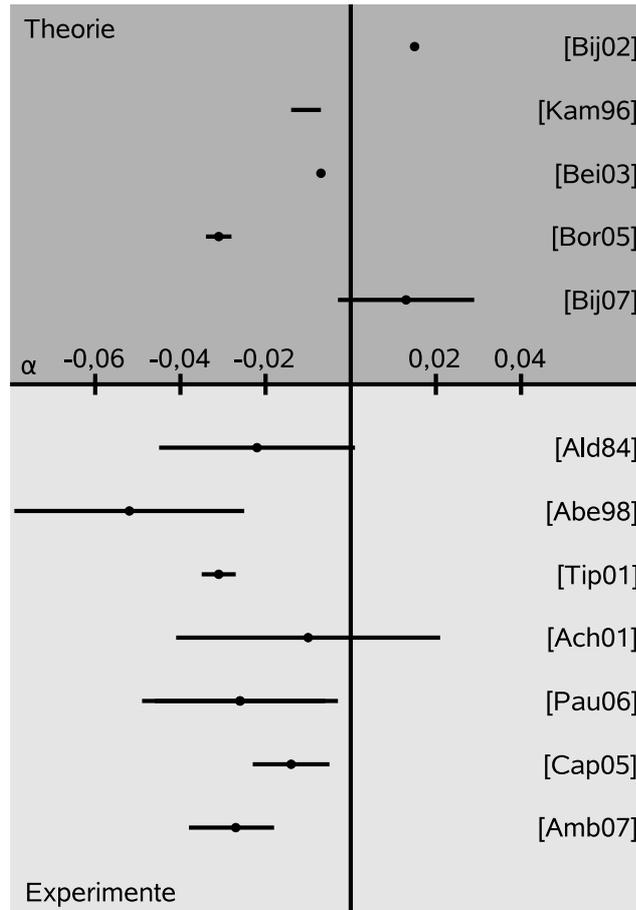


Abbildung 1.1: Vergleich einiger bisher veröffentlichter Werte für den Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  aus der Theorie und den Experimenten. Die erste Messung ([Bag70]) wurde ausgelassen, da sie auf Grund ihrer geringen Statistik keine Relevanz besitzt.

verteilt sein. Durch die  $\pi\pi$ -Wechselwirkung wird jedoch eine kleine Energieabhängigkeit erwartet, die sich in einer eindimensionalen Parametrisierung der zweidimensionalen Dalitz-Diagramms zeigen sollte. Die Zerfallsamplitude für  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  läßt sich um den Mittelpunkt des Dalitz-Diagramms so entwickeln, dass gilt:

$$|A(\eta \rightarrow 3\pi^0)|^2 \sim 1 + 2\alpha z \quad (1.5)$$

$\alpha$  ist der in dieser Arbeit ermittelte Dalitz-Plot-Parameter, der die „Steigung“ der Dichte  $|A|^2$  und damit die Abweichung von der reinen Phasenraumverteilung beschreibt.  $z$  ist definiert als

$$z = 6 \sum_{i=1}^3 \left( \frac{E_i - m_\eta/3}{m_\eta - 3m_{\pi^0}} \right)^2 = \frac{\rho^2}{\rho_{max}^2} \quad (1.6)$$

wobei  $E_i$  die Energien der drei neutralen Pionen im Ruhesystem des  $\eta$ -Mesons sind.  $\rho$  gibt den Abstand des untersuchten Punktes zum Mittelpunkt des Dalitz-Diagramms an. Die Variable  $z$  variiert zwischen  $z = 0$ , wenn alle drei Pionen die gleiche Energie von  $E_i = m_\eta/3$  haben und  $z = 1$ , wenn eines in Ruhe ist.

Experiment	Referenz	Statistik / $10^3$	$\alpha$
HLBC	[Bag70]	0,192	$-0,32 \pm 0,37$
GAMS-2000	[Ald84]	50	$-0,022 \pm 0,023$
Crystal Barrel	[Abe98]	98	$-0,052 \pm 0,017 \pm 0,010$
Crystal Ball@BNL	[Tip01]	950	$-0,031 \pm 0,004$
SND	[Ach01]	12	$-0,010 \pm 0,021 \pm 0,010$
WASA@CELSIUS	[Pau06]	75	$-0,026 \pm 0,010 \pm 0,010$
KLOE@DAΦNE a	[Cap05]	650	$-0,014 \pm 0,004 \pm 0,005$
KLOE@DAΦNE b	[Amb07]	650	$-0,027 \pm 0,004^{+0,004}_{-0,006}$

Tabelle 1.1: Experimentelle Ergebnisse des Dalitz-Plot-Parameters für den Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ . Einzig die jüngsten Resultate mit dem Crystal Ball am BNL und der KLOE-Kollaboration (KLOE b) zeigten statistisch relevante Ergebnisse. Innerhalb der Fehler sind diese beiden Messungen miteinander verträglich.

In der führenden Ordnung der chiralen Entwicklung ist die Amplitude  $A$  für den Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  eine Konstante. Deshalb gilt  $\alpha \equiv 0$  für [Osb70] ( $O(p^2)$ ). Aus der in [Gas85b] ( $O(p^4)$ ) gezeigten Berechnung der Zerfallsamplitude resultierte:  $\alpha = 0,015$  [Bij02]. Erst, wenn Pionenstreuungen im Endzustand in höheren Ordnungen betrachtet werden, nimmt  $\alpha$  einen von Null verschiedenen, negativen Wert an. Dieser wurde in [Kam96] abhängig von den Eingangsgrößen der Kalkulation zu  $\alpha = -0,014$  bis  $\alpha = -0,007$  berechnet. In [Bei03] wurde ein neuer Ansatz verwendet, um den Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  zu berechnen. Hier wurde der Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  in der chiralen Unitarität  $U(3)$  untersucht. Die Endzustandswechselwirkungen wurden durch s-Wellen-Potentiale für Meson-Meson-Streuungen in den Ansatz eingebracht. Diese wurden aus der chiralen effektiven Lagrangendichte berechnet und in der Bethe-Salpeter-Gleichung iteriert. In diesem Rahmen wurde der Dalitz-Plot-Parameter zu  $\alpha = -0,007$  bestimmt. [Bor05] griff den vorstehenden Ansatz auf und erweiterte ihn um p-Wellen-Wechselwirkungen. Diese letzte theoretische Untersuchung konnte bisher als einzige sowohl die Zerfallsbreite als auch die spektralen Energieverteilungen der Pionen übereinstimmend mit den Experimenten beschreiben. Die Berechnung des Dalitz-Plot-Parameters ergab  $\alpha = -0,031 \pm 0,003$ , was durch die meisten relevanten Messungen bestätigt wird. Selbst die Ermittlung der Amplitude in der Ordnung  $O(p^6)$  der  $\chi$ PT konnte keinen mit den Experimenten vergleichbaren Dalitz-Plot-Parameter erzielen. Mit  $\alpha = 0,013 \pm 0,032$  [Bij07] war er hier positiv und widersprach damit völlig den experimentell bestimmten Werten.

Auf der experimentellen Seite stehen einige Messungen, die aber zumeist auf Grund ihrer geringen Statistik nicht aussagekräftig sind. Dies trifft vor allem für die Messung, die in [Bag70] beschrieben wird, zu. Die am CERN mit einer Blasenkammer (HLBC<sup>1</sup>) vermessenen 192 Ereignisse ergaben einen Dalitz-Plot-Parameter von  $\alpha = -0,32 \pm 0,37$ .

<sup>1</sup>Heavy Liquid Bubble Chamber

Aber auch die späteren Experimente der GAMS-2000-, der Crystal Barrel und der SND-Kollaborationen konnten nicht als statistisch aussagekräftig angesehen werden (siehe Tabelle 1.1). Die beiden Messungen mit den größten Statistiken ([Tip01] und [Cap05]) stellten zu Beginn dieser Arbeit einen Widerspruch dar. Obwohl beide Analysen vergleichbare Ereignisanzahlen rekonstruiert hatten, lagen die ermittelten Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha = -0,031 \pm 0,004$  bzw.  $\alpha = -0,014 \pm 0,004 \pm 0,005$  mehrere Standardabweichungen  $\sigma$  auseinander. Dies lieferte eine zusätzliche Motivation für die Durchführung dieser Arbeit. Im Laufe der Untersuchungen löste sich der genannte Widerspruch auf, als die KLOE-Kollaboration einen Fehler in ihrer Analyse entdeckte [Amb07]. In ihrem Monte Carlo-Ereignisgenerator benutzten sie eine invariante Masse des Drei-Pion-Systems von  $m_\eta = 547,30 \text{ MeV}$ . Aus ihren Daten ermittelten sie aber eine Masse des  $\eta$ -Mesons von  $m_\eta = 547,82 \text{ MeV}$ , was dazu führte, dass der aus den gemessenen Daten berechnete Phasenraum größer war, als er in der Simulation erzeugt wurde. Aber gerade die korrekte Simulation des Phasenraumes ist für die Bestimmung des Dalitz-Plot-Parameters essentiell. Der neu veröffentlichte Wert der KLOE-Kollaboration stimmt mit  $\alpha = -0,027 \pm 0,004^{+0,004}_{-0,006}$  innerhalb der Fehler mit dem Ergebnis  $\alpha = -0,031 \pm 0,004$ , das am BNL<sup>2</sup> von der Crystal Ball-Kollaboration ermittelt wurde, überein. Obwohl sich der Widerspruch zwischen den beiden genannten Messungen aufgelöst hat, ist eine weitere Untersuchung des Dalitz-Plot-Parameters dennoch von großer Wichtigkeit, da hierdurch die Genauigkeit des gesamten Weltdatensatzes verbessert wird und somit theoretische Modelle präzisiert werden können. Abbildung 1.1 und Tabelle 1.1 fassen die veröffentlichten Dalitz-Plot-Parameter zusammen. Die Particle Data Group (PDG) gibt den Dalitz-Plot-Parameter mit  $\alpha = -0,031 \pm 0,004$  an, wobei dieser Wert aus den Resultaten aus [Ald84], [Abe98], [Tip01] und [Ach01] gebildet wurde [PDG06]. Durch die hohe Statistik in [Tip01] im Vergleich zu den anderen drei Auswertungen wird das PDG-Ergebnis allerdings stark beeinflusst. Neuere Messungen wie [Pau06] und [Amb07] werden vermutlich erst 2008 von der PDG einbezogen. Bis zur Fertigstellung dieser Arbeit hatte die PDG jedoch noch keinen neuen Wert für  $\alpha$  veröffentlicht.

Mit dem Detektoraufbau am MAMI wurden in mehreren Messperioden Experimente mit verschiedenen physikalischen Schwerpunkten durchgeführt. So wurden zwei Strahlzeitblöcke im November und im Dezember 2004, im weiteren als  $\eta$ -Daten bezeichnet, speziell auf die Erzeugung möglichst vieler  $\eta$ -Mesonen ausgerichtet. Diese Perioden wurden vorrangig zur Untersuchung des Dalitz-Plot-Parameters  $\alpha$  genutzt. Aber auch in anderen Experimenten wurden  $\eta$ -Mesonen produziert, sobald die verwendete Strahlenergie oberhalb der Produktionsschwelle von  $E_{Schwelle} \approx 707 \text{ MeV}$  lag. Dies war z.B. bei den Messungen zur Bestimmung des anomalen magnetischen Dipolmoments der  $\Delta$ -Resonanz der Fall. So wurden im Zuge dieser Arbeit auch diese sogenannten MDM-Daten hinsichtlich  $\alpha$  untersucht.

## 1.2 Gliederung

Um die voranstehenden Aspekte zu erläutern und auf das in dieser Dissertation ermittelte Resultat für den Dalitz-Plot-Parameter hinzuarbeiten, ist folgende Gliederung gewählt worden:

---

<sup>2</sup>Brookhaven National Laboratory

In Kapitel 2 wird zunächst auf die QCD im Allgemeinen eingegangen, bevor speziell die chirale Störungstheorie ( $\chi$ PT) betrachtet wird. Im Anschluss daran werden die bereits erwähnten theoretischen Veröffentlichungen genauer beschrieben, ehe eine Erläuterung der Extraktion des Dalitz-Plot-Parameters  $\alpha$  folgt.

Die Kapitel 3 und 4 umfassen den experimentellen Aufbau, der zur Bestimmung von  $\alpha$  genutzt wurde. Zunächst werden der Beschleuniger MAMI und die einzelnen Detektor-komponenten (Photonenmarkierungsanlage, Crystal Ball, Teilchenidentifikationsdetektor und TAPS) beschrieben. Kapitel 4 erläutert die von den einzelnen Komponenten verwendete Elektronik. Zusätzlich wird hier die Schaltung des Experiment-Triggers erklärt. Die Kapitel 5 und 6 umfassen die Erzeugung der Simulationsdaten. Zunächst wird in Kapitel 5 der Ereignisgenerator erläutert, gefolgt von der Modellierung der Detektorgeometrie im GEANT-Software-Paket. Hier wird auch auf den Zerfall  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  eingegangen. Kapitel 6 zeigt die Implementierung eines Triggers zur Analyse der simulierten Daten.

Nachdem die Kapitel 3 bis 6 die Gewinnung sowohl der gemessenen als auch der simulierten Daten aufzeigen, folgen im Kapitel 7 Beschreibungen zu den Kalibrationen und Teilchenidentifikationsmethoden in den Detektoren. Während Kapitel 8 die Ereignisselektion mit der Methode der kinematischen Anpassung erläutert, stellt Kapitel 9 die Ergebnisse der Analyse (totale Wirkungsquerschnitte, Dalitz-Plot-Parameter) zusammen. Hier wird auch eine Abschätzung der systematischen Fehler vorgenommen. Im Anschluss daran werden die Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst und ein Ausblick auf mögliche fortführende Analysen gegeben.

# Kapitel 2

## Theoretische Grundlagen

Eigenschaften des Nukleons wie das anomale magnetische Moment und die Vielfalt der gefundenen Hadronen deuten auf die innere Struktur dieser Teilchen aus Quarks hin. Diese elektrisch geladenen, punktförmigen Quarks werden mittels der starken Wechselwirkung zu Baryonen ( $qqq$ ) und Mesonen ( $q\bar{q}$ ) gebunden. Die starke Wechselwirkung wird durch die nichtabelsche Eichtheorie der Quantenchromodynamik (QCD) beschrieben. In Abschnitt 2.1 werden einige Aspekte der starken Wechselwirkung zusammengefasst.

Die Kopplungskonstante  $\alpha_s(Q)$  der starken Wechselwirkung nimmt für große Impulsüberträge ab, was als asymptotische Freiheit bezeichnet wird. Im Gegensatz dazu wird  $\alpha_s(Q)$  groß bei kleinen Impulsen und führt damit zur Bindung der Quarks in Hadronen. In diesem Bereich lässt sich die QCD auf Grund der großen Kopplungskonstante nicht mit Hilfe einer Störungsrechnung lösen. Deshalb werden andere Ansätze benötigt, um die Physik der starken Wechselwirkung bei kleinen Impulsüberträgen zu beschreiben. Neben QCD-Gittersimulationen ist dies bei kleinen Energien vor allem die chirale Störungstheorie ( $\chi$ PT). Abschnitt 2.2 gibt eine kurze Einführung in den Formalismus der  $\chi$ PT. Darauf folgt eine Zusammenstellung der theoretischen Arbeiten zum Dalitz-Plot-Parameter, die bereits in der Motivation (Abschnitt 1.1) erwähnt wurden. Am Ende dieses Kapitels wird eine Erläuterung zur Extraktion des Dalitz-Plot-Parameters aus den ermittelten Zerfallsamplituden gegeben.

### 2.1 Mesonen und starke Wechselwirkung

Neben der elektrischen Ladung tragen die Quarks auch noch die sogenannte Farbladung. Diese wurde eingeführt, um das Pauli-Prinzip in den Hadronen zu gewährleisten [Pov01]. So ist zum Beispiel die aus drei  $up$ -Quarks bestehende  $\Delta^{++}$ -Resonanz das leichteste Baryon mit  $J^P = 3/2^+$ . Deshalb kann angenommen werden, dass der Bahndrehimpuls  $l = 0$  beträgt und damit die Ortswellenfunktion symmetrisch ist. Da die Quarks Fermionen, also Spin-1/2-Teilchen, sind, müssen die Spins aller drei  $up$ -Quarks parallel stehen, damit sich ein Gesamtdrehimpuls von 3/2 für die  $\Delta^{++}$ -Resonanz ergibt. Somit ist die Spinwellenfunktion ebenfalls symmetrisch. Weiterhin ist die Gesamtwellenfunktion symmetrisch unter Vertauschung zweier Quarks, da nur identische Konstituenten das  $\Delta^{++}$  bilden. Dies würde bedeuten, dass die Gesamtwellenfunktion des fermionischen  $\Delta^{++}$  dem Pauli-Prinzip widerspräche. Durch Einführung der Farbladung mit drei verschiedenen Werten (rot, grün, blau) wird das Pauli-Prinzip gerettet und die Gesamtwellenfunktion antisym-

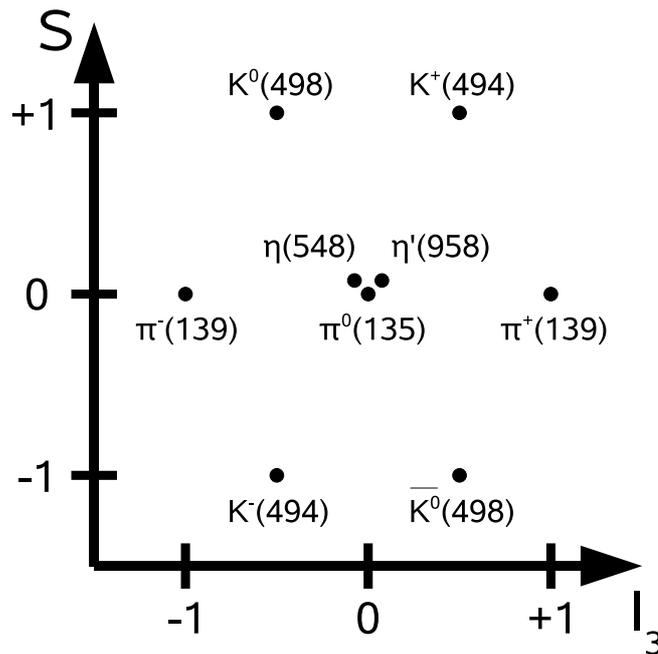


Abbildung 2.1: Nonett der leichtesten pseudoskalaren Mesonen ( $J^P = 0^-$ ). Sie werden durch die dritte Komponente des Isospins  $I_3$  und die Strangeness  $S$  unterschieden. Das  $\eta$  und das  $\eta'$  sind Mischzustände der Oktett- ( $\eta_8$ ) und Singulettzustände ( $\eta_1$ ).

metrisch. Antiquarks tragen eine entsprechende Antifarbe (antirot, antigrün, antiblau). In der Natur werden nur farbneutrale Teilchen beobachtet (*Confinement*).

Die starke Wechselwirkung, die die Bindung der Quarks in Hadronen bewirkt, wird mit dem Austausch von masselosen Feldteilchen mit  $J^P = 1^-$  (Vektorbosonen) verbunden. Diese Gluonen koppeln an die Farbladungen der Quarks, tragen aber gleichzeitig selbst eine Farbe und eine Antifarbe; allerdings immer in einer Kombination, die nicht farbneutral ist. Damit sind Gluonen in der Natur nicht beobachtbar, wechselwirken aber auch untereinander. Nach der Gruppentheorie der  $SU(3)$  bilden die  $3 \otimes 3$  Farbkombinationen ein Singulett und ein Oktett aus. Das Singulett ist invariant gegenüber der Rotation im Farbraum und kann deshalb nicht zwischen Farbladungen ausgetauscht werden [Pov01].

Die Hadronen kommen in zwei Klassen vor: Baryonen, die halbzahligen Spin haben, und Mesonen mit ganzzahligem Spin. Da die Quarks ebenfalls Fermionen sind, ergibt sich, dass Baryonen aus drei Quarks ( $qqq$ ) aufgebaut sind, die Mesonen dagegen aus einem Quark-Antiquark-Paar ( $q\bar{q}$ ), damit sowohl der ganzzahlige Spin als auch die Farbneutralität gewährleistet sind<sup>1</sup>. Nicht nur die Bindung dieser Hadronen wird durch die starke Wechselwirkung erzeugt, sondern auch Kräfte zwischen diesen Teilchen können von starker Natur sein<sup>2</sup>. Mesonen mit Bahndrehimpuls  $L = 0$ , die aus den Quarks mit den niedrigsten Massen (*up*, *down*, *strange*) aufgebaut sind, lassen sich in zwei Gruppen

<sup>1</sup>Dies ist ein vereinfachtes Bild. Daneben bestehen die Hadronen noch aus virtuellen Quark-Antiquark-Paaren (Seequarks) und Gluonen. Diese bilden im Wesentlichen die Massen der Hadronen.

<sup>2</sup>Zusätzlich können auch elektromagnetische oder schwache Prozesse stattfinden.

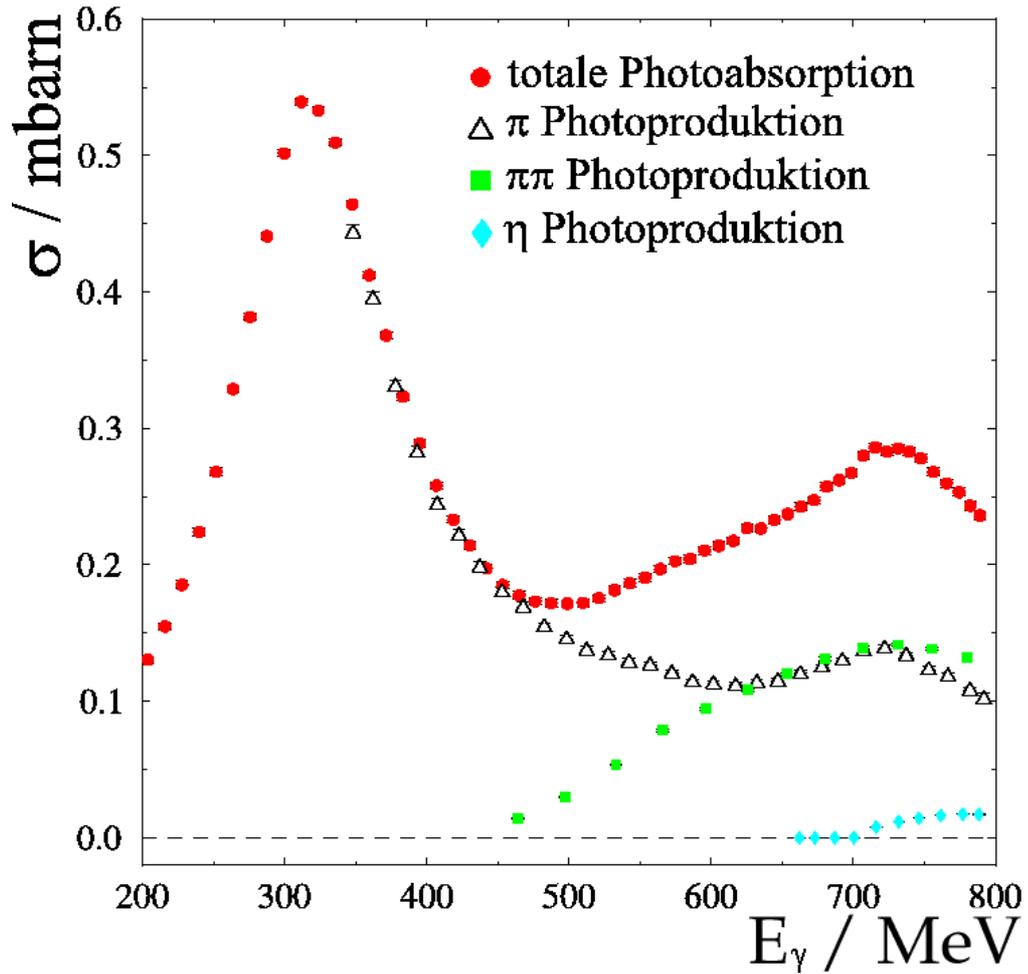


Abbildung 2.2: Totaler Photoabsorptionswirkungsquerschnitt am Proton [Lan04]. Die dargestellten Werte stammen aus Messungen der A2-Kollaboration, die mit MAMI B ( $E_{\gamma,max} \approx 883$  MeV) durchgeführt wurden. Im Wirkungsquerschnitt zeigt sich eine deutliche Resonanzstruktur, die bei genauerer Betrachtung durch Überlagerung verschiedener Nukleonresonanzen entsteht.

einteilen: Vektormesonen mit  $J^P = 1^-$  und pseudoskalare Mesonen mit  $J^P = 0^-$ . Jede der beiden Gruppen besteht basierend auf der SU(3)-Symmetrie aus einem Oktett und einem Singulett. Abbildung 2.1 zeigt die neun pseudoskalaren Mesonen. Dabei ist zu beachten, dass das  $\eta$  und das  $\eta'$  keine reinen Oktett- bzw. Singulettzustände, sondern auf Grund der Brechung der SU(3)-Symmetrie ( $m_s \neq m_{u,d}$ ) eine Mischung aus  $\eta_8$  und  $\eta_1$  sind.

Mesonen lassen sich durch Photoproduktion am Nukleon erzeugen. Abbildung 2.2 zeigt den totalen Photoabsorptionswirkungsquerschnitt bis Strahlenergien von 800 MeV, der am MAMI B (maximale Photonenenergie  $E_{\gamma,max} \approx 883$  MeV) gemessen wurde. Deutlich sichtbar ist die Struktur aus der  $\Delta$ -Resonanz und dem zweiten Resonanzgebiet, das bei genauerer Betrachtung durch Überlagerung verschiedener Nukleonresonanzen erzeugt wird. Die mit dem am MAMI verwendeten Experimentaufbau, wie er im Kapitel 3 beschrieben wird, erreichbaren Resonanzen und ihre häufigsten Zerfälle sind in Abbildung 2.3 als Termschema dargestellt. Für die  $\eta$ -Produktion im untersuchten Energiebereich

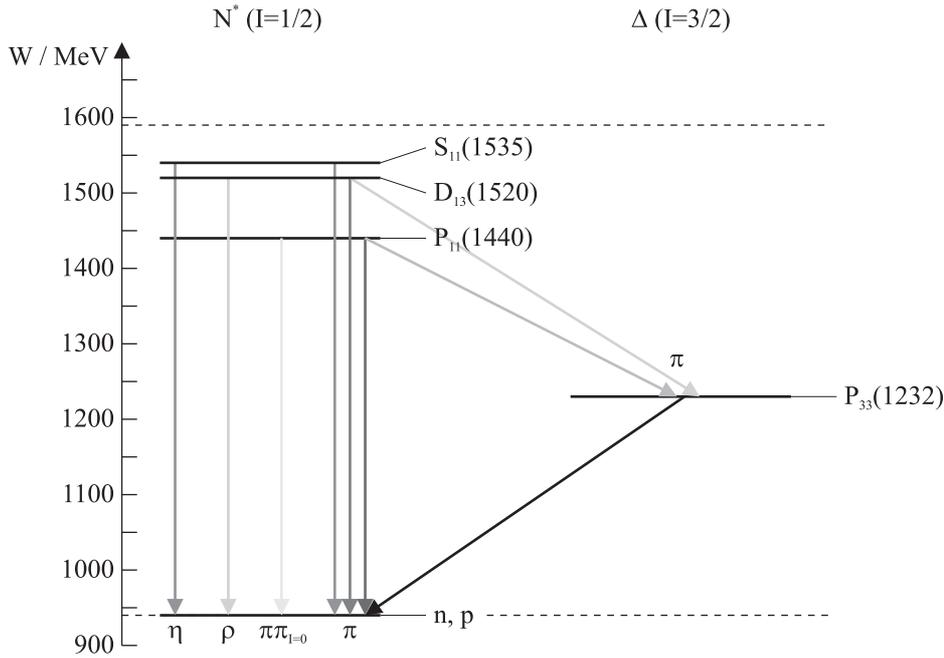


Abbildung 2.3: Nukleonresonanzen und ihre häufigsten Zerfallskanäle im vom Aufbau am MAMI B abgedeckten Energiebereich. Die Graustufen der Pfeile richten sich nach den Zerfallswahrscheinlichkeiten der jeweiligen Kanäle.

ist hauptsächlich die  $S_{11}(1535)$ -Resonanz verantwortlich;  $\pi^0$ -Mesonen werden zu großen Teilen durch die  $P_{33}(1232)$ , auch  $\Delta$ -Resonanz genannt, erzeugt. Eine Produktion von  $\eta$ -Mesonen über die  $\Delta$ -Resonanz ist auf Grund der Energieerhaltung ( $m_{\Delta} = 1232$  MeV,  $m_p \approx 938$  MeV,  $m_{\eta} \approx 547$  MeV) und des Isospins ( $I_{\eta} = 0$ ,  $I_{\Delta} = 3/2$ ,  $I_{p,n} = 1/2$ ) nicht möglich.

Die starke Wechselwirkung wird durch die nichtabelsche Eichtheorie der Quantenchromodynamik (QCD) beschrieben. Die Lagrangedichte der QCD beinhaltet Quark- und Gluonenfelder, die beide die Eigenschaft der Farbe haben und miteinander mit der Kopplungsstärke  $g$  wechselwirken. Die renormierte Kopplung  $g$  hängt dabei vom Impulsübertrag, bei dem die Messung durchgeführt wird, ab [Bor07] und fällt mit ansteigendem Impuls  $Q$ . Für die starke Kopplungskonstante gilt:

$$\alpha_s(Q) = \frac{g^2(Q)}{4\pi} \quad (2.1)$$

Damit ist  $\alpha_s(Q)$  klein für große Impulse und die Theorie wird „asymptotisch frei“ mit freien Quarks und Gluonen [Gro73]. In diesem Bereich konvergiert die QCD-Störungstheorie in  $\alpha_s(Q)$ . Bei kleinen Impulsen hingegen ist  $\alpha_s(Q)$  groß und die Quarks und Gluonen formen stark gebundene Objekte (Hadronen). Auf Grund der Größe der Kopplungskonstante ist eine Störungsrechnung im Bereich kleiner Impulse nicht mehr möglich. Hier werden andere Methoden wie die QCD-Gittersimulation oder die chirale Störungstheorie benötigt. Letztere wird im Abschnitt 2.2 beschrieben.

Die QCD selbst ist die Eichtheorie der starken Wechselwirkung mit der (Farb-)SU(3) als Eichgruppe [Sch06]. Die Quarks bilden die Materiefelder der QCD und kommen in 6

verschiedenen Sorten (*Flavour*) vor. Die QCD-Lagrangedichte läßt sich damit angeben:

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{q}(i\not{D} - \mathcal{M})q - \sum_{a=1}^8 \frac{1}{4} \mathcal{G}_{\mu\nu,a} \mathcal{G}_a^{\mu\nu} \quad (2.2)$$

Dabei sind die 72-komponentigen<sup>3</sup>  $q$  die Vektoren der Quarkfelder und  $\mathcal{M}$  ist die Quarkmassenmatrix. Die kovariante Ableitung enthält wegen der SU(3)-Gruppe acht Eichfelder  $\mathcal{A}_{\mu,a}$  [Sch06]. Da die QCD eine nichtabelsche Theorie ist, gilt für die Feldstärketensoren:

$$\mathcal{G}_{\mu\nu,a} = \partial_\mu \mathcal{A}_{\nu,a} - \partial_\nu \mathcal{A}_{\mu,a} + g f_{abc} \mathcal{A}_{\mu,b} \mathcal{A}_{\nu,c} \quad (2.3)$$

wobei sich durch den letzten Term mit den SU(3)-Strukturkonstanten  $f_{abc}$  eine Wechselwirkung der Gluonen untereinander ergibt. Die QCD-Lagrangedichte (Gleichung 2.2) bildet nun den Ausgangspunkt für die Betrachtungen zur  $\chi$ PT im nächsten Abschnitt.

## 2.2 Chirale Störungstheorie

Die chirale Störungstheorie ( $\chi$ PT) ist eine effektive Feldtheorie der QCD für niedrige Energien. In diesem Bereich sind die hadronischen Freiheitsgrade die Zustände des pseudoskalaren Oktetts ( $\pi$ ,  $K$ ,  $\eta$ ), die als masselose Goldstone-Bosonen einer spontanen Brechung der chiralen  $SU(3)_L \times SU(3)_R$ -Symmetrie nach  $SU(3)_V$  interpretiert werden [Gol62]. In der Realität haben die pseudoskalaren Mesonen nichtverschwindende Massen, was auf die explizite Symmetriebrechung in der QCD auf Grund der Quarkmassen zurückgeführt wird.

Effektive Feldtheorien sind im Allgemeinen Niederenergieapproximationen an eine fundamentale Theorie. Hierbei werden physikalische Größen in einer Entwicklung nach  $p/\Lambda$  berechnet, wobei  $p$  stellvertretend für Impulse oder Massen steht, die kleiner als die Impulsskala  $\Lambda$  sind. Die Niederenergiefreiheitsgrade führen dann zu einer vereinfachten Beschreibung der Physik. Die effektiven Feldtheorien haben allerdings einen eingeschränkten Anwendungsbereich, da sie nur für niedrige Energien gültig sind und das falsche Hochenergieverhalten erzeugen. Unterhalb der Impulsskala  $\Lambda$  ergeben sie aber eine gute Beschreibung mit endlicher Präzision. Bei der Konstruktion der effektiven Feldtheorie wird die allgemeinste Lagrangedichte benötigt, die alle Terme beinhaltet, die mit den Symmetrien der zugrunde liegenden Theorie vereinbar sind. Die Lagrangedichte besteht somit aus einer unendlichen Anzahl an Termen, die alle mit einem Koeffizienten multipliziert in die Summe eingehen. Die eingeführten Koeffizienten sollten sich aus der zugrunde liegenden Theorie berechnen lassen; allerdings ist die QCD noch nicht lösbar. Deshalb werden die Koeffizienten durch den Vergleich mit Experimenten angepasst.

Da die Massen von *up*, *down* und *strange* sehr viel leichter sind als von *charm*, *bottom* und *top*, werden die leichten Quarkmassen als Störungen angesehen, während die schweren Quarks bei kleinen Energien als unendlich schwer gelten. Im chiralen Limit sind dann die einzigen Freiheitsgrade diejenigen, die mit den *up*-, *down*- und *strange*-Quarks assoziiert sind [Gas85a]. Werden nun rechts- und linkshändige Quarkfelder eingeführt, lassen

<sup>3</sup>Sie setzen sich aus sechs *Flavour*-Einträgen mit jeweils drei möglichen Farben zusammen. Für jede Farbe gibt es noch vier Dirac-Spinorindices.

ihre unabhängigen Transformationen  $R \in \text{SU}(3)_R$  und  $L \in \text{SU}(3)_L$  die masselose QCD-Lagrangedichte invariant. Dies wird als chirale  $\text{SU}(3)_L \times \text{SU}(3)_R$ -Symmetrie der masselosen QCD bezeichnet. Gluonen wechselwirken nicht mit der Helizität der Quarks; nur die Massenterme koppeln an die jeweiligen Helizitätszustände. Somit kann im chiralen Limit  $m_u = m_d = m_s = 0$  kein linkshändiges Teilchen in ein rechtshändiges umgewandelt werden oder umgekehrt.

Die chirale Symmetrie hat deshalb 16 erhaltene Ströme, deren Ladungen die Vektorladungen  $Q_V^i = Q_L^i + Q_R^i$  und die axialen Ladungen  $Q_A^i = -Q_L^i + Q_R^i$  bilden. Für sie gilt:

$$Q_V^i |0\rangle = 0 \quad \text{und} \quad Q_A^i |0\rangle \neq 0 \quad (2.4)$$

Damit ist die Symmetrie der QCD nicht die Symmetrie des Vakuums  $|0\rangle$ . Dies wird als spontane Brechung der chiralen Symmetrie bezeichnet [Bij02]. Die acht spontan gebrochenen axialen Symmetrien erfordern die Existenz von acht masselosen, pseudoskalaren Goldstone-Bosonen, die es in der Wirklichkeit mit den drei Pionen, den vier Kaonen und dem  $\eta$  gibt. Allerdings sind ihre Massen auf Grund der nichtverschwindenden Massen der Quarks mit  $m_\pi \approx 138 \text{ MeV}$ ,  $m_K \approx 495 \text{ MeV}$  und  $m_\eta \approx 547 \text{ MeV}$  ebenfalls von Null verschieden. Diese explizite Brechung der chiralen Symmetrie wird aber als klein angesehen und deshalb störungstheoretisch behandelt.

Die chirale effektive Lagrangedichte der QCD wird in Abhängigkeit der Goldstone-Bosonenfelder  $U$  angegeben:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \mathcal{L}_{\text{eff}}(U, \partial U, \partial^2 U, \dots) \quad (2.5)$$

Geeignet für  $U \in \text{SU}(3)$  ist die exponentielle Darstellung:

$$U = \exp\left(\frac{i}{F} \phi^a \lambda^a\right) \quad (2.6)$$

$$\phi = \phi^a \lambda^a = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta & \pi^+ & \text{K}^+ \\ \pi^- & -\frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta & \text{K}^0 \\ \text{K}^- & \bar{\text{K}}^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\eta \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

mit  $\lambda^a$  den Generatoren der  $\text{SU}(3)$ .  $\mathcal{L}_{\text{eff}}$  teilt mit der QCD die Symmetrien C, P, T, Lorentz-Invarianz und die chirale Symmetrie. Die Lagrangedichte mit unendlich vielen Termen wird nach Impulsen und Quarkmassen geordnet, wobei die Quarkmassen wie das Quadrat eines Impulses zählen [Gas85a]. Damit ergibt sich:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_4 + \dots \quad (2.8)$$

Auf Grund der Lorentz-Invarianz tauchen nur gerade Potenzen in den Impulsen in der effektiven Lagrangedichte auf. Die Terme  $\mathcal{L}_n$  enthalten demnach  $n$  Ableitungen oder äquivalente Massenpotenzen. In jeder chiralen Ordnung muss die effektive Lagrangedichte invariant unter der chiralen  $\text{SU}(3)_L \times \text{SU}(3)_R$ -Transformation sein. Dies bedeutet für die nullte chirale Ordnung (erste Ordnung der Entwicklung), dass  $\mathcal{L}_0$  nur eine Funktion von  $UU^\dagger = 1$  sein kann und damit eine irrelevante Konstante ist [Gas85a]. Somit wird die zweite chirale Ordnung ( $\mathcal{L}_2$ ) effektiv zur führenden Ordnung. In jeder Ordnung treten sogenannte Niederenergiekoeffizienten auf: 2, 10 und 90 Koeffizienten für  $\mathcal{L}_2$ ,  $\mathcal{L}_4$  bzw.  $\mathcal{L}_6$ .

Sie sollten prinzipiell aus der QCD berechenbar sein, werden aber an die Experimente angepasst, da die QCD noch nicht lösbar ist.

Die Terme der Lagrangedichte  $\mathcal{L}_{\text{eff}}$  erlauben es, für jede Ordnung in Impulspotenzen und Quarkmassen S-Matrixelemente zu berechnen und Feynman-Regeln abzuleiten. So trägt zu jeder Ordnung eine endliche Anzahl an Termen bei, die in ihrer Form durch die chirale Symmetrie bestimmt sind. Also kann die Amplitude nach den chiralen Ordnungen entwickelt werden

$$A = A_2 + A_4 + A_6 + \dots \quad (2.9)$$

$A_2$  beinhaltet dabei Baumgraphen mit Vertices aus  $\mathcal{L}_2$ ;  $A_4$  schließt die Baumgraphen mit Vertices aus  $\mathcal{L}_2$  und einem Vertex aus  $\mathcal{L}_4$  oder Einschleifendiagramme mit Vertices aus  $\mathcal{L}_2$  ein. Welche Graphen in welcher chiralen Ordnung  $D$  in  $A_D$  einbezogen werden müssen, läßt sich durch das Abzählschema:

$$D = 2 + 2 \cdot L + \sum_k (k-2) \cdot N_k \quad (2.10)$$

bestimmen.  $L$  gibt dabei die Anzahl von Schleifen und  $N_k$  die Anzahl von Vertices der Ordnung  $O(p^k)$  an. Die Berechnung der Amplituden nach dem obigen Schema wird chirale Störungstheorie ( $\chi$ PT) genannt [Gas85a].

## 2.3 Theoretische Modelle

Mit der im vorherigen Abschnitt beschriebenen  $\chi$ PT berechneten verschiedene Theoriegruppen den Dalitz-Plot-Parameter aus unterschiedlichen Modellen. Hier wird nun eine Übersicht dieser theoretischen Kalkulationen gegeben. Zuvor werden hier einige Anmerkungen und Definitionen angeführt, die für alle Modelle relevant sind.

Zunächst ist zu beachten, dass das  $\eta$ -Meson ein Isospin-Singulett und pseudoskalar ist. Aus der Drehimpulserhaltung folgt, dass die drei Pionen im Endzustand ebenfalls einen Gesamtdrehimpuls von  $J = 0$  haben müssen. Solch eine Konfiguration kann aber keinen Isospin  $I = 0$  haben;  $I = 1$  ist aber erlaubt. Da elektromagnetische Effekte keine Rolle spielen [Sut66], muss der Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi$  durch den isospinverletzenden Teil der QCD-Hamiltonfunktion, den  $\Delta I = 1$ -Operator [Gas85b]

$$\mathcal{H}_\chi = \frac{1}{2}(m_u - m_d)(\bar{u}u - \bar{d}d) \quad (2.11)$$

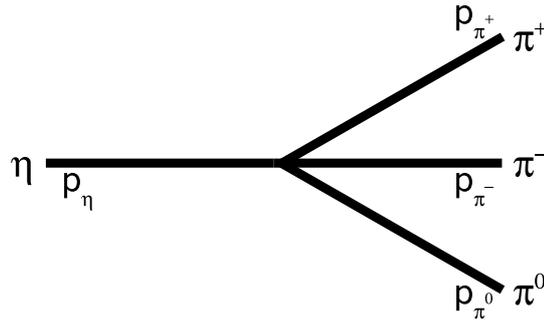
erzeugt werden. Zwischen den Zerfällen  $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  und  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  besteht eine enge Verknüpfung, weshalb bei theoretischen Berechnungen beide Kanäle zusammen betrachtet werden.

Die zugrunde liegende Kinematik ist in Abbildung 2.4 für den geladenen Kanal dargestellt. Im Folgenden werden die Mandelstam-Variablen:

$$\begin{aligned} s &= (p_{\pi^+} + p_{\pi^-})^2 = (p_\eta - p_{\pi^0})^2 \\ t &= (p_{\pi^-} + p_{\pi^0})^2 = (p_\eta - p_{\pi^+})^2 \\ u &= (p_{\pi^+} + p_{\pi^0})^2 = (p_\eta - p_{\pi^-})^2 \end{aligned} \quad (2.12)$$

benutzt, mit denen folgende Definition getroffen wird:

$$s + t + u = m_\eta^2 + 3 \cdot m_\pi^2 \equiv 3s_0 \quad (2.13)$$

Abbildung 2.4: Kinematik des Zerfalls  $\eta \rightarrow 3\pi$ 

Die Zerfallsamplitude wird durch:

$$\langle \pi^0 \pi^+ \pi^- | \eta \rangle = i(2\pi)^4 \delta^4(p_\eta - p_{\pi^0} - p_{\pi^+} - p_{\pi^-}) A(s, t, u) \quad (2.14)$$

beschrieben, wobei die Amplitude auf Grund der Ladungskonjugation symmetrisch unter Vertauschung der geladenen Pionen  $\pi^+$  und  $\pi^-$  sein muss. Deshalb gilt  $A(s, t, u) = A(s, u, t)$ . Die Amplitude des Zerfalls in drei neutrale Pionen ist durch die Impulse  $p_1, p_2$  und  $p_3$  sowie  $s_i = (p_\eta - p_i)^2$  gegeben als

$$\langle \pi^0 \pi^0 \pi^0 | \eta \rangle = i(2\pi)^4 \delta^4(p_\eta - p_1 - p_2 - p_3) \bar{A}(s_1, s_2, s_3) \quad (2.15)$$

Auf Grund der Isospin-Invarianz muss für  $\bar{A}$  gelten [Wal98]:

$$\bar{A}(s_1, s_2, s_3) = A(s_1, s_2, s_3) + A(s_2, s_3, s_1) + A(s_3, s_1, s_2) \quad (2.16)$$

### Niedrigste Ordnung: $p^2$

In der führenden chiralen Ordnung der  $\chi$ PT ergibt sich die effektive Lagrangedichte zu [Bor07]:

$$\mathcal{L}_2 = \frac{F^2}{4} \cdot \langle \partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U \rangle + \frac{F^2}{2} B_0 \cdot \langle \mathcal{M}(U + U^\dagger) \rangle \quad (2.17)$$

$\langle A \rangle$  bedeutet hier die Spur der Matrix  $A$ . Damit sind die starken Wechselwirkungen bei kleinen Energien durch die beiden Skalare  $F$  und  $B_0$  charakterisiert.  $F$  wird mit der Pionzerfallskonstante  $F_\pi \simeq 93 \text{ MeV}$  interpretiert. Nach [Bor07] resultiert daraus:  $B_0 \simeq 1800 \text{ MeV}$ . Als Amplituden für den geladenen und den neutralen Kanal erhält man:

$$A(s, t, u) = \frac{B_0(m_u - m_d)}{3\sqrt{3}F_\pi^2} \left[ 1 + \frac{3(s - s_0)}{m_\eta^2 - m_\pi^2} \right] = \frac{B_0(m_u - m_d)}{3\sqrt{3}F_\pi^2} M(s, t, u) \quad (2.18)$$

$$\bar{A}(s_1, s_2, s_3) = \frac{B_0(m_u - m_d)}{\sqrt{3}F_\pi^2} \sim (m_u - m_d) \quad (2.19)$$

Die Amplitude für den Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  ist somit konstant, weshalb in niedrigster Ordnung der  $\chi$ PT kein Dalitz-Plot-Parameter auftritt. Mit dem in Gleichung 1.4 definierten

Verhältnis  $Q^2$  der drei leichtesten Quarkmassen läßt sich die Amplitude 2.18 umschreiben in:

$$A(s, t, u) = \frac{1}{Q^2} \frac{m_K^2}{m_\pi^2} (m_\pi^2 - m_K^2) \frac{M(s, t, u)}{3\sqrt{3}F_\pi^2} \quad (2.20)$$

Nach [Gas85b] erhält man damit:

$$\Gamma(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) \propto |A(s, t, u)|^2 \approx 66 \text{ eV} \quad (2.21)$$

Dies liegt um einen Faktor von ca. 4,5 niedriger als die experimentell ermittelte Zerfallsbreite ( $\Gamma(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) = 294(16) \text{ eV}$  [PDG06]). Um eine genauere Berechnung zu erhalten, wurde von [Gas85b] die nächste Ordnung in der  $\chi$ PT bei der Berechnung der Amplitude einbezogen.

### Ordnung: $p^4$

In der nächsten Ordnung der  $\chi$ PT müssen nach Gleichung 2.10 für die korrekte Amplitude Einschleifendiagramme mit Vertices aus  $\mathcal{L}_2$  und Baumgraphen mit Vertices aus  $\mathcal{L}_4$  betrachtet werden. Dies wird in [Gas85b] gezeigt. Die Lagrangedichte in der Ordnung  $O(p^4)$  wird hier nicht angegeben. Sie kann z.B. in [Gas85a] nachgeschlagen werden. Nach der Kalkulation in [Gas85b] geht nur  $L_3$  als einziger freier Parameter aus der Lagrangedichte in die Berechnung der Amplitude des Zerfalls  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  ein. Dieser wird entweder durch  $\pi\pi$ -Streuungen oder Kaon-Zerfälle bestimmt [Gas85a]. Nach [Gas85b] lautet die Amplitude für den geladenen Kanal:

$$A(s, t, u) = \frac{B_0(m_u - m_d)}{3\sqrt{3}F_\pi^2} \left[ \underbrace{1 + \frac{3(s - s_0)}{m_\eta^2 - m_\pi^2}}_{M(s, t, u)} + U(s, t, u) + V(s) + W(s, t, u) \right] \quad (2.22)$$

$U(s, t, u)$  bezeichnet den Teil der Amplitude, der durch Einschleifendiagramme in der Entwicklung bei kleinen Energien auftritt. Die Funktionen  $V(s)$  und  $W(s, t, u)$  sind Polynome in den Variablen  $s, t, u$  und werden durch Berechnung von *Tadpole*-Diagrammen und Baumgraphen gebildet. Aus Gleichung 2.22 läßt sich eine Zerfallsbreite berechnen, die mit  $\Gamma(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) = 160(50) \text{ eV}$  einen um einen Faktor 2,4 höheren Wert als die Rechnung in niedrigster chiraler Ordnung ergibt. Allerdings stimmt er nicht mit den Experimenten ( $\Gamma(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) = 294(16) \text{ eV}$  [PDG06]) überein. Ein großer Teil der hier erzielten Korrektur zum  $O(p^2)$ -Ergebnis wird der  $\pi\pi$ -Endzustandswechselwirkung in der  $I = 0$  s-Welle zugeschrieben [Gas85b]. Nach [Bij02] kann die Amplitude aus Gleichung 2.22 dazu benutzt werden, um den Dalitz-Plot-Parameter zu berechnen:  $\alpha_{\text{Bij02}} = 0,015$ . Es ergibt sich also ein positiver Wert, der mit keinem bisherigen Experiment vereinbar ist. Dennoch sind die bisher gezeigten Berechnungen geeignet, um weiterführende Betrachtungen zum Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi$  anzustellen.

### Höhere Ordnungen

Prozesse höherer chiraler Ordnung werden partiell durch Dispersionsrelationen berechnet oder durch Iterationen in der Bethe-Salpeter-Gleichung ermittelt. Beide Methoden

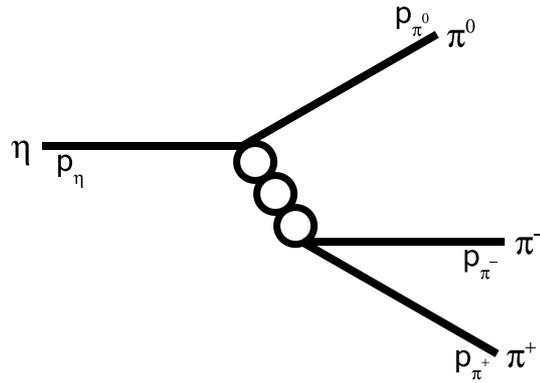


Abbildung 2.5: Rückstreuungseffekte in der theoretischen Berechnung nach [Bor05]. Gezeigt ist ein möglicher Beitrag der Endzustandswechselwirkungen für den Kanal  $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ .

ergeben unterschiedliche Resultate für den Dalitz-Plot-Parameter. Eine Kalkulation der Amplitude in  $\chi$ PT der Ordnung  $O(p^6)$  ist in [Bij07] gezeigt. Im Folgenden wird zunächst die Bestimmung der Amplituden mit Hilfe von Dispersionrelationen beschrieben, die  $\pi\pi$ -Rückstreuungen bis zu unendlichen Ordnungen beinhalten. In [Bij02] sind dazu zwei Wege aufgezeigt, die aber äquivalente Ergebnisse erzeugen ([Kam96], [Ani96]). Die Benutzung der Bethe-Salpeter-Gleichung (BSG) wird in [Bei03] dargestellt. [Bor05] erläutert eine Erweiterung dieser Methode, indem p-Wellen-Streuungen mit einbezogen werden. Diese tragen aber zum Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  auf Grund der Bose-Symmetrie nicht bei. Beide Berechnungen ergeben dennoch verschiedene Ergebnisse, was aus unterschiedlichen Anpassungen der freien Konstanten resultiert. In [Bei03] werden die Niederenergiekoeffizienten möglichst nah an den aus [Gas85b] bekannten Werten der  $\chi$ PT gehalten, während sie in [Bor05] an die experimentellen Daten von  $\eta$ ,  $\eta' \rightarrow 3\pi$  angepasst werden. Hier wird nur letztere Berechnung beschreiben, da beide fast identisch sind, aber nur aus der in [Bor05] erläuterten Kalkulation ein mit den Experimenten verträglicher Dalitz-Plot-Parameter herauskommt. Am Ende dieses Abschnitts folgt die Darstellung der  $\chi$ PT-Rechnung nach [Bij07], die einen positiven Wert für  $\alpha$  ergibt.

In [Kam96] wird die Amplitude aus der dispersiven Repräsentation berechnet, die in [Khu60] hergeleitet wurde. Allerdings beschränkt sich die Berechnung der Amplitude auf die Rückstreuung zweier Pionen. Andere Beiträge aus  $\bar{K}K$ - und  $4\pi$ -Zuständen oder  $3\pi$ -Streuungen werden vernachlässigt. Für die Lösung der Dispersionsintegrale wird eine Partialwellenzerlegung benötigt, von der nur Terme der s- und p-Wellen integriert werden.

Der Ausgangspunkt für die Berechnung nach [Ani96] ist eine allgemeine Darstellung der Amplitude, die bis zur Ordnung  $O(p^6)$  Gültigkeit hat [Bij02]:

$$M(s, t, u) = M_0(s) + (s - u)M_1(t) + (s - t)M_1(u) + M_2(t) + M_2(u) - \frac{2}{3}M_2(s) \quad (2.23)$$

Die Terme  $M_I$  werden nach [Gas85b] durch reine  $\chi$ PT-Betrachtungen ermittelt. [Ani96] benutzt nun zur Berechnung der Funktionen  $M_I$  Dispersionsintegrale der Form:

$$M_I(s) = \frac{1}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} ds' \frac{\text{Im}M_I(s')}{s' - s - i\epsilon} \quad (2.24)$$

	$\Gamma(\eta \rightarrow 3\pi^0) / \text{eV}$	$\Gamma(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) / \text{eV}$
theo.	422(13)	290(8)
exp.	421(22)	294(16)

Tabelle 2.1: Zerfallsbreiten der Reaktion  $\eta \rightarrow 3\pi$  berechnet nach [Bor05] im Vergleich mit den experimentellen Werten [PDG06]. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung.

Die Funktionen  $M_I(s)$  beschreiben dabei Rückstreuungen von zwei Teilchen in einem Zustand mit Isospin  $I$ . Wiederum werden nur Phasenverschiebungen der  $\pi\pi$ -Streuungen integriert. Damit wurde die Zerfallsbreite  $\Gamma(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) = 209(56) \text{ eV}$  ermittelt. Gegenüber Berechnungen niedrigerer Ordnungen stellt dieser Wert eine weitere Steigerung dar, liegt dennoch unterhalb des experimentellen Ergebnisses von  $294(16) \text{ eV}$  [PDG06].

Die Berechnung nach [Bor05] wird allgemeiner gehalten, um neben dem Zerfall des  $\eta$ -Mesons ( $\eta \rightarrow 3\pi$ ) auch einige Zerfälle des  $\eta'$  betrachten zu können. Alle einbezogenen Reaktionen stellen Zerfälle in drei Mesonen dar. Von diesen streuen zwei beliebig oft aneinander<sup>4</sup>, wie in Abbildung 2.5 gezeigt. Alle auftretenden Vertices werden aus der effektiven Lagrangedichte berechnet und unterliegen somit der chiralen Symmetrie. Wechselwirkungen des dritten Mesons mit dem streuenden Mesonenpaar werden vernachlässigt. Die Kette von Streuprozessen, die bis zur Unendlichkeit reicht, wird durch Anwenden der Bethe-Salpeter-Gleichung (in Kurzschreibweise):

$$T = A - TGA = A - AGA + AGAGA - \dots \quad (2.25)$$

erzeugt.  $G$  ist dabei der Zwei-Teilchen-Propagator des Mesonenpaares und  $A$  stellt den Wechselwirkungskern dar. Zunächst wird aus der effektiven Lagrangedichte bis zur vierten chiralen Ordnung die Streuamplitude  $A(\theta)$  von Mesonenpaaren im Schwerpunktsystem berechnet. Diese wird durch

$$A(\theta) = \sum_{l=0}^2 (2l+1) A_l P_l(\cos \theta) \quad (2.26)$$

in Partialwellen zerlegt. Die  $P_l$  sind wie üblich die Legendre-Polynome. Partialwellen für  $l > 2$  tauchen hier nicht auf, da nur die Lagrangedichte bis zur vierten chiralen Ordnung betrachtet wird [Bor05]. Nun läßt sich eine BSG für jede Partialwelle aufstellen:

$$T_l = A_l - T_l G_l A_l \quad (2.27)$$

In [Bor05] werden allerdings nur die beiden Terme  $T_0$  und  $T_1$  berechnet und der d-Wellenanteil vernachlässigt; in [Bei03] wird sogar nur  $T_0$  betrachtet. Alle berücksichtigten Kanäle haben ein Teilchen-Antiteilchen-Paar in Endzustand. Deshalb muss die Zerfallsamplitude  $\mathcal{A}(s, t, u)$  auf Grund der C-Invarianz symmetrisch unter der Vertauschung von

<sup>4</sup>Diese Methode beschränkt sich nicht nur auf  $\pi\pi$ -Wechselwirkungen. Auch Streuungen von Pionen an  $\eta$  oder  $\eta'$ ,  $\eta/\eta'$  untereinander und Kaonen aneinander werden integriert.

$t$  und  $u$  sein. Die volle Amplitude  $\mathcal{A}(s, t, u)$ , die Endzustandswechselwirkungen in  $s$ - und  $p$ -Wellen beinhaltet, wird so konstruiert, dass das Baumgraphen-Ergebnis und die Einschleifenberechnung reproduziert werden [Bor05]. Dazu werden die gefundenen Amplituden  $T_I$  zu  $\mathcal{A}(s, t, u)$  aus der  $\chi$ PT bis zur vierten chiralen Ordnung addiert. Dabei müssen Doppelzählungen von Baumgraphen-Anteilen, die schon in  $\mathcal{A}(s, t, u)$  enthalten sind, wieder abgezogen werden. Die genaue Formel kann in [Bor05] nachgeschlagen werden. Diese Methode reproduziert die Zerfallsbreiten sowohl des geladenen als auch des neutralen Kanals bei entsprechender Anpassung der Konstanten sehr gut (Tabelle 2.1).

Als Ausgangspunkt für die Berechnung der Amplitude in der Ordnung  $O(p^6)$  der chiralen Störungstheorie wird wieder Gleichung 2.23 benutzt. Sie ist eine mögliche Darstellung des Amplitudenanteils dieser Ordnung. Die Terme  $M_I$  werden zur Berechnung in mehrere Teile aufgespalten:

$$M_I = M_I^C + M_I^{LL} + M_I^T \quad (2.28)$$

$M_I^C$  beinhaltet dabei die Beiträge der Ordnung  $O(p^6)$ ,  $M_I^{LL}$  Beiträge der Ordnung  $O(p^4)$  und  $M_I^T$  ist der reine Zweischleifenbeitrag, der nur von den Massen der pseudoskalaren Teilchen abhängt. Die einzelnen Beiträge werden aus den in [Bij07] gezeigten Feynman-Graphen berechnet. Aus dieser Kalkulation resultiert ein positiver Dalitz-Plot-Parameter von  $\alpha = 0,013 \pm 0,032$ , der mit den Experimenten nicht vereinbar ist.

## 2.4 Dalitz-Diagramm und $\alpha$

Neben den im voranstehenden Abschnitt erwähnten Zerfallsbreiten müssen auch die berechneten Energieverteilungen der theoretischen Modelle mit den Experimenten übereinstimmen. Eine Möglichkeit diese darzustellen ist das Dalitz-Diagramm, das grafisch die Energieverteilung des Endzustands eines Drei-Teilchenzerfalls angibt. Da Gleichung 2.13 gilt, verbleiben zwei kinematische Variablen um den Endzustand zu charakterisieren. Hierfür werden im Allgemeinen die Energie eines Endzustandsteilchens und die Differenz der Energien der beiden anderen gewählt. Mit Normierungsfaktoren versehen können sie durch

$$x_{ij} = \sqrt{3} \frac{T_i - T_j}{Q_\eta} = \frac{\sqrt{3}}{2m_\eta Q_\eta} (u - t) \quad (2.29)$$

$$y_k = \frac{3T_k}{Q_\eta} - 1 = \frac{3}{2m_\eta Q_\eta} [(m_\eta - m_\pi)^2 - s] - 1 \quad (2.30)$$

angegeben werden, wobei  $Q_\eta = T_i + T_j + T_k = m_\eta - 3m_\pi$  definiert wird. Die  $T$  sind hier die kinetischen Energien der Zerfallsprodukte mit  $(i, j, k) = (+, -, 0)$  für den geladenen Kanal und  $(i, j, k) = (3, 2, 1)$  für den Zerfall in drei neutrale Pionen.

Das Dalitz-Diagramm für den Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi$  in Abbildung 2.6 zeigt ein gleichseitiges Dreieck, wobei alle Punkte im Inneren die Energieerhaltung erfüllen [Int6]. Dies wird durch die drei Achsen für die kinetischen Energien, die durch den Schwerpunkt des Dreiecks ( $T_i = T_j = T_k = Q/3$ ) gehen, verdeutlicht. Alle Punkte innerhalb der inneren, runden Grenzen erfüllen zusätzlich die Impulserhaltung und repräsentieren damit echte Zerfallsereignisse. Nichtrelativistische Zerfälle würden innerhalb eines Kreises liegen. Beim Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  sind aber große relativistische Korrekturen notwendig, die die gezeigte von einem Kreis abweichende Form erzeugen. In dieser Arbeit werden symmetrierte Dalitz-Diagramme abgebildet. Diese unterscheiden sich nur in der Wahl der Achsen

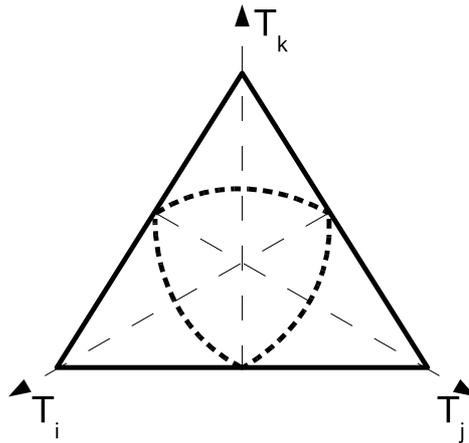


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung des Dalitz-Diagramms. Die drei Achsen stehen für die kinetischen Energien der Pionen aus dem Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi$ . Durch die Energieerhaltung werden die Energien auf Kombinationen innerhalb des Dreiecks beschränkt. Die zusätzlich geltende Impulserhaltung läßt nur noch Punkte innerhalb der runden inneren Grenzen (gestrichelt) zu.

von der oben beschriebenen Darstellung (x-Achse:  $(E_2 - E_1)/\sqrt{3}$ , y-Achse:  $\langle E \rangle - E_3$ ). Die Form ändert sich dabei nicht; nur das Diagramm wird um  $180^\circ$  gedreht.

Gäbe es keine Wechselwirkung zwischen den beteiligten Teilchen, so wäre das Dalitz-Diagramm vollkommen flach, d.h. jede mögliche Energieverteilung käme mit der gleichen Wahrscheinlichkeit vor („Phasenraum“). Abweichungen von einem flachen Dalitz-Diagramm lassen somit Rückschlüsse auf die Wechselwirkungen zwischen den Teilchen zu. Da die drei neutralen Pionen im Endzustand des in dieser Arbeit untersuchten Kanals untereinander stark wechselwirken, sollte ein Effekt im Dalitz-Diagramm bemerkbar sein. Um diesen Einfluss sichtbar zu machen, muss man eine genaue Analyse des Phasenraums anfertigen. Dies wurde durch die Simulation des Zerfalls  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  erreicht, bei der keine Wechselwirkung der Pionen untereinander eingerechnet wurde (siehe Kapitel 5).

In der Theorie wird das Dalitz-Diagramm aus dem Betragsquadrat der ermittelten Zerfallsamplitude berechnet. Durch den Vergleich mit der aus den experimentellen Daten gewonnenen Verteilung lassen sich verschiedene theoretische Modelle überprüfen. Da der in dieser Arbeit untersuchte Zerfall des  $\eta$ -Mesons in drei identischen Teilchen resultiert, ist das Dalitz-Diagramm näherungsweise azimutalsymmetrisch. Deshalb läßt sich durch Mittelung über den Azimutwinkel im Dalitz-Diagramm eine eindimensionale Radialverteilung  $z$  und aus dieser den Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  bestimmen. Dazu wird die Amplitude  $A(\eta \rightarrow 3\pi^0)$  in den Variablen  $x_{ij}$  und  $y_k$  entwickelt. Auf Grund der Bose-Symmetrie der drei identischen Teilchen im Endzustand ergibt sich:

$$|A(\eta \rightarrow 3\pi^0)|^2 = |N|^2 [1 + g(\bar{x}^2 + \bar{y}^2) + \dots] \quad (2.31)$$

$N$  ist hier eine Normierungskonstante. Um eine korrekte Entwicklung von  $|A|^2$  zu erhalten muss über alle Permutationen von  $(i, j, k) = (3, 2, 1)$  gemittelt werden, also:

$$\bar{x}^2 = \frac{1}{3}(x_{32}^2 + x_{21}^2 + x_{13}^2) \quad \text{und} \quad \bar{y}^2 = \frac{1}{3}(y_1^2 + y_3^2 + y_2^2) \quad (2.32)$$

Referenz	$\alpha$
[Osb70]	0
[Bij02]	0,015
[Kam96]	$-0,007 \dots - 0,014$
[Bei03]	$-0,007$
[Bor05]	$-0,031 \pm 0,003$
[Bij07]	$0,013 \pm 0,032$

Tabelle 2.2: Theoretische Vorhersagen für den Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$ . Die beiden erstgenannten Berechnungen und die Kalkulation in [Bij07] können nicht als zutreffend angesehen werden, da die experimentell ermittelten Resultate klar auf einen negativen, von Null verschiedenen Wert hindeuten.

Daraus berechnet sich die eindimensionale Parametrisierung  $z$  zu

$$z = \bar{x}^2 + \bar{y}^2 = 6 \sum_{i=1}^3 \left( \frac{E_i - m_\eta/3}{m_\eta - 3m_{\pi^0}} \right)^2 = \frac{\rho^2}{\rho_{max}^2} \quad (2.33)$$

wobei  $E_i$  die Energien der drei neutralen Pionen im Ruhesystem des  $\eta$ -Mesons sind.  $\rho$  gibt den Abstand des untersuchten Punktes zum Mittelpunkt des Dalitz-Diagramms, der hier dem Schwerpunkt entspricht, an. Die Variable  $z$  variiert zwischen  $z = 0$ , wenn alle drei Pionen die gleiche Energie von  $E_i = m_\eta/3$  haben und  $z = 1$ , wenn eines in Ruhe ist. Der Vergleich der gemessenen  $z$ -Verteilung mit der Simulation sollte in erster Ordnung einem linearen Verlauf folgen:

$$\frac{|A_{mess}|^2}{|A_{sim}|^2} \sim 1 + 2\alpha z \quad (2.34)$$

Durch Anpassen einer Geraden an das Verhältnis der Zerfallsamplituden 2.34 läßt sich der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  aus der Steigung ermitteln. Aus der theoretischen Amplitude wird das entsprechende Verhältnis  $R(z)$  durch Mittelung über alle  $\varphi$ -Winkel wie folgt berechnet [Nis07]:

$$R(z) = \frac{\int d\varphi |A(x,y)|^2}{|N|^2 \int d\varphi} \quad \text{mit } x = \sqrt{z} \sin \varphi, \quad y = \sqrt{z} \cos \varphi \quad (2.35)$$

Die Ergebnisse der theoretischen Berechnungen von  $\alpha$  sind in Tabelle 2.2 zusammengestellt. Sie zeigen große Schwankungen, die auf Grund der immer mehr erweiterten Ansätze entstehen. Die aus den Amplituden der ersten Ordnungen der Entwicklung der  $\chi$ PT ( $O(p^2)$ ,  $O(p^4)$  und  $O(p^6)$ ) bestimmten Dalitz-Plot-Parameter können als nicht zutreffend angesehen werden, da die bisherigen Ergebnisse klar auf einen negativen, von Null verschiedenen Wert hindeuten. Nur das Resultat aus [Bor05] entspricht dem experimentell ermittelten Dalitz-Plot-Parameter.

## Kapitel 3

# Experimenteller Aufbau am MAMI

Am Institut für Kernphysik an der Universität Mainz stand der Dauerstrich-Elektronenbeschleuniger MAMI für die Experimente verschiedener Arbeitsgruppen zur Verfügung. Abbildung 3.1 zeigt den Aufbau der Beschleunigeranlage sowie der Experimentierhallen. Der Strahl des MAMI zeichnete sich durch seine hohe Stabilität und genaue Energiebestimmung aus und erzeugte eine maximale Elektronenenergie von ca. 883 MeV.

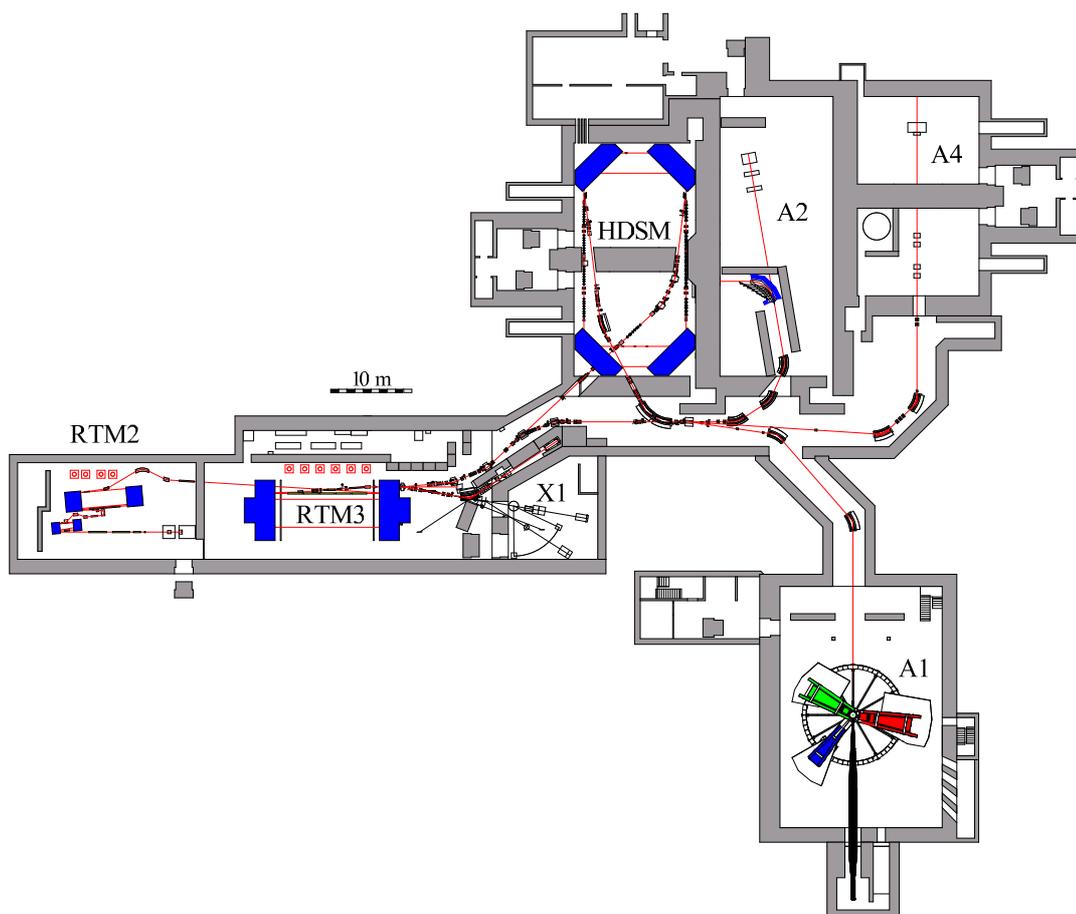


Abbildung 3.1: Grundriss der Beschleunigeranlage und der Experimentierhallen

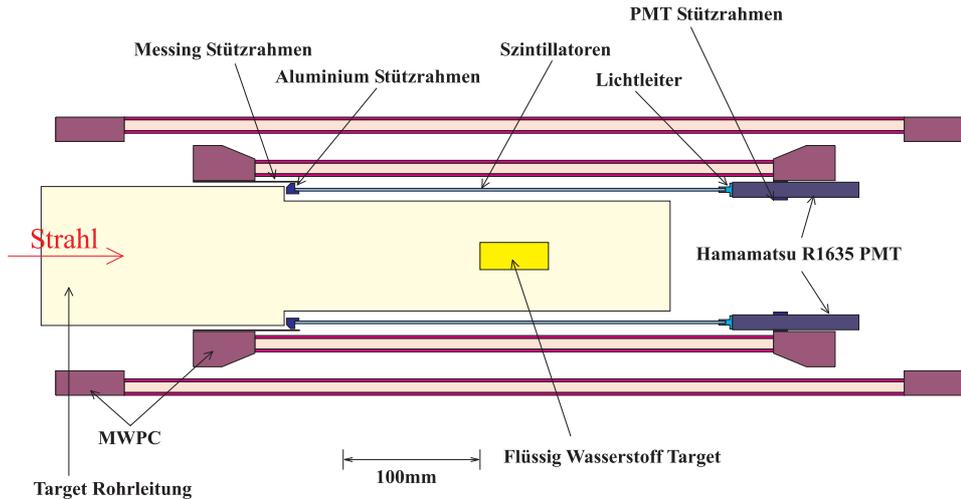


Abbildung 3.2: PID innerhalb der MWPC (Multi Wire Proportional Chamber = Vieldraht-Proportionalkammer); im Zentrum ist das Flüssigwasserstoff-Target zu sehen.

Die A2-Kollaboration betrieb hauptsächlich Strukturuntersuchungen der Nukleonen mit reellen Photonen. Dazu wurde aus dem Elektronenstrahl mit Hilfe der Photonenmarkierungsanlage (Tagger) durch den Bremsstrahlungsprozess ein Photonenstrahl erzeugt. Durch ein Spektrometer in der Fokalebene eines Dipols ließen sich die Energien der Photonen indirekt bestimmen.

Im Strahlengang des so erzeugten Photonenstrahls wurde das zylinderförmige  $\text{H}_2$ -Target platziert. Es befand sich in Zentrum des Crystal Ball-Detektors (CB), der die Hauptkomponente des verwendeten Detektorsystems bildete. Um das Target wurden innerhalb des CB drei ebenfalls zylinderförmige Detektoren angeordnet. Der innerste dieser Detektoren war ein Szintillations-Detektor zur Teilchenidentifizierung (PID<sup>1</sup>). Darauf folgten zwei Lagen von Drahtkammern (siehe Abbildung 3.2), die allerdings in der vorliegenden Arbeit nicht verwendet wurden und deshalb auch nicht genauer beschrieben werden. Sie waren von der Datenerfassung ausgenommen, da sie die hohen Strahlströme, die für die Experimente zum  $\eta$ -Meson genutzt wurden, nicht verarbeiten konnten. Die Vorwärtsrichtung wurde durch das Photonenspektrometer TAPS<sup>2</sup> abgedeckt. Im Folgenden werden diese Komponenten kurz beschrieben.

### 3.1 Beschleuniger MAMI

Die Beschleunigeranlage MAMI bestand aus mehreren Stufen. Die Elektronen wurden zunächst vorbeschleunigt und anschließend in drei hintereinander geschalteten Rennbahn-Mikrotronen<sup>3</sup> (RTM) auf eine Maximalenergie von 883 MeV beschleunigt. Die Energie ließ sich in Schritten von ungefähr 15 MeV frei wählen.

<sup>1</sup>Particle Identification Detector

<sup>2</sup>Two/Three Arm Photon Spectrometer

<sup>3</sup>engl. Racetrack Microtrons

Zunächst wurden freie Elektronen erzeugt. Dazu gab es zwei Möglichkeiten. Für einen unpolarisierten Strahl wurde eine Glühkathode auf über  $1000^\circ$  Celsius erhitzt. Dabei traten die Elektronen aufgrund ihrer thermischen Bewegung aus dem Heizdraht aus [Int1]. Für einen spinpolarisierten Strahl wurde ein GaAs(P)-Kristall mit einem Laser beschossen. Durch den Photoeffekt traten die longitudinal polarisierten Elektronen aus dem Kristall aus. Für die Experimente mit  $\eta$ -Mesonen wurde ein unpolarisierter Strahl mit der Glühkathode erzeugt. Zwischen der heißen Kathode und einer Anode wurde ein elektrisches Feld angelegt. Die negativ geladenen Elektronen wurden durch die Spannung zur Anode hin beschleunigt und traten durch ein Loch in der Anode aus. Der so gebildete Strahl hatte eine Energie von einigen 10 keV [Int1].

Da mit Gleichspannungen nicht mehr als 20 bis 30 MeV erreicht werden können, wurde die weitere Beschleunigung mit elektrischen Wechselfeldern vorgenommen. Dafür wurde der Strahl mit Hilfe eines Strahlunterbrechers<sup>4</sup> in Elektronenpakete<sup>5</sup> zerlegt. Diese wurden gleichzeitig mit einer hochfrequenten elektromagnetischen Welle in einen geeignet geformten Hohlleiter eingespeist. Der Zeitpunkt des Eintritts in den Hohlleiter wurde so abgepasst, dass die Pakete ständig einem beschleunigenden elektrischen Feld ausgesetzt waren und damit kontinuierlich an Energie gewannen.

Zur Vorbeschleunigung wurden am MAMI Linearbeschleunigungssektionen benutzt, die auf dem oben beschriebenen Prinzip basierten. Sie wurden mit einer für MAMI typischen Frequenz von 2,45 GHz betrieben. Nach Verlassen dieser Sektion hatten die Elektronen eine Energie von ca. 3,5 MeV.

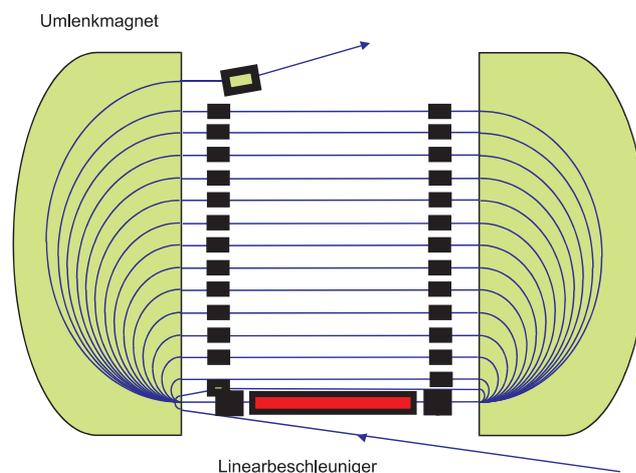


Abbildung 3.3: Prinzip des Rennbahn-Mikrotrons (RTM)

Die weitere Beschleunigung wurde mit den oben erwähnten drei kaskadierten RTM vorgenommen. Ein RTM (Abbildung 3.3) ist ein quasi-periodischer Beschleuniger, bei dem eine Hochfrequenz-Linearbeschleunigungssektion (Linac) durch Rückführung des Elektronenstrahls mittels zweier  $180^\circ$ -Dipole mehrfach genutzt wird. Eine phasenrichtige Rückführung des Strahls ist nur möglich, wenn die beiden folgenden Kohärenzbedingungen erfüllt sind. Die statische Bedingung besagt, dass die Länge der ersten vollständigen

<sup>4</sup>engl. chopper

<sup>5</sup>engl. electron bunches

Bahn ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge der beschleunigenden Hochfrequenz sein muss. Die dynamische Bedingung gibt an, dass die Längendifferenz zweier aufeinander folgender Umläufe ebenfalls ein Vielfaches dieser Wellenlänge betragen muss. Am Ende des dritten RTM hatten die Elektronen eine maximale Energie von 855 MeV. Sie wurden anschließend über magnetische Transportsysteme zu den Experimenten geleitet. Durch ein besonderes Verfahren ließ sich die Elektronenenergie auf ca. 883 MeV erhöhen. Tabelle 3.1 gibt einige weitere Informationen zu den drei RTM an. In den in dieser Arbeit ausgewerteten Messungen wurden Strahlströme von 8,5 bis zu 35 nA mit einer Energie von 883 MeV verwendet.

Der Elektronenstrahl zeichnete sich durch einige hervorragende Qualitäten aus:

- Durch die Arbeitsfrequenz von 2,45 GHz ergab sich ein zeitlicher Abstand zwischen zwei Elektronenpaketen von ca. 400 ps. Für ein Experiment mit einer typischen Zeitauflösung von 1 ns erschien der Strahl als Gleichstrom. Zusätzlich stand der Strahl dauerhaft zur Verfügung (kein Speicherring). Deshalb konnte das Tastverhältnis für den Beschleuniger MAMI mit 100 % angegeben werden. Dies war eine ideale Voraussetzung für Koinzidenzexperimente, wie sie in der A2-Kollaboration durchgeführt wurden.
- Die Strahlintensität war variabel einstellbar von wenigen pA bis zu 110  $\mu$ A. Die Intensität der polarisierten Strahlen betrug maximal 30  $\mu$ A, wobei ein maximaler Polarisationsgrad von 87 % erreicht werden konnte.
- Die Strahlenergie ließ sich zwischen 180 und 855 MeV in Schritten von ungefähr 15 MeV variieren.
- Die Energiebreite des Strahls betrug:  $\Delta E/E < 2 \cdot 10^{-4}$

Eine weitere Erhöhung der Strahlenergie war mit dem Prinzip der RTM nicht praktikabel, da das Gewicht der 180°-Umlenkmagnete mit der dritten Potenz der Elektronenenergie skaliert und die Magnete der dritten Stufe bereits 450 t wogen. Deshalb musste ein neues Prinzip entwickelt werden, das sogenannte Harmonische Doppelseitige Mikrotron (HDSM). Dieses bestand aus vier normalleitenden 90°-Umlenkmagneten und zwei antiparallelen Linearbeschleunigungssektionen, die mit den Frequenzen von 2,45 GHz bzw. 4,9 GHz arbeiteten. Das Gewicht der einzelnen Magnete betrug bei diesem Prinzip 250 t.

	RTM1	RTM2	RTM3	HDSM
Einschussenergie	3,455 MeV	14,35 MeV	179,5 MeV	854,6 MeV
Endenergie	14,35 MeV	179,5 MeV	854,6 MeV	1,5 GeV
Maximale Umlaufzahl	18	51	90	43
Magnetische Flussdichte	0,1026 T	0,555 T	1,2842 T	1,54 T
Energiegewinn pro Umlauf	0,599 MeV	3,24 MeV	7,5 MeV	13,93-16,63 MeV

Tabelle 3.1: Eigenschaften von MAMI [Int2]

Die Endenergie der auch MAMI C genannten Beschleunigerstufe lag bei 1,5 GeV, ließ sich aber wie bei den vorherigen Stufen in Schritten von ca. 15 MeV bis zur Maximalenergie steigern. Ende 2006 und Anfang 2007 wurden die ersten Test mit der neuen Stufe erfolgreich durchgeführt und die ersten Strahlen mit 1,5 GeV produziert.

## 3.2 Photonenmarkierungsanlage

Der Elektronenstrahl mit der Energie  $E_0$  wurde über ein Magnettransportsystem in die Experimentierhalle der A2-Kollaboration geführt (siehe Abbildung 3.4). An einem Radiator im Strahlengang wurde durch den Bremsstrahlungsprozess ein reeller Photonenstrahl erzeugt:



Als Radiator wurden z.B. Nickel- oder Eisenfolien (typisch wenige  $\mu\text{m}$  Dicke) verwendet. Zur Erzeugung des Photonenstrahls wurde in den  $\eta$ -Experimenten ein Diamantradiator (Dicke  $100 \mu\text{m}$ ) verwendet. Dieser wies die größte Dicke aller verfügbaren Radiatoren auf. Er wurde benutzt, um den größtmöglichen Photonenfluss auf dem Target zu erhalten. Es konnten Photonenflüsse von bis zu  $5 \cdot 10^5 \text{s}^{-1} \text{MeV}^{-1}$  erreicht werden.

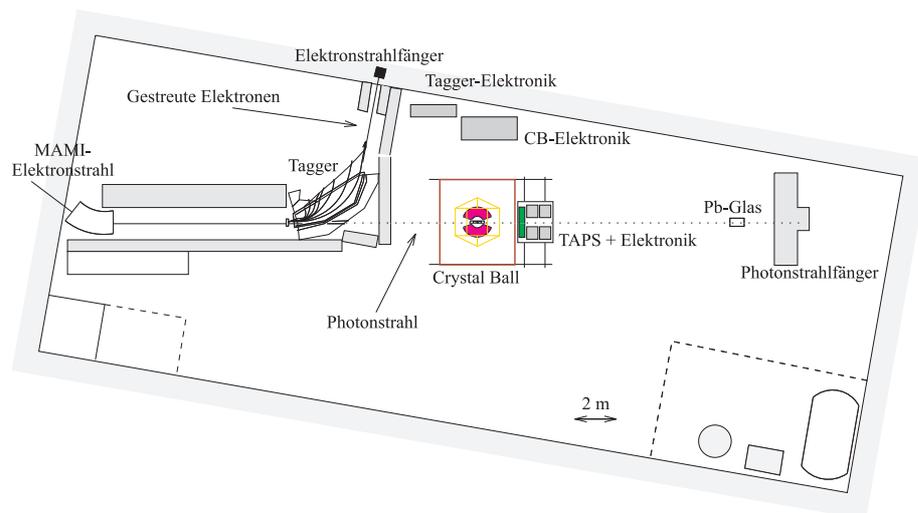


Abbildung 3.4: Grundriss der A2-Experimentierhalle

Beim Bremsstrahlungsprozess werden die Elektronen im Coulomb-Feld eines Kerns des Radiators beschleunigt. Das Elektron kann ein Photon in Vorwärtsrichtung abstrahlen, wobei die Energie des Photons dem Energieverlust des Elektrons entspricht. Die Rückstoßenergie des Kerns  $E_{Kern}$  kann dabei auf Grund seiner großen Masse vernachlässigt werden. Durch den zeitkorrelierten Nachweis von Elektronen und den Reaktionsprodukten läßt sich die Energie des Photons nach dem Bremsstrahlungsprozess ermitteln (Energiesatz). Eine solche Bestimmung „markierte“ die Photonen in ihrer Energie:

$$E_\gamma = E_0 - E_{e^-} - E_{Kern} \quad (3.2)$$

wobei galt  $E_{Kern} \approx 0 \text{ MeV}$ .

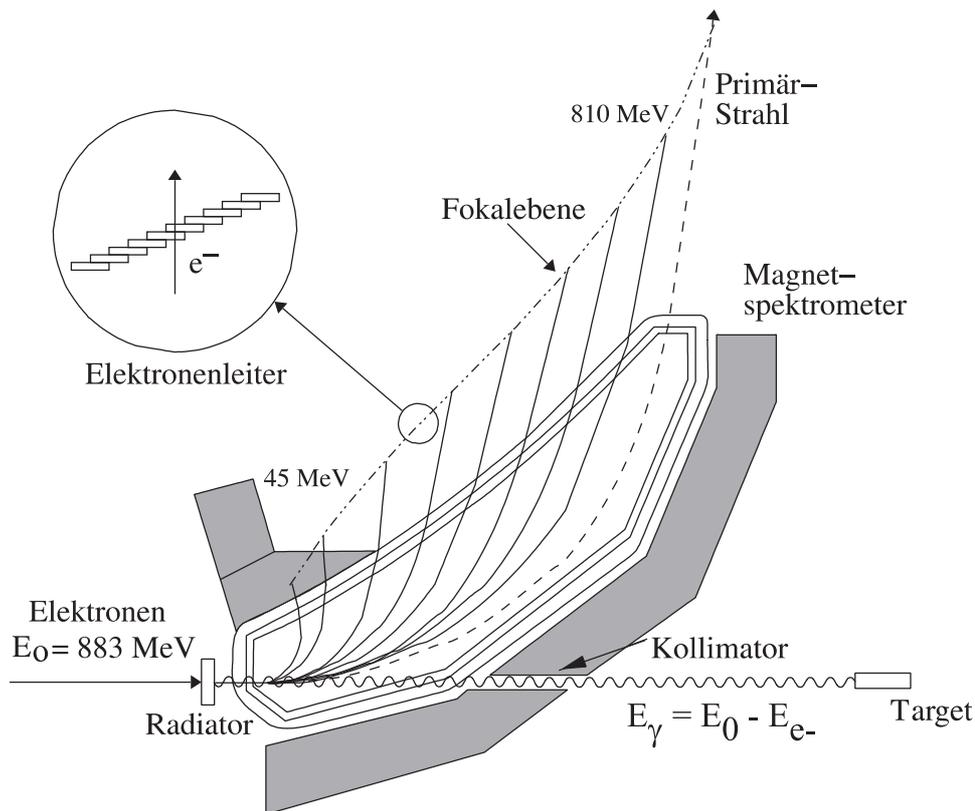


Abbildung 3.5: Der Glasgow-Mainz-Tagger

Die Elektronenenergie wurde durch ein breitbandiges magnetisches Spektrometer bestimmt, den Glasgow-Mainz-Tagger [Ant91]. Abbildung 3.5 zeigt eine Skizze dieser Photonmarkierungsanlage. Sie erfüllte daneben noch die Aufgabe den Elektronenstrahl vom Photonenstrahl zu trennen, damit er nicht in den Experimentierbereich eintrat. Dies wurde durch einen Dipolmagneten erreicht, der den Primärstrahl aus Elektronen (kein Energieverlust durch Bremsstrahlung) auf einen Strahlfänger (*beam dump*) führte. Hinter der Fokalebene des Dipols befand sich die sogenannte Tagger-Elektronenleiter. Sie bestand aus 353 Szintillatoren, die jeweils zur Hälfte mit ihrem Nachbarn überlappten. Da für zwei benachbarte Szintillatoren immer eine Koinzidenz verlangt wurde, ergaben sich 352 Kanäle mit einer Energieauflösung von jeweils  $\Delta E_\gamma \approx 2 \text{ MeV}$  (bei 855 MeV Elektronenenergie). Die genauen Energiebreiten der einzelnen Leiterkanäle sind in Abbildung 3.6 zu erkennen. Zu niedrigen Kanälen (hohen Photonenergien) zeigt sich eine Überhöhung, die sich im Bremsstrahlungsspektrum der simulierten Photonen (siehe Abschnitt 5.1) widerspiegelt. In der gemessenen Verteilung der Elektronenenergien (Abbildung 3.7 unten) ist dieses Maximum nur undeutlich zu erkennen, da auf Grund von Ineffizienzen vieler Kanäle die Form stark verändert wurde.

Die Elektronen wurden je nach Energieverlust auf verschiedene Szintillatoren der Leiter fokussiert und ließen sich damit nach ihrem Impuls selektieren. Abbildung 3.7 oben zeigt das Energiespektrum des Bremsstrahlungsprozesses. Von den hoch- und niederenergetischen Enden abgesehen verhält sich die Verteilung wie  $1/E_\gamma$ . Die Größe der Leiter und das eingestellte Magnetfeld bestimmten den Energiebereich, der abgedeckt werden konnte.

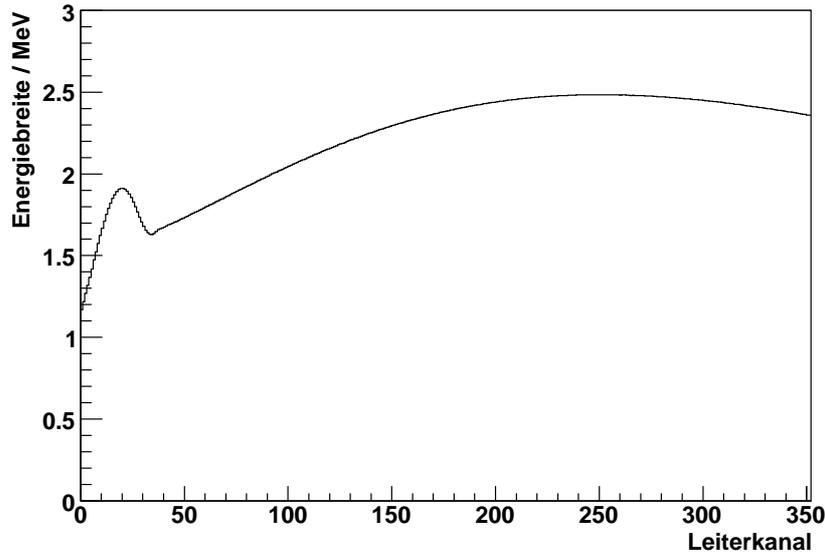


Abbildung 3.6: Energiebreiten der einzelnen Tagger-Kanäle. Zu niedrigen Kanälen zeigt sich eine deutliche Überhöhung der Breiten. Sie entsteht durch die schlechtere Fokussierung des Dipolspektrometers in diesem Bereich [Hal96].

te. Er betrug ca. 5 bis 92 % der Strahlenergie. Durch Messung der Magnetfeldstärke mit einer NMR-Sonde<sup>6</sup> und der Strahlenergie ließen sich die zu den Leiterkanälen gehörenden Elektronenenergien bestimmen. Typische Werte für die Messungen zum  $\eta$ -Meson lagen bei 1,048515 T für das Magnetfeld und 883,2 MeV Strahlenergie.

Die Bremsstrahlungsquanten werden in Vorwärtsrichtung emittiert. Dies läßt sich folgendermaßen erklären [Ahr03]. Nehmen wir an, dass der Kern keine Elektronenhülle hat. Dann wirkt nur die reine Coulomb-Wechselwirkung zwischen dem Kern und dem Elektron. Zur Vereinfachung soll das Elektron geradewegs auf den Kern zufliegen. Dann wird es in seiner Flugrichtung beschleunigt. In seinem Ruhesystem emittiert es dann eine Strahlung wie ein Hertz'scher Dipol. Diese muss durch eine Lorentztransformation in das Laborsystem umgerechnet werden.  $90^\circ$  im Ruhesystem entspricht dem sogenannten charakteristischen Winkel im Laborsystem  $\vartheta_c = m_e/E_0$ . 50 % der Strahlung wird mit einem Winkel kleiner oder gleich dem charakteristischen Winkel emittiert. Je größer die Einschussenergie desto geringer ist  $\vartheta_c$ . Für  $E_0 = 100$  MeV beträgt er ungefähr 5 mrad. Die Winkelverteilung selbst ist nahezu unabhängig von der Photonenenergie. Sie ist näherungsweise gegeben durch:

$$\frac{d\sigma}{d\vartheta} \propto \frac{\vartheta}{(\vartheta^2 + \vartheta_c^2)^2} \quad (3.3)$$

Abbildung 3.8 zeigt diese Näherung für den  $\vartheta$ -Winkel der Bremsstrahlung im Vergleich mit realistischen Rechnungen (Schiff [Sch51]).

Der Photonenstrahl wurde beim Austritt aus dem Tagger-Magneten kollimiert, um den Strahlfleck auf dem Target zu begrenzen. Der Kollimator (Durchmesser 3 mm) befand

<sup>6</sup>Nuclear Magnetic Resonance

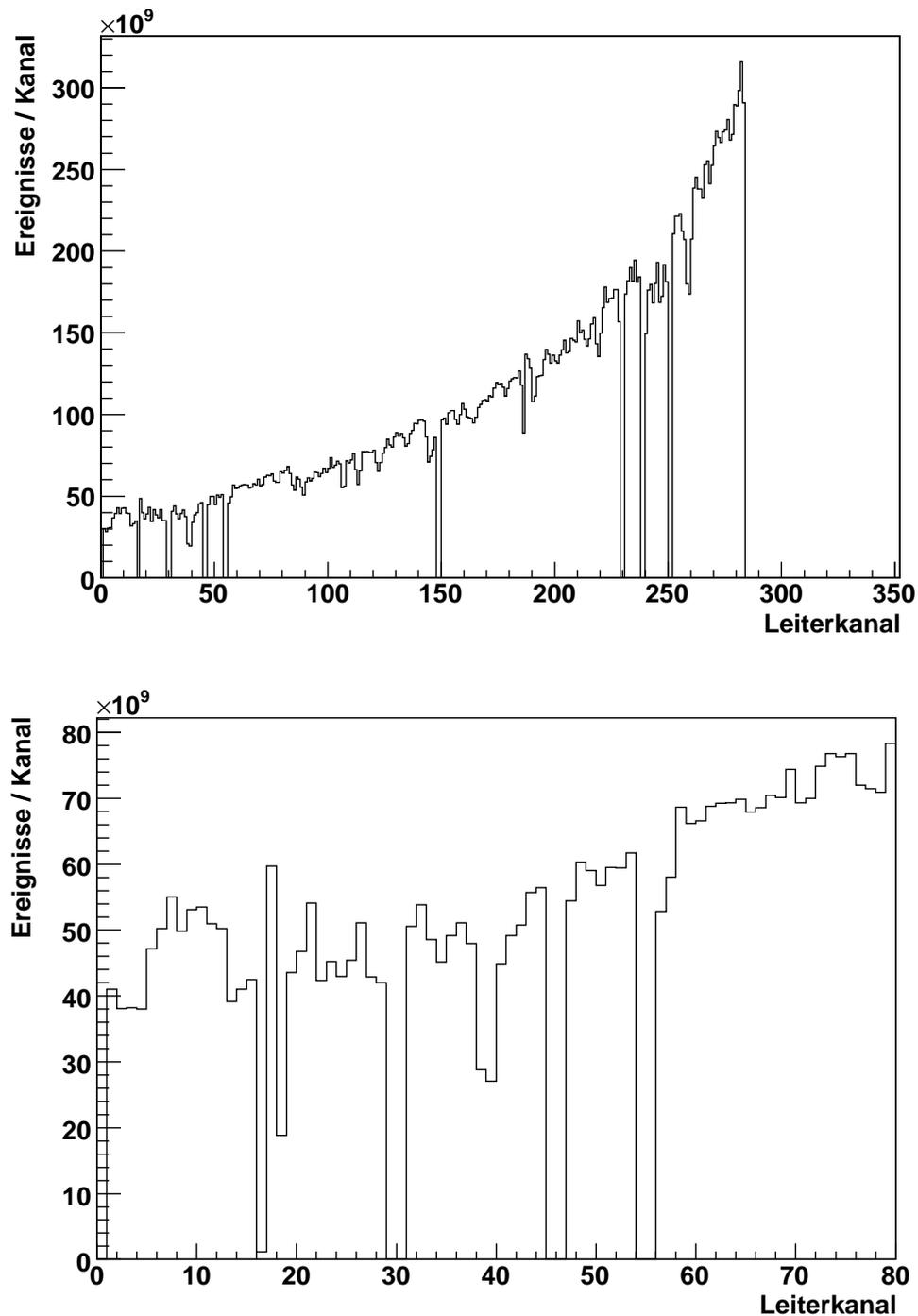


Abbildung 3.7: Bremsstrahlungsspektrum der Tagger-Leiter. *Oben:* Zu erkennen ist der  $1/E_\gamma$  Verlauf. *Unten:* In den  $\eta$ -Experimenten sind die Kanäle 0 ( $E_\gamma \approx 819$  MeV) bis 79 ( $E_\gamma \approx 682$  MeV) verwendet worden, um sich auf den Bereich der  $\eta$ -Produktion (Schwelle: ca. 707 MeV) zu beschränken. Durch Ineffizienzen in den einzelnen Tagger-Kanälen ist die durch die Energiebreiten verursachte Überhöhung hier nur undeutlich zu erkennen.

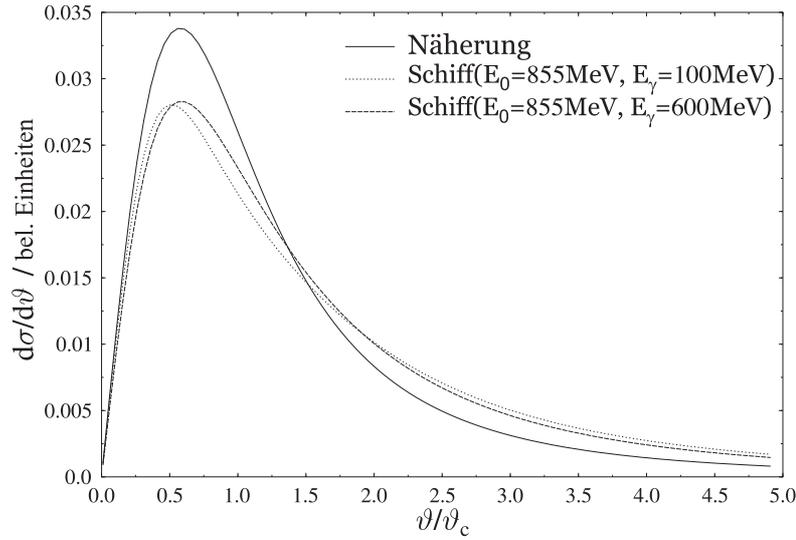


Abbildung 3.8:  $\vartheta$ -Winkelverteilung der Bremsstrahlungsphotonen. Gezeigt werden die in Gleichung 3.3 gegebene Näherung und realistischere Rechnungen (Schiff).

sich im Abstand von 2,5 m vom Radiator im Joch des Magneten. In den Experimenten benötigte man häufig die Anzahl der Photonen, die das Target treffen. Durch die Kollimation wurde aber der Photonenfluss im Target reduziert. Deshalb definiert man die Markierungseffizienz  $\varepsilon_{tagg}$ . Sie gibt das Verhältnis zwischen der Zahl der markierten Photonen  $N_\gamma$  nach der Kollimation und der Anzahl der in einem Leiterkanal nachgewiesenen Elektronen  $N_{e^-}$  an:

$$\varepsilon_{tagg} = \frac{N_\gamma}{N_{e^-}} \quad (3.4)$$

Die Markierungseffizienz wurde mit einem Bleiglas-Čerenkov-Detektor, der eine Nachweiswahrscheinlichkeit von 100 % für hochenergetische Photonen hatte, bei extrem niedrigem Strahlstrom gemessen. Sie lag typischerweise bei etwa 35 % für einen Kollimator mit 3 mm Durchmesser und einem Elektronenstrahl von 855 MeV. Auch ohne Kollimation wäre  $\varepsilon_{tagg}$  nicht gleich 100 % gewesen, da strahlungsfreie Prozesse wie die Møller-Streuung vorkommen konnten. Für die Experimente zum  $\eta$ -Meson wurden die Effizienzen direkt nicht benötigt. Allerdings bildeten die Messungen der Markierungseffizienz den Ausgangspunkt für die Bestimmung der Zeiteichung der Tagger-Leiter (siehe Abschnitt 7.1) und wurden zur Bestimmung totaler Wirkungsquerschnitte verwendet.

Im Experiment wurde die Leiter immer dann ausgelesen, wenn ein bestimmter Trigger in den übrigen Detektoren erfüllt war (siehe Abschnitt 4.4). Elektronen, deren zugehöriges Photon zum Trigger auslösenden Ereignis gehörten, hatten dann eine feste Zeitbeziehung zu den Teilchen in den Experimentdetektoren. Diese ist in Abbildung 3.9 deutlich als Pik über dem Untergrund zu erkennen. Die Zeit  $t_{e^-}$  der Elektronen wurde durch TDC<sup>7</sup>-Module gemessen.

Auf Grund der Erhöhung der Elektronenenergie musste auch die Markierungsanlage einem Umbau unterzogen werden. Durch zusätzliche Eisenplatten am Joch wurden höhe-

<sup>7</sup>Time to Digital Converter

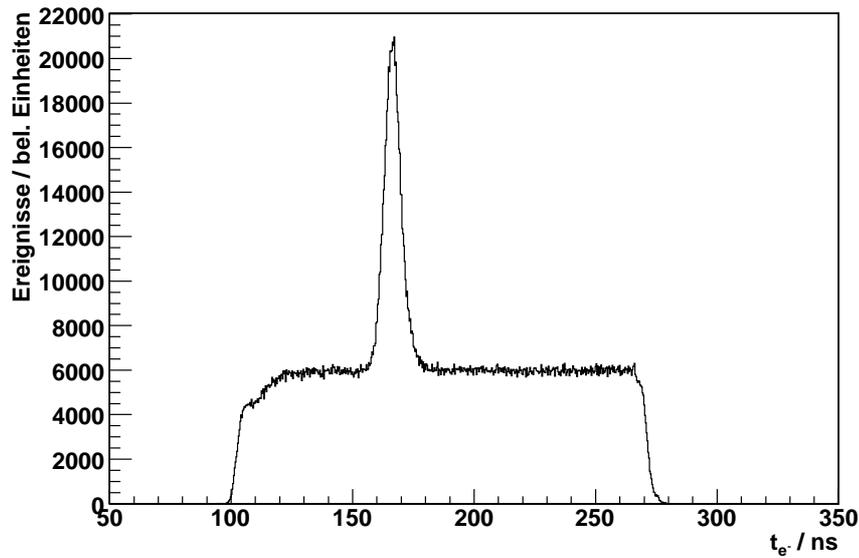


Abbildung 3.9: Tagger-Zeitspektrum. Deutlich zu erkennen ist der Pik (FWHM = 9,7 ns) von Ereignis-Elektron-Paaren, der aus dem Untergrund herausragt.

re Magnetfelder erreicht, um den Elektronenstrahl des HDSM mit fast doppelter Energie als bisher auf die Tagger-Leiter abzubilden. Am Ende des Jahres 2006 wurden die Tests mit den neuen Komponenten erfolgreich abgeschlossen.

### 3.3 IH<sub>2</sub>-Target-System

Für die erste Messperiode mit dem CB am MAMI wurde vorwiegend ein Flüssigwasserstoff-Target verwendet. Dieses ist bereits bei den vorangegangenen Messungen mit dem DAPHNE-Detektor in der A2-Halle verwendet worden. Es wurde nur auf Grund unterschiedlicher geometrischer Verhältnisse eine neue Target-Zelle gebaut. Die DAPHNE-Target-Zelle hatte eine Länge von ca. 11 cm. Um die Detektorakzeptanz frei von schweren Materialien zu halten wurde eine Zelle mit einer Länge von 4,76 cm konstruiert und damit eine Verbesserung bei der Bestimmung der Vertexposition erreicht.

Das Target bestand im Wesentlichen aus einer zylindrischen Kaptonzelle, die bei einer Temperatur von 21 K die oben angegebene Länge und einen Durchmesser von 40 mm hatte [Tho04]. Die Wand der Target-Zelle bestand aus 125  $\mu\text{m}$  dickem Kapton. Darum wurden 8 Lagen Superisulationsfolie, bestehend aus jeweils ca. 8  $\mu\text{m}$  Mylar und 2  $\mu\text{m}$  Aluminium, gewickelt. Da sich am strahlabwärtigen Ende der Zelle Eis ablagerte, wurde ein zusätzlicher Kaptonzylinder mit einer Wandstärke von 25  $\mu\text{m}$  um die Isolationsfolie angebracht. Diese Maßnahme wurde direkt vor den Experimenten zu den  $\eta$ -Zerfällen vorgenommen, so dass die Eisbildung auf diese Daten keinen Einfluss hatte. Die Zuleitungen für das Target waren im Strahlrohr untergebracht, das bis auf  $3 \cdot 10^{-7}$  mbar evakuiert war. Im Innenbereich des CB war das Strahlrohr durch ein kohlenstoffverstärktes Kunststoffrohr verlängert. Dies hatte einen Durchmesser von 82 mm und eine Stärke von 1 mm.

Die Kühlung des Target-Materials wurde durch eine Gifford-McMahon-Kältemaschine erreicht. Die Temperatur des Wasserstoffs wurde durch eine Balance aus Kühlung und Heizung aufrecht erhalten. Die Kältemaschine stellte kontinuierlich eine endliche Kühlleistung bereit. Um ein Einfrieren des Materials zu verhindern, wurde diese Kühlung beim Erreichen des gewünschten Füllstandes in der Target-Zelle durch eine Gegenheizung (zwei 3 W-Heizwiderstände) kompensiert. Dies geschah durch einen Regelkreis, der den Druck auf dem eingestellten Niveau hielt, und damit die Temperatur stabilisierte. Zu Beginn wurde der gesamte Wasserstoff gasförmig in einem Behälter, der unter Druck von 1390 mbar stand, aufbewahrt. Die Kältemaschine brachte das Kühlgas ( $^4\text{He}$ ) auf eine Temperatur von 17 K. Dies reichte aus, um  $^1\text{H}$  (Siedepunkt: 20,28 K) zu verflüssigen. Während des Betriebes waren 25% des Wasserstoffes verflüssigt und der Druck im Behälter sank auf 1080 mbar ab. Eine genauere Beschreibung des benutzten Wasserstoff-Targets findet sich in [War97].

### 3.4 Crystal Ball-Detektor

Der Crystal Ball-Detektor (CB) hatte eine sphärische Form mit einem äußeren Radius von 26 Zoll (ca. 66 cm) und einer inneren Aushöhlung mit einem Radius von 10 Zoll. Das Design basierte auf der geometrischen Form eines Ikosaeders. Ein Ikosaeder ist eine 20-seitiger Körper, wobei jede Seite durch ein gleichseitiges Dreieck mit jeweils gleichen

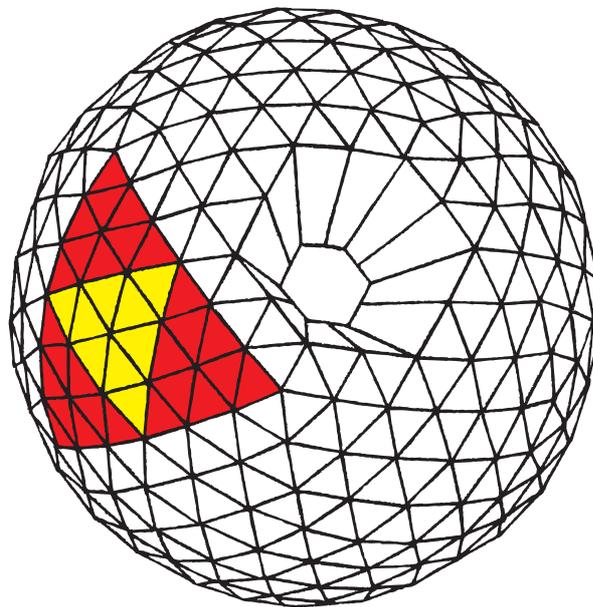


Abbildung 3.10: Geometrie des Crystal Ball. Zu erkennen ist ein Bereich, der für den Strahleneintritt freigelassen wurde. Dieser hatte eine hexagonale Form. Farblich markiert ist eine Seite des Ikosaeders („Major Triangle“). Diese ist unterteilt in vier kleine Dreiecke („Minor Triangle“). Jedes dieser Dreiecke besteht aus neun Kristallen.

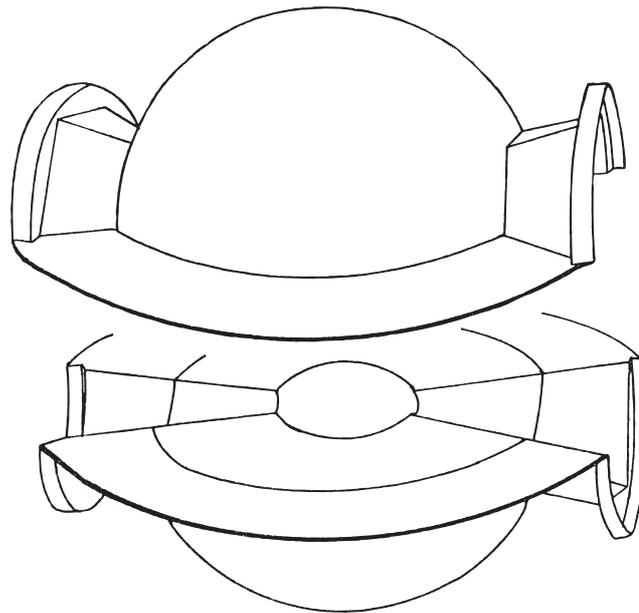


Abbildung 3.11: Form der CB-Schalen aus rostfreiem Stahl und Aluminium. In der inneren Schale lagen die Kristalle. Die äußere Schale hatte einen kleineren Radius als die kreisförmigen Bodenbleche.

Abmessungen gebildet wird („Major Triangle“). Die Eckpunkte der Dreiecke liegen auf einer Kugeloberfläche. Im Konzept des CB war jede Seite in vier kleinere gleichseitige Dreiecke („Minor Triangle“) unterteilt, die wiederum aus je neun NaI(Tl)-Kristallen bestanden (siehe Abbildung 3.10). Dies bedeutete, dass die Oberfläche des CB in 720 Dreiecke aufgeteilt werden konnte. Für den Strahlein- und austritt wurden auf gegenüberliegenden Seiten zwei Bereiche mit je 24 Kristallen ausgespart. Diese Bereiche hatten eine hexagonale Form. Damit deckten die 672 Kristalle des CB insgesamt 93,3 % des vollen Raumwinkels ab.

Der CB war in zwei Hemisphären unterteilt. Die obere Hälfte ließ sich über drei motorgetriebene Spindeln heben und senken. Damit wurde der Innenbereich, in dem sich das Target, der PID und die Drahtkammern befanden, zugänglich gemacht. Allerdings ließen sich die Halbkugeln nur bis auf einen Spalt von 5 mm zusammenfahren. Dadurch entstand eine inaktive Äquatorregion. Die Halbkugeln waren an einem Gestellrahmen montiert, der so konzipiert war, dass sie sich in jegliche Richtung verstellen ließen. Somit wurde ein Justieren der Hemisphären ermöglicht, um den Mittelpunkt des CB in die Strahlachse zu legen. Beide Hemisphären bestanden aus zwei Schalen. Die innere<sup>8</sup> Schale bestand aus ca. 3 mm rostfreiem Stahl. Dies entspricht 0,18 Strahlungslängen. An Hand von Abbildung 3.11 erkennt man die Formen der Schalen, die hexagonale Aushöhlungen für die Teilchenstrahlen freilassen. Der Radius des kugelförmigen Innenbereichs in der Mitte des CB betrug 10 Zoll. Dieser Bereich gehörte zur inneren Schale. Die 672 Kristalle lagen auf der inneren Schale so, dass ihr verjüngtes Ende zum Mittelpunkt des Detektors hin zeigte.

<sup>8</sup>Innen bedeutet hier, dass diese Schalen innerhalb des CB lagen, wenn dessen Sphären zusammengefahren waren.

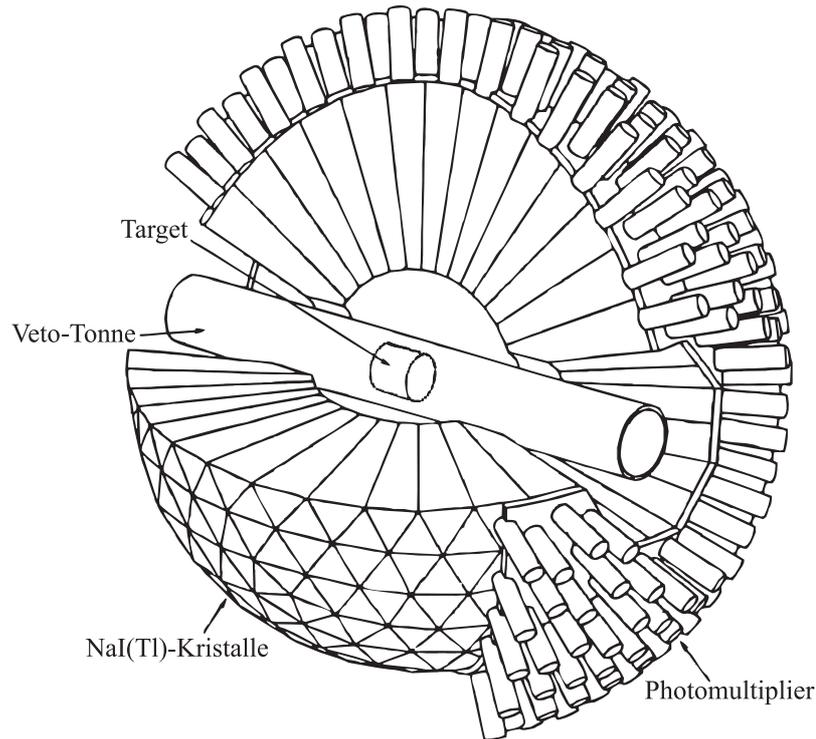


Abbildung 3.12: Der Crystal Ball-Detektor. Die Veto-Tonne in der Mitte des Detektors wurde am BNL verwendet. Für die Experimente am MAMI ist sie durch die Drahtkammern und den PID ersetzt worden. Zu sehen ist, dass jeder Kristall durch einen eigenen Photomultiplier ausgelesen wurde.

Die äußere Hülle des CB hatte die Form einer Kugelschale. Sie bestand aus 2,5 cm dickem Aluminium und hatte einen Radius von 26 Zoll. Jeder Kristall wurde über einen separaten Photomultiplier ausgelesen (Abbildung 3.12). Dazu waren in der äußeren Schale an den Positionen der NaI-Kristalle Glasfenster eingelassen, an denen die Photomultiplier angebracht waren.

Beide Halbkugeln waren hermetisch versiegelt und evakuiert, um die Stabilität zu verbessern und Schäden an den Kristallen durch Hydratation zu vermeiden. Zusätzlich wurde die Stabilität durch Halteseile, die zwischen den inneren und äußeren Schalen gespannt waren, erhöht. Für weitere Informationen über die Konstruktion des CB siehe [Car76].

Die 672 Kristalle des CB bestanden aus dem anorganischen Szintillator Natrium-Jodid (NaI), der mit dem Aktivatorzentrum Thallium (Tl) versetzt war. Dieses Material zeichnet sich gegenüber anderen durch einige Eigenschaften aus. NaI ist bei deponierten Energien über 400 keV besonders linear, d.h. die Lichtausbeute (für NaI  $4 \cdot 10^4$  Photonen/MeV), die im Szintillator erzeugt wird, ist direkt proportional zur Energie des ionisierenden Teilchens. Dies resultierte in einer besseren Energieauflösung, die wie folgt angegeben werden konnte:

$$\frac{\sigma}{E_\gamma} = \frac{2\%}{(E_\gamma/\text{GeV})^{1/4}} \quad (3.5)$$

Außerdem ist die Abklingzeit von NaI(Tl) mit 230 ns im Vergleich zu z.B. CsI(Tl) mit 1300 ns recht kurz [Int3], was höhere Ereignisraten erlaubte.

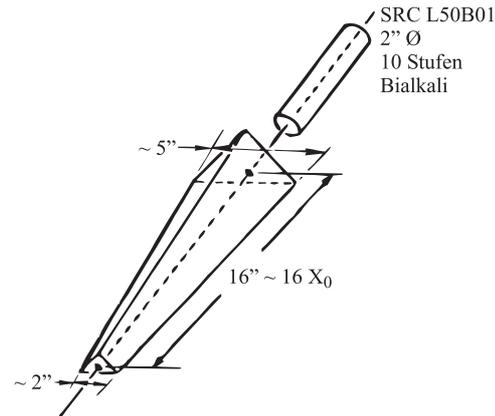


Abbildung 3.13: Ein einzelnes NaI-Modul. Insgesamt gab es im CB 11 verschiedene Kristallmodule mit leicht unterschiedlichen Abmessungen.

Alle Kristalle des CB hatten die Form eines Pyramidenstumpfes (Abbildung 3.13). Die Grundfläche dieser abgeschnittenen Pyramiden war dreieckig, mit einer Seitenlänge von ca. 5 cm am schmalen und ca. 13 cm am dicken Ende. Somit deckte jeder Kristall 0,14 % von  $4\pi$  ab. Die Länge der Kristalle betrug ungefähr 16 Zoll, was 15,7 Strahlungslängen<sup>9</sup> entspricht. Damit konnten in den Kristallen  $\pi^\pm$  mit Energien von 240 MeV und Protonen mit 425 MeV gestoppt werden. Der durch die ionisierenden Teilchen verursachte Schauer breitete sich in transversaler Richtung nur so weit aus, dass 98 % der deponierten Energie innerhalb eines Bereiches von 13 Kristallen verblieben [Nef95]. Alle Kristalle waren in 0,15 mm dickes reflektierendes Papier eingewickelt. Weiterhin waren sie von 0,05 mm Aluminiumfolie umgeben, um die optische Isolierung zu verbessern. Eine größere Menge an Material ist vermieden worden, um den Schauerenergieverlust im Isolator so gering wie möglich zu halten und damit die Energieauflösung (Gleichung 3.5) und die Bestimmung der Position des Schauerschwerpunktes zu verbessern.

Im CB wurden SRC L50B01-Photomultiplier verwendet. Sie hatten einen Durchmesser von 5 cm und waren an den Fenstern der Hemisphären angebracht. Zwischen der dritten und vierten Dynode befand sich ein variabler Widerstand, der über eine außen an der Schutzröhre des Photomultiplier angebrachte Stellschraube justiert werden konnte. Mit diesem Potentiometer ließ sich die Verstärkung des Photomultiplier einstellen, um eine Kalibration des CB (siehe Unterabschnitt 7.2.1), wie sie für den Trigger benötigt wurde, durchzuführen. Für eine genauere Beschreibung der Kalibration des CB siehe [Unv04].

### 3.5 Teilchenidentifikationsdetektor

Der Particle-Identification-Detector (PID) war ein auf einem organischen Szintillator basierender Detektor zur Teilchenidentifizierung. Auf Grund der Größe der bereits vorhandenen Drahtkammern blieb nur ein Platz von 1 mm zum CB. Deshalb wurde der PID so konzipiert, dass er zwischen dem Target und der inneren Drahtkammer platziert werden konnte (siehe Abbildung 3.2). Als Szintillator wurde EJ204 verwendet, der eine geringe

<sup>9</sup>Strahlungslänge für NaI:  $X_0 = 2,59$  cm

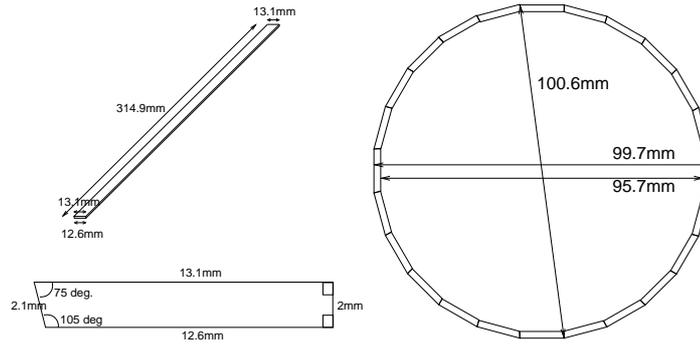


Abbildung 3.14: Der Particle-Identification-Detektor. Links ist die Form eines Szintillatorstreifens zu sehen. Rechts ist ein Querschnitt des PID gezeigt.

Dichte und eine kurze Anstiegszeit (0,7 ns [Ann01]) aufwies. Durch die geringe Dichte wurde der gesamte Detektor leichter, was ein wichtiger Aspekt war, um die Drahtkammern nicht zu beschädigen. Weiterhin bewirkte sie, dass weniger niederenergetische Photonen absorbiert wurden. Die kurze Anstiegszeit sollte die Trigger-Möglichkeiten verbessern.

Der PID bestand aus 24 Szintillatorstreifen (Abbildung 3.14), die jeweils einen Azimutwinkel von  $15^\circ$  abdeckten. Diese Streifen waren entlang der Strahlachse ausgerichtet. Sie hatten eine Länge von 314 mm und eine Breite von 13 mm. Um eine genügend gute Energieauflösung zu erhalten und dabei Vielfachstreuungen so gering wie möglich zu halten, wurden die Dicken der Szintillatoren auf 2 mm festgelegt. Weiterhin waren die Szintillatoren mit einem reflektierenden Mylarfilm ummantelt und, um sie gegen Licht von außen zu isolieren, mit einer schwarzen Plastikfolie umhüllt. Die Photomultiplier mussten nahe an den Szintillatoren angebracht werden, um Lichtverluste in den Lichtleitern zu minimieren. Aus Platzgründen wurden die kleinsten Photomultiplier verwendet, die zu erhalten waren (Hamamatsu R1635 PMT mit Basis E1761-04). Sie wurden strahlabwärts in einem Aluminiumstützring angebracht, der die mechanische Stabilität des PID verbessert. Diese Konstruktion, sowie die Kabel des PID und Teile der Ausleseelektronik der Drahtkammern saßen im Strahlaustrittsbereich des CB und bildeten zusätzliches Material zwischen  $10^\circ$  und  $20^\circ$  des Polarwinkels. Dadurch wurde ein Teil des Detektors TAPS abgeschirmt. Dies erzeugte einen zusätzlichen Energieverlust von geladenen Teilchen wie den Protonen, der sehr schwer in Simulationen zu reproduzieren war. Wie Kapitel 6 zeigen wird, wurden auch die Photonen, die TAPS registrierte durch dieses Material beeinflusst, indem Photonen in Elektron-Positron-Paare konvertiert wurden.

## 3.6 TAPS-Spektrometer

In den zurückliegenden Experimenten mit dem CB wurde das TAPS-Spektrometer als Vorwärtswand verwendet. Sie deckte einen Vorwärtswinkel in Bezug zur Strahlachse von 4 bis zu  $20^\circ$  ab und erhöhte somit die Akzeptanz des Aufbaus auf nahezu den kompletten Raumwinkel. Vor allem wurde der strahlabwärtige Tunnelbereich nahezu vollständig von TAPS erfasst.

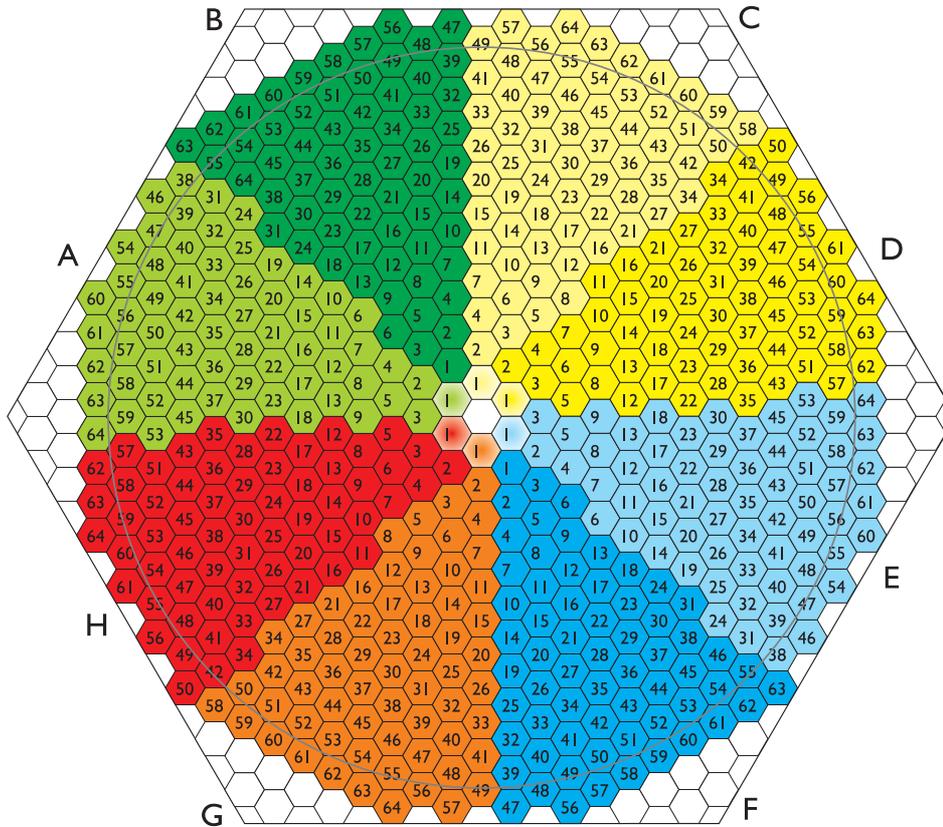


Abbildung 3.15: Segmentierung der TAPS-Vorwärtswand. Zu erkennen sind die 510  $\text{BaF}_2$ -Kristalle, sowie die Unterteilung in vier Bereiche (A+B, C+D, E+F, G+H) für den Bereichsmultiplizitäts-Trigger (Abschnitt 4.4).

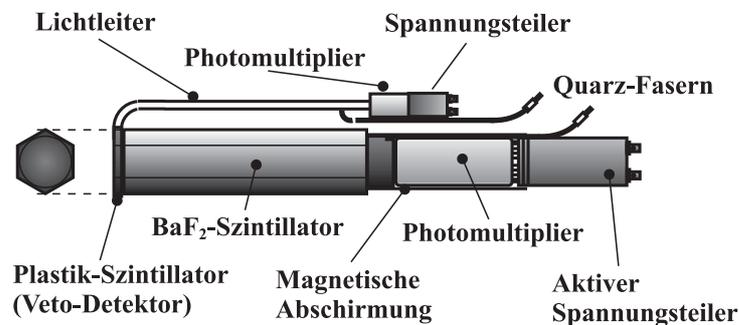


Abbildung 3.16: Einzelnes  $\text{BaF}_2$ -Modul mit Photomultiplier und Veto-Detektor

Abstand zum CB-Mittelpunkt	173,3 cm
Polar-Akzeptanz (7 Kristalle als Strahldurchlass)	4-20°
Polar-Akzeptanz (1 Kristall als Strahldurchlass)	2-20°
Winkelauflösung für Photonen (300 MeV)	FWHM 0,7°
Energieauflösung (schnelle Komponente)	$\frac{\sigma}{E_\gamma} = \frac{0,79\%}{\sqrt{E_\gamma/G\mathcal{V}}} + 1,8\%$
Auflösung der invarianten Masse von $\pi^0$	FWHM 19 MeV
Auflösung der invarianten Masse von $\eta$	FWHM 45 MeV
Zeitauflösung	FWHM 0,5 ns

Tabelle 3.2: Eigenschaften des TAPS-Detektors

Die TAPS-Wand befand sich 173,3 cm strahlabwärts vom Mittelpunkt des CB entfernt. Sie bestand aus 510 individuellen BaF<sub>2</sub>-Detektoren, die eine hexagonale Form hatten (siehe Abbildung 3.15). Für den Multiplizitäts-Trigger (Abschnitt 4.4) wurde TAPS in vier Bereiche von jeweils 127 bzw. 128 Kristallen eingeteilt. Die Segmentierung erfolgte nach dem Schema: A+B, C+D, E+F, G+H. Die Kristalle der einzelnen BaF<sub>2</sub>-Module hatten einen Innendurchmesser von 59 mm und eine Länge von 25 cm [Gab94], was ungefähr 12 Strahlungslängen entspricht. Diese Länge reichte aus, um 180 MeV- $\pi^\pm$  und 360 MeV-Protonen zu stoppen. Jedes Modul hatte einen eigenen 5 mm dicken Plastiksintillator vor dem eigentlichen BaF<sub>2</sub>-Kristall, der über einen Lichtleiter und einen separaten Photomultiplier ausgelesen wurde (Abbildung 3.16). Diese Szintillatoren dienten zur Unterscheidung von ungeladenen und geladenen Teilchen (Veto-Detektor).

Das Szintillationslicht von BaF<sub>2</sub> hat zwei Komponenten, die unterschiedliche Abklingzeiten besitzen. Die schnelle Komponente weist eine Abklingzeit von  $\tau_s = 0,76$  ns auf, die langsame von  $\tau_l = 620$  ns. Die verschiedenen Ionisationsdichten der Teilchen beeinflussten die Lichtausbeute der Kristalle in den beiden Komponenten unterschiedlich. Damit wurde eine Impulsselektierung der Teilchen über die Analyse der Pulsform möglich. TAPS besaß eine sehr gute Zeitauflösung von FWHM = 0,5 ns und einen relativ großen Abstand zum Target, was eine effiziente *Time-of-Flight*-Messung (TOF) zur weiteren Unterscheidung der Teilchen möglich machte. Einige nähere Angaben zum TAPS-Detektor finden sich in Tabelle 3.2.



## Kapitel 4

# Elektronik und Datenerfassung

Im vorherigen Kapitel wurden die verschiedenen Detektoren beschrieben, die für die Messungen in den  $\eta$ -Experimenten verwendet wurden. Hier wird nun die Ausleseelektronik der Detektoren dargestellt. Zunächst wird auf die Elektronik der Photonenmarkierungsanlage eingegangen, die hauptsächlich auf FASTBUS-Modulen basierte. Daraufhin wird die Elektronik des CB beschrieben, in die auch die Auslese des PID integriert war. Dann folgt ein Abschnitt zur TAPS-Elektronik. Aus Signalen der CB- und TAPS-Elektronik wurde ein Ereignis-Trigger generiert, der im letzten Abschnitt dieses Kapitels vorgestellt wird.

### 4.1 Elektronik der Photonenmarkierungsanlage

Das Spektrometer der Photonenmarkierungsanlage bestand aus 353 Szintillatoren, die zur Hälfte mit ihren Nachbarn überlappten (siehe Abschnitt 3.2). Durch diese Anordnung musste ein Elektron, das im Radiator den Bremsstrahlungsprozess durchlaufen hatte, in der Fokalebene immer zwei Szintillatoren passieren. Jeder Szintillator wurde durch einen eigenen Photomultiplier ausgelesen. Um sicherzustellen, dass das Elektron aus dem Strahl des MAMI stammte, wurden benachbarte Szintillatoren in Koinzidenz geschaltet. Dies wurde mit einer speziellen Auslesekarte, die die Pulse der Photomultiplier zunächst duplizierte, erreicht (Abbildung 4.1). Ein Signal wurde mit einer hohen Schwelle, das andere mit einer niedrigen Schwelle diskriminiert. Das Signal an der niedrigen Schwelle wurde verzögert, sodass man durch eine UND-Verknüpfung eine Anstiegszeitkompensation erzeugte. Dieses Signal wurde als Referenz zur nächsten Karte gesendet. Von der vorherigen wurde die Referenz mit dem eigenen Zeitsignal durch ein UND verknüpft und damit eine Koinzidenz zwischen den benachbarten Szintillatoren verlangt.

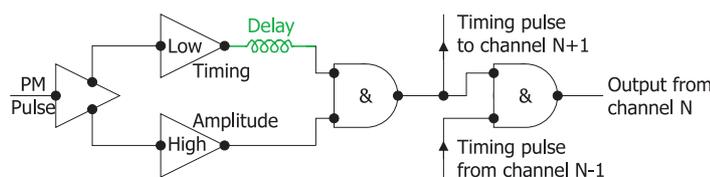


Abbildung 4.1: Tagger-Auslesekarten. Zwei benachbarte Szintillatoren wurden in Koinzidenz geschaltet und bildeten dadurch einen Tagger-Kanal.

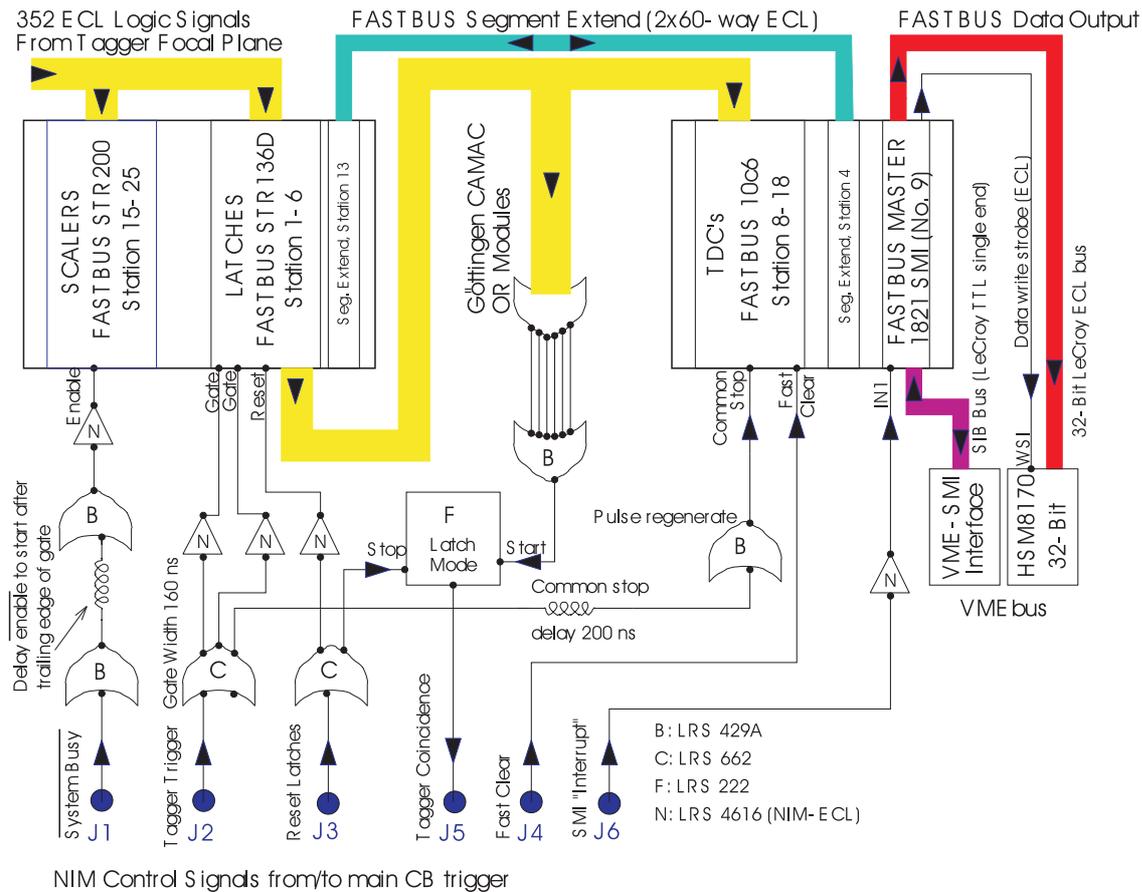


Abbildung 4.2: Tagger-Ausleseelektronik. Die Verbindung J5, mit der eine Koinzidenz zwischen dem Tagger und dem Experiment-Trigger geschaltet wurde, ist in den CB-Experimenten nicht benutzt worden [Ann03].

Die so erzeugten 352 Signale wurden als logische Information auf FASTBUS-Zählmodule (*Scaler*) gegeben (siehe Abbildung 4.2), die alle ankommenden Pulse in allen Kanälen kontinuierlich registrierten. Der Zählvorgang wurde nur unterbrochen, wenn der Trigger (Abschnitt 4.4) die Elektronik verriegelt hatte und die Daten ausgelesen wurden. Das Trigger-Signal wurde im L1 (Abbildung 4.11) generiert und über die Verbindung J1 der Tagger-Elektronik zugeführt. Die Zählerstände dienten in den Analysen dazu, Absoluteichungen des Photonenflusses durchzuführen, die benötigt wurden, um Wirkungsquerschnitte zu bestimmen. Durch Verriegeln der Zähler wurde eine nötige Korrektur der Stände in Bezug auf die Totzeit des Experiments vermieden.

Parallel zu den Zählern wurden die logischen Informationen auf ein 352-kanaliges 1-Bit-Schieberegister (*Latch*) gegeben. Dieses übernahm nur Pulse von den Eingängen auf die Ausgänge, wenn sie innerhalb eines Zeitfensters von 160 ns eintrafen. Das Fenster wurde vom L1-Register der Trigger-Schaltung über die J2-Verbindung gestartet. Signale, die innerhalb des Fensters auf die Ausgänge des Schieberegisters übernommen wurden, starteten die nachgeschalteten TDC. Ein zweiter Zweig des J2-Signals wurde zusätzlich um 200 ns verzögert. Dieses wurde als gemeinsames Stoppsignal (*common stop*) für die TDC benutzt. Somit konnte eine Bestimmung der zeitlichen Position der

eintreffenden Pulse innerhalb des Zeitfensters erreicht werden. Durch diese Zeitmessung entstanden solche Zeitspektren, wie man es in Abbildung 3.9 sehen kann. Die Erhöhung auf dem 160 ns breiten Untergrund entstand durch zeitkorrelierte Elektron-Ereignispaare. Die Breite des Untergrundes richtete sich am eingestellten Zeitfenster im Schieberegister. Der Untergrund wurde durch weitere Treffer innerhalb des Fensters im Spektrometer, die allerdings nichts mit dem Ereignis-Trigger zu tun hatten, erzeugt. Eine echte Koinzidenz zwischen dem Experiment und dem Tagger wurde allerdings nicht verlangt. Dies wäre über die J5-Verbindung zum Experiment-Trigger möglich gewesen, auf der in früheren Experimenten das ODER aller Tagger-Kanäle lag. Die Auslese der Zählerstände und der TDC wurde durch ein eingesetztes Adapter-Modul (*Fastbus Master*) über den VME-Bus vorgenommen.

## 4.2 Elektronik des Crystal Ball/PID-Systems

Am MAMI wurden hohe Ereignisraten von mehreren kHz erreicht. Deshalb wurde eine Elektronik installiert, die diese Raten verarbeiten konnte. Zum großen Teil basierte sie auf den im COMPASS<sup>1</sup>-Experiment und am WASA<sup>2</sup>-Detektor am CELSIUS<sup>3</sup> eingesetzten Modulen. Der PID benutzte die gleichen TDC-Module wie die in der CB-Elektronik verwendeten, weshalb er in diesem Kapitel berücksichtigt wird. Abbildung 4.3 zeigt eine Übersicht der CB-Elektronik.

Im Abschnitt 3.4 wurde beschrieben, wie sich der CB aus 672 Kristallen aufbaute. Die Signale der 672 Photomultiplier wurden in der Elektronik verarbeitet. Aus Symmetriegründen sind die für den Strahl ausgelassenen Kristalle in die Elektronik mit aufgenommen worden. Somit mussten 720 Kanäle verarbeitet werden. Die 720 Kanäle wurden in Blöcken zu je 8 Kristallen gruppiert. Abbildung 4.4 zeigt diese Unterteilung. Über 124  $\Omega$ -Twisted-Pair-Kabel wurden die Signale 45 Split/Delay-Modulen zugeführt (Abbildung 4.3). Hier wurden zwei 8er-Gruppen zu einer 16er-Gruppe vereinigt (Gruppe 1 mit 2, Gruppe 3 mit 4, ...). Der Split hatte die Aufgabe die Signale in drei Zweige aufzuspalten. Zum einen wurde die Analogsumme der 16 Kanäle gebildet und der Trigger-Elektronik zugeführt (Abschnitt 4.4). Zum anderen wurden die Signale dupliziert und an die Diskriminatoren und mit einer passiven Verzögerung von 300 ns an die ADC weitergeleitet.

Alle 16 Ausgangssignale eines Split-Moduls wurden auf einen Diskriminator gegeben. Im Aufbau der CB-Experimente wurde eine leicht abgewandelte Version des PM98-Diskriminators (siehe [Mar01]) aus dem WASA-Experiment verwendet. Es sind 45 dieser Diskriminatoremodule für die 720 Kanäle zum Einsatz gekommen. Die Signale von den Splits durchliefen im Modul zwei Leading-Edge-Diskriminatoren. Es wurden dabei die sogenannten LOW- und HIGH-Schwellen unterschieden. Das durch die LOW-Schwelle diskriminierte Signal wurde zu den TDC-Karten weitergeleitet. Auf den internen Logikbausteinen wurden die beiden Schwellen so miteinander kombiniert, dass eine Anstiegszeitkompensation erreicht wurde. Dadurch erhielt man ein logisches Signal, wenn die HIGH-Schwelle überschritten worden ist, aber mit dem besseren Zeitverhalten als hätte nur die LOW-Schwelle gewirkt. Das logische ODER dieser Signale wurde an den Multiplizitäts-Trigger gesendet.

---

<sup>1</sup>Common Muon Proton Apparatus for Structure and Spectroscopy

<sup>2</sup>Wide Angle Shower Apparatus

<sup>3</sup>Cooling with Electrons and Storing of Ions from the Uppsala Synchrocyclotron

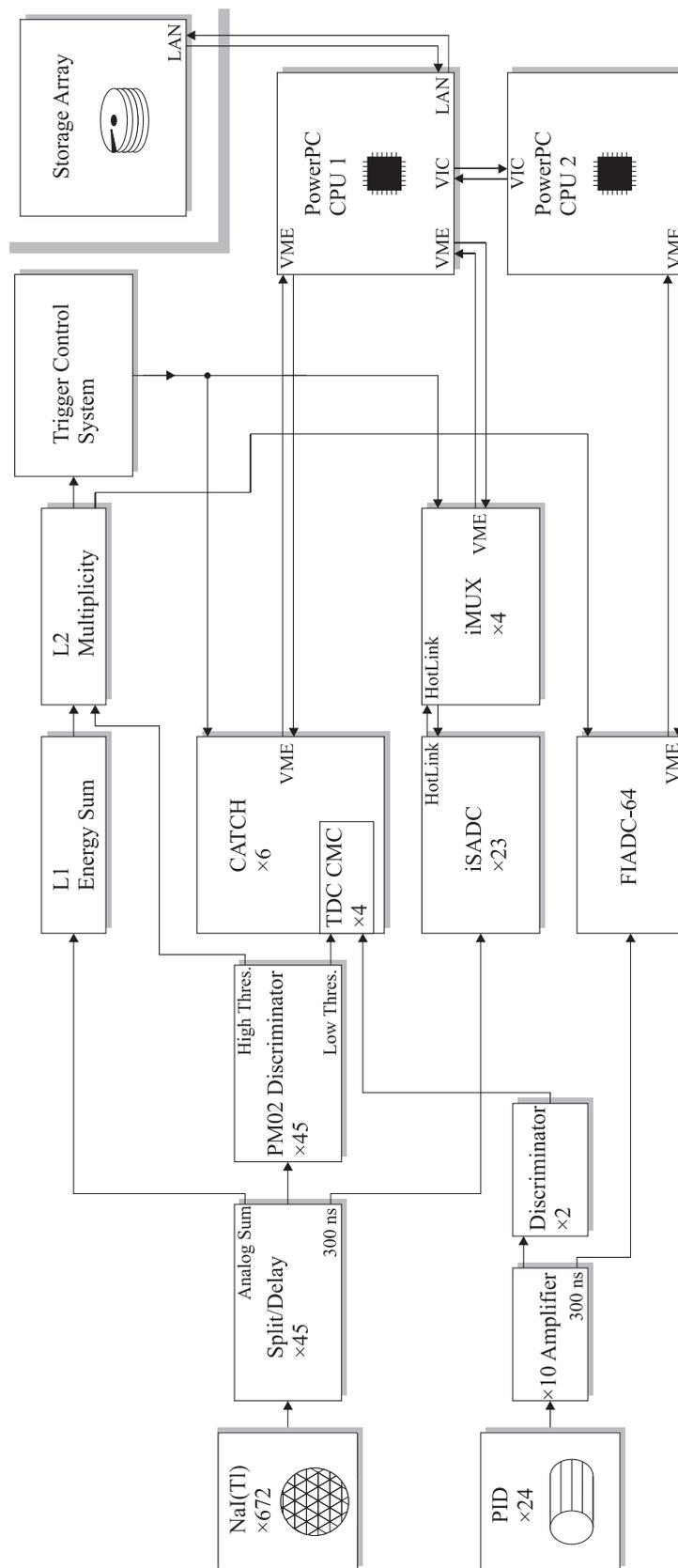


Abbildung 4.3: Übersicht der CB-Ausleseelektronik am MAMI

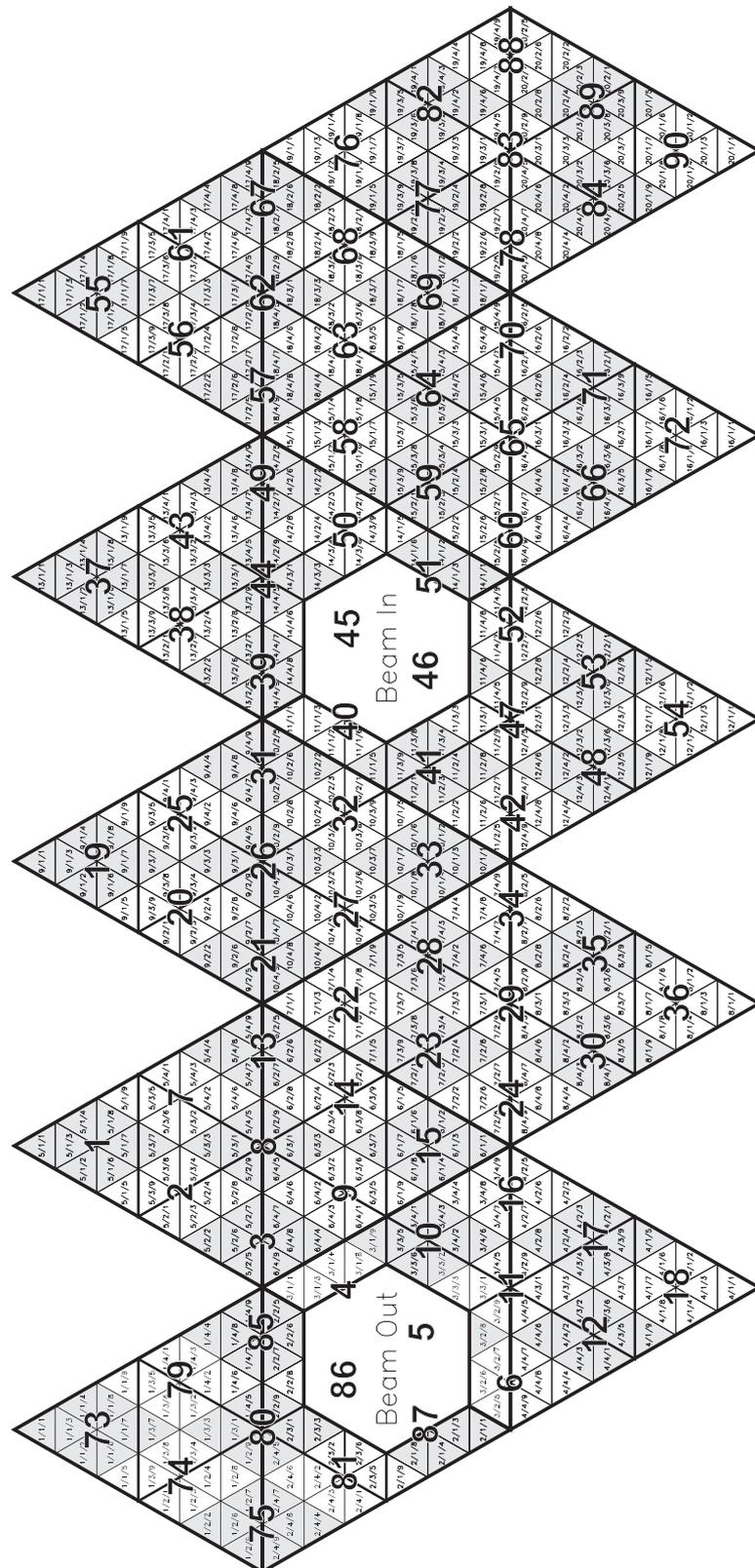


Abbildung 4.4: Projektion des CB und Nummerierung der Kristalle. Die großen Zahlen geben die Nummern der Kristallgruppen an, die zur Ausleseelektronik führen.

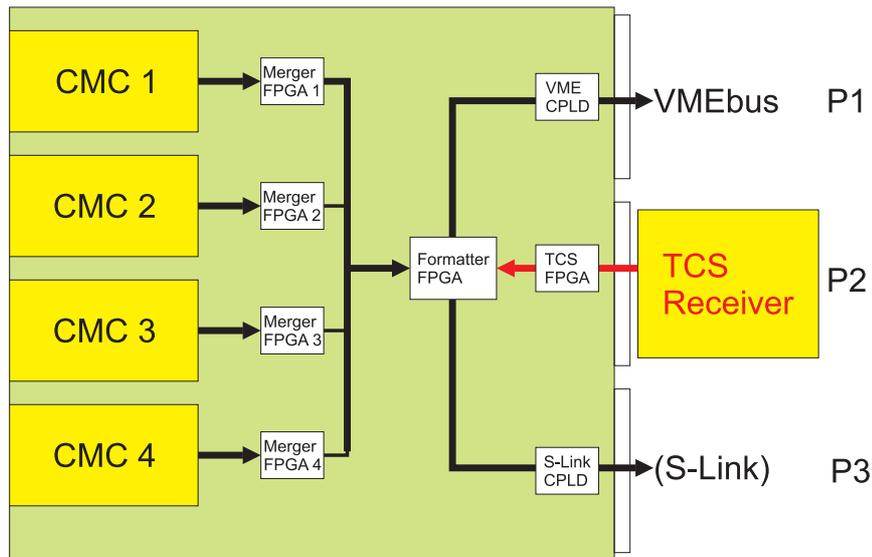


Abbildung 4.5: Schematischer Aufbau des CATCH-Moduls

Die TDC-Karten waren als Common Mezzanine Cards (CMC) ausgelegt. Diese wurden durch CATCH<sup>4</sup>-Module (Abbildung 4.5) ausgelesen. Die CATCH-Module ließen sich mit verschiedenen CMC bestücken (TDC, Scaler, HOTLink<sup>5</sup>) und übernahmen folgende Aufgaben:

- Zwischenspeichern und Zusammenfassen der Daten aus den CMC,
- Bereitstellen einer Schnittstelle zur Konfiguration der CMC,
- Weiterleiten der Trigger-Signale an die CMC.

An den P2-Anschluss der VME-Busplatine war eine TCS<sup>6</sup>-Empfängerkarte angeschlossen, die Informationen vom Trigger für die CMC und die systemweite Synchronisationsfrequenz von 38,88 MHz (50 ps RMS) vom TCS zugesandt bekam. Die Daten der CMC wurden durch FPGA<sup>7</sup>- und CPLD<sup>8</sup>-Chips zusammen mit Trigger-Informationen (z.B. Ereignisnummer) in einem einzelnen Datenstrom gebündelt. Dieser Datenstrom wurde dann über den VME-Bus am P1-Anschluss, durch den auch die Konfiguration der CMC vorgenommen wurde, ausgelesen. Zur Auslese diente eigentlich der schnellere Simple-Link (S-Link), der aber für die Experimente zum  $\eta$ -Meson noch nicht bereit gestellt werden konnte.

Die TDC-Karten waren jeweils mit 4 TDC-Chips bestückt, die eine totzeitfreie Auslese ermöglichten. Diese Chips waren als freilaufende 16-Bit Zähler ausgelegt. Durch das Digitalisieren und Auslesen wurde der Zählvorgang nicht gestört. Weiterhin konnte der Chip Mehrfachtreffer verarbeiten und dabei Doppelpulse mit einem Mindestabstand von 20 ns

<sup>4</sup>COMPASS Accumulate Transfer and Control Hardware

<sup>5</sup>High-Speed Optical Transceiver Link

<sup>6</sup>Trigger-Control-System

<sup>7</sup>Field Programmable Gate Array

<sup>8</sup>Complex Programmable Logic Device

trennen. Die tatsächliche Zeit wurde durch Vergleich mit einem Referenzkanal ermittelt. Die so gemessene Zeit hatte eine Auflösung von 117 ps. Das Referenzsignal wurde vom Trigger-System aus dem L1-Signal generiert. Auf Grund der Laufzeit durch die Trigger-Elektronik kam dieses erst nach den Detektordaten an den CMC an. Deshalb mussten die Datenerfassungsmodule in der Lage sein, Daten zwischenzuspeichern. Jeder TDC-Chip besaß dafür einen Puffer, in dem bis zu vier Ereignisse gespeichert werden konnten. Eine Beschreibung der CATCH-Module und der CMC-Karten läßt sich in [Grü02] finden.

Die zeitlich verzögerten Signale von 32 Kanälen gelangten aus den Split-Modulen zu einem ADC-Modul. Die verwendeten i-SADC108032 (Abbildung 4.6) waren sogenannte Sampling-ADCs, d.h. sie tasteten das analoge Signal mit einer gegebenen Frequenz ab und speicherten für jede Abtaststelle die gemessene Pulshöhe. Als Abtastrate wurde die einfache Synchronisationsfrequenz (38,88 MHz) benutzt. Die ADC-Chips auf dem SADC-Modul hatten eine Tiefe von 10 Bit pro Sample und digitalisierten die Signale freilaufend. Pulshöhen, die diesen Maximalwert<sup>9</sup> überschritten, wurden abgeschnitten. Bei der verwendeten Programmierung war es möglich maximal 128 Samples zu erfassen.

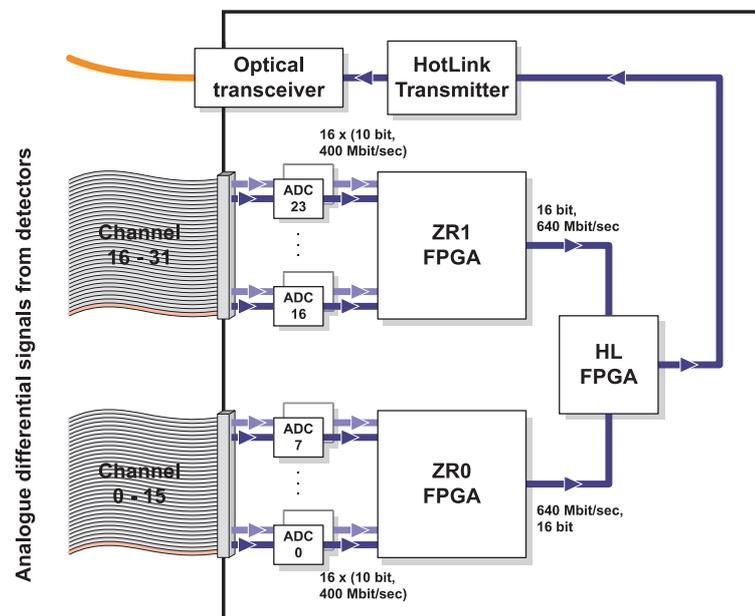


Abbildung 4.6: Schematische Darstellung des Sampling-ADC i-SADC108032 [Itr03]

Die Sample-Daten wurden durch die FPGA-Chips verarbeitet und über die optische HOTLink-Schnittstelle zu den i-MUX8-Auslesemodulen gesendet. Die ZR-FPGA berechneten für jedes Ereignis drei benutzerdefinierte Summen über das Abtastfenster (Abbildung 4.7): Die Null-Linie vor dem eigentlichen Signal (Pedestal), das Signal und das Integral über den Überschwinger nach dem Signal (Tail). Für jede Summe war es möglich die Anzahl der Samples und den Startzeitpunkt individuell festzulegen. In den  $\eta$ -Experimenten wurden die Summen, wie im Bild angedeutet, hintereinander ohne Überlapp über gleich lange Abtastfenster von 30 Samples gebildet. Auf dem ADC-Modul wurde die Differenz zwischen der Signal- und der Pedestal-Summe mit einer Schwelle verglichen.

<sup>9</sup>Mit 10 Bits ließen sich  $2^{10} = 1024$  verschiedene Pulshöhen registrieren. Das Maximum entsprach dabei ca. 620 MeV.

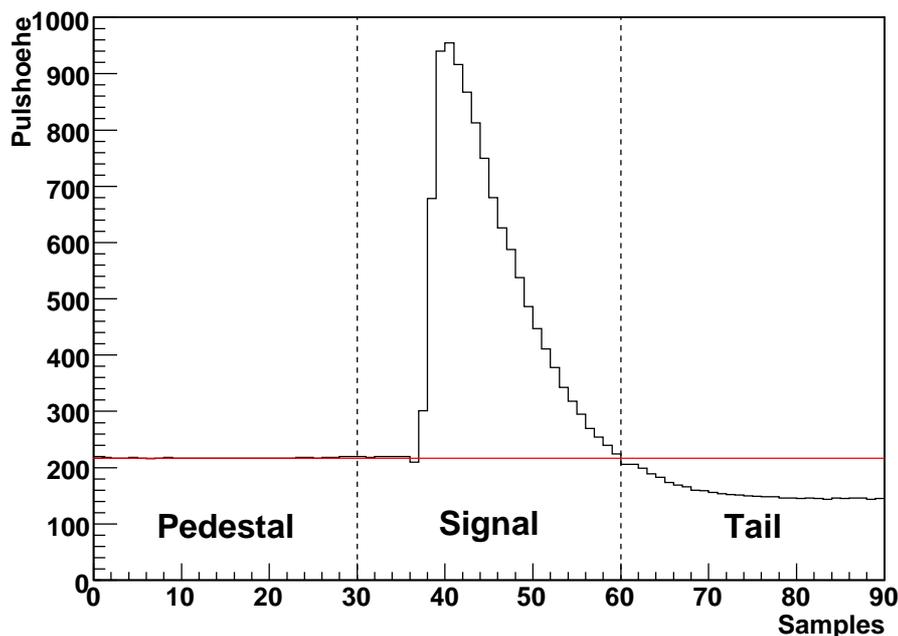


Abbildung 4.7: Ein einzelner NaI-Puls ( $\sim 600$  MeV) aus einer Messung der Höhenstrahlung, aufgenommen von einem i-SADC108032 mit 38,88 MHz Samplingrate und 90 Samples pro Ereignis. Für jede der drei Summen (Pedestal, Signal, Tail) wurden 30 Samples verwendet. Die waagerechte Linie gibt die Position der Null an.

Wenn die Differenz die eingestellte Schwelle überschritten hatte, wurden alle drei Summen an das i-MUX8 gesendet.

Ein i-MUX8-Modul konnte die Datenströme von bis zu acht SADC-Modulen verarbeiten. Es hatte die folgenden Aufgaben:

- Sequentielles Zusammenfassen der acht HOTLink-Datenströme,
- Zusammenfassen der TCS-Ereignisangaben und der zugehörigen Detektordaten,
- Umwandeln der Datenblöcke in das S-Link-Datenformat,
- Konfiguration der ADC.

Die TCS-Informationen gelangten über eine optische Faser in einen auf dem Modul integrierten Empfänger. Relevante Informationen wurden dann über den HOTLink an die SADC verteilt. Die i-MUX8-Module wurden wie die CATCH-Karten anstatt über den S-Link über den VME-Bus ausgelesen.

Die Signale der 24 Szintillatorstreifen des PID wurden zunächst um einen Faktor zehn verstärkt und dupliziert. Ein Zweig ging auf einen Leading-Edge-Diskriminator. Die diskriminierten Signale wurden dann auf CATCH-TDC gegeben, die oben bereits beschrieben worden sind. Der zweite Zweig wurde um 300 ns verzögert. Er war mit einem

FIADC64<sup>10</sup>-Modul verbunden, das ebenfalls für das COMPASS-Experiment entwickelt wurde. Der FIADC64 [Kon00] war ein 12 Bit ADC mit 64 Kanälen. Das Modul arbeitete mit 120 ns Konversionszeit für integrierende ADC besonders schnell. Der FIADC verwarf die Daten, wenn das Ereignis nicht innerhalb von 300 ns nach der Konversion durch den Trigger bestätigt wurde. Dieser wurde vom L2-Register (siehe Abschnitt 4.4) gebildet. Die Datenerfassung wurde über den VME-Bus vorgenommen.

Die Auslese des CB und des PID über den VME-Bus wurde durch zwei PowerPC CPU geleistet. Sie kommunizierten miteinander über eine VIC<sup>11</sup>-Verbindung. Eine CPU war für die Auslese des FIADC64 und sämtlicher Signale der Drahtkammern (in Abbildung 4.3 nicht aufgeführt) reserviert. Die andere CPU las die CATCH- und i-MUX8-Module für den CB und die CATCH-TDC für den PID aus. Außerdem leitete sie diese und die Daten, die von der anderen CPU übermittelt wurden, über eine Ethernet-Verbindung an einen Festplattenverbund weiter, wo sie während der Experimente gespeichert wurden. Weiterhin wurden alle Module über diese beiden CPU konfiguriert.

Genauere Beschreibungen der einzelnen Module und ihrer Funktionalitäten sind in [Kra07], [Sch04] und [Unv04] zu finden.

### 4.3 TAPS-Elektronik

Fast die gesamte TAPS-Elektronik wurde auf einer kompakten und schnellen Ergänzungslatine zu einem kommerziell erhältlichen VME-Modul (CAEN V874A), auf dem sich ein schneller 12-Bit-ADC und eine VME-Schnittstelle befanden, konzentriert. Diese Platine konnte zeitgleich die Digitalisierung der Zeit-, der Energie- und der Pulsforminformationen von 4 BaF<sub>2</sub>-Detektoren bewältigen. Weiterhin wurden die Zeit- und Energieinformationen auf ihr in einem Datenstrom zusammengefasst.

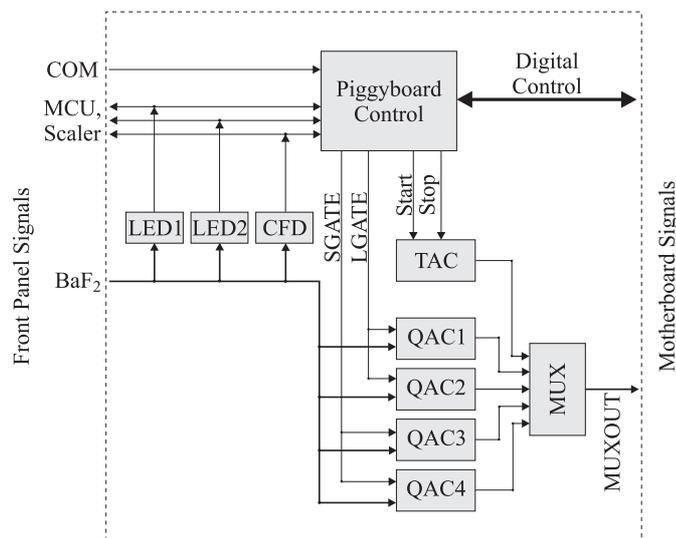


Abbildung 4.8: Schematische Darstellung der Ausleseergänzungslatine für einen BaF<sub>2</sub>-Kanal

<sup>10</sup>Fast Integrating ADC

<sup>11</sup>VME InterConnect

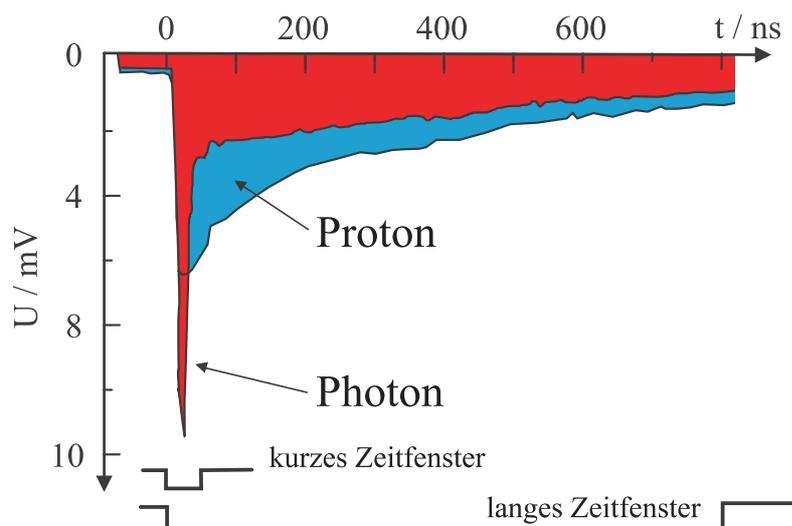


Abbildung 4.9: Typische Pulsformen eines BaF<sub>2</sub>-Szintillators für Photonen und Protonen

Das BaF<sub>2</sub>-Signal wurde auf der Ergänzungsplatine (Abbildung 4.8) durch zwei LED<sup>12</sup> und einen CFD<sup>13</sup> diskriminiert. Diese Signale wurden einerseits auf die Zählermodule und MCU (Multiplicity Coincidence Unit) gegeben, zum anderen in die Steuerung der Ergänzungsplatine eingespeist. Die MCU dienen zur Ableitung von Trigger-Bedingungen für TAPS, wie die Koinzidenz zwischen verschiedenen BaF<sub>2</sub>-Modulen oder zwischen den Veto- und den Photon-Detektoren zur Identifikation von geladenen Teilchen. Für die Messung des Zerfalls  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  wurde kein Trigger in TAPS erzeugt; in den Experimenten zum magnetischen Moment der  $\Delta$ -Resonanz trug TAPS zur Bereichsmultiplizität bei (siehe Abschnitt 4.4). Dieses Trigger-Signal wurde ebenfalls der Steuerung der Ergänzungsplatine zugeführt. Sie hatte die Aufgabe sowohl die Fenster für die Integrationen der beiden Komponenten der BaF<sub>2</sub>-Szintillatoren, als auch die Start- und Stoppsignale für die Zeitmessung bereitzustellen. Dem CFD kam dabei eine zentrale Rolle zu. Durch die Methode der „Constant Fraction“-Technik ist es möglich einen sehr geringen Jitter zu erreichen, was für die TOF- und die Pulsformanalyse (PSA) enorm wichtig war.

Die Zeitmessung wurde von der Steuerung durch das CFD-Signal initiiert. Ein TAC<sup>14</sup> generierte ein analoges Signal, dessen Pulshöhe proportional zur Zeitspanne der Konvertierung war. Die Zeitmessung wurde gestoppt durch das von außen an die Steuerung übergebene Trigger-Signal, das somit als gemeinsames Stoppsignal fungierte. Für die PSA wurde das BaF<sub>2</sub>-Signal in vier Zweige aufgespalten, um die Integration der schnellen und der langsamen Komponente jeweils mit einer niedrigen und einer hohen Verstärkung parallel auf vier separaten QAC-Bausteinen zu betreiben. Das Verhältnis der Verstärkungen betrug 5:1. Dadurch sollte die effektive Auflösung von 12 auf 14 Bit angehoben und somit die Separation durch die Pulsformanalyse bei niedrigen Energien verbessert werden [Dre07]. Allerdings wurden nur die beiden niedrigen Verstärkungen in der vorliegenden Arbeit benutzt, da sie völlig ausreichten (siehe Unterabschnitt 7.3.2). Abbildung 4.9 zeigt

<sup>12</sup>Leading Edge Discriminator

<sup>13</sup>Constant Fraction Discriminator

<sup>14</sup>Time-to-Amplitude Converter

die typischen Pulsformen von Photonen und Protonen. Durch Vergleich der schnellen Szintillationskomponente mit der totalen Lichtausbeute ließen sich Photonen von Nukleonen unterscheiden. Zur Messung der beiden Komponenten wurden zwei verschieden lange Integrationsfenster erzeugt. Das kurze Fenster zur Messung der schnellen Komponente („short gate“, SGATE) wurde mit einer Breite von 20 ns direkt aus dem CFD-Signal generiert. Dieses SGATE-Signal startete in der Steuerung einen Zeitgeber, der das lange Integrationsfenster („long gate“, LGATE) mit einer Breite von  $2 \mu\text{s}$  erzeugte. Die Pulse aus dem TAC und den vier QAC-Bausteinen wurden anschließend über einen Multiplexer dem ADC auf der Hauptplatine zugeführt. Eine detailliertere Beschreibung der Ausleseelektronik findet sich in [Dre03].

Die Informationen der 16 Digitalisierungsmodule (64 BaF<sub>2</sub>-Kanäle) wurden dann über die VME-Schnittstelle von einem VME-Rechner ausgelesen. Insgesamt kamen hierfür acht Rechner zum Einsatz. Zwei weitere Rechner erfassten die Informationen der Veto-CAMAC-Module (Zähler, TDC). Alle diese Daten wurden an einen einzelnen PC gesendet, der Ereignisteile prüfte und die Datenströme zusammensetzte.

## 4.4 Experiment-Trigger

Da es nicht möglich ist, alle im Detektor auftretenden Ereignisse zu speichern, wird immer ein Trigger-System verwendet, das den Untergrund effektiv unterdrückt und die interessanten Ereignisse herausfiltert. Um dies zu erreichen, wurden zwei Teilsysteme für den CB verwendet: Ein Energiesummen- und ein Bereichsmultiplizitäts-Trigger. TAPS konnte zu letzterem beitragen. Die übrigen Detektoren hatten keinen Einfluss auf den verwendeten Trigger. Im Folgenden werden die beiden Trigger-Schaltungen (siehe Abbildung 4.10) und anschließend die Registerschaltung zur Auswertung der Trigger-Informationen beschrieben. Den Abschluss dieses Abschnitts bildet eine kurze Erläuterung zum Trigger-Kontrollsystem, das die Trigger-Informationen über eine optische Verbindung an die CB-Ausleseelektronik verteilte.

### Energiesummen-Trigger

Für den Energiesummen-Trigger wurde die Analogsumme aller NaI-Kristalle gebildet. Dazu wurde die oben beschriebene Analogsumme der Split-Module verwendet. Die Signale der 45 16er-ODER-Ausgänge wurden in drei Stufen über analoge FIFO<sup>15</sup>-Module aufsummiert. Die Verteilung der Untersummen ist in [Unv04] abgebildet. Für das analoge Energiesummensignal wurde anschließend eine Anstiegszeitkompensation durchgeführt. Die niedrige Schwelle wurde auf ca. 2 MeV eingestellt. In den  $\eta$ -Experimenten wurde die hohe Schwelle auf ca. 390 MeV gesetzt. Das Verfahren zur Ermittlung dieser Schwelle ist in Kapitel 6 beschrieben.

### Bereichsmultiplizitäts-Trigger

Der Bereichsmultiplizitäts-Trigger ist in Abbildung 4.10 am mittleren Zweig zu erkennen. Für den Multiplizitäts-Trigger wurden die oben erwähnten 16er-ODER-Ausgänge

---

<sup>15</sup>Fan-In/Fan-Out

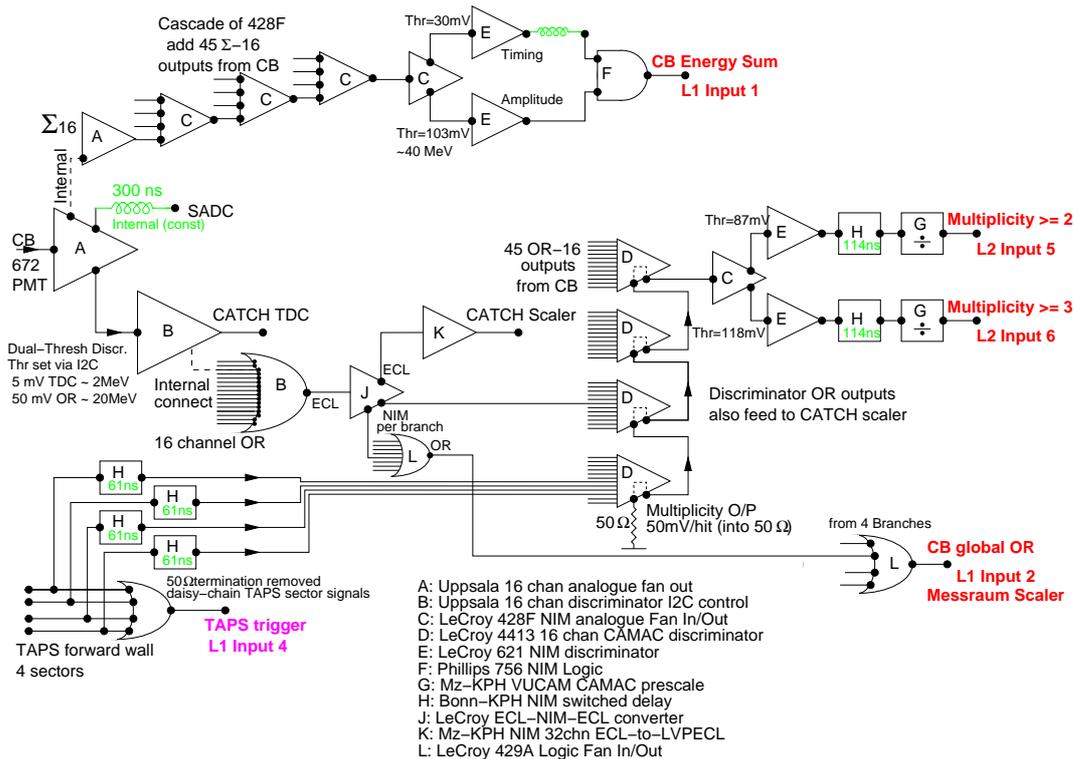


Abbildung 4.10: Schaltung des Energiesummen- und des Bereichsmultiplizitäts-Triggers. Die Energiesumme wurde alleine von CB gebildet. Bei der Auswertung der getroffenen Bereiche konnte auch TAPS mit einbezogen werden.

der CB-Diskriminatoren genutzt. Diese 16 Kanäle entsprachen zusammenhängenden Bereichen im CB. TAPS war in vier Bereiche von jeweils 127 bzw. 128 Kristallen (siehe Abbildung 3.15) eingeteilt. Aus allen Kanälen innerhalb eines Sektors wurde ein logisches ODER gebildet. Diese insgesamt  $45 + 4 = 49$  logischen ODER wurden auf weitere CAMAC-Diskriminatoren (D) gegeben. Sie hatten eine Stromquelle am  $50\ \Omega$ -Ausgang, die dort für jeden angesprochenen Bereich 1 mA erzeugte [Kra07]. Dieses analoge Signal wurde in einen zusätzlichen Eingang eines der anderen CAMAC-Diskriminator-Module eingekoppelt. Alle vier Diskriminatoremodule wurden so zur einer Kette zusammengeschaltet, in der eine Signalsumme erzeugt wurde, die proportional zur Anzahl der angesprochenen Bereiche im CB und in TAPS war. In einem FIFO-Modul wurde das Signal dupliziert und an zwei Diskriminatoren weitergeleitet. Durch Schwellen ließen sich hier verschiedene Multiplizitätsbedingungen einstellen. In den  $\eta$ -Experimenten und bei den Messungen zum magnetischen Moment der  $\Delta$ -Resonanz wurden die Bedingungen  $M \geq 2$  und  $M \geq 3$  benutzt.

## Trigger-Register

Der Kern des Trigger-Systems wurde durch vorprogrammierte Speicherregister (L1 und L2 in Abbildung 4.11) gebildet. Sie ordneten jedem programmierten Eingangsmuster ein Ausgangsmuster zu. Das Signal des Energiesummen-Triggers gelangte über einen pro-

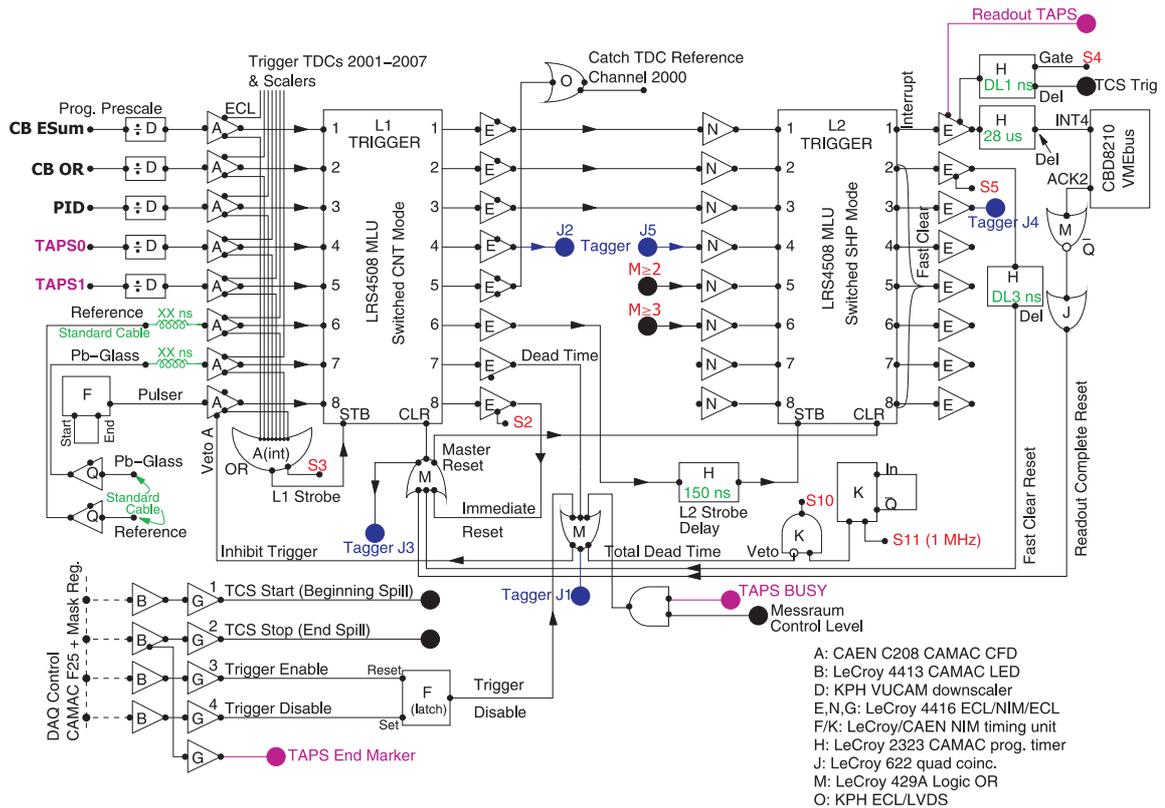


Abbildung 4.11: Schaltung der Trigger-Register zur Auswertung der Energiesummen- und Multiplizitätsinformationen. Der Level-1-Trigger wurde durch die Energiesumme im CB gebildet; im Level-2 wurde die Bereichsmultiplizität von CB und TAPS ausgewertet.

grammierbaren Untersetzer und einen Diskriminator in das Level-1-Register (L1). Durch den Untersetzer ließen sich verschiedene Trigger-Signale gegeneinander wichten; im Diskriminator konnten unerwünschte Signale blockieren werden. Für die Messungen der  $\eta$ -Zerfälle und der MDM-Daten wurde nur die CB-Energiesumme als Trigger im L1 zugelassen. Die Mustererkennung im Register wurde durch das ODER im Diskriminator ausgelöst. Auf ein gültiges L1-Signal hin wurde über den Ausgang 7 des Registers der Diskriminator verriegelt. Außerdem wurden durch Ausgang 4 die Tagger-TDC gestoppt und über Ausgang 5 die Zeitreferenz für den CB generiert. Ausgang 6 löste die Mustererkennung im Level-2-Register aus (L2). Über die ersten drei Eingänge wurde hier der L1-Trigger mit in die Entscheidung einbezogen. An den Eingängen 5 und 6 des L2 wurden die Signale der beiden Multiplizitäten überprüft. Zuvor wurden beide durch einen Untersetzer geführt, der die Rate der  $M \geq 2$ -Ereignisse um einen Faktor 3 (MDM-Daten: 49) reduzierte (Abbildung 4.10). Diese Ereignisse wurden so in die Datennahme integriert, um eine hohe Zahl an  $\pi^0$ -Produktionsereignissen und Zerfällen des  $\eta \rightarrow 2\gamma$  zu erhalten, aber die übrigen  $\eta$ -Zerfälle nicht übermäßig zu unterdrücken. Der Wirkungsquerschnitt der  $\pi^0$ -Produktion ist sehr genau bekannt. Somit konnte man über diesen Kanal die Kalibration und das Verständnis des Aufbaus verbessern. Zusätzlich zum in dieser Arbeit

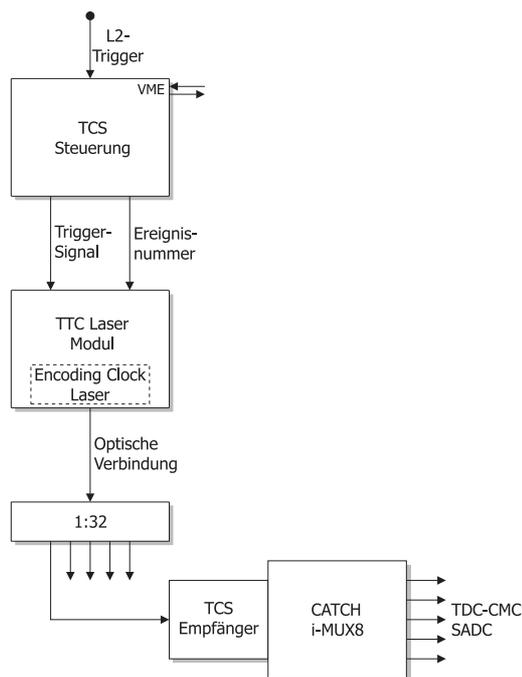


Abbildung 4.12: Schema des Trigger-Kontrollsystem (TCS). Es diente der Verteilung von Trigger-Informationen an die CB-Ausleseelektronik.

untersuchten Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ , wurde versucht die Masse des  $\eta$ -Mesons zu messen (siehe [Nik08]). Dies wurde auch am Zerfall in 2 Photonen geleistet. Bei Erkennung eines gültigen Musters im L2 wurde ein Signal für das TCS generiert, die Trigger-Bestätigung für den FIADC erzeugt und die Auslese von TAPS und vom CB gestartet.

### Trigger-Kontrollsystem

Das Trigger-Kontrollsystem (TCS), das für das COMPASS-Experiment am SPS<sup>16</sup>-Beschleuniger am CERN<sup>17</sup> entwickelt wurde, kam zur Anwendung, um Trigger- und Steuerungsinformationen über eine optische Verbindung zu den Auslesemodulen CATCH und i-MUX8 zu transferieren. Es erfüllte die folgenden Hauptaufgaben:

- Verteilen des Trigger-Signals an alle Ausleseschnittstellen,
- Verteilen der Ereignisnummer für jeden Trigger, um die Ereignisse rekonstruieren zu können,
- Bereitstellen eines Taktsignals von 38,88 MHz mit einer Genauigkeit von 50 ps RMS mit dem alle Komponenten synchronisiert wurden.

Das TCS bestand aus den drei Komponenten: TCS-Steuerung, TTC-Laser-Modul und TCS-Empfängerkarte. Die Steuerung empfing das Signal aus dem L2-Trigger-Register und generierte eine Ereignisnummer. Anschließend sendete sie ein Trigger-Bit und diese

<sup>16</sup>Super Proton Synchrotron

<sup>17</sup>Conceil Européen pour la Recherche Nucléair

Experiment	$E_{thr} / \text{MeV}$	$M \geq 3$	$M \geq 2$	TAPS
$\eta$	389,9	1	3	Nein
MDM	59,2	1	49	Ja

Tabelle 4.1: Trigger-Bedingungen der beiden untersuchten Experimente. Die Multiplizitätsbedingungen sind im Text erklärt. Die dazu angegebenen Zahlen entsprechen dem eingestellten Untersetzungsfaktor. Die letzte Spalte gibt an, ob TAPS zum Multiplizitäts-Trigger beitragen konnte.

Nummer an das Laser-Modul. Dieses übertrug mit der Taktfrequenz von 38,88 MHz die Informationen über die optische Verbindung an die TCS-Empfänger. Sie leiteten dann die Ereignisnummer und den Takt an die Auslesemodule weiter. Genauere Beschreibungen der Funktionsweise des TCS und des Einsatzes am SPS sind in [Kon01], [Gru01] und [Grü02] zu finden. Eine Beschreibung des Einsatzes des TCS am MAMI ist in [Kra07] gegeben.

Zum Abschluss sollen hier für die beiden untersuchten Experimente die jeweiligen Trigger-Bedingungen angegeben werden. Diese sind in Tabelle 4.1 aufgelistet. Die Bestimmung der Energiesummschwellen  $E_{thr}$  und Diskriminatorschwellen für den Bereichsmultiplizitäts-Trigger werden in Kapitel 6 beschrieben. Im Gegensatz zur Untersuchung des magnetischen Moments der  $\Delta$ -Resonanz (MDM) wurde die  $M \geq 2$ -Multiplizität im  $\eta$ -Experiment nicht so stark unterdrückt, da die  $\eta$ -Masse auch aus dem Zerfall  $\eta \rightarrow 2\gamma$  ermittelt werden sollte. TAPS wurde in den  $\eta$ -Experimenten nicht zum Trigger zugelassen, da auf Grund des hohen Strahlstroms von ca. 35 nA<sup>18</sup> erwartet wurde, dass ein zu großer elektromagnetischer Untergrund, der stark nach vorne gerichtet war, in TAPS hohe Multiplizitäten erzeugen würde.

<sup>18</sup>In den MDM-Experimenten wurden 8,5 bzw. 12 nA verwendet.



---

# Kapitel 5

## Simulation

In Kapitel 2 wurde die theoretische Herleitung des Dalitz-Plot-Parameters beschrieben und außerdem gezeigt, wie er sich aus den experimentellen Daten gewinnen läßt. Dazu ist es nötig den Phasenraum des Zerfalls  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  genau zu kennen. Hierbei darf allerdings die Wechselwirkung zwischen den drei neutralen Pionen, die die Ursache für den Dalitz-Parameter ist, nicht eingerechnet werden. Aus den gemessenen Daten erhält man jedoch immer Ereignisse, in denen die Pionen einer gegenseitigen Wechselwirkung unterliegen. Somit ist es für die Bestimmung des Dalitz-Plot-Parameters erforderlich, eine genaue Simulation des Phasenraums anzufertigen. Hierzu wurden in der vorliegenden Arbeit zwei wesentliche Schritte unternommen, die in diesem Kapitel vorgestellt werden. Zunächst wurde ein Ereignisgenerator implementiert, der die Reaktion  $\gamma p \rightarrow \eta p$  erzeugte und dann das  $\eta$ -Meson in  $3\pi^0$  zerfallen ließ. Mit Hilfe des Simulationspakets GEANT 3.21/02 wurden der Zerfall dieser drei Pionen in jeweils zwei Photonen simuliert, die geometrischen Eigenschaften der Detektoren, wie sie in den Abschnitten 3.4 bis 3.6 vorgestellt wurden, modelliert und die Energieverluste der Teilchen entlang ihrer Trajektorien durch die Detektormaterialien berechnet.

Zur Überprüfung der Analyse wurden totale Wirkungsquerschnitte für die  $\eta$ - und die  $\pi^0$ -Produktion berechnet. Die Simulationen wurden hierfür benötigt, um die Detektoreffizienzen zu ermitteln. Die nahezu einzige Untergrundreaktion zum Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  war die freie  $3\pi^0$ -Produktion. Um abzuschätzen, wie stark diese Reaktion das Endergebnis beeinflusste, wurden auch Ereignisse der Reaktion  $\gamma p \rightarrow 3\pi^0 p$  simuliert.

### 5.1 Ereignisgenerator

Die Implementierung des Ereignisgenerators wurde in der Programmiersprache C++ vorgenommen. Er wurde basierend auf dem am CERN für das NA49-Experiment entwickelten Software-Paket ROOT 5.12/00 geschrieben. Damit war es möglich einige bereits im ROOT implementierte Funktionen wie den Phasenraumzerfall von Teilchen zu nutzen. Dies hatte den Vorteil, dass der Programmieraufwand reduziert und bereits getestete und verlässliche Software verwendet werden konnte.

Zunächst musste der Photonenstrahl simuliert werden. Um eine möglichst genaue Nachbildung der Experimente zu erreichen, wurden die Verteilungen der Photonenenergien und -richtungen dem Verlauf der Bremsstrahlungsspektren nachempfunden. Dazu wurde eine mit  $1/E_\gamma$  gewichtete Zufallszahlenverteilung erzeugt (siehe Abbildung 5.1). Im

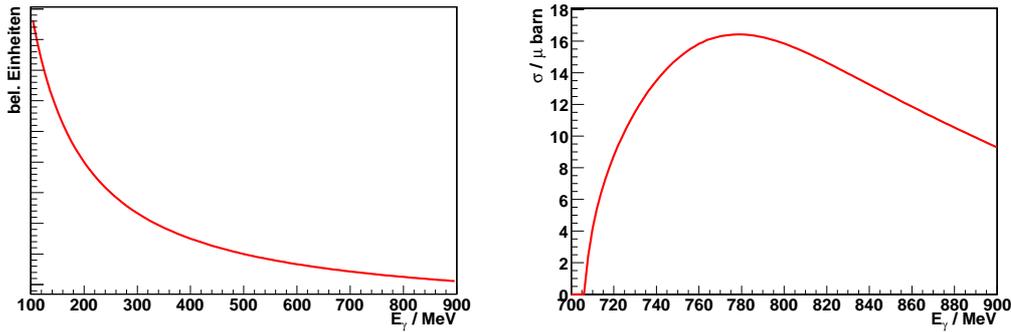


Abbildung 5.1: Erzeugung eines simulierten Photonenstrahls. *Links*: Zufallszahlenverteilung für die Simulation eines Bremsstrahlspektrums zwischen 100 MeV und 900 MeV. Für die Erzeugung der Ereignisse wurde durch Verwendung des totalen Wirkungsquerschnitts (rechts) die Verteilung ab der  $\eta$ -Produktionsschwelle genutzt. *Rechts*: ETAMAID-Modellrechnung für den totalen  $\eta$ -Wirkungsquerschnitt nach [Int4]. Die Berechnung erfolgte in Schritten von 2 MeV. Deutlich zu erkennen ist die Produktionsschwelle für  $\eta$ -Mesonen bei ungefähr 707 MeV.

Abschnitt 3.2 wurde gezeigt, dass die im Bremsstrahlungsprozess emittierten Photonen stark vorwärts gerichtet sind, was durch Formel 3.3 beschrieben wird. Hier geht der charakteristische Winkel ein, der sich durch  $\vartheta_c = m_e/E_0$  errechnet, wobei die im Experiment eingestellte Elektronenstrahlenergie  $E_0 \approx 883,2$  MeV zur Simulation des Photonenstrahls verwendet wurde. Abbildung 3.8 zeigt den Verlauf der  $\vartheta$ -Verteilung für eine Elektronenenergie von  $E_0 \approx 855$  MeV. Der entsprechende Verlauf für  $E_0 = 883,2$  MeV wurde als Wahrscheinlichkeitsverteilung bei der Bestimmung des  $\vartheta$ -Winkels genutzt. Der  $\phi$ -Winkel des Photonenstrahls wurde durch eine Gleichverteilung zwischen 0 und  $2\pi$  ermittelt.

Mesonen werden zum Beispiel beim Zerfall von Resonanzen (für die  $\eta$ -Produktion im Energiebereich von MAMI B ist zu großen Teilen die  $S_{11}(1535)$ -Resonanz verantwortlich) ausgesendet. Diese Resonanzen zeigen sich in den Wirkungsquerschnitten der Reaktionen (vgl. Abbildung 2.2). Betrachtet man eine einzelne Reaktion wie  $\gamma p \rightarrow \eta p$ , dann spiegelt sich die entsprechende Resonanzstruktur in der Energieverteilung der reaktionsauslösenden Bremsstrahlungsphotonen wider. Veränderungen in dieser Verteilung zeigten deutliche Effekte in der Energiesumme, die für die Simulation des Trigger-Systems verwendet wurde (siehe Kapitel 6). Deshalb musste die Bremsstrahlungsverteilung noch mit dem totalen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_\eta$  der  $\eta$ -Produktion gewichtet werden. Die in dieser Arbeit benutzten Werte für den Wirkungsquerschnitt stammten aus ETAMAID-Rechnungen von [Int4]. Abbildung 5.1 zeigt ihren Verlauf, wobei die Werte durch einen stetigen Graphen verbunden wurden. Da die Photonenstrahlenergien aus einer kontinuierlichen Menge von Zahlen ermittelt wurden, für den Wirkungsquerschnitt aber diskrete Werte vorlagen, wurde immer zwischen zwei Werten für  $\sigma_\eta$  linear interpoliert. Zur Simulation der  $\pi^0$ -Produktion wurden MAID2005-Vorhersagen für den totalen Wirkungsquerschnitt verwendet. Die freie  $3\pi^0$ -Produktion war nicht sehr genau untersucht. Deshalb lagen noch keine verlässlichen Berechnungen für den totalen Wirkungsquerschnitt dieser Reaktion vor, weshalb hier nur die Bremsstrahlungsverteilung in die Simulation einging.

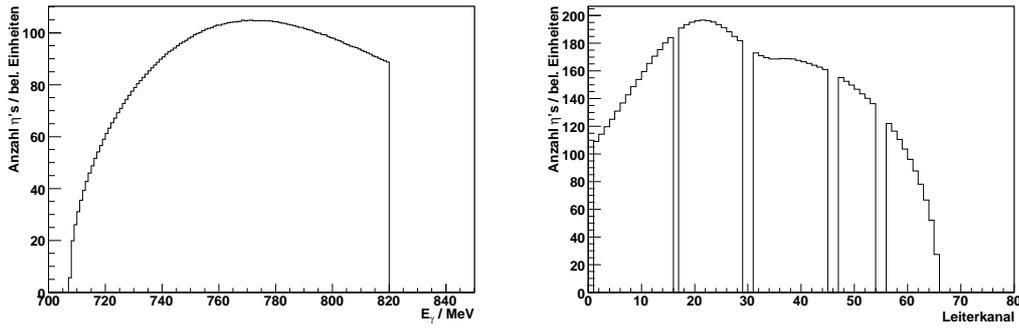


Abbildung 5.2: Energieverteilung der simulierten Strahlphotonen. *Links*: Energieverteilung der Photonen aufgebaut aus den erzeugten Kinematiken. *Rechts*: Energieverteilung der Photonen umgerechnet auf die verwendeten Tagger-Kanäle. Die Überhöhung bei kleinen Kanalnummern resultierte aus den wahren Energiebreiten der einzelnen Tagger-Kanäle (siehe Abbildung 3.6). Die Lücken in diesem Spektrum entsprechen beschädigten Kanälen, die in der Simulation nicht ausgewertet wurden.

Abbildung 5.2 links zeigt die Energieverteilung der simulierten Photonen für die  $\eta$ -Produktion. Man erkennt deutlich den Verlauf des totalen  $\eta$ -Wirkungsquerschnitts, der mit dem Bremsstrahlungsverlauf gefaltet ist. Der Einfluss der Bremsstrahlung ist allerdings sehr gering, da im betrachteten Bereich die Energieabhängigkeit der Strahlphotonenverteilung nicht sehr stark ausgeprägt ist (siehe Abbildung 3.7 unten). Rechts ist diese Verteilung umgerechnet auf Tagger-Kanäle zu sehen. Bei kleinen Kanalnummern ist deutlich eine Überhöhung zu erkennen, die aus den in diesem Bereich größeren Energiebreiten (Abbildung 3.6) der einzelnen Tagger-Kanäle resultierte. Kanäle, die in der Analyse der gemessenen Daten als beschädigt identifiziert wurden, sind hier ebenfalls ausgelassen, um eine möglichst korrekte Wiedergabe der Experimentbedingungen zur Effizienzberechnung zu erhalten.

Nachdem der Photonenstrahl auf diese Weise in seiner Energie und seiner Richtung bestimmt war, musste der Vertex innerhalb des Targets errechnet werden. Die  $z$ -Koordinate  $Z_{\text{Ver}}$  des Reaktionspunktes wurde aus einer Gleichverteilung über die gesamte Targetlänge von 4,76 cm (Abschnitt 3.3) ermittelt. Zur Berechnung der  $x$ - und  $y$ -Koordinaten wurde die Distanz zwischen Radiator und dem Mittelpunkt der Targetzelle (Abbildung 3.5) von  $D_{\text{Rad}} = 8,986$  m [Kon07] verwendet. Zunächst wurden die  $z$ -Komponente der Strecke zwischen Vertex und Radiator  $Z_{\text{Ver-Rad}}$  und daraus der Abstand  $D_z$  des Reaktionspunktes von der  $z$ -Achse berechnet. Da der Mittelpunkt des Targets als Ursprung des Koordinatensystems festgelegt wurde, konnte  $Z_{\text{Ver}}$  auch negative Werte annehmen.

$$\begin{aligned} Z_{\text{Ver-Rad}} &= D_{\text{Rad}} + Z_{\text{Ver}} \\ D_z &= Z_{\text{Ver-Rad}} \cdot \tan \vartheta \end{aligned} \quad (5.1)$$

Der letzte Schritt benötigte die Kenntnis des Winkels  $\vartheta$ , den das Photon mit der  $z$ -Achse einschloss. Die  $x$ - und  $y$ -Koordinaten wurden nun über die Dreiecksbildung mit Hilfe der

Reaktion	Photonenenergie	Ereignisanzahl	Ziel
$\gamma p \rightarrow \eta p \rightarrow 3\pi^0 p$	707 - 820 MeV	$100 \cdot 10^6$	Phasenraum, WQ
$\gamma p \rightarrow \pi^0 p$	145 - 800 MeV	$10 \cdot 10^6$	WQ
$\gamma p \rightarrow 3\pi^0 p$	680 - 820 MeV	$10 \cdot 10^6$	Untergrund

Tabelle 5.1: Anzahlen simulierter Ereignisse der drei betrachteten Reaktionen. Die  $\pi^0 p$ -Ereignisse wurden erzeugt, um die Analyse an Hand eines sehr genau bekannten Wirkungsquerschnitts zu testen; die freie  $3\pi^0$ -Produktion war der einzige Untergrundbeitrag zur Reaktion  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ .

Sinus- und Cosinusfunktionen bestimmt ( $\phi$  ist der Azimutwinkel des Strahlphotons):

$$\begin{aligned} X_{\text{Ver}} &= D_z \cdot \cos \phi \\ Y_{\text{Ver}} &= D_z \cdot \sin \phi \end{aligned} \quad (5.2)$$

Da die Target-Protonen als ruhend angenommen wurden, waren so alle Größen im Eingangskanal festgelegt. Nun folgte die Simulation der Reaktionsprodukte und ihrer Zerfallsteilchen. Dies wurde mit der C++-Klasse *TGenPhaseSpace* des ROOT-Programms erreicht. Sie erzeugte den n-Körper-Zerfall eines Teilchens mit einem über alle Winkel konstanten Wirkungsquerschnitt. Das Ereignis wurde im Schwerpunktsystem des zerfallenden Teilchens gebildet und anschließend wurden die Reaktionsprodukte durch eine Lorentztransformation in das ursprüngliche System überführt [Roo07]. Die für die Transformation benötigten  $\beta$  und  $\gamma$  wurden aus dem Vierervektor des Ausgangsteilchens berechnet. Die Summe der Viererimpulse des Strahlphotons und des Targetprotons ergab einen Lorentzvektor für die Resonanz, die das zerfallende Teilchen darstellte. Zunächst wurde z.B. der Zerfall  $S_{11} \rightarrow \eta p$  simuliert. Mit der gleichen Klasse wurde anschließend der Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  generiert. Zur Überprüfung des Hauptuntergrundes wurden auch Ereignisse der Reaktion  $\gamma p \rightarrow 3\pi^0 p$  erzeugt. Die Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$  wurde simuliert, um die Analyse an Hand des sehr gut bekannten totalen Wirkungsquerschnitts zu testen. Die Zerfälle der Pionen wurden bei allen drei Reaktionen nicht im Ereignisgenerator behandelt, sondern vom GEANT-Paket berechnet. Tabelle 5.1 gibt die Anzahlen der erzeugten Ereignisse für die drei betrachteten Reaktionen wieder.

Zum Abschluss dieses Abschnitts sollen nun noch Darstellungen der Zerfälle, die aus den so erzeugten Kinematiken gebildet wurden, gezeigt werden. Dazu zählt das symmetrisierte Dalitz-Diagramm im Ruhesystem des  $\eta$  und seine Projektion auf die Variable  $z$ , wie sie im Kapitel 2 definiert wurden. Für beide Abbildungen wurden 100 Millionen simulierte Ereignisse verwendet. Abbildung 5.3 oben zeigt eindeutig die durch die Theorie beschriebene Form. Bei vernachlässigter starker Wechselwirkung zwischen den Pionen und Betrachtung des gesamten Raumwinkels sollte der Bereich innerhalb des Kreises eine flache Verteilung aufweisen. Man erkennt deutlich, dass die Variable  $z$  (Abbildung 5.3 unten), die die Ereignisdichte des Dalitz-Diagramms zeigt, in diesem Bereich (0 bis ca. 0,75) gleichverteilt ist.  $z$  kann laut Definition nur Werte zwischen Null und Eins annehmen, wenn die zugrundeliegende Kinematik korrekt ist. Dies wurde durch den Ereignisgenerator erfüllt.

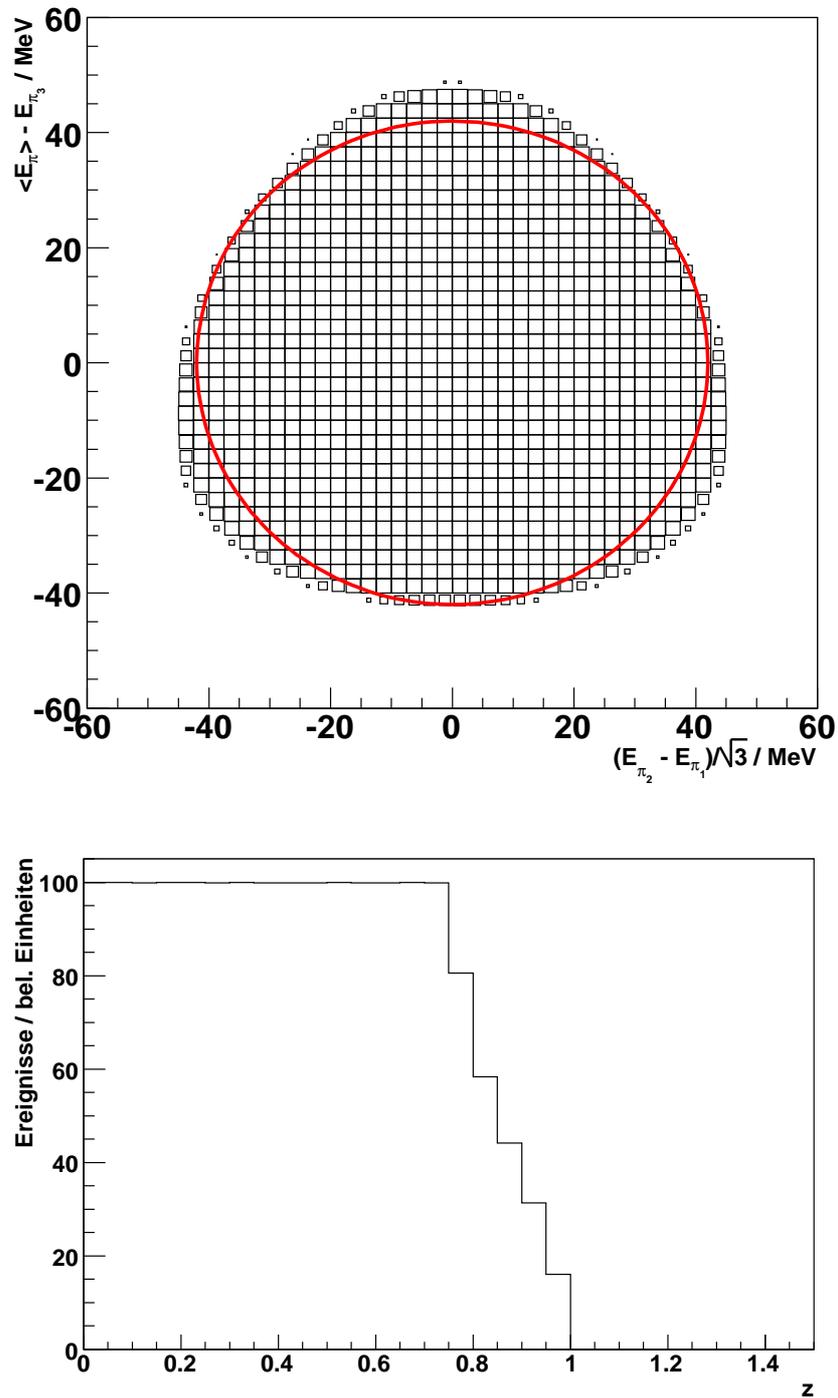


Abbildung 5.3: *Oben*: Symmetrisiertes Dalitz-Diagramm aus den generierten Zerfällen im Ruhesystem des  $\eta$ -Mesons. Der Kreis gibt den Bereich konstanter Ereigniszahl an. *Unten*: Die Verteilung  $z = (\rho/\rho_{max})^2$ . Sie repräsentiert die Ereignisdichte im symmetrisierten Dalitz-Diagramm (oben).  $\rho$  gibt den Abstand zum Mittelpunkt an.  $\rho_{max}$  ist der maximale Abstand in dieser Abbildung. Für weitere Erläuterungen vergleiche Kapitel 2.

## 5.2 $\pi^0$ -Zerfälle und Experimentgeometrie

Nach der Generierung der drei genannten Reaktionen, wie sie im vorangegangenen Kapitel beschrieben wurden, mussten nun die Zerfälle der neutralen Pionen simuliert werden. Dies wurde mit Hilfe des *FORTTRAN*-Programms GEANT 3.21/02 durchgeführt. Weiterhin wurden mit GEANT die Energieverluste der Teilchen in den Detektormaterialien simuliert. Für eine genauere Beschreibung, wie die physikalischen Prozesse bei Zerfällen von Teilchen und bei deren Durchgang durch Materie in GEANT behandelt wurden, sei hier auf das Handbuch [Gea94] verwiesen.

Das GEANT-Paket beachtete das Verzweigungsverhältnis für die dominantesten Zerfälle einiger Teilchen. So ließ es das neutrale Pion zu ca. 98,8 % in 2 Photonen zerfallen. In den restlichen 1,2 % der Fälle generierte GEANT die Aufspaltung  $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$ . Andere Modi spielten keine Rolle, da sie im Bereich von  $10^{-5}$  % und niedriger liegen. Zunächst berechnete das GEANT-Programm den Energieverlust des Pions entlang seines Weges durch das Target. Verwendet man die Lebensdauer  $\tau = 8,4 \cdot 10^{-17}$  s des Pions und multipliziert sie mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$ , um eine Abschätzung der Wegstrecke, die das Pion zurücklegt, zu erhalten, so bekommt man  $c\tau = 25,1$  nm. Unter Beachtung der Lebensdauer der Pionen wurden nun die Zerfälle in zwei Photonen generiert.

Dies wäre eigentlich ein Schritt, der auch vom Ereignisgenerator aus Abschnitt 5.1 hätte durchgeführt werden können. Allerdings bot sich durch die Nutzung von GEANT für den letzten Prozess der Zerfallskette eine weitere Option in der Analyse der simulierten Ereignisse auf Grund der bestehenden Datenstrukturen der Ausgabedateien. Diese enthielten nahezu ausschließlich Informationen der einzelnen Detektorelemente und nicht mehr über die Reaktionsteilchen selbst. Um dennoch die Informationen über die Energien und Impulse der vom Ereignisgenerator gebildeten Teilchen in der Analyse verwenden zu können<sup>1</sup>, wurden sie automatisch von der GEANT-Eingabe- in die Ausgabedatei übernommen. Es hätten auch andere Möglichkeiten bestanden dies zu erreichen; allerdings war bei dieser Lösung der Programmieraufwand am geringsten.

Nun wurden die Energieverluste der erzeugten Photonen und des Protons in den Detektormaterialien berechnet. Hierzu mussten die genauen Maße und Positionen aller Detektorkomponenten in das Simulationsprogramm integriert werden. Zur Überprüfung ließen sich mit GEANT Bilder erzeugen, die die benutzten Detektorgeometrien darstellten. Die Modellierung der Experimentgeometrie richtete sich nach den im Kapitel 3 gezeigten Detektorbeschreibungen. In den nächsten Absätzen folgen einige Erläuterungen zu den einzelnen Detektoren. Eine Simulation der Photonenmarkierungsanlage war nicht nötig, da dies bereits durch die Erstellung eines Photonenstrahls im Ereignisgenerator erreicht wurde. Somit mussten noch das Target und die Detektoren PID, CB und TAPS, sowie die Drahtkammern berücksichtigt werden.

Die Materialien des Targets wurden nur in die Simulation integriert, um die korrekten Energien der Teilchen zu erhalten, bevor sie die Kalorimeter PID, CB und TAPS erreichten. Die Informationen über den Energieverlust im Target wurden in der weiteren Analyse verworfen. Ähnliches galt für die Drahtkammern, die in der Auswertung, die diese Arbeit beschreibt, nicht verwendet wurden. Die Modellierung der Target-Geometrie wurde nach den in [Tho04] zu findenden Skizzen vorgenommen. Eine kurze Beschreibung der

<sup>1</sup>Somit waren Vergleiche zwischen den ursprünglich generierten Teilchen und den in der Analyse rekonstruierten Teilchen möglich. Dies diente zur Überprüfung der Ereignisrekonstruktion mit der Methode der kinematischen Anpassung (siehe Kapitel 8).

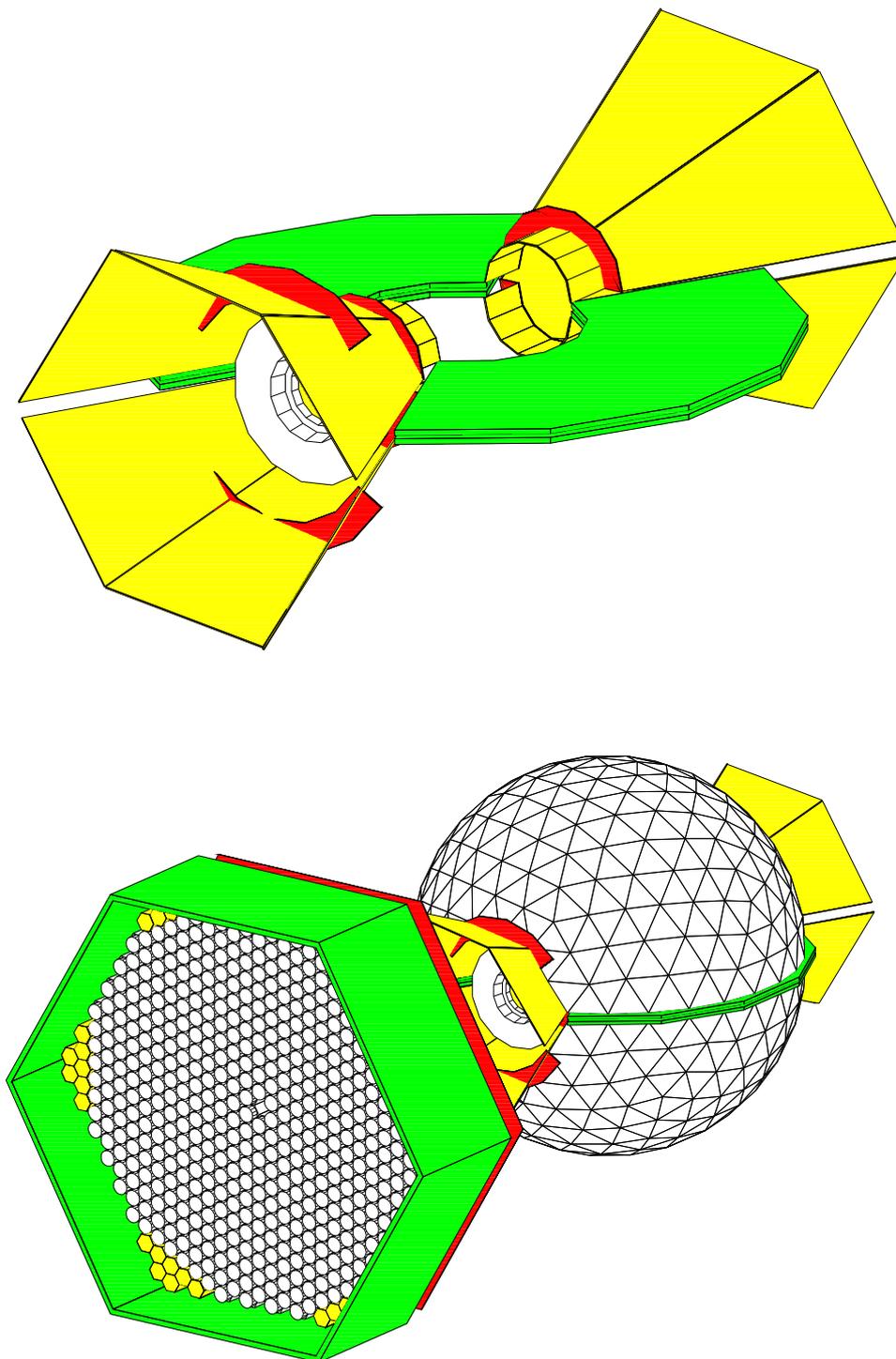


Abbildung 5.4: Detektorgeometrie in der Simulation. *Oben*: Crystal Ball-Stahlstrukturen. *Unten*: Die gesamte Detektoranordnung, wie sie in der Simulation verwendet wurde. Der Strahl kommt jeweils von rechts. Im Strahlaustrittsbereich sind auch die Volumen, die die Kabel und Elektronik des PID und der Drahtkammern repräsentierten, zu sehen.

Eigenschaften findet sich auch im Abschnitt 3.3. Auf Grund der vielen Einzelteile und Materialien erwies sich allerdings ein grafische Darstellung dieser beiden Komponenten hier als nicht sinnvoll.

Für den CB wurden bisher fast ausschließlich die NaI-Kristalle selbst betrachtet. Die gesamte Hüllenstruktur musste aber für die Simulation berücksichtigt werden. Abbildung 5.4 oben zeigt die Bodenplatten der Halbkugeln aus Stahl, sowie die Stahlplatten in den Tunnelbereichen. In Vorwärtsrichtung (linke Tunnelregion) wurden weitere Volumen angebracht, die Teile der Elektronik des PID und der Drahtkammer sowie deren Signalkabel darstellten. Deshalb wurde hierfür als Material Fiberglas gewählt. Senkrecht im Tunnelbereich, der durch TAPS abgedeckt wurde, musste ein weiteres Stück Stahl in die Geometrie integriert werden, um den Energieverlust von Teilchen auf dem Weg zu den BaF<sub>2</sub>-Kristallen genauer zu simulieren.

Im Inneren des CB wurden die Materialien des PID platziert. Um eine korrekte Simulation der Energieverluste der Reaktionsteilchen zu erreichen, mussten auch die Photomultiplier und die Stützringe aus Aluminium des Teilchenidentifikationsdetektors berücksichtigt werden. Als Material für die Streifen wurde der Standard-Plastiksintillator aus dem GEANT-Paket verwendet. Auf Grund der vielen Einzelteile wurde hier wiederum auf eine Darstellung verzichtet.

Die sechseckigen Kristalle der TAPS-Vorwärtswand hatten als Verbindung zu den Photomultipliern einen zylindrischen BaF<sub>2</sub>-Fortsatz, der in Abbildung 5.4 auf Grund der Auflösung kaum zu erkennen ist (siehe auch Abbildung 3.16). Alle TAPS-Module, bestehend aus den BaF<sub>2</sub>-Szintillatoren und den Photomultipliern lagen in einem sechseckigen Stützrahmen aus Aluminium. Da die 510 Kristalle nicht den gesamten Rahmen ausfüllten wurden an den Ecken zusätzlich Kristallattrappen aus PVC platziert. Dies wurde genau so in der GEANT-Geometrie nachgebildet (siehe Abbildung 5.4 unten), um Rückstreuungseffekte in den Randkristallen zu simulieren. Die aus Plastik-Szintillator bestehenden Veto-Detektoren waren in einer Box aus PVC gelagert, die vor der eigentlichen TAPS-Wand angebracht war. Diese ist als dünnes Volumen zwischen TAPS und CB nahe der Vorwärtswand zu erkennen. Für die Veto-Detektoren selbst wurde wieder das Standard-Szintillator-Material aus dem GEANT-Programm zur Simulation verwendet.

Für die simulierten Ereignisse wurden die von der Analyse benötigten Informationen in Ausgabedateien gespeichert. Diese Angaben umfassten die in den einzelnen Detektorelementen von CB und PID berechneten Energieverluste und die den getroffenen Elementen zugeordneten Kanalnummern. Die Energiebeträge der NaI-Kristalle wurden noch innerhalb der in Gleichung 3.5 angegebenen Energieauflösung „verschmiert“. Für die TAPS-Vorwärtswand waren einige weitere Informationen nötig. Um eine Pulsformanalyse durchführen zu können, mussten sowohl die Energiebeträge in den langsamen als auch in den schnellen Komponenten ermittelt werden. Dazu wurde die Energie der schnellen Komponente für Protonen mit einem Polynom neunten Grades so angepasst, dass das Verhältnis zwischen beiden Energien dem aus den gemessenen Daten (siehe Abbildung 7.11) entsprach. Auch hier wurde eine „Verschmierung“ der Energien durchgeführt. Dazu wurde die in Tabelle 3.2 aufgelistete Energieauflösung für beide Komponenten angewendet. Weiterhin wurden die Kanalnummern der getroffenen Kristalle und der Veto-Detektoren in die Ausgabedatei geschrieben. Für die Veto-Detektoren wurde ebenfalls eine Energiedeposition ermittelt und gespeichert, um durch Anwenden einer Schwellenbedingung in der Analyse eine Situation zu schaffen, wie sie bei der Durchführung der Experimente vorlag. Für eine Teilchenidentifizierung mit der Flugzeitmethode wurde ei-

ne Zeitinformation benötigt, die vom GEANT-Programm automatisch generiert wurde. Zusätzlich wurden, wie bereits oben erwähnt, die Angaben über die Reaktionsteilchen ( $\eta$ ,  $3 \pi^0$ ) in die Ausgabedatei übernommen. Darunter befanden sich die Energien, die Impulsbeträge und die Richtungen der Reaktionsprodukte, die Energie und die Richtung des Photonenstrahls und die Position des Vertex.

Mit all diesen Angaben konnte eine Analyse der simulierten Daten durchgeführt werden, die weitestgehend der Untersuchung der gemessenen Werte entsprach. Unterschiede zwischen den Analysen von gemessenen und simulierten Daten werden an den entsprechenden Stellen in den Kapiteln 6, 7 und 8 beschrieben.



---

# Kapitel 6

## Simulations-Trigger

Das im Abschnitt 4.4 beschriebene Trigger-System stellte einen der wichtigsten Teile im gesamten Aufbau dar. Für die Simulation war es essentiell dieses System korrekt zu modellieren. Vor allem weil Ereignisse, in denen das TAPS-Spektrometer Teilchen zur Ereignissignatur besteuerte, einen großen Einfluss auf die Detektorakzeptanzen und damit den Dalitz-Plot-Parameter hatten, musste eine möglichst genaue Übereinstimmung zwischen den vom Experiment-Trigger und von der Simulation erzeugten Effekten erreicht werden. Der Trigger gliederte sich in zwei Teile: Den Energiesummen- und den Bereichsmultiplizitäts-Trigger. Da die Justierung der Energiesummenschwelle nur ungenau möglich war, musste der wirklich eingestellte Wert aus den gemessenen Daten ermittelt werden. Das gleiche galt für die Schwellen der CB-Diskriminatoren, die eine Rolle für die Bereichsmultiplizität spielten (siehe Abbildungen 4.3 und 4.10). Die Bestimmung dieser Schwellen und die Implementierung des Experiment-Triggers für die Simulation werden in diesem Kapitel beschrieben.

### 6.1 Energiesummen-Trigger

Die Energiesummenschwelle wurde an einem *LeCroy* 621 NIM-Diskriminator eingestellt. Da hier analoge Signale verarbeitet wurden, konnte die Schwelle nur in mV justiert werden. Eine genaue Kenntnis der Pulshöhe, die 1 MeV entsprach, war nicht gegeben. Es lag nur eine grobe Eichung vor, mit der man 1 MeV zu etwa 2,5 mV abgeschätzt hatte. Die Schwelle wurde daraufhin auf 750 mV eingestellt. Das zu diskriminierende Signal wurde durch die analoge Summe aller im CB gemessenen Pulshöhen gebildet. Allerdings wurde es nicht aufgezeichnet. Somit musste eine Rekonstruktion aus den mit den Sampling-ADC gemessenen Werten vorgenommen werden. Zwei Umstände verhinderten allerdings eine exakte Rekonstruktion der Energiesumme: Die analogen Signale trafen zu unterschiedlichen Zeitpunkten ein, wodurch manche Kanäle nicht mit ihrer vollen Pulshöhe sondern nur mit einem Anteil auf ihrer steigenden oder fallenden Flanke zur Trigger-Energiesumme beitrugen, und an den ADC lagen Schwellen von ca. 1000 keV zur Unterdrückung von Signalrauschen an, die sich auf Grund der nicht absolut genauen Kalibrationen der NaI-Kristalle verschieden auswirkten. Das hier beschriebene Verfahren zur Bestimmung der Energiesummenschwelle erwies sich dennoch als ausreichend.

Zur Bestimmung der Schwelle wurde die Summe aus allen NaI-Energien im CB gebildet. Dabei war allerdings zu beachten, dass in der Analyse auf alle NaI-Kanäle eine

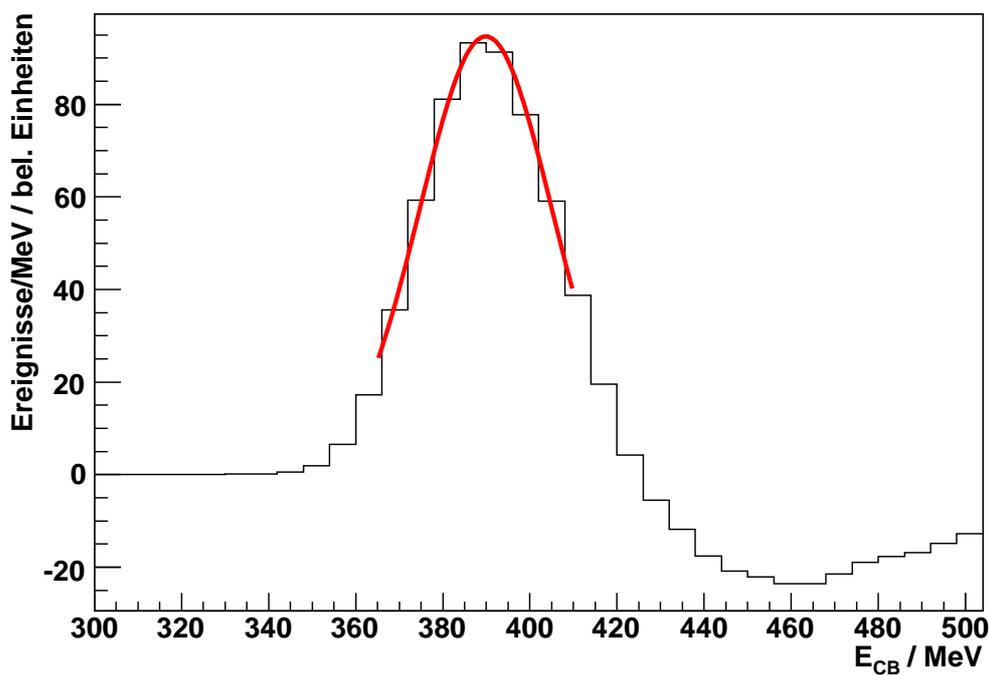
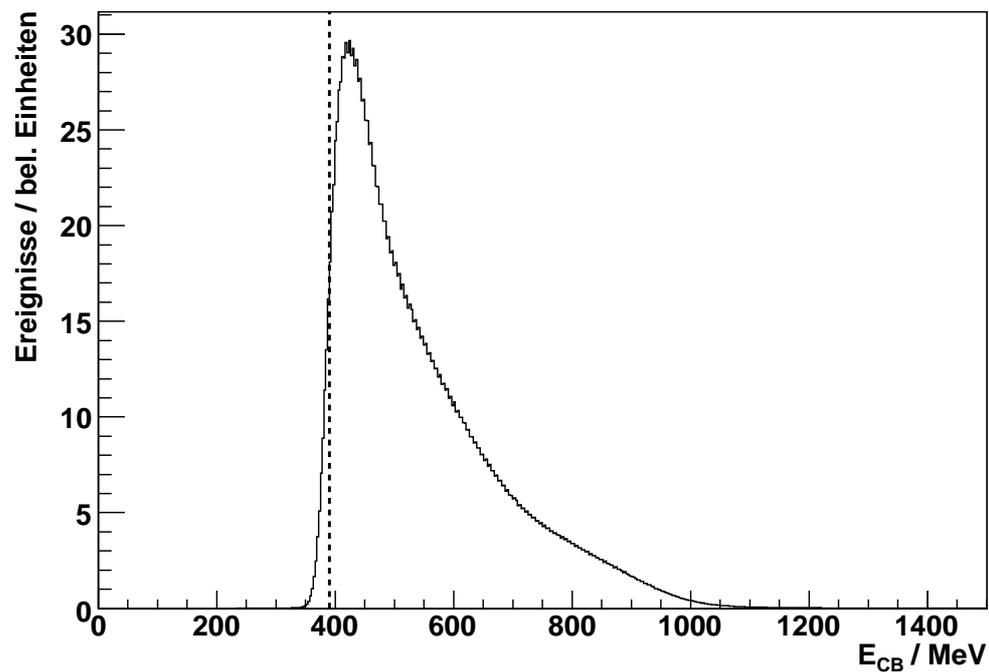


Abbildung 6.1: Bestimmung der Energieschwelle. *Oben*: Gesamte im CB deponierte Energie aus der Addition aller Kristallbeiträge, ohne jegliche Schwellenbedingung zu beachten. Die senkrechte Linie gibt die aus der Ableitung (unteres Bild) ermittelte Position der Energieschwelle an. *Unten*: Ableitung der Gesamtenergie im CB. Aus der Bestimmung der Pikposition erhielt man die Position der Energieschwelle von etwa 390 MeV.

Schwelle von 2 MeV zur weiteren Unterdrückung von Rauschen wirkte. Da auf die Signale, die von der Trigger-Elektronik verarbeitet wurden, solch eine Begrenzung nicht angewendet wurde, mussten die Kristallenergien vor dem Wirken der Schwelle summiert werden.

Ein weiterer Unterschied zwischen der von der Trigger-Elektronik und der aus den ADC-Informationen gebildeten Energiesumme war die Kalibration der NaI-Kanäle. Die analogen Signale waren durch die Eichung im niederenergetischen Bereich (siehe Unterabschnitt 7.2.1) zwar schon aneinander angepasst, allerdings galt dies für höhere Energien, wie sie im Experiment erreicht wurden, nicht. Ein bloßes „Zurückrechnen“ der Kalibration war hier als Lösung dennoch nicht angebracht, da die Simulation bereits Energieinformationen in MeV bereit stellte. Deshalb wurde ein Verfahren entwickelt, um die Eichung für die Energiesummenbildung rückgängig zu machen und trotzdem Energieeinheiten zu erhalten. Aus allen Verstärkungen der 672-Kanäle wurde ein mittlerer Kalibrationsfaktor  $\bar{\mu}$  bestimmt und für jeden Kanal die Abweichung der individuellen Verstärkung zu diesem  $\bar{\mu}$  berechnet. Dividieren der Energieinformationen der NaI-Kanäle durch die jeweiligen Abweichungen erzeugte eine „Enteichung“, ergab aber dennoch Werte in MeV.

Durch Ignorieren der Schwelle von 2 MeV und mit Hilfe des oben beschriebenen Verfahrens konnte eine NaI-Energiesumme aufgebaut werden, wie sie in Abbildung 6.1 oben zu sehen ist. Kurz unterhalb von 400 MeV zeigte sich ein scharfer Anstieg, der vom Wirken der Energiesummenschwelle in der Trigger-Elektronik herrührte. Bei einer absolut genauen Rekonstruktion der Energiesumme hätte der Anstieg exakt senkrecht verlaufen müssen. Da dies hier nicht der Fall war, waren die oben beschriebenen Methoden nicht vollständig korrekt. Dennoch wurde mit ihnen eine genügend gute Übereinstimmung zwischen gemessenen Daten und der Simulation erreicht, was im Abschnitt 6.3 gezeigt wird. Die Trigger-Schwelle wurde nun bestimmt, indem zunächst eine Ableitung der Energiesumme durch Berechnen des Höhenunterschieds zwischen zwei benachbarten Bins erstellt wurde. Das Resultat ist in Abbildung 6.1 unten zu sehen. Die Maximumsposition der Ableitung gab die Stelle der größten Steigung in der Energiesumme an, was als Schwelle interpretiert wurde. Durch Anpassen einer Gauß-Funktion wurde die Pikposition für die  $\eta$ -Daten zu 389,9 MeV bestimmt; der Wert, der aus den MDM-Daten ermittelt wurde, lag bei 59,2 MeV. Diese Werte wurden als Schwellenbedingungen in der Implementierung des Trigger-Systems für die Simulation verwendet.

## 6.2 Bereichsmultiplizitäts-Trigger

Im Abschnitt 4.4 ist der Bereichsmultiplizitäts-Trigger, wie er in das L2-Register eingespeist wurde, beschrieben. Er wurde aus den ODER-Ausgängen der 45 Diskriminatoren generiert, wobei die Kanäle, die auf einen Diskriminator gegeben wurden, einen zusammenhängenden Bereich im CB bildeten. Ein Bereich galt als getroffen, wenn die Energiedeposition von mindestens einem Kristall die HIGH-Schwelle im Diskriminator überschritten hatte. Für alle NaI-Kanäle wurde die HIGH-Schwelle (siehe Abschnitt 4.2) auf den gleichen Wert eingestellt, der sich auf Grund des unterschiedlichen Energie- und Zeitverhaltens der Kanäle jeweils anders auswirkte. In die Implementierung des Trigger für die Simulation mussten diese Schwellen aber, wie im Experiment verwendet, integriert werden. Hier wird nun ein Verfahren beschrieben, mit dem die HIGH-Schwellen für alle Kanäle separat bestimmt wurden.

Da die Kanalnummern der Kristalle, die den Bereichs-Trigger ausgelöst hatten, nicht gespeichert wurden, musste eine Methode entwickelt werden, mit der diese aus den gemessenen Daten ermittelt werden konnten. Deshalb wurden zur Bestimmung der Diskriminator-Schwellen nur Ereignisse betrachtet, die die Energiesummen- und die  $M \geq 3$ -Trigger-Bedingung erfüllt hatten. Dabei heißt  $M \geq 3$ , dass in mindestens drei Bereichen wenigstens ein Kristall die HIGH-Schwelle überschritten hatte<sup>1</sup>. Für solche Ereignisse wurde zunächst in jedem Diskriminator-Bereich der Kristall mit der höchsten Energieposition gesucht. Diese 45 Kanäle wurden nun nach ihrer Energie sortiert. Da die  $M \geq 3$ -Bedingung bedeutet, dass auch mehr als drei Bereiche zum Trigger beigetragen haben konnten, man aber nicht wusste, ob dies der Fall war, wurden nur die drei aus den 45 zuvor gewählten Kanälen mit den höchsten Energiebeträgen betrachtet. Für sie wurde jeweils das Energiespektrum aufgebaut. Solch ein Spektrum ist in Abbildung 6.2 oben zu sehen. Man erkennt deutlich den starken Anstieg bei niedrigen Energien, der durch das Wirken der Schwelle verursacht wurde.

Nun wurde wie bei der Bestimmung der Energiesummenschwelle verfahren, indem zunächst die Ableitung des Energiespektrums gebildet und anschließend die Pikposition durch Anpassen einer Gauß-Funktion ermittelt wurde (Abbildung 6.2 unten). Deutlich bildete sich ein Maximum heraus, das die Position der größten Steigung im Energiespektrum des einzelnen Kanals festlegte. Die so erhaltenen 672 Diskriminatorschwellen variierten zwischen 20 und 45 MeV. Da TAPS bei der Messung der MDM-Daten ebenfalls zur Multiplizität beitragen konnte, mussten auch für die BaF<sub>2</sub>-Kristalle individuelle Schwellen bestimmt werden. TAPS war für den Trigger in vier Bereiche mit jeweils 127 bzw. 128 Kanäle unterteilt. Jeder dieser Bereiche wurde bei der Bestimmung der Schwellen exakt so behandelt wie die 45 Bereiche des CB. Somit konnten auch BaF<sub>2</sub>-Kristalle unter den ausgesuchten drei Kanälen sein. Für die 510 Diskriminatorschwellen der TAPS-Kristalle wurden Werte zwischen 17 und 32 MeV berechnet.

### 6.3 Implementierung

Das Trigger-System wurde im Abschnitt 4.4 beschrieben. Es setzte sich aus dem Energiesummen- und dem Bereichsmultiplizitäts-Trigger zusammen, wobei TAPS in den Strahlzeiten zur Messung des magnetischen Moments der  $\Delta$ -Resonanz auch zur Multiplizität beitragen konnte. Die ermittelten Informationen ergaben ein Muster, das dem aus den L1- und L2-Registern der Trigger-Schaltung entsprach. Zunächst wird hier die Implementierung des Simulations-Trigger für den CB beschrieben. Danach folgt eine Darstellung des Beitrags von TAPS zur Bereichsmultiplizität. An den entsprechenden Stellen werden sowohl die Energiesumme als auch die Multiplizität, die aus der Simulation ermittelt wurden, mit den aus den gemessenen Daten bestimmten Spektren verglichen. Wie dieser Vergleich zeigte, wurde eine nahezu perfekte Übereinstimmung erreicht.

Die Energiesumme wurde durch Addition der Energiebeträge aller Kristalle im CB gebildet. Dabei wurden alle Kanäle mit einbezogen, deren Energiebetrag über 1 MeV lag. Diese Bedingung wurde gesetzt, um die in den CB-ADC eingestellte Schwelle von ca. 1 MeV nachzuahmen. Da diese bereits bei der Datennahme gewirkt hatte, wurde somit

<sup>1</sup>Die Verwendung der  $M \geq 2$ -Bedingung wäre auch möglich gewesen. Allerdings konnten mit  $M \geq 3$  für jedes Ereignis drei Kanäle ausgewertet werden, was die Statistik gegenüber der Verwendung der  $M \geq 2$ -Bedingung erhöhte.

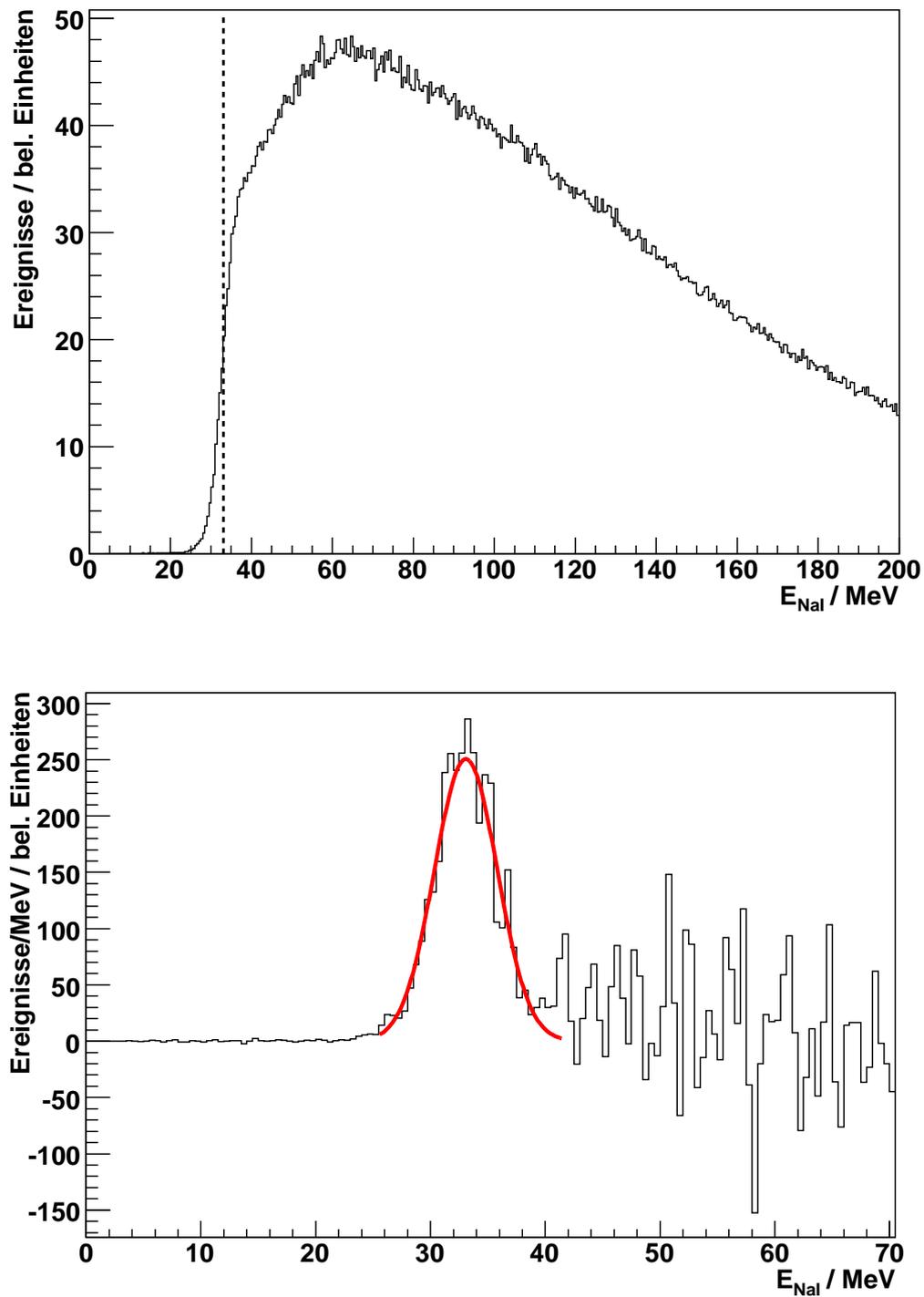


Abbildung 6.2: Bestimmung der Diskriminatorschwellen für den Bereichsmultiplizitäts-Trigger. *Oben*: Energiespektrum eines einzelnen NaI-Kristalls. Aufgebaut wurde dieses Spektrum nur, wenn der Kanal einen der drei höchsten Energiebeträge aus den 45 vorselektierten Kristallen hatte. *Unten*: Ableitung des Energiespektrums im oberen Bild. Durch Anpassen einer Gauß-Funktion wurde die Pikposition dieses Kanals zu 33,08 MeV bestimmt.

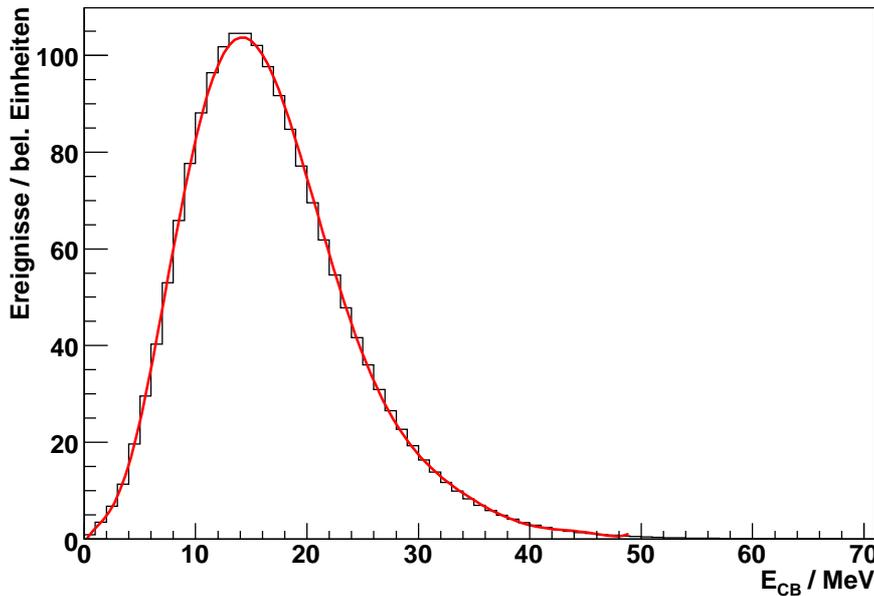


Abbildung 6.3: Verteilung des CB-Rauschens, bestimmt aus den gemessenen Daten. Zur korrekten Wiedergabe der Energiesumme in der Simulation wurde ein Polynom 9. Grades angepasst. Dieses wurde als Zufallszahlenverteilung für eine Nachbildung des Rauschens bei der Berechnung der Energiesumme aus den simulierten Daten verwendet.

bei der Bestimmung der Energiesumme aus den gemessenen und den simulierten Daten der gleiche Effekt erzielt. Die im Analyseprogramm eingestellte Schwelle von 2 MeV, die auch auf die simulierten Daten angewendet wurde, wurde hier nicht beachtet. Allerdings konnten die Energiebeiträge nicht einfach summiert werden, da in der Trigger-Elektronik nicht geeichte Signale verwendet wurden. Also mussten die Energien durch die im Abschnitt 6.1 bestimmten Eichfaktoren geteilt werden, um auch hier in beiden Datenarten den gleichen Effekt zu erreichen. Zusätzlich zu diesen Maßnahmen wurde aus den gemessenen Daten eine Verteilung des Rauschens der Elektronik ermittelt. Dazu wurden alle Energien zwischen 1 und 2 MeV addiert, weil angenommen wurde, dass höhere Energien alleine aus Schauern, die durch echte Teilchentreffer ausgelöst wurden, resultierten. Abbildung 6.3 zeigt die ermittelte Verteilung des Rauschens. Die Anpassung eines Polynoms 9. Grades wurde für eine Zufallszahlenverteilung genutzt, die zur Nachbildung des Rauschens bei der Bestimmung der Energiesumme aus den simulierten Daten angewendet wurde. Eine weitere Maßnahme, die vorgenommen werden musste, war das Abgleichen der invarianten Massen, das im Abschnitt 7.4 beschrieben wird. Durch einen für alle CB-Kanäle gültigen Skalierungsfaktor wurden die Maxima dieser Verteilungen auf die Masse des  $\eta$ -Mesons von  $m_\eta = 547,75$  MeV verschoben. Da die Faktoren direkt auf die simulierten Energien der NaI-Kristalle wirkten, beeinflusste eine Justierung der Faktoren auch die Energiesumme. Bei einer Übereinstimmung der Pikpositionen der invarianten Massenverteilungen aus den gemessenen und den simulierten Daten passten auch die Lagen der Maxima der Energiesummen beider Datentypen genau.

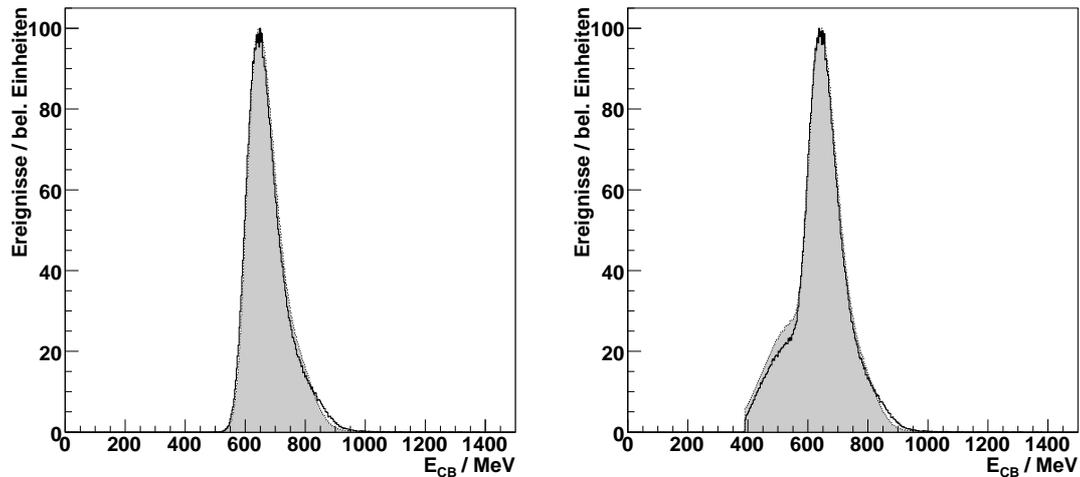


Abbildung 6.4: CB-Energiesummen. *Links*: Energiesumme betrachtet für Ereignisse mit allen sechs Photonen im CB. Die Histogramme beider Datentypen stimmten sehr gut überein. *Rechts*: Energiesumme ohne eine Effizienz für die Photonen in TAPS einzuführen. Bei niedrigen Energien war ein Unterschied in den Energiesummen für gemessene und simulierte Daten (grau) zu erkennen. Begründet wurde dieses Verhalten mit der ungenügenden Simulation der Photonenkonversion in den Materialien im CB-Strahlaustrittsbereich.

Um die so gebildete CB-Energiesumme aus den gemessenen Daten mit der simulierten zu vergleichen, mussten in der Analyse Ereignisse der Reaktion  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  herausgefiltert werden, da die Simulation allein für diese Reaktion realisiert wurde. Die hierfür notwendige Selektion ist im Kapitel 8 beschrieben. Zunächst wurden nur Ereignisse betrachtet, die keine Photonen in TAPS aufwiesen. Abbildung 6.4 links zeigt die Energiesumme nur für Ereignisse bei denen alle sechs Photonen den CB trafen. Das grau hinterlegte Histogramm stellte die Energiesumme der Simulation dar; das andere wurde aus den gemessenen Daten generiert. Beide Histogramme stimmten sehr gut miteinander überein. Schaltete man TAPS hinzu, so veränderten sich die Spektren. Auch wenn TAPS nicht zur Energiesumme beitrug, war doch ein Einfluss in Ereignissen mit mindestens einem Photon in TAPS zu erkennen. Die gesamte im CB deponierte Energie war hier im Mittel geringer als bei Ereignissen in denen alle sechs Photonen im CB detektiert wurden. Dies ist in Abbildung 6.4 rechts zu sehen. Zu kleineren Energien hin hatten sich Ereignisse angesammelt, in denen mindestens ein Photon in TAPS zu finden war. Allerdings stimmten in diesem Bereich die Histogramme nicht überein. Im Verhältnis zum Maximum der Verteilung wurden in der Simulation zu viele Ereignisse mit Photonen in TAPS registriert. Deshalb wurde eine Photonen ineffizienz in TAPS von 83 % eingeführt. Begründet lag diese Maßnahme im Material des PID und der Drahtkammern, das in Vorwärtsrichtung große Teile von TAPS abschirmte. Hier konnten Photonen in Elektron/Positron-Paare konvertiert werden, was durch die ungenügende Nachbildung dieses Bereiches und die nicht ganz korrekte Wiedergabe der physikalischen Prozesse in der Simulation nicht exakt beschrieben werden konnte.

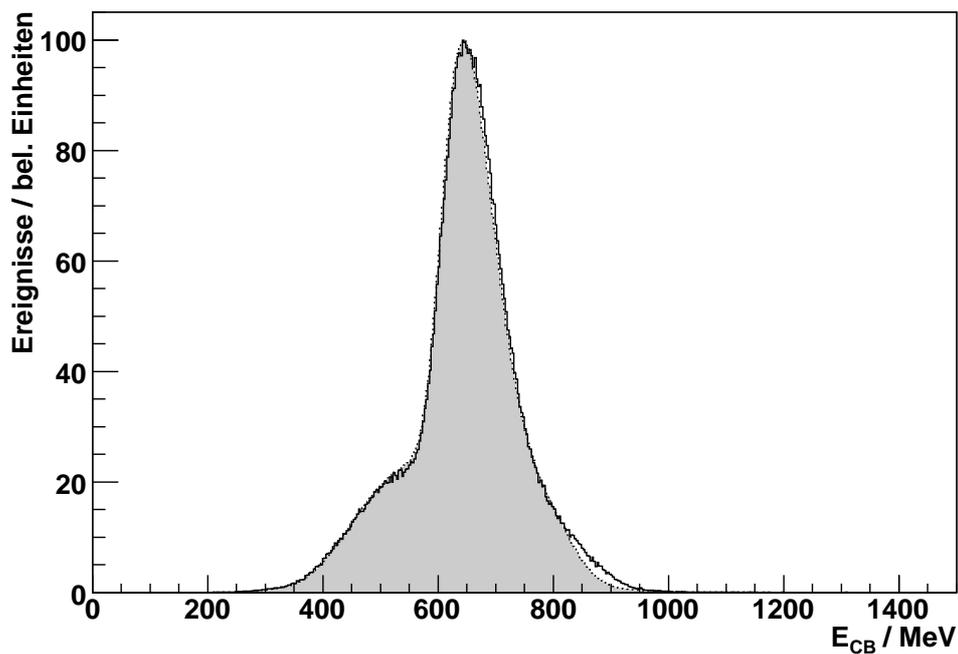
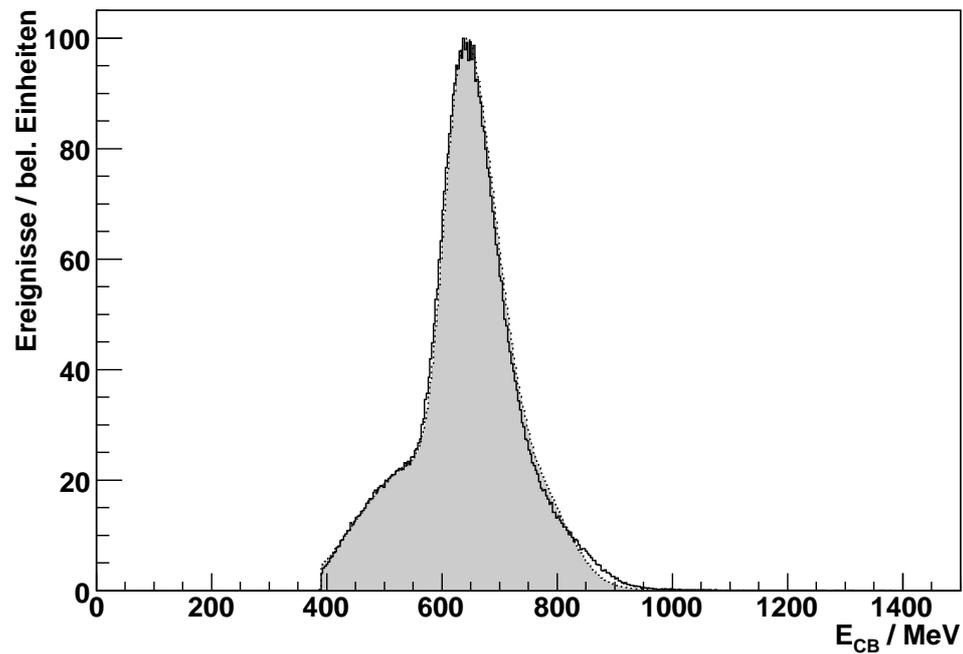


Abbildung 6.5: Energiesumme des CB ohne auf die Anzahl der Protonen zu achten. Grau hinterlegt ist die Energiesumme wie sie mit den im Haupttext beschriebenen Maßnahmen erzeugt wurde. Das schwarze Histogramm ist die Energiesumme, wie sie aus den gemessenen Daten ermittelt wurde. *Oben*: Energiesumme basierend auf den  $\eta$ -Daten. *Unten*: Energiesumme basierend auf den MDM-Daten. In beiden Fällen wurde eine sehr gute Übereinstimmung erreicht.

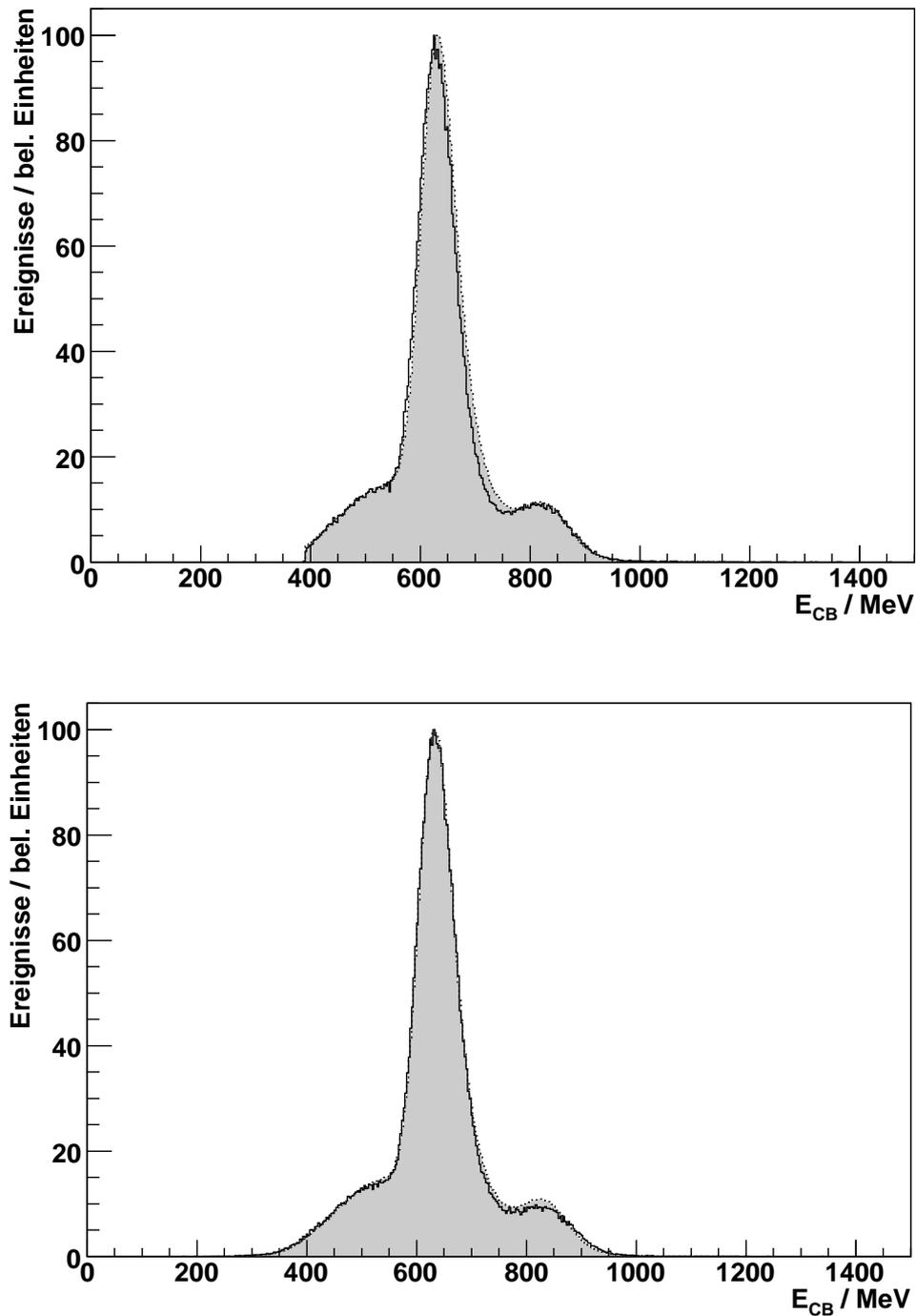


Abbildung 6.6: Energiesumme des CB mit der Bedingung genau ein Proton identifiziert zu haben. Grau hinterlegt ist die Energiesumme wie sie mit den im Haupttext beschriebenen Maßnahmen erzeugt wurde. Das schwarze Histogramm ist die Energiesumme, wie sie aus den gemessenen Daten ermittelt wurde. *Oben*: Energiesumme basierend auf den  $\eta$ -Daten. *Unten*: Energiesumme basierend auf den MDM-Daten. In beiden Fällen wurde eine sehr gute Übereinstimmung erreicht.

Der Effekt der Photoneneffizienz ist in Abbildung 6.5 oben zu sehen. Hier wurde genau der gleiche Fall untersucht wie in Abbildung 6.4 rechts: eine inklusive Messung der sechs Photonen. Die Übereinstimmung besonders im Bereich der Ereignisse mit Photonen in TAPS ist nahezu perfekt. Nur bei hohen Energien ist eine kleine Abweichung der simulierten von der gemessenen Energiesumme zu sehen. Dies war auf Protonen im CB zurückzuführen, deren simulierte Energien nicht exakt von GEANT berechnet werden konnten. Man erkennt dies an Abbildung 6.6. Hier wurden Ereignisse betrachtet in denen die Reaktion exklusiv gemessen wurde. Es zeigte sich kurz über 800 MeV ein weiteres Maximum, das durch Ereignisse entstand, in denen das Proton den CB erreicht hatte. Das Hauptmaximum hingegen bildete sich aus, wenn das Proton in TAPS registriert wurde. Da der maximale  $\theta$ -Winkel des Protons im Laborsystem bei der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \eta p$  etwa  $27^\circ$  betrug, der CB aber den Bereich von  $20$  bis  $160^\circ$  in  $\theta$  abdeckte, wurde ein Großteil der Protonen in TAPS gemessen. Deshalb prägte sich das Nebenmaximum nicht stärker aus. Um die Position des zweiten Maximums der simulierten Verteilung an die der gemessenen Daten anzugleichen, wurde ein Skalierungsfaktor  $f_{Prot}$  für die Protonenenergien im CB eingeführt. Dieser hatte allerdings keinen Einfluss auf die Analyse, da die Energien der Protonen für die vorliegende Arbeit nicht benutzt wurden und die Ereignisse im Bereich mit Protonen im CB weit von der gesetzten Trigger-Schwelle entfernt lagen. In allen vier Verteilungen (Abbildungen 6.5 und 6.6) waren die Übereinstimmungen ausreichend, um den Phasenraum und die Effizienz durch die Simulation korrekt wiederzugeben.

Wie bereits beschrieben, wurden in der CB-Elektronik 720 Kanäle (672 installierte und 48 ausgelassene Kristalle) verarbeitet. Diese verteilten sich auf 45 Diskriminatoren zu je 16 Kanälen, wobei für jeden Kanal separat eine Schwelle eingestellt wurde. Die Bestimmung dieser HIGH-Schwellen ist im Abschnitt 6.2 dargestellt. Für den Simulations-Trigger wurde jeder einzelne Diskriminatorblock aus jeweils 16 CB-Kanälen betrachtet. Die Energien aller 16 Kanäle wurden ausgelesen und mit der jeweiligen Schwelle verglichen. Sobald mindestens ein Kanal seine Schwelle überschritten hatte, wurde der Diskriminatorbereich als getroffen markiert. Die Anzahl der so markierten Bereiche ergab die Multiplizität für den Trigger. Die Multiplizität des TAPS-Detektors wurde auf die gleiche Weise ermittelt. Hier gab es vier Segmente mit jeweils 127 bzw. 128 Kanälen. Die Einteilung ist in Abbildung 3.15 zu sehen. Alle Segmente wurden einzeln betrachtet und die Energien der Kanäle mit ihren Schwellen (Abschnitt 6.2) verglichen. Das Überschreiten der Schwelle eines einzelnen Kanals genügte, den TAPS-Bereich als getroffen zu werten. Aus den beiden Multiplizitäten für den CB und für TAPS wurde durch Addition eine Gesamtanzahl an getroffenen Bereichen gebildet<sup>2</sup>. Ein Verfahren zur Berechnung enteicherter Energiewerte, wie es bei der Energiesummenbildung angewendet wurde, war hier nicht notwendig, da die Diskriminatorschwellen mit den kalibrierten Energien ermittelt wurden. Abbildung 6.7 zeigt einen Vergleich der gemessenen mit der simulierten Multiplizität für die  $\eta$ -Daten. Analysiert wurde die inklusive Reaktion. Dabei mussten wieder die Reaktionen  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  aus den Experimentdaten heraus gefiltert werden, um beide Histogramme miteinander vergleichbar zu machen. Beide Histogramme entsprachen einander sehr gut.

Im Laufe der Analyse zeigte sich, dass die Form und insbesondere die Übereinstimmung der Energiesumme aus der Simulation und den gemessenen Daten großen Einfluss

<sup>2</sup>Allerdings trug die aus den TAPS-Treffern ermittelte Multiplizität nur zur Auswertung der MDM-Daten bei. Der Trigger in den Messungen der  $\eta$ -Daten wurde allein durch die CB-Bereichsmultiplizität gebildet.

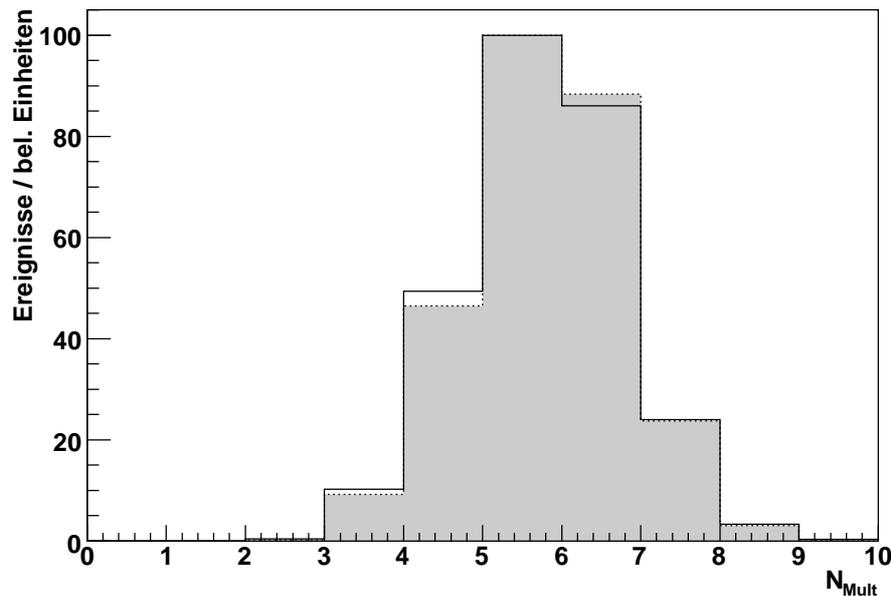


Abbildung 6.7: Trigger-Bereichsmultiplizität. Grau hinterlegt ist das Spektrum aus den simulierten Daten; die schwarze Linie repräsentiert die aus den gemessenen Daten ermittelte Multiplizität. Zwischen beiden Histogrammen besteht eine gute Übereinstimmung.

auf den Wert des Dalitz-Plot-Parameters hatte. Deshalb war es notwendig, eine sehr genaue Nachbildung der Energiesumme in der Simulation zu erzeugen. Da die in diesem Kapitel vorgestellten Methoden nicht absolut genau arbeiteten, mussten zusätzlich zu anderen Untersuchungen zum systematischen Fehler eine Reihe von Versuchen zur Position der Energiesummschwelle durchgeführt werden. Dies ist in Kapitel 9 gezeigt. Der Einfluss der in der Simulation verwendeten Diskriminatorschwellen stellte sich als gering heraus, weshalb hierzu keine weiteren Untersuchungen vorgenommen wurden. Die folgenden Kapitel beschreiben nun die Auswertung der gemessenen und der simulierten Daten. Zunächst werden die Kalibrationen und die Identifizierung der Teilchen gezeigt. Danach folgt eine Darstellung der Ereignis Selektion mit Hilfe der Koinzidenzanalyse und der Methode der kinematischen Anpassung, ehe in Kapitel 9 die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit präsentiert werden.



---

## Kapitel 7

# Detektorkalibrationen und Datenauswertung

Aus den gemessenen Daten mussten Informationen über die Viererimpulse der registrierten Teilchen ermittelt werden. Die Daten lagen für Energien und Zeiten in Form von ADC- und TDC-Kanälen vor. Die Segmentierung der Detektoren ermöglichte, Informationen über den Nachweisort der Teilchen zu gewinnen. Aus diesen drei Angaben wurden die Vierervektoren rekonstruiert. Allerdings waren die gemessenen Energie- und Zeitinformationen auf Grund unterschiedlicher Verstärkungen der Photomultiplier an den Detektoren und verschiedener Kabellängen in der Elektronik für die Kanäle nicht abgeglichen. Durch Kalibrationen der Energien und Zeiten wurde versucht, einen möglichst guten Abgleich zwischen allen Kanälen zu erreichen.

Um die Identität der Teilchen festzustellen, wurden die gemessenen Daten der verschiedenen Subdetektoren (NaI-Kristalle, PID, Veto-Detektoren, BaF<sub>2</sub>-Kristalle, Tagger-Leiter) miteinander kombiniert. Je nach Teilchensorte wurden die Vierervektoren mit Hilfe der entsprechenden Masse und den geeichten Energie- und Zeitinformationen gebildet. Die so erhaltenen Teilchenimpulse wurden dann verwendet, um verschiedene Reaktionen zu selektieren und den Dalitz-Plot-Parameter zu bestimmen. Die dafür verwendeten Vorgehensweisen werden in Kapitel 8 beschrieben.

In diesem Kapitel folgen nun die Darstellungen der Kalibrationen der Detektorsysteme CB/PID, TAPS und des Taggers. Weiterhin werden in jedem Abschnitt die ersten Schritte der Datenanalyse, die Bestimmung der Teilchenidentitäten, erläutert. Für die Simulation waren andere Methoden nötig, um Abgleiche zwischen den Energie- und Zeitinformationen zu erreichen. Dies wird im letzten Abschnitt dieses Kapitels gezeigt. Die weitere Identifizierung der simulierten Teilchen und ihre Rekonstruktion wurde weitestgehend so durchgeführt, wie es für die gemessenen Daten vorgenommen wurde.

### 7.1 Photonenmarkierungsanlage

Der Tagger war ein impulsselektierendes Spektrometer mit 353 überlappenden Szintillatoren. Zwischen zwei benachbarten Szintillatoren musste eine zeitliche Koinzidenz vorliegen (siehe Abschnitt 4.1), um einen Treffer zu erhalten. Ein Kanal definierte sich also durch zwei nebeneinander liegende Elemente, weshalb es 352 Kanäle gab. Die gemessenen Elektronenimpulse (und somit deren Energien) ergaben sich aus den Positionen

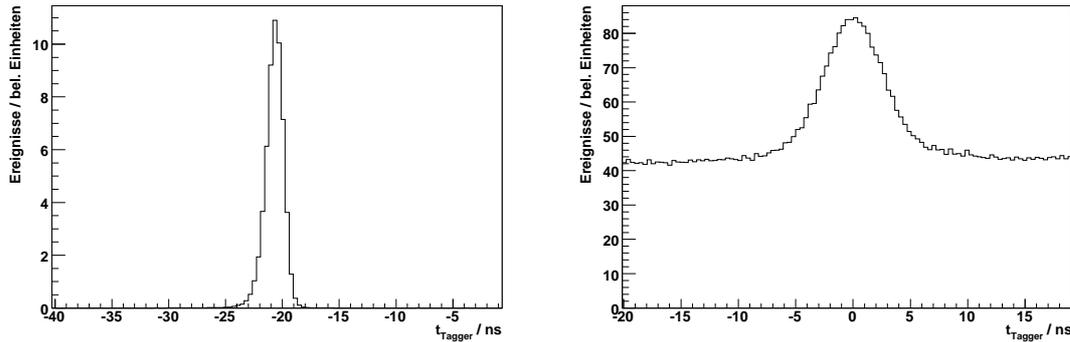


Abbildung 7.1: Vergleich des Tagger-Zeitspektrums einer Markierungseffizienzmessung (links) mit dem entsprechenden Bild aus einer  $\eta$ -Messung (rechts). Deutlich erkennbar ist, dass die Effizienzmessung eine viel bessere Zeitauflösung ergibt (1,76 ns FWHM) als die  $\eta$ -Datennahme (6,37 ns FWHM).

der Überlappungsbereiche. Da das Magnetfeld des Tagger-Dipols sehr genau vermessen war und man die Trajektorien von Teilchen durch Magnetfelder sehr genau berechnen kann, mussten die einzelnen Kanäle in ihrer Energie nicht geeicht werden. Das Tagger-Kalibrationsprogramm TAGCAL v6.0 [Int5] berechnete die gemessenen mittleren Elektronenenergien  $E_{e^-}$  für alle Kanäle aus der Vorgabe der benutzten Strahlenergie oder der mit einer NMR-Sonde gemessenen Magnetfeldstärke. Somit konnte jedem Strahlphoton eine Energie  $E_\gamma$  über die Gleichung  $E_\gamma = E_0 - E_{e^-}$  (siehe Abschnitt 3.2) zugeordnet werden. Die exakte Richtungsinformation aus der Simulation wurde verworfen.

Für die Selektierung der Ereignisse, wie sie in Kapitel 8 vorgestellt wird, musste eine Koinzidenzanalyse durchgeführt werden. Dabei wurde der zeitliche Zusammenhang zwischen den auf der Tagger-Leiter registrierten Elektronen und den in den übrigen Detektoren gemessenen Teilchen betrachtet. Eine Beschreibung der Koinzidenzanalyse ist in Kapitel 8 den Erläuterungen der Ereigniselektierung vorangestellt. Für diese Koinzidenzanalyse musste ein Abgleich der einzelnen Kanalzeiten durchgeführt werden. Die Zeiten der Tagger-Kanäle wurden mit FASTBUS-TDC gemessen. Das Auftreffen eines Elektrons startete den jeweiligen TDC über das *Latch* (siehe Abschnitt 4.1). Traf ein weiteres Elektron innerhalb des Zeitfenster im *Latch* von 160 ns einen anderen Tagger-Kanal, so wurde der zugehörige TDC ebenfalls gestartet. Gestoppt wurden die TDC durch das Signal des L1-Triggers. Damit errechneten sich die Zeiten  $t_{\text{Tagger}}$  der Kanäle durch

$$t_{\text{Tagger}} = t_{\text{L1}} - t_{e^-} \quad (7.1)$$

Da das L1-Signal für den Energiesummen-Trigger durch viele nicht abgegliche Beiträge gebildet wurde und damit sehr ungenau war, wurden die Zeiteichungen an Hand von Messungen der Markierungseffizienz durchgeführt. Diese wurden mit einem sehr geringen Strahlstrom von wenigen pA durchgeführt. Bei den „normalen“  $\eta$ -Messungen hingegen wurde durchschnittlich 35 nA Strahlstrom verwendet. Der geringe Strom in den Effizienzmessungen hatte zur Folge, dass nahezu keine zufälligen Koinzidenzen auftraten. Das Trigger-Signal in den Effizienzmessungen wurde nur von einem einzelnen Bleiglas-Čerenkov-Detektor gebildet, der eine sehr gute Zeitauflösung von 1 ns FWHM aufwies.

Der Vergleich zwischen der Effizienzmessung (Abbildung 7.1 rechts) und dem ungeeichten Tagger-Zeitspektrum (Abbildung 3.9) zeigt die deutlich bessere Zeitauflösung der Effizienzmessung.

Zur Eichung wurden nun die einzelnen Zeitspektren der Effizienzmessungen betrachtet, an jede Verteilung eine Gauß-Funktion angepasst und deren Mittelwert bestimmt. Die Kalibrationsfaktoren wurden nun so verändert, dass alle Mittelwerte an der selben Stelle lagen. Somit erzielte man einen Relativabgleich der Zeiten, wobei eine Auflösung von 1,76 ns FWHM für die Effizienzmessungen erreicht wurde, wohingegen sie sich in den  $\eta$ -Messungen von 9,7 ns auf 6,37 ns FWHM verbesserte (Abbildung 7.1).

## 7.2 Crystal Ball und Teilchenidentifikationsdetektor

Der CB und der PID erzeugten beide sowohl Energie- als auch Zeitinformationen, die alle geeicht werden mussten. Im CB wurde der Hauptteil der Partikelenergie deponiert. Der Anteil im PID hingegen war auf Grund der geringen Dicke der Plastiksintillatoren sehr niedrig. Durch einen Vergleich der Auftrefforte in CB und PID war eine Trennung von geladenen und ungeladenen Teilchen möglich. Die geladenen Teilchen konnten über die Energiedepositionen noch einmal in Protonen und minimal ionisierende Teilchen (hauptsächlich Pionen) aufgeteilt werden. Im Folgenden werden zunächst die Eichungen der Detektoren beschrieben, ehe anschließend die Identifizierung der Teilchen dargestellt wird.

### 7.2.1 Kalibrationen der NaI-Kristalle

Das Ziel von Kalibrationen ist, zu einem bekannten Wert Umrechnungsfaktoren zu bestimmen, die die gemessenen Ladungen (gegeben in ADC- oder TDC-Kanälen) in physikalisch sinnvolle Werte (MeV, ns) umwandeln. Diese Faktoren werden für jeden Detektor kanal separat ermittelt, wodurch ein Abgleich zwischen allen Kanälen erreicht wird.

Der CB war ein Photonen-Spektrometer. Man konnte mit ihm nur die deponierten Energien und die Zeiten registrieren. Eine Unterscheidung zwischen verschiedenen Teilchensorten war alleine mit dem CB nicht möglich. Aber auf Grund unterschiedlicher Wechselwirkungen mit dem Material war der Zusammenhang zwischen gemessener Ladung und tatsächlich deponierter Energie von der Art der Teilchen abhängig. Da die zu untersuchende Reaktion  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  in ihrer Signatur neben dem Proton ausschließlich Photonen aufwies, wurden die Umrechnungsfaktoren auf die Photonen abgestimmt. Von den Energien der Protonen wurde in der Analyse des Reaktionskanals kein Gebrauch gemacht. Für die Eichung im hochenergetischen Bereich muss zuvor die Methode zur *Cluster*-Bestimmung erläutert werden. Die Zeitinformationen des CB zeigten vor allem im niederenergetischen Bereich eine deutliche Pulshöhenabhängigkeit (*Time Walk*). Deshalb wurde eine sogenannte *Walk Correction* als Zeiteichung durchgeführt.

### Algorithmus zur Cluster-Bildung

Traf ein Teilchen auf das Material der Kristalle, entstand ein elektromagnetischer Schauer aus Photonen, Elektronen und Positronen. Dieser Schauer weitete sich auf, so dass er in benachbarte Kristalle eindringen konnte. Somit wurde nicht die gesamte Energie des

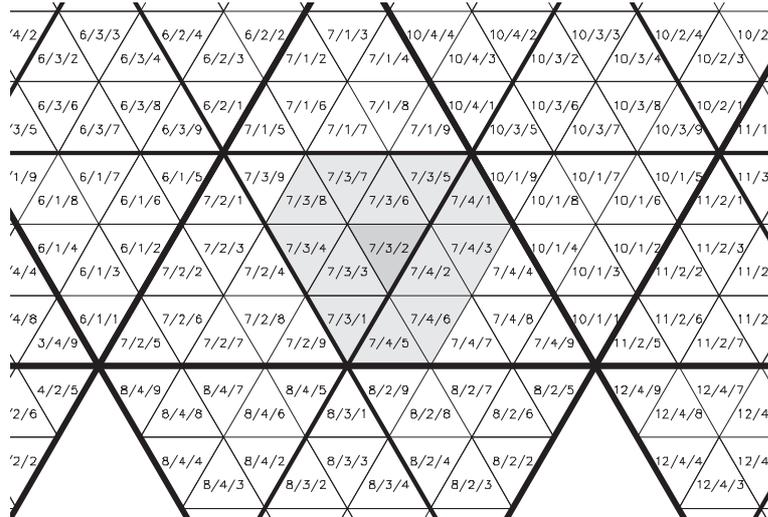


Abbildung 7.2: Position (7/3/2) exemplarisch als Zentralkristall für die *Cluster*-Bildung. Die in hellerem Grau dargestellten Kristalle, die ringförmig um den die zentrale Position lagen, wurden bei der *Cluster*-Bildung als nächste Nachbarn betrachtet.

auffretenden Teilchens in einem Kristall deponiert, sondern verteilte sich über mehrere Elemente. Die Aufgabe des Algorithmus bestand darin, aus allen vom Teilchenschauer erfassten Kristallen einem sogenannten *Cluster* zu bilden. Ein Kristall wurde als getroffen erachtet, wenn zwei Bedingungen erfüllt waren: Das Analogsignal des Photomultipliers musste die eingestellte Diskriminatorschwelle (TDC-Treffer) und eine in der Analyse gesetzte Energieschwelle von jeweils 2 MeV überschritten haben. Erst wenn diese Bedingungen erfüllt waren, wurde der Kristall in die weiteren Analysen einbezogen.

Der *Cluster*-Algorithmus arbeitete nach dem folgenden Schema: Zunächst wurde der Kristall gesucht, der den höchsten Energiebetrag hatte. Dieser galt als zentraler Kristall im *Cluster*. Zu seiner Energie wurden die Energiedepositionen in den nächsten (maximal) 12 Nachbarkristallen addiert. Für einen Kristall sind in Abbildung 7.2 exemplarisch die nächsten Nachbarn gezeigt<sup>1</sup>. Diese Festlegung wurde deshalb getroffen, da 98% der deponierten Photonenenergie innerhalb eines Bereiches von 13 Kristallen verblieben [Nef95]. Als Zeitinformation des *Cluster* wurde die Angabe des Zentraldetektors verwendet. Die Position des *Cluster* und damit der hypothetische Auftreffort des Teilchens wurde nicht alleine durch den Zentralkristall bestimmt. Vielmehr wurde ein mit der Wurzel der Energie gewichtetes Mittel der Positionen aller am *Cluster* beteiligten Kristalle gebildet:

$$\vec{r}_{\text{Cl}} = \frac{\sum_i \vec{r}_i \sqrt{E_i}}{\sum_i \sqrt{E_i}} \quad (7.2)$$

Dieses Verfahren wurde nun solange fortgeführt, bis alle getroffenen Kristalle zu Bereichen zusammengefasst worden waren. Diejenigen, die bereits zu einem *Cluster* beigetragen hatten, wurden in diesen Schritten nicht mehr berücksichtigt, um Doppelzählungen

<sup>1</sup>Als nächste Nachbarn wurden diejenigen Kristalle bezeichnet, die den Zentralkristall wenigstens an einer Ecke berührten. Für Kristalle an den Strahlein- und Austrittsöffnungen war die Zahl der nächsten Nachbarn geringer.

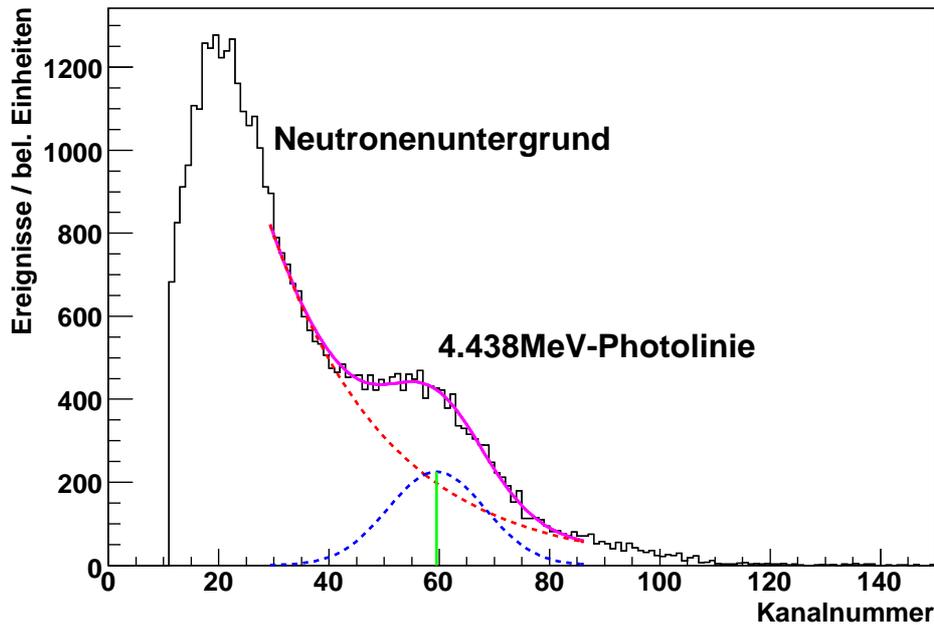


Abbildung 7.3: Energiespektrum eines einzelnen Kanals aus der  $^{241}\text{Am}/^9\text{Be}$ -Eichung. Die durchgezogene Linie stellt den Fit aus einer Exponentialfunktion für den Neutronenuntergrund und einer Gauß-Funktion dar; die gestrichelten Linien sind die beiden einzelnen Funktionen. Das Maximum der Gauß-Funktion liegt bei ca.  $59,5 \pm 0,3$  Kanälen  $\hat{=} 4,438$  MeV.

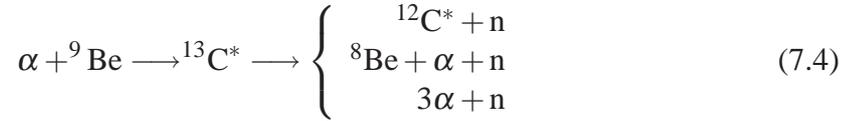
zu vermeiden. Für die weitere Analyse wurden dann allerdings nur Teilchenkandidaten verwendet, deren Energien größer als 20 MeV waren. Bei Verwendung dieses Algorithmus bestand die Möglichkeit, dass sich sogenannte *Split-Offs* bildeten. Diese entstanden dadurch, dass ein Teilchen aus dem elektromagnetischen Schauer entwich und außerhalb der Region der nächsten Nachbarn einen weiteren *Cluster* erzeugte. Von einer Erweiterung des Algorithmus auf eine Suche nach diesen *Split-Offs* wurde auf Grund der hohen Teilchenmultiplizität im Endzustand der hier untersuchten Reaktion abgesehen, um ein Zusammenfassen von *Cluster*, die durch verschiedene Teilchen erzeugt wurden, zu vermeiden.

### Energiekalibration im niederenergetischen Bereich

Zunächst wurde eine Eichung mit Photonen im niederenergetischen Bereich durchgeführt. Die in [Unv04] beschriebene Methode bestand darin, die Verstärkungen über die außen an den Photomultipliern angebrachten Stellschrauben (siehe Abschnitt 3.4) einander anzugleichen. Damit wurde eine bessere Eichung hinsichtlich der angelegten niedrigen Schwellen in der Trigger-Elektronik erreicht. Zum Einsatz kam eine  $^{241}\text{Am}/^9\text{Be}$ -Quelle, die Photonen mit einer Energie von  $E_\gamma = 4,438$  MeV emittierte. Das Americium zerfiel gemäß



Durch Beschuss des  ${}^9\text{Be}$ -Kerns mit diesen  $\alpha$ -Teilchen entstand ein angeregter  ${}^{13}\text{C}^*$ -Kern, der verschiedene Reaktionen durchlief und dabei Neutronen emittierte



Dominant war der Zerfall in den mit 4,438 MeV angeregten  ${}^{12}\text{C}^*$ -Kern, der anschließend in seinen Grundzustand überging und ein Photon mit genau dieser Energie aussandte. Zur Abschirmung des Neutronenuntergrundes wurde die Quelle in einem Behälter aus borierterem Polyethylen platziert ( $\text{B} + \text{n} \longrightarrow \text{Li} + \text{He}$ ). Abbildung 7.3 zeigt das Energiespektrum eines Kanals, das während der Eichung gewonnen wurde. Für nähere Ausführungen zur Eichung im niederenergetischen Bereich sei auf [Unv04] verwiesen.

### Energiekalibration im hochenergetischen Bereich

Die Kalibration für Photonen im hochenergetischen Bereich wurde mit der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^0$  durchgeführt, indem die gemessenen Energien der beiden Zerfallsphotonen mit den aus der Kinematik berechneten Werten verglichen wurden [Bru07]. Dazu mussten zunächst die Ereignisse auf ihre Reaktionssignatur hin geprüft werden. Eine Beschreibung der Teilchenidentifikation, die hierzu nötig war, findet sich im Unterabschnitt 7.2.3. Als zulässige Signaturen wurden Zwei-Photonen-Ereignisse akzeptiert, die entweder ein oder kein Proton enthielten. Diese Ereignisse wurden nun weiter selektiert, um wirkliche  $p\pi^0$ -Ereignisse zu erhalten. Die invariante Masse des Photonenpaares musste zwischen 85 und 185 MeV liegen ( $m_{\pi^0} \approx 135,0$  MeV). Die fehlende Masse wurde auf den Bereich zwischen 838 und 1038 MeV beschränkt, um auf die Protonenmasse von ca. 938,3 MeV zu schneiden. Damit wurde eine ausreichend untergrundfreie Identifikation der Reaktion erreicht.

Der Vergleich zwischen der gemessenen und der berechneten Photonenenergie wurde nur für *Cluster* vorgenommen, bei denen mindestens 70% der Energie im Zentralkristall deponiert wurde. Da der Algorithmus eine Abschätzung der Energiedeposition im Kristall benötigte und die Änderung des Faktors eines Kristall die Kalibration der Nachbarn über die *Cluster*-Bildung beeinflusste, musste ein stabiler Zustand durch mehrere Iterationen erreicht werden. Während der Kalibration zeigte sich, dass vier Durchläufe ausreichten.

Für die selektierten Pionereignisse wurde nun die erwartete Energie des  $\pi^0$  berechnet. Dazu war die Kenntnis der Energie des einlaufenden Strahlphotons und des Polarwinkels des neutralen Pions nötig. Hier zeigt sich ein weiterer Grund für die Durchführung mehrerer Iterationen: Die Vierervektoren wurden durch Addition zum Pionimpuls kombiniert. Dabei wurden die gemessenen Energien der Photonen benötigt. Durch Berechnung der relativistischen Kinematik erhielt man die folgende Formel:

$$2E_b |\vec{p}_\pi| \cos \theta_\pi = 2E_\pi(E_b + m_p) - 2E_b m_p - m_\pi^2 \quad (7.5)$$

Dabei waren  $E_b$  die Energie der Strahlphotons,  $|\vec{p}_\pi| = \sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2}$  der Betrag des Dreierimpulses des neutralen Pions,  $\theta_\pi$  der Winkel zwischen der Strahl- und der Pionrichtung,  $E_\pi$  die Pionenergie, die es zu ermitteln galt, und  $m_p$  bzw.  $m_\pi$  die Massen des Protons bzw. des Pions. Durch Auflösen der Gleichung nach  $E_\pi$  erhielt man zwei mögliche Lösungen,

von denen diejenige für die Kalibration benutzt wurde, die am nächsten an der gemessenen Energie lag.

Hieraus ließen sich jetzt die erwarteten Photonenenergien  $E_\gamma$  berechnen. Im Ruhesystem des  $\pi^0$  haben beide Photonen aus dem Zerfall des Mesons die gleiche Energie  $E_{\gamma,CM}$  von der Hälfte der  $\pi^0$ -Masse. Eine Lorentztransformation in das Laborsystem ergab mit  $\alpha_\gamma$  als Winkel zwischen dem Photon und der Richtung des Pions im Laborsystem und mit  $\gamma$  und  $\beta$ , den relativistischen Variablen, die gesuchten Größen:

$$E_\gamma = \frac{E_{\gamma,CM}}{\gamma(1 - \beta \cos \alpha_\gamma)} \quad (7.6)$$

Für jeden Kristall wurde das Verhältnis von erwarteter zu gemessener Energie histogrammiert und eine Gauß-Kurve daran angepasst. Der Mittelwert  $\mu$  der angepassten Funktion wurde dann als Korrektur für die Verstärkungsfaktoren  $g$  der einzelnen Kristalle verwendet. Die neue Verstärkung wurde durch  $g' = g \cdot \mu$  ermittelt.

Als Test der Güte der Kalibration wurden die Breiten der invarianten Massenverteilung von Pionkandidaten, die mit der oben beschriebenen Selektierung ermittelt wurden, vor und nach der Prozedur verglichen. Für die beiden Strahlzeiten zu den  $\eta$ -Zerfällen wurden Verringerungen der Breiten von  $\sigma = 9,85$  MeV auf  $\sigma = 8,93$  MeV bzw. von  $\sigma = 9,91$  MeV auf  $\sigma = 8,87$  MeV erzielt. In Tests wurde festgestellt, dass innerhalb einer Strahlzeit keine nennenswerten Veränderungen der Verstärkungen auftraten, sodass es ausreichend war jeweils einen Kalibrationsdatensatz zu bestimmen.

Da die Kalibration im hochenergetischen Bereich mit neutralen Pionen durchgeführt wurde und der Aufbau nicht über den gesamten Energiebereich linear war, befanden sich die Pikpositionen der invarianten Massen der identifizierten  $\eta$ -Mesonen nicht beim zu erwartenden Wert von  $m_\eta \approx 547$  MeV. Um eine möglichst hohe Ereignisrate mit der kinematischen Anpassung (siehe Anhang A<sup>2</sup>) und eine Übereinstimmung der Energiesumme im CB für den Trigger (Kapitel 6) zu erreichen, wurden mit einem für alle Elemente gültigen Skalierungsfaktor die Energien in den Kristallen so angepasst, dass die Maxima der Verteilungen der invarianten Massen der  $\eta$ -Mesonen ungefähr bei 547,75 MeV lagen. Für diese Anpassung wurden nur Ereignisse betrachtet, die sechs Photonen im CB aufwiesen. Damit wurde erreicht, dass TAPS keinen Einfluss auf diesen Faktor hatte.

## Zeitabgleich

Die Kristalle des CB zeigten vor allem im niederenergetischen Bereich eine deutliche Pulshöhenabhängigkeit der Zeitinformation (*Time Walk*), was zu einer starken Verschlechterung der Zeitauflösung führte. Um dies zu korrigieren, wurden die Daten hinsichtlich der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^0$  untersucht. Bei der Ereignis Selektion wurde nur die Signatur zwei Photonen und ein Proton akzeptiert. Als weitere Verfeinerung der Reaktionsbestimmung diente ein Schnitt auf die  $\pi^0$ -Masse in einem Fenster von 115 bis 155 MeV, sowie die  $\phi$ -Winkeldifferenz zwischen dem Pion und dem Proton. Da dies eine Zweikörperkinematik ist, musste die Differenz  $180^\circ$  betragen, was durch einen Schnitt auf den Bereich von  $170^\circ$  bis  $190^\circ$  gewährleistet wurde.

Der Zeitabgleich (*Walk Correction*) wurde nicht durch einen direkten Vergleich der einzelnen NaI-Zeiten erreicht, sondern es wurden die Informationen des CB im Vergleich

<sup>2</sup>Je weiter die invariante Masse von der in der Zwangsbedingung angegebenen entfernt lag, desto unwahrscheinlicher war es, dass das Teilchen wirklich ein  $\eta$ -Meson war.

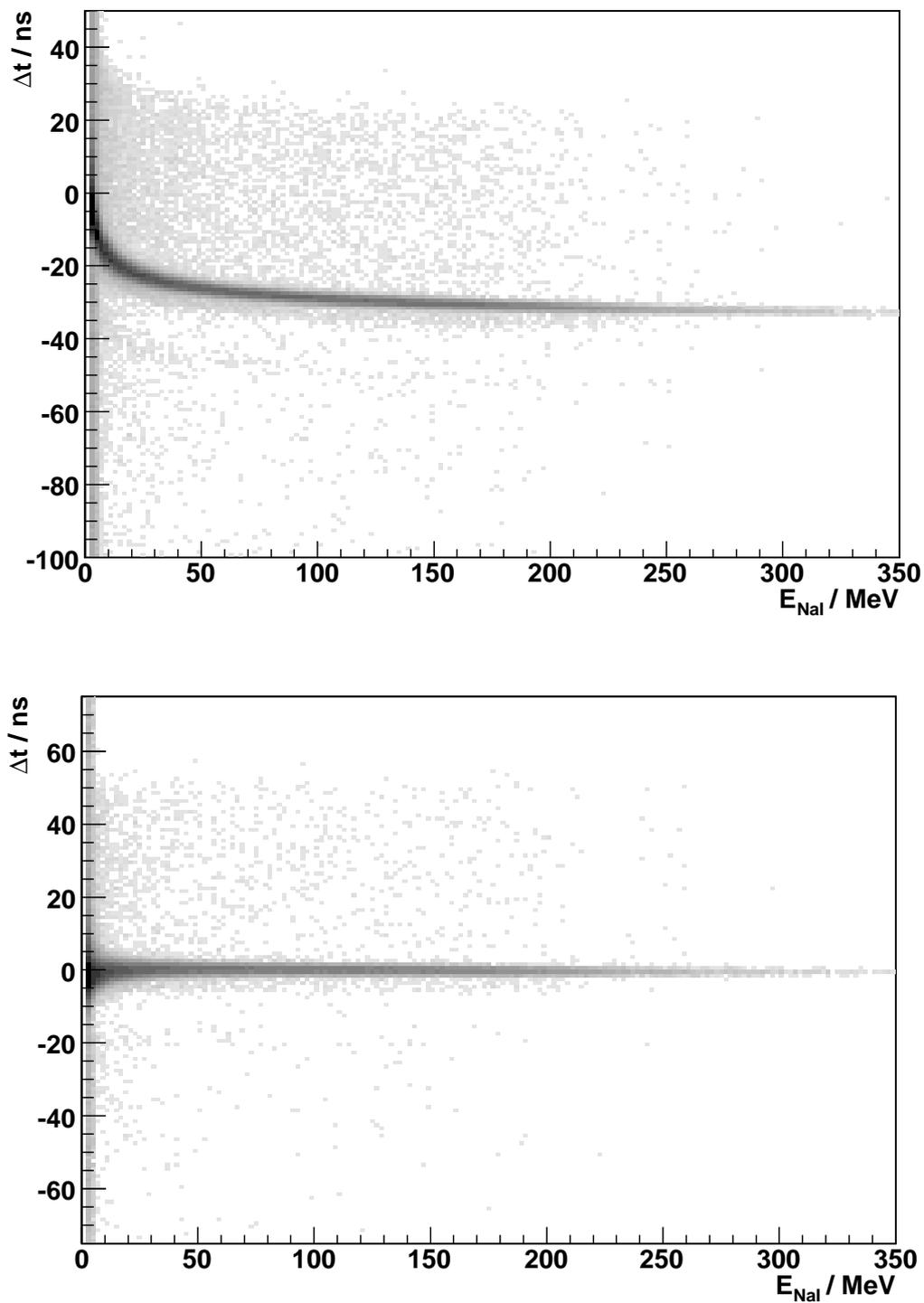


Abbildung 7.4: Pulshöhenabhängigkeit der Zeitinformation eines einzelnen CB-Kristalls. Auf den y-Achsen ist die Zeitdifferenz zum vom Proton getroffenen PID-Szintillator aufgetragen, auf der x-Achse die Energie der entsprechenden NaI-Kanäle. *Oben:* Vor der *Walk Correction*. *Unten:* Nach dem Zeitabgleich.

zur Zeit des vom Proton getroffenen PID-Szintillators betrachtet. Das Vorhandensein eines Protons wurde bei der Selektierung der Ereignissignatur gefordert. Es wäre ebenfalls möglich gewesen, eine *Walk Correction* gegenüber anderen Detektoren wie dem Tagger durchzuführen. Allerdings erschwerte die Elektronenmultiplizität von ca. 5 auf der Tagger-Leiter die Auswertung. Außerdem ist die Zuordnung zwischen PID-Szintillator und Proton in der Analyse der  $\pi^0$ -Produktion eindeutig. Ein Verlust an Auflösung war ebenfalls nicht zu befürchten, da der PID eine sehr gute Zeitauflösung hatte (Abschnitt 3.5). Nur mussten die Zeiten der einzelnen Szintillatorstreifen bereits abgeglichen sein.

Sowohl der CB als auch der PID wurden durch CATCH-TDC ausgelesen. Man konnte die Trefferzeiten der einzelnen Elemente durch Subtrahieren der vom L1-Trigger erzeugten Zeitreferenz (Abbildung 4.11) vom Zählerstand des entsprechenden Kanals errechnen:

$$\begin{aligned} t_{\text{CB}} &= t_{\text{NaI}} - t_{\text{Ref}} \\ t_{\text{PID}} &= t_{\text{Szint}} - t_{\text{Ref}} \end{aligned} \quad (7.7)$$

Damit ergaben sich die Zeitdifferenzen  $\Delta t = t_{\text{CB}} - t_{\text{PID}}$  zwischen den CB-Kristallen und den PID-Streifen zu:

$$\begin{aligned} t_{\text{CB}} - t_{\text{PID}} &= t_{\text{NaI}} - t_{\text{Ref}} - t_{\text{Szint}} + t_{\text{Ref}} \\ &= t_{\text{NaI}} - t_{\text{Szint}} \end{aligned} \quad (7.8)$$

Das ungenaue Referenzsignal, das durch viele, nicht miteinander abgegliche Signale gebildet wurde (*Jitter*), konnte somit aus der Bestimmung der Relativzeiten zwischen CB und PID eliminiert werden.

In Abbildung 7.4 oben ist die Pulshöhenabhängigkeit eines einzelnen NaI-Kristalls dargestellt. Man erkennt deutlich das nicht lineare Verhalten bei niedrigen Energien. Zu höheren Energien hin nimmt die Verteilung einen waagerechte Verlauf an, der allerdings nicht bei einer Zeitdifferenz von 0 ns zum Liegen kommt. Durch Anpassen der Funktion

$$t_{\text{Corr}} = a + b \cdot E_{\text{NaI}}^c \quad (7.9)$$

wurde die Energieabhängigkeit des Zeitverhaltens für jeden Kanal bestimmt, sodass für jeden Kristall die freien Parameter  $a$ ,  $b$  und  $c \in \mathbb{R}$  bekannt waren. Der *Time Walk* der Kanäle wurde nun korrigiert, indem auf Grund der gemessenen Energie durch  $t_{\text{Corr}}$  eine erwartete Zeit berechnet und anschließend von der gemessenen Zeit des Kristalls abgezogen wurde. Damit wurde erreicht, dass die Pulshöhenabhängigkeit korrigiert und die Zeitdifferenzen für alle Kanäle durch die Verschiebung  $a$  um 0 ns verteilt waren, was einen Abgleich aller Kristalle zur Folge hatte. Das Resultat dieser *Walk Correction* ist in Abbildung 7.4 unten zu sehen.

## 7.2.2 Kalibrationen des Teilchenidentifikationsdetektors

Der Teilchenidentifikationsdetektor diente im verwendeten Aufbau zur Unterscheidung verschiedener Teilchenarten. Nur geladene Teilchen erzeugten in den einzelnen Szintillatorstreifen ein Signal. In der Analyse wurden dann solche Streifen als getroffen gewertet, die eine Energieschwelle von 100 keV überschritten hatten und im Zeitfenster von  $-50$  bis  $50$  ns lagen. Mit dem CB allein hingegen konnten geladene nur schwer von ungeladenen Teilchen getrennt werden. Durch einen Vergleich der Energiedepositionen in CB und

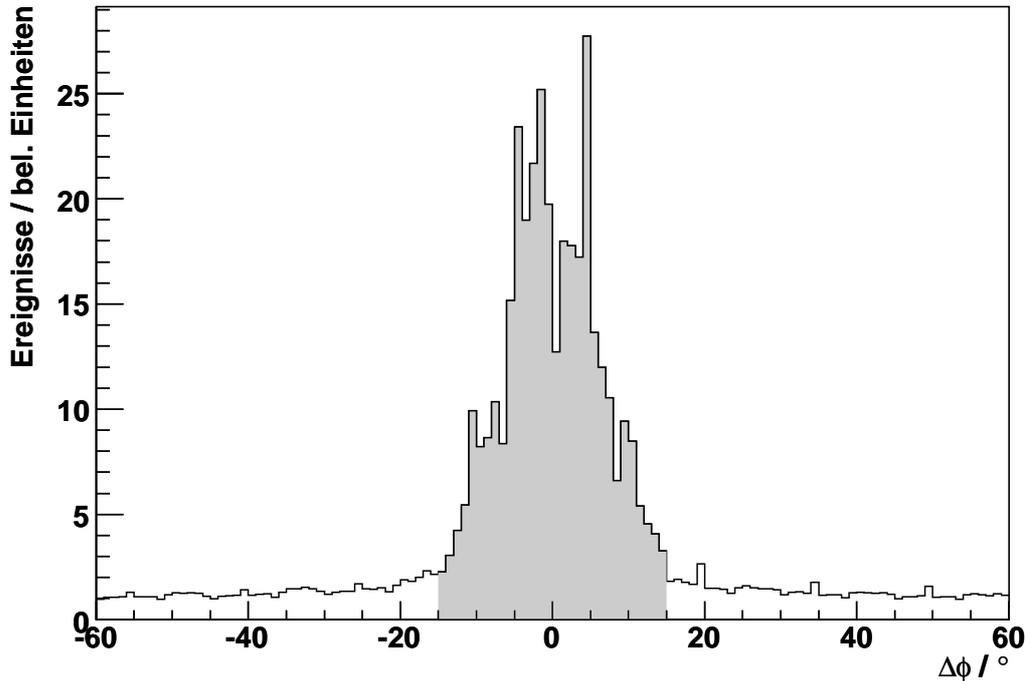


Abbildung 7.5:  $\phi$ -Winkeldifferenz  $\Delta\phi$  zwischen allen Teilchen, die im CB registriert wurden, und den getroffenen PID-Streifen. Lag die Differenz zu einem Streifen innerhalb des Fensters von  $\pm 15^\circ$ , so wurde das Teilchen als geladen gewertet.

PID war eine weitere Differenzierung der geladenen Teilchen möglich (siehe Unterabschnitt 7.2.3). Da der PID eine bessere Zeitauflösung als der CB hatte, wurden die Zeiten der geladenen Teilchen aus den Informationen der Szintillatorstreifen gewonnen. Deshalb wurden sowohl die Energie- als auch die Zeitangaben des PID geeicht.

Die Energiekalibration wurde durch Anpassen von zwei Gauß-Kurven an die Piks für Protonen und minimal ionisierende Teilchen in den Energiespektren der einzelnen Kanäle erreicht. Um eine deutlichere Trennung der beiden Verteilungen zu erhalten, wurden nur geladene Teilchen betrachtet, die eine Energie zwischen 32 und 48 MeV im CB deponiert hatten. Nach [Cod05] wurde allerdings nur eine relative Eichung vorgenommen, indem der Abstand der beiden Maxima für alle Kanäle aneinander angeglichen wurde. Eine Absoluteichung war für die vorliegende Arbeit auch nicht nötig, da die Energien der geladenen Partikel nicht verwendet, sondern nur deren Art bestimmt wurde.

Die Zeiteichung basierte auf dem einfachen Schema, das auch bei der Kalibration der Tagger-Leiter verwendet wurde. Der Konversionsfaktor für die CATCH-TDC-Kanäle in ns ist fest vorgegeben gewesen. Damit blieb nur noch ein Abgleich der Maximumpositionen in den einzelnen Zeitspektren der PID-Streifen zu bewerkstelligen. Dazu wurde an alle Verteilungen eine Gauß-Kurve angepasst und eine Verschiebung berechnet, die diese Positionen auf die effektive Zeit von 0 ns versetzte.

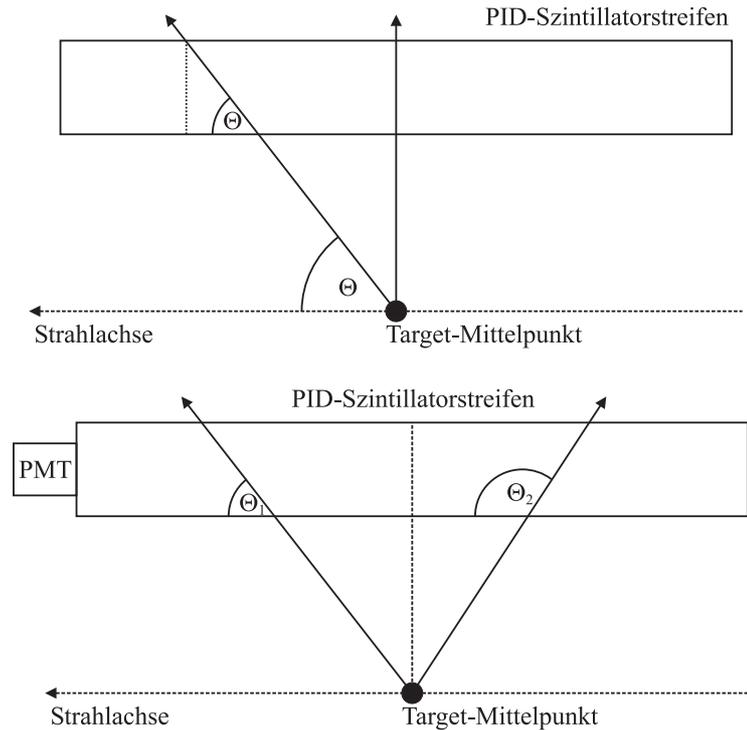


Abbildung 7.6: Korrekturen der PID-Energien. *Oben*: Teilchen, die nicht unter einem Winkel von  $\theta = 90^\circ$  durch den Szintillator geflogen sind, verloren auf Grund der längeren Wegstrecke mehr Energie. Sie wurden auf die Teilchenbahn mit einem Winkel von  $90^\circ$  normiert. *Unten*: Für das Szintillationslicht von Teilchen mit großen  $\theta$ -Winkeln war die Strecke zum Photomultiplier länger. Deshalb kam es hier zu größeren Lichtverlusten. Dieser Unterschied wurde durch Korrekturfaktoren ausgeglichen.

### 7.2.3 Teilchenidentifizierung

Mit dem CB alleine war man nicht im Stande eine geeignete Teilchenidentifikation durchzuführen. Deshalb wurde um das Target im Inneren des CB der  $\phi$ -symmetrische Teilchenidentifikationsdetektor PID angebracht. Seine Plastikszintillatorstreifen sprachen nur auf geladene Teilchen, die sie durchflogen, an. Auf Grund ihrer geringen Dicke deponierten diese Teilchen allerdings nur einen kleinen Betrag ihrer Energie im Material des PID. Ein weitaus größerer Anteil, fast die gesamte Energie, wurde an die NaI-Kristalle des CB abgegeben. Durch einen Vergleich dieser Energiebeiträge ließen sich unter den geladenen Teilchen Protonen und minimal ionisierende Teilchen voneinander trennen. Im Folgenden werden die Identifizierung der geladenen Partikel und die Unterscheidung zwischen Protonen und anderen Teilchen beschrieben.

Für die Unterscheidung zwischen Photonen und geladenen Teilchen wurden die Azimutwinkel aller *Cluster* im CB mit den Winkeln aller getroffener PID-Streifen verglichen. Da die Streifen selbst einen Winkelabstand von  $15^\circ$  hatten, wurden alle *Cluster*, deren Winkeldifferenz  $\Delta\phi$  zu einem getroffenen PID-Element zwischen  $-15$  und  $15^\circ$  lag als geladen gewertet (siehe Abbildung 7.5). Somit war es auch möglich, dass geladene Teilchen, die im Szintillator stark gestreut wurden und in der Winkeldifferenz mit dem

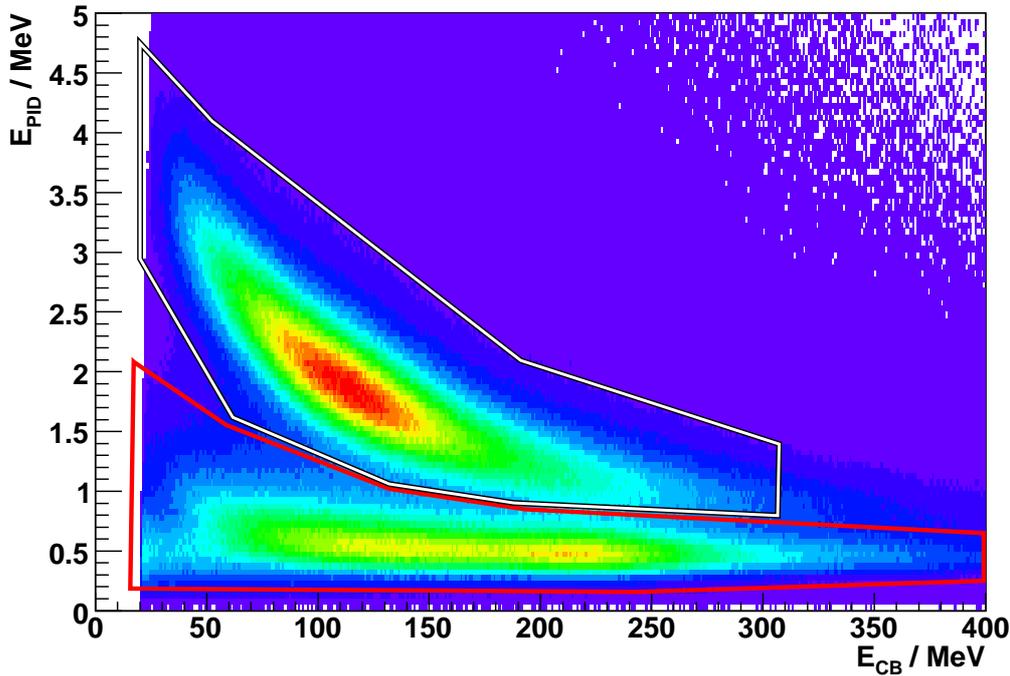


Abbildung 7.7: Vergleich der Energiedepositionen in CB und PID. Die Deposition in den Streifen ist auf der y-Achse dargestellt, auf der x-Achse die Energie der *Cluster*, die als geladen markiert wurden. Minimal ionisierende Teilchen lagen in einem Band um  $E_{\text{PID}} = 0.5$  MeV. Die Protonen zeigten eine deutliche Abhängigkeit der PID-Deposition von ihrer Gesamtenergie.

Nachbarstreifen übereinstimmten, trotzdem als geladen markiert werden konnten, auch, wenn das Nachbarerelement keinen Treffer aufwies. Alle anderen Partikel wurden in der folgenden Analyse als Photonen betrachtet.

Die Differenzierung der geladenen Teilchen erfolgte über den Vergleich der in den PID-Streifen deponierten Energien und den Energien der *CB-Cluster*. Der Betrag der an die PID-Elemente abgegebenen Energien wurde aber durch zwei Effekte beeinflusst:

- Die Wegstrecken der Teilchen durch die Streifen hingen vom  $\theta$ -Winkel ihrer Trajektorien ab (Abbildung 7.6 oben).
- Da die PID-Szintillatoren nur auf einer Seite von Photomultipliern ausgelesen wurden (siehe Abschnitt 3.5), waren die Weglängen für das Szintillationslicht im Streifen abhängig vom  $\theta$ -Winkel des Teilchens. Somit kam es zu verschiedenen großen Lichtverlusten (Abbildung 7.6 unten).

Deshalb mussten für beide Effekte Korrekturen angebracht werden. Bei der Korrektur für den ersten Punkt wurden die Energien sozusagen auf den Verlust eines Teilchens mit gleicher Energie, aber einem  $\theta$ -Winkel von  $90^\circ$ , normiert. Dazu wurde der gemessene Energieverlust  $E_{\text{PID}}^{\text{meas}}$  mit dem Sinus des Polarwinkels des zugehörigen *CB-Cluster* gewichtet.

Um die Abschwächung des Szintillatorlichts zu korrigieren, wurde zunächst die Wegstrecke  $s$  zwischen Teilchendurchgang und Photomultiplier berechnet:

$$s = \begin{cases} L/2 - R/\tan \theta & \text{für } \theta \neq 90^\circ \\ L/2 & \text{für } \theta = 90^\circ \end{cases} \quad (7.10)$$

wobei  $L = 30$  cm die Länge der Szintillatorstreifen und  $R \approx 5$  cm der Radius des PID ist (siehe Abbildung 3.14). Insgesamt wurden für sieben Stützstellen Korrekturfaktoren bestimmt. Um die Energien zu berichtigen, wurde zwischen zwei Stützstellen linear interpoliert und durch Multiplikation mit dem erhaltenen Faktor  $f$  die Energie korrigiert. Die Energiedeposition  $E_{\text{PID}}$  in den Szintillatoren errechnete sich dann zu:

$$E_{\text{PID}} = f \cdot \sin \theta \cdot E_{\text{PID}}^{\text{meas}} \quad (7.11)$$

Wie bereits oben erwähnt, wurden die als geladen markierten Teilchen noch einmal differenziert, indem die Energiedepositionen im CB und im PID miteinander verglichen wurden. Abbildung 7.7 zeigt diesen Vergleich. Auf der y-Achse ist die Energiedeposition in den PID-Szintillatoren gezeigt, wohingegen auf der x-Achse die Gesamtenergien der Teilchen, also ungefähr die im CB deponierte Energie, dargestellt wird. Minimal ionisierende Partikel gaben unabhängig von ihrer Energie immer den gleichen Anteil von ca. 0,5 MeV an die PID-Streifen ab. Für Protonen zeigte sich eine deutliche Abhängigkeit von der Gesamtenergie, die sich durch eine „Bananenform“ in der  $(E_{\text{PID}}, E_{\text{CB}})$ -Ebene ausprägte. Die beiden markierten Bereiche stellten die Schnittregionen für die Protonen und die minimal ionisierenden Teilchen (hauptsächlich  $\pi^\pm$  und Elektronen) dar. Teilchen, die in keiner der beiden Regionen lagen, wurden im Folgenden als unbekannt behandelt und nicht weiter verwendet.

## 7.3 TAPS-Spektrometer

Das Photonenspektrometer TAPS erzeugte in den Messungen Energie- und Zeitinformationen. Mit Hilfe dieser Angaben ließen sich die Arten der detektierten Teilchen untersuchen. Dazu wurden drei verschiedene Methoden angewendet. Mit der Flugzeitmethode (*Time-of-Flight*, TOF) wurden Teilchen über den Zusammenhang zwischen kinetischer Energie und Flugzeit unterschieden. Dies war möglich, da der Abstand des TAPS-Detektors zum Target mit 173,3 cm ausreichend groß war. Die vor jedem Kristall angebrachten Veto-Detektoren dienten zur Unterscheidung zwischen geladenen und neutralen Teilchen. Als dritte Methode zur Identifizierung wurde die Untersuchung der Pulsformen (*Pulse-Shape-Analysis*, PSA), bei der das Verhältnis der beiden Signalkomponenten betrachtet wurde, angewandt. Wie in Abbildung 4.9 zu sehen hatten Photonen und Nukleonen verschiedene Abklingzeiten in beiden Pulsanteilen. Im Folgenden werden zunächst die für die Identifizierungsmethoden nötigen Eichungen beschrieben. Darauf folgt eine Erläuterung der drei Verfahren und wie sie miteinander kombiniert wurden.

### 7.3.1 Kalibrationen der BaF<sub>2</sub>-Kristalle

Für die Teilchenidentifizierung und die Rekonstruktion der Partikelinformationen aus den *Clustern* war es wichtig, die Energien und die Zeiten untereinander abzugleichen. Bei

den Zeiten wurde wie beim Tagger anstatt einer Absoluteichung ein Relativabgleich der einzelnen Kanäle durchgeführt. Für die Energien mussten zwei separate Eichungen für die Informationen aus dem kurzen und dem langen Integrationsfenster durchgeführt werden. Zunächst wird jedoch die Bildung der *Cluster* aus den Informationen der einzelnen BaF<sub>2</sub>-Kristalle beschrieben.

### Algorithmus zur *Cluster*-Bildung

In der Analyse wurden Kristalle als getroffen gewertet, wenn ihre geeichte Energieinformation eine Schwelle von 4 MeV überschritten hatte und die Zeit in einem Fenster von –200 bis 200 ns lag. Aus den getroffenen Kristallen wurden dann Bereiche gebildet, um ihnen Teilchen zuzuordnen. Der Algorithmus zur Bestimmung dieser Bereiche ähnelte stark demjenigen, der für die Suche im CB zur Anwendung kam. Zunächst wurde wieder der Kristall gesucht, der die höchste Energie gemessen hatte. Dieser galt dann als Zentralkristall des *Cluster*. Im nächsten Schritt wurden die (maximal) sechs<sup>3</sup> direkten Nachbarn dem Bereich hinzugefügt, falls sie als getroffen markiert waren. Ausgehend von diesen Kristallen wurden rekursiv weitere benachbarte getroffene Kristalle gesucht, bis zu einem maximalen Abstand zum Zentralkristall von sieben Kristallen oder bis kein benachbarter getroffener Kristall mehr gefunden werden konnte. Für den nächsten *Cluster* wurde wieder der Kristall aus den noch nicht verwendeten Elementen mit der höchsten Energie ausgewählt, bis alle zu zusammenhängenden Bereichen zugeordnet werden konnten. Die Energie des *Cluster* wurde durch die Summe aller dem Bereich zugeordneten Kristalle gebildet, die Zeit durch die Information des Zentralkristalls. Allerdings fanden nur *Cluster* mit einer Gesamtenergie von mehr als 20 MeV in der weiteren Analyse eine Verwendung. Der Auftreffort des Teilchens wurde wie beim CB durch ein mit der Wurzel der Energie gewichtetes Mittel aller Kristallpositionen gebildet:

$$\vec{r}_{\text{Cl}} = \frac{\sum_i \vec{r}_i \sqrt{E_i}}{\sum_i \sqrt{E_i}} \quad (7.12)$$

### Energiekalibration

Da die Kristalle in Verbindung mit ihren Photomultipliern und der Elektronik einen linearen Zusammenhang zwischen der Energiedeposition und der registrierten Pulshöhe erzeugten, reichten zwei bekannte Punkte aus, um die Kristalle in ihrer Gesamtenergie, die über das lange Integrationsfenster gemessen wurde, zu eichen. Die erste Position wurde durch Anlegen eines Pulser-Triggers bestimmt. Dadurch entstand im Energiespektrum ein Pik, der die Position von 0 MeV markierte. Auch während der regulären Experimentmessungen wurde der Pulser-Trigger laufen gelassen, wodurch eine kontinuierliche Überprüfung der *Pedestal*-Position möglich war. Der zweite Punkt wurde durch die sehr genau bekannte Energiedeposition von minimal ionisierenden Myonen aus der Höhenstrahlung, die vor und nach jeder Strahlzeit gemessen wurde, festgelegt. Für BaF<sub>2</sub> beträgt der differentielle Energieverlust  $\frac{dE}{dx} = 6,39 \text{ MeV}$ , was bei einer Kristalldicke von 5,9 cm eine Deposition von 37,7 MeV ergab [Sch01]. Da alle Kristalle die gleichen Abmessungen

<sup>3</sup>Auf Grund der hexagonalen Form hatte jeder Kristall mit genau sechs Nachbarn eine Kante gemeinsam. Ausnahmen stellten nur die Randkristalle und die Elemente im innersten Ring dar. Der im gesamten Detektor zentrale Kristall wurde für den Strahldurchtritt ausgelassen.

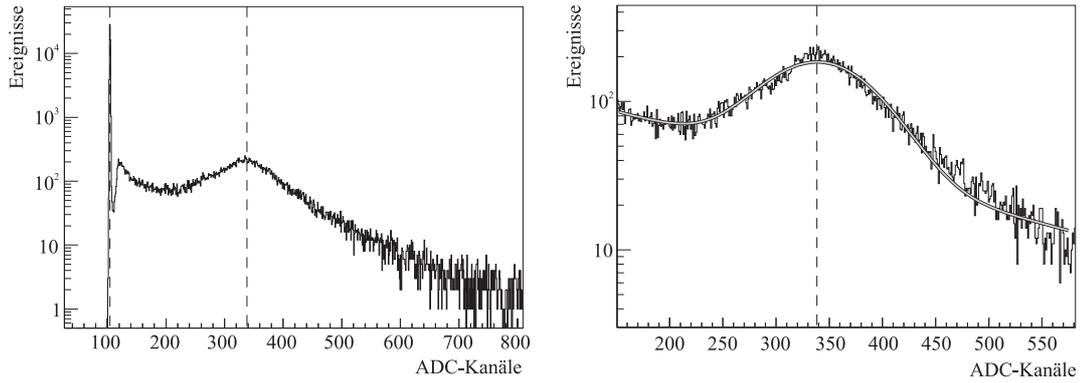


Abbildung 7.8: Energiekalibration der  $\text{BaF}_2$ -Kristalle mit einer Messung der Höhenstrahlung. *Links*: Gesamtes Energiespektrum der Höhenstrahlung in einem einzelnen  $\text{BaF}_2$ -Kristall. Die senkrechten Linien geben die beiden Eichpunkte für das *Pedestal* (0 MeV) und die Energie der minimal ionisierenden Myonen (37,7 MeV) an. *Rechts*: Ausschnitt aus dem Energiespektrum links. Gezeigt ist die Anpassung einer Funktion aus einem Gauß für den Pik und einer exponentiell abfallenden Funktion für den Untergrund.

und eine horizontale Lage hatten, war die Deposition in jedem Element im Mittel identisch. Abbildung 7.8 links zeigt das gesamte Energiespektrum, wie es in der Messung der Höhenstrahlung aufgezeichnet wurde. Die beiden senkrechten Linien markieren die Positionen des *Pedestal* bei 0 MeV und der minimal ionisierenden Myonen bei 37,7 MeV.

Zur Bestimmung des ADC-Kanals, der 37,7 MeV repräsentierte, wurde an die Pikposition die Summe aus einer exponentiell abfallenden (Untergrund) und einer Gauß-Funktion angepasst. Dies ist in Abbildung 7.8 rechts zu sehen. Die Position des *Pedestal* wurde durch das Maximum der Energieverteilung bei niedrigen Kanälen festgelegt. Damit ließen sich *Offset* und Verstärkung aus einer Geradengleichung ermitteln, was für beide Integrationsfenster auf die gleiche Weise durchgeführt wurde. Die so gefundenen Kalibrationsdaten konnten allerdings nicht direkt zur Berechnung der in den  $\text{BaF}_2$ -Kristallen deponierten Energien verwendet werden. Stattdessen mussten die ermittelten *Cluster*-Energien mit einem energieunabhängigen Faktor  $f_{\text{TAPS}}$  multipliziert werden. Damit wurden Schauerverluste in den Randkristallen eines *Cluster*, die hauptsächlich durch die CFD-Schwellen verursacht wurden, korrigiert. Kristalle deren Energien die Schwellen nicht übertrafen, wurden bei der *Cluster*-Bestimmung nicht berücksichtigt. Der Korrekturfaktor ergab sich aus dem Vergleich der invarianten Masse von zwei Photonen mit der bekannten Masse des neutralen Pions. Die betrachtete Ereignissignatur forderte ein Photon im CB und eins in TAPS, da der Fall, dass beide  $\pi^0$ -Zerfallsphotonen in TAPS registriert wurden, extrem selten auftrat. Die durchgeführte Analyse erbrachte einen TAPS-Korrekturfaktor von

$$f_{\text{TAPS}} = \frac{m_{\gamma\gamma}}{m_{\pi^0}} = 1,147 \quad (7.13)$$

Genauso wie beim CB mussten nach der eigentlichen Eichung die Energien der  $\text{BaF}_2$ -Kristalle durch einen globalen Skalierungsfaktor angepasst werden, damit die Position der invarianten Massen der selektierten  $\eta$ -Mesonen stimmte. Dazu wurden sowohl der CB als

auch TAPS verwendet, wobei für den CB die durch den dort ermittelten Skalierungsfaktor korrigierten Energien benutzt wurden.

### Zeitabgleich

Um das schlechte Zeitverhalten des Experiment-Triggers bei einer Eichung nicht mit einzubeziehen, wurde für jeden Kristall eine Relativzeit zu jedem auf der Tagger-Leiter registrierten Elektron gebildet. Der Abgleich wurde dann über diese Relativzeit vorgenommen. Die so gebildeten Spektren zeigten eine Überhöhung der korrekten Zeitbeziehungen zwischen BaF<sub>2</sub>-Kristall und einem Tagger-Elektron auf einem konstanten Untergrund. Wie im Unterabschnitt 7.2.1 schon beschrieben, wurden die Zeiten der Photonenmarkierungsanlage durch die Differenz aus den Informationen der individuellen Elektronenzähler und dem L1-Trigger-Signal gebildet:

$$t_{\text{Tagger}} = t_{\text{L1}} - t_{e^-} \quad (7.14)$$

Die Zeitinformationen der *Common Stop*-TDC der BaF<sub>2</sub>-Kristalle, die von den CFD gestartet und dem Trigger gestoppt wurden, waren durch

$$t_{\text{TAPS}} = t_{\text{L1}} - t_{\text{BaF}_2} \quad (7.15)$$

gegeben. Nun kam das Vorgehen wie beim CB zur Anwendung, um die Relativzeit aus diesen Beziehungen zu eliminieren:

$$\begin{aligned} t_{\text{TAPS}} - t_{\text{Tagger}} &= t_{\text{L1}} - t_{\text{BaF}_2} - t_{\text{L1}} + t_{e^-} \\ &= t_{e^-} - t_{\text{BaF}_2} \end{aligned} \quad (7.16)$$

Die Tagger-Zeiten waren bei der Durchführung der Kalibrationen bereits mit Hilfe der Markierungseffizienzmessungen geeicht gewesen. Für den Abgleich wurden nun die Maxima der Relativzeitspektren aufeinander abgestimmt und die Positionen auf 0 ns verschoben. Diese Kalibration verwendete ausschließlich Photonen, da ihre Flugzeiten nur durch die konstante Strecke zwischen Wechselwirkungspunkt und Kristallposition bestimmt waren. Somit mussten alle Zeitinformationen als relativ zum Zeitverhalten der Photonen betrachtet werden.

### 7.3.2 Teilchenidentifizierung

Aus den oben beschriebenen Kalibrationen wurden die Informationen für die Vierervektoren gebildet. Diesen Impulsen musste nun noch eine Teilchenart zugeordnet werden. Die drei Methoden Flugzeituntersuchung, Vetoauswertung und Pulsformanalyse ergaben unabhängig voneinander Informationen über die Sorte der Partikel. Durch Kombination der drei Ergebnisse wurde jedem *Cluster* aus den Möglichkeiten Photon, Proton, Elektron und Neutron eine Art zugewiesen. Zunächst werden hier die einzelnen Identifikationsmethoden vorgestellt. Am Ende des Kapitels folgt dann eine Übersicht, wie die Teilchensorte genau festgelegt wurde.

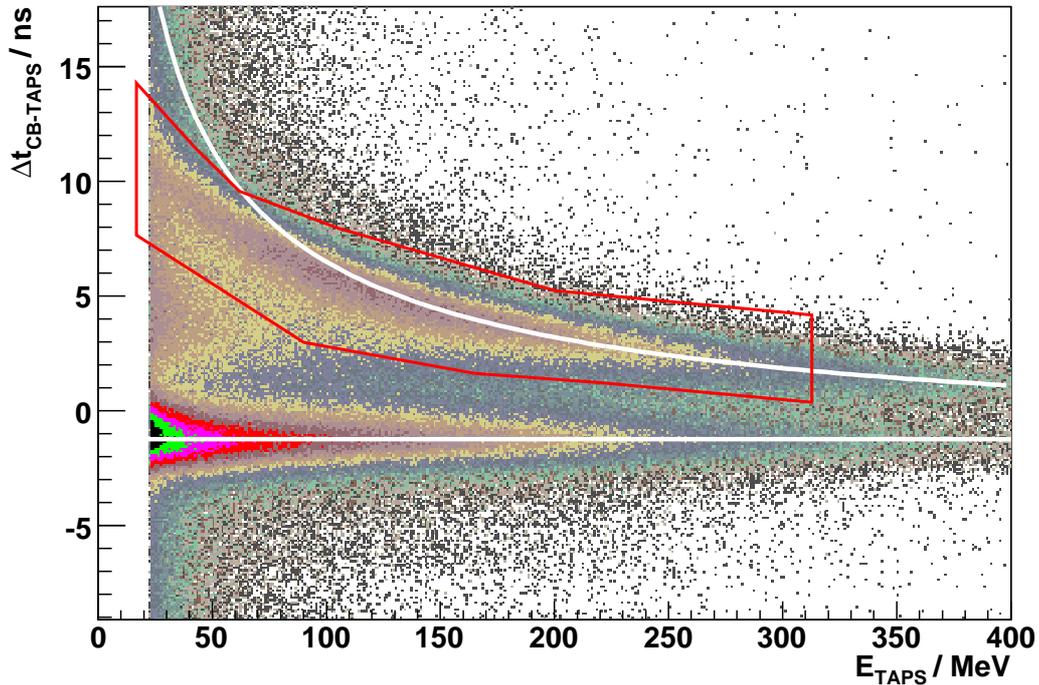


Abbildung 7.9: Relation der Energie in TAPS zur Flugzeit der Teilchen. Die beiden Linien stellen den idealen Verlauf ( $r = 175$  cm) für Photonen (waagerechte Linie) und für Protonen nach Gleichung 7.18 dar. Alle Teilchen, die im umrandeten Gebiet lagen, wurden als Protonen akzeptiert.

### Flugzeitmethode

Bei der Flugzeitmethode wurde die gemessene *Cluster*-Energie in Relation zur Zeit, die Teilchen für die Strecke vom Target zum Kristall benötigten, gesetzt. Für Photonen war diese Energie gleich der Gesamtenergie; für massebehaftete Teilchen entsprach sie der kinetischen Energie. Mit Hilfe der relativistischen Größen

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E}{m} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{v}{c} = \frac{r}{tc} \quad (7.17)$$

lässt sich eine Beziehung zwischen der Flugzeit und der kinetischen Energie ableiten, wobei  $E$  die Gesamtenergie des Teilchens,  $m$  die Masse,  $r$  der Abstand des Auftreffortes auf die TAPS-Wand vom Wechselwirkungspunkt und  $t$  die für diese Strecke benötigte Flugzeit sind.  $c$  ist dabei die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Damit ergibt sich:

$$t = \frac{r}{c} \cdot \left( 1 - \frac{m^2}{(T+m)^2} \right)^{-1/2} \quad (7.18)$$

Die Gesamtenergie wurde hier durch  $E = T + m$  ersetzt, wobei  $T$  die kinetische Energie des Teilchens ist.

Um den Einfluss des Trigger-Signals auf die Zeitmessung zu eliminieren, wurde wie bei den Kalibrationen eine Zeitdifferenz zu einem weiteren Detektor gebildet. Als Referenz diente hier nicht der Tagger, da durch die Elektronenmultiplizität keine eindeutige Zeitzuordnung möglich war. Vielmehr wurde aus allen im CB registrierten Photonen ein Mittelwert gebildet, um als Zeitreferenz zu fungieren. Abbildung 7.9 zeigt die Beziehung zwischen der Zeitdifferenz  $\Delta t_{\text{CB-TAPS}}$  und der in TAPS gemessenen Energie. Die Kurven stellen die theoretischen Verläufe für Photonen (waagrecht) und Protonen dar. Man erkennt deutlich das waagerechte Band der Photonen und die gebogene Verteilung der Protonen. Die Abweichung des Protonenbandes von der Idealform ließ sich auf folgende Ursache zurückführen: Die Protonen als geladene Teilchen verloren im Target, den Materialien im Tunnelbereich des CB und in den Veto-Detektoren bereits einen Teil ihrer Energie, wodurch die Deposition in den BaF<sub>2</sub>-Kristallen und die Zeitinformationen verfälscht wurden [Kot01]. Der Versatz der Photonenzeit gegenüber der Nulllinie entstand durch die verschiedenen Kalibrationen in TAPS und im CB. Die Lage der Elektronen lässt sich durch Gleichung 7.18 sehr einfach bestimmen. Auf Grund ihrer geringen Masse kann  $m$  gegenüber der Energie  $E$  vernachlässigt werden. Die Elektronen flogen also nahezu mit Lichtgeschwindigkeit, weshalb sie ebenfalls das Photonenband anreicherten. Neutronen durchliefen in den Materialien zwischen dem Target und den Kristallen abhängig von ihrer Energie unterschiedliche Prozesse. Außerdem wurden Neutronen häufig nicht vollständig in den Kristallen gestoppt, da sie ihre Energie nicht nach der Bethe-Bloch-Formel verlieren. Deshalb konnte ihre Position in Abbildung 7.9 nicht genau bestimmt werden.

### Veto-Informationen

Die Veto-Detektoren vor jedem BaF<sub>2</sub>-Kristall dienten lediglich der Unterscheidung zwischen geladenen und neutralen Teilchen, da die Plastik-Szintillatoren, aus denen sie bestanden, nur auf geladene Teilchen reagierten. Zur Beurteilung, ob ein *Cluster* als geladen markiert werden musste, genügte es nicht, nur den zum Zentralkristall gehörenden Veto-Detektor zu überprüfen. Da alle Kristalle ihrer Länge nach parallel zur Strahlachse ausgerichtet waren, trafen die Teilchen niemals senkrecht auf einen Kristall. Durch die Schauerbildung war es somit möglich, dass der Hauptteil der Energie nicht in dem Kristall deponiert wurde, der eigentlich vom Partikel getroffen wurde, sondern in einem der nächsten Nachbarn. In Abbildung 7.10 ist dies schematisch dargestellt. Deshalb wurden die Veto-Informationen der sechs Nachbarn ebenfalls überprüft. Registrierte einer dieser sieben Vetos ein Signal, so wurde der *Cluster* und somit das daraus rekonstruierte Teilchen als geladen angesehen.

### Pulsformanalyse

Die Pulsformanalyse untersuchte den Zusammenhang zwischen der Energiedeposition im kurzen und der im langen Integrationsfenster. Abbildung 4.9 zeigt, dass Photonen/Elektronen und Nukleonen unterschiedliche Abklingzeiten in den beiden Pulskomponenten aufwiesen. In Abbildung 7.11 oben ist die Energie im kurzen Fenster gegenüber der im langen aufgetragen. Sowohl für die Photonen als auch für die Nukleonen ergaben sich Ursprungsgeraden, die vor allem im niederenergetischen Bereich nur schwer voneinander zu trennen waren. Deshalb wurde eine Koordinatentransformation durchgeführt, die  $E_{\text{kurz}}$  und  $E_{\text{lang}}$  auf den Abstand  $R$  eines Punktes zum Ursprung und den Winkel  $\phi$ , den diese

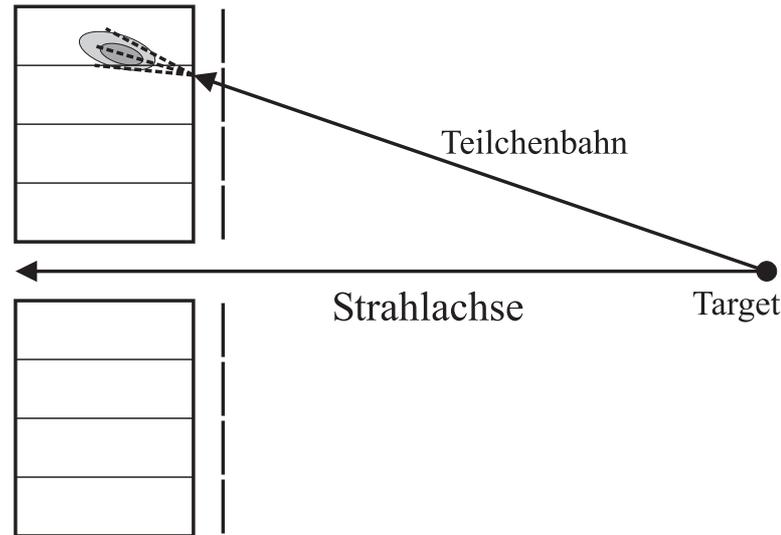


Abbildung 7.10: Schauerausbreitung in TAPS. Da das Teilchen nicht senkrecht auf den Kristall auftraf, konnte der Schwerpunkt des elektromagnetischen Schauers in einem Nachbarkristall liegen. Dadurch wurde dort die meiste Energie deponiert. Deshalb wurde ein Ring um den Zentralkristall im *Cluster* auf Veto-Treffer überprüft, um geladene Teilchen zu identifizieren.

Verbindungsgerade mit der x-Achse einschloss, abbildete. Diese Koordinaten definierten sich wie folgt:

$$R = \sqrt{E_{kurz}^2 + E_{lang}^2} \quad \text{und} \quad \phi = \arctan \frac{E_{kurz}}{E_{lang}} \quad (7.19)$$

Diese Darstellung ist in Abbildung 7.11 unten zu sehen. Der Ast bei ca.  $45^\circ$  wurde durch die Photonen gebildet. Links davon ist der Protonenbereich zu erkennen, der einem gekrümmten Verlauf folgte. In einer idealen Eichung sollte die Position der Photonen genau bei  $45^\circ$  liegen, was allerdings durch Ungenauigkeiten in der Energiebestimmung vor allem im kurzen Intervall nicht erreicht werden konnte [Kot01]. Durch einen Schnitt wie in Abbildung 7.11 gezeigt, wurden Teilchen als Photonen markiert.

### Bestimmung der Teilchenart

Die zuvor beschriebenen Identifikationsmethoden ergaben zusammen nicht immer ein eindeutiges Ergebnis. Deshalb wurde eine Entscheidungstabelle generiert, die jeder Ergebniskombination eine Teilchenart aus Photon ( $\gamma$ ), Proton (p), Elektron (e) und Neutron (n) eindeutig zuordnete (siehe Tabelle 7.1). Darin sind: V die Veto-Information, TOF die Flugzeitmethode und PSA die Pulsformanalyse. Wurde ein *Cluster* als geladen markiert, so steht hierfür in der Tabelle eine Eins, sonst eine Null. Eine Eins bei TOF bedeutet, dass das Teilchen hier in der Schnittregion für die Protonen lag, Null dagegen außerhalb. Das gleiche gilt für die PSA, wobei hier die Photonenregion ausschlaggebend war, da die Kalibration der Energien für Photonen angepasst wurde (TAPS-Korrekturfaktor).

Wurde kein Veto-Signal gemessen war das Teilchen ungeladen; ergab zusätzlich die TOF-Analyse, dass es sich nicht um ein Proton handelte, und die PSA registrierte kein

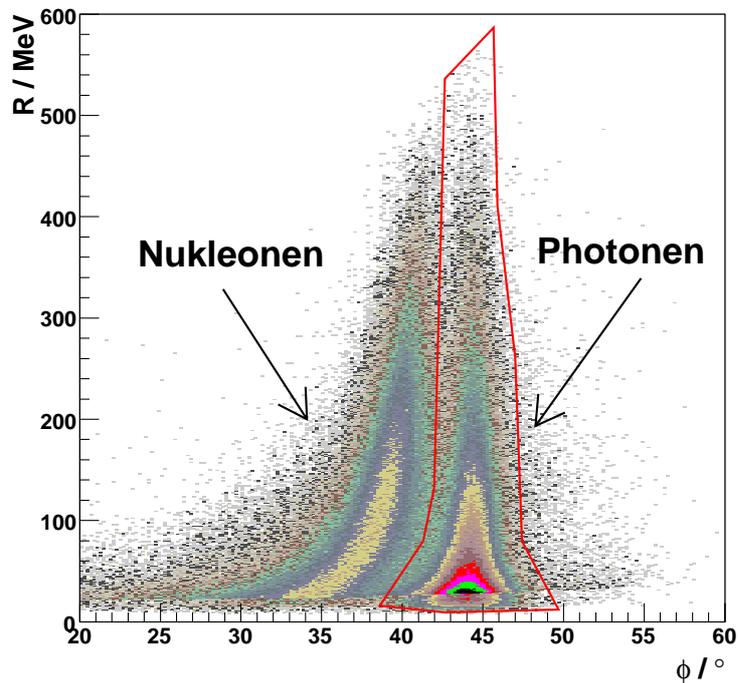
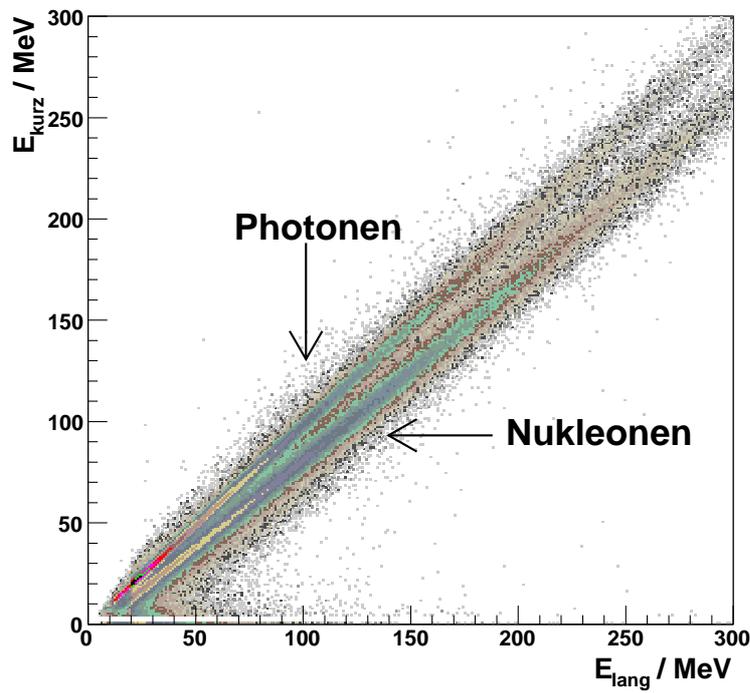


Abbildung 7.11: Pulsformanalyse der  $\text{BaF}_2$ -Signale. *Oben:* Aufgetragen ist die Energiedeposition im kurzen gegenüber der im langen Integrationsfenster. *Unten:* Darstellung in den Koordinaten  $R$  und  $\phi$  nach Gleichung 7.19. Zu sehen sind der Photonennast bei ca.  $45^\circ$  und links davon die Nukleonen. Der markierte Bereich zeigt den Schnitt auf Photonen zur Teilchenidentifizierung.

Komb.	V	TOF	PSA	$\gamma$	p	e	n
1	0	0	0				x
2	0	0	1	x			
3	0	1	0		x		
4	0	1	1	x			
5	1	0	0			x	
6	1	0	1			x	
7	1	1	0		x		
8	1	1	1		x		

Tabelle 7.1: Entscheidungstabelle zur Teilchenidentifikation in TAPS

Photon, so war eindeutig ein Neutron identifiziert (Kombination 1). Die zweite Kombination gab ein ungeladenes Teilchen, das kein Proton war, dafür aber eindeutig als Photon in der PSA erkannt wurde. Wenn kein Veto getroffen wurde, die Flugzeitmethode ein Proton identifizierte und auch die PSA nichts Gegenteiliges ergab, so war das Teilchen ein Proton, da hier angenommen wurde, das auf Grund von Ineffizienzen kein Signal im Veto erzeugt wurde. Bei der Identifizierung von Elektronen spielte die PSA keine Rolle (Kombinationen fünf und sechs). Sobald ein Teilchen zwar als geladen, aber durch die TOF-Analyse nicht als Proton identifiziert wurde, so musste es ein Elektron sein. Die siebte Möglichkeit war eindeutig als Proton zu identifizieren, da es ein Veto-Signal gab und die TOF-Methode und die PSA auf ein Proton hinwiesen. Die Kombinationen vier und acht waren in ihren TOF- und PSA-Ergebnissen widersprüchlich. Deshalb wurde hier die Veto-Information als Entscheidungskriterium herangezogen, um zwischen Photonen und Protonen zu unterscheiden.

## 7.4 Simulation

Die GEANT-Simulation stellte Informationen über die Energien in den Detektoren CB, PID und TAPS und die Kanäle der getroffenen Detektorelemente zur Verfügung. Zusätzlich wurde vom GEANT-Paket eine Flugzeit vom Vertex zu den getroffenen TAPS-Kristallen berechnet. Bei der Generierung der Ereignisse (siehe Abschnitt 5.1) wurden bereits die Strahlphotonenenergien erzeugt, die für die weitere Analyse benötigt wurden. Vor allem die Zeiten, aber auch zum Teil die Energieinformationen mussten in der Analyse angepasst werden. Dies wird im Folgenden beschrieben. Die Rekonstruktion der Viererimpulse und *Cluster* aus den getroffenen Elementen (Richtungen) und Energien und die Teilchenidentifikation wurden genauso vorgenommen, wie sie in den voranstehenden Abschnitten beschrieben sind.

### Photonenmarkierungsanlage

Aus den simulierten Daten konnten die Energie des generierten Strahlphotons und dessen Richtung ausgelesen werden. Mit Hilfe der Energieinformation wurde ein zugehöriger Tagger-Kanal bestimmt, dessen Kenntnis in der weiteren Analyse benötigt wurde. Hierzu

wurde wieder das im Abschnitt 7.1 beschriebene Programm TAGCAL v6.0 benutzt. Weiterhin wurde aus der Differenz der Energien des Elektronenstrahls von  $E_0 = 883,2 \text{ MeV}$  und des Strahlphotons die Energie eines zugehörigen, im Radiator gestreuten Elektrons ( $E_{e^-}$ ) berechnet:  $E_{e^-} = E_0 - E_\gamma$ . Dem Photon wurde der Kanal, dessen mittlere Energie dem Wert von  $E_{e^-}$  am nächsten lag, zugewiesen. Die Richtungsinformationen wurden verworfen. Stattdessen wurde wie bei der Auswertung der gemessenen Daten die Richtung des Photonenimpulses in die Strahlachse gelegt, um hier die gleichen Ungenauigkeiten zu erzeugen.

Für die Koinzidenzanalyse, die im Kapitel 8 beschrieben wird, benötigte man eine Zeitinformation des simulierten Strahlphotons. Da in der Simulation im Gegensatz zu den gemessenen Daten nur ein Photon erzeugt wurde, musste die Zeit des Photons so gewählt werden, dass eine korrekte Koinzidenzbedingung erfüllt werden konnte. Deshalb wurde als Photonenzeit die Position des Maximums des Koinzidenzpiks gewählt. Die in Abschnitt 7.1 beschriebene Eichung der Tagger-Zeiten ergab eine Maximumsposition von 0 ns, auf die auch die Zeiten der simulierten Strahlphotonen festgelegt wurden.

### Crystal Ball und Teilchenidentifikationsdetektor

Sowohl für den CB als auch für den PID errechnete die Simulation die Energiedepositionen in den einzelnen Kristallen und Streifen und gab die zugehörigen Kanalnummern der getroffenen Elemente an. Diese konnten direkt für die Rekonstruktion der Viererimpulse verwendet werden. Da das GEANT-Programm die physikalischen Vorgänge der Schauerentwicklung in Szintillatoren nicht exakt nachbilden konnte, wurde eine zu niedrige invariante Masse aus den simulierten Energien berechnet. Deshalb wurde ein Korrekturfaktor für die Energieinformationen des CB eingeführt, der dazu diente den Pik der invarianten Massenverteilung des  $\eta$ -Mesons auf die korrekte Position zu verschieben. Die Justierung des Skalierungsfaktors wurde genauso vorgenommen, wie für die gemessenen Daten. Es wurden nur Ereignisse mit sechs Photonen im CB betrachtet und der Faktor für die NaI-Kristalle eingestellt. TAPS hatte an dieser Stelle keinen Einfluss. Die Simulation der Messungenauigkeiten der CB-Energien wurde bereits im GEANT-Programm vorgenommen (Abschnitt 5.2).

Auch für den PID wurde solch ein Faktor eingeführt, der allerdings keinen Einfluss auf die Analyse hatte, da die simulierten Energieverluste der Protonen in den Szintillator-Streifen weit oberhalb der eingestellten Schwellen lagen. Die Energiedepositionen in den PID-Elementen wurden, mit der aus den gemessenen Daten ermittelten Auflösung, innerhalb einer Gauß-Funktion mit Mittelwert 0 MeV und einem  $\sigma = 0,1 \cdot E_{Szint}$  „verschmiert“. Als Treffer wurden in beiden Detektoren nur Elemente gewertet, deren Energiebetrag größer als die Schwelle von 2 MeV im CB bzw. 0,1 MeV im PID war. Die Simulation stellte keine Zeitinformationen für die Detektoren CB und PID bereit. Sie wurden in der Analyse für alle Teilchen auf 0 ns gesetzt, damit die Koinzidenzbedingung erfüllt werden konnte.

### TAPS-Spektrometer

Die Simulation stellte die beiden Energiekomponenten und die Zeitinformationen der  $\text{BaF}_2$ -Kristalle in einer Form zur Verfügung, die auch nicht direkt in der Analyse verwendet werden konnte. So musste die Energie der langsamen Komponente (totale Ener-

Energiebereich / MeV	Veto-Effizienz / %
0 - 50	81
50 - 100	78
100 - 200	74
200 - 300	68
> 300	64

Tabelle 7.2: Effizienzen der TAPS-Veto-Detektoren. In den angegebenen Energiebereichen wurden die entsprechenden Veto-Effizienzen für die simulierten Daten verwendet, um die in den gemessenen Daten festgestellten Effizienzen nachzuahmen.

giedeposition im Kristall) durch einen Skalierungsfaktor angepasst werden, um wie beim CB die richtige Pikposition der invarianten Masse der  $\eta$ -Mesonen bei  $m_\eta = 547,75$  MeV einzustellen. Hierzu wurden alle Ereignisse mit sechs Photonen betrachtet und deren invariante Masse aufgebaut. Für die Kristalle des CB wurde der im vorherigen Abschnitt erwähnte Skalierungsfaktor verwendet. Die Zeitinformation wurde innerhalb einer Gauß-Funktion mit einem Mittelwert von 0 ns und einer Standardabweichung  $\sigma = 0,7$  ns „verschmiert“, um die gleiche Auflösung wie in den gemessenen Daten zu erhalten. Als getroffen wurden diejenigen Kristalle betrachtet, deren Energiebetrag eine Schwelle von 4 MeV überschritten hatte.

Geladene Teilchen wurden in TAPS auch mit Hilfe der Veto-Informationen identifiziert. Die Simulation generierte Energiedepositionen in den Veto-Detektoren, die in die Analyse eingebunden werden mussten. Ein Veto-Detektor galt als getroffen, wenn seine Energie mehr als 100 keV betrug. In den gemessenen Daten zeigte sich, dass die Effizienzen der Veto-Detektoren von der Energie der Protonen abhängig waren. Deshalb wurde für die simulierten Veto-Detektoren eine Effizienz eingeführt, um die experimentellen Gegebenheiten nachzuahmen. In Tabelle 7.2 sind alle Effizienzen und ihre Gültigkeitsbereiche aufgeführt.

Mit den in diesem Kapitel beschriebenen Methoden und Prozeduren wurden die verschiedenen Arten der Teilchen identifiziert und zugehörige Viererimpulse erstellt. Basierend auf diesen Voranalysen wurden sowohl für die gemessenen als auch die simulierten Daten weitergehende Untersuchungen vorgenommen, die im Kapitel 8 vorgestellt werden. Die Ergebnisse dieser Auswertungen sind in Kapitel 9 zu finden.



# Kapitel 8

## Ereignisrekonstruktion

Im vorangegangenen Kapitel wurde beschrieben, wie mit den gemessenen und den simulierten Daten zunächst aus den getroffenen Kristallen *Cluster* gebildet und anschließend deren Teilchenarten bestimmt wurden. Die dabei erhaltenen Viererimpulse wurden nun zur Identifizierung der untersuchten Reaktionen herangezogen, was in gleicher Weise sowohl für die Experiment- als auch die Simulationsdaten durchgeführt wurde. Bei der in diesem Kapitel dargestellten Analyse wurden die Ereignisse mit einer kinematischen Anpassung auf eine Reaktionshypothese hin überprüft und durch einen Schnitt auf das *Confidence Level* (CL) selektiert. Die verwendete Vorgehensweise bei der kinematischen Anpassung ist im Anhang A erläutert.

Die Betrachtung verschiedener Größen bei der Auswertung der Daten, aber besonders auch die Verwendung einer Bedingung auf die fehlende Masse in der kinematischen Anpassung, erforderten die Kenntnis des Eingangskanals. Dieser setzte sich aus dem Strahlphoton und dem als ruhend angesehenen Target zusammen. Der Viererimpuls der Targetprotonen wurde auf  $P_T = (m_p, \vec{0})$  gesetzt. Die Bestimmung der Strahlphotonenimpulse wurde dadurch erschwert, dass bei jedem Ereignis  $5 \pm 2$  ( $\eta$ -Daten) bzw.  $12 \pm 4$  (MDM-Daten) Elektronen im Zeitfenster von 160 ns der *Latches* (Abschnitt 4.1) auf der Tagger-Leiter registriert wurden, wobei nicht eindeutig festgelegt werden konnte, welches das reaktionsauslösende Teilchen war. Mit Hilfe der Methode der Koinzidenzanalyse ließ sich dieses Problem umgehen. Deshalb wird in diesem Kapitel zunächst eine Darstellung der Koinzidenzanalyse gegeben, ehe auf die Untersuchung mit der kinematischen Anpassung eingegangen wird.

### 8.1 Koinzidenzanalyse

In den hier untersuchten Experimenten wurden Strahlströme zwischen 8,5 nA und 35 nA verwendet. Auf Grund dieser hohen Elektronenraten wurde auf der Tagger-Leiter nicht nur ein einzelnes Elektron registriert, sondern  $5 \pm 2$  in den  $\eta$ -Daten und  $12 \pm 4$  bei der Messung des magnetischen Moments der  $\Delta$ -Resonanz. Diese Elektronenmultiplizität entstand durch das 160 ns breite Zeitfenster in den Tagger-*Latches* (Abschnitt 4.1), das vom L1-Trigger gestartet wurde. Dadurch musste das Elektron, dessen korrespondierendes Photon eine Reaktion ausgelöst hatte, die den Trigger generierte, eine feste Zeitbeziehung zu den in den Detektoren gemessenen Reaktionsteilchen haben. Da innerhalb des Zeitfensters aber auch andere Elektronen durch den Bremsstrahlungsprozess Energie verloren

haben konnten, wurden vom Tagger mehrere Elektronen in einem Ereignis registriert. Abbildung 7.1 rechts zeigt das Zeitspektrum des Tagger nach der Eichung. Elektronen, deren zugehörige Photonen nicht zur Trigger auslösenden Reaktion beitrugen, bildeten eine Gleichverteilung über das gesamte Zeitfenster aus. „Reaktionsauslösende Elektronen“ hingegen zeigten ihre feste Zeitbeziehung zum Trigger durch Anhäufung an einem bestimmten Zeitpunkt. Durch die nicht absolut genaue Zeiteichung des Tagger und den *Jitter* des Trigger entstand ein breiter Pik auf dem Untergrund.

Wie schon beim Zeitabgleich der NaI- und BaF<sub>2</sub>-Kristalle im Kapitel 7 wurde die Zeit des Trigger aus der Tagger-Zeit eliminiert, indem eine Referenzzeit gewählt wurde. Es wurde die mittlere Zeit aller im CB detektierten Photonen gebildet. Da bei der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$  die Möglichkeit bestand kein Photon im CB zu registrieren, wurde für diesen Fall die mittlere Zeit der in TAPS gemessenen Photonen gebildet. Das entstandene Relativzeitspektrum ist in Abbildung 8.1 oben zu sehen. Deutlich ist zu erkennen, dass der Koinzidenzpik (FWHM = 3,8 ns) viel schmaler ist als in Abbildung 7.1 rechts (FWHM = 6,37 ns). An Abbildung 8.1 unten ist zu sehen, dass das Höhenverhältnis des Piks zum Untergrund verbessert wurde, wenn nur Ereignisse einer bestimmten Reaktion zugelassen wurden.

Da die zeitzufälligen Elektronen über die ganze Breite des Zeitspektrums gleichmäßig verteilt waren, konnten die mit dem Trigger zeitlich korrelierten Elektronen nicht durch einen einfachen Schnitt auf die Zeit herausgefiltert werden, sondern man benötigte mehrere Fenster. Diese sind in Abbildung 8.1 durch die grau hinterlegten Bereiche dargestellt. Alle Elektronen, die in das mit P markierte Fenster fielen, wurden mit *Prompt*<sup>1</sup> bezeichnet; die in den Fenstern R als *Random*<sup>2</sup>. Die untersuchte Variable (z.B. fehlende Masse) wurde nun für jedes Elektron berechnet und je nach Markierung (*Prompt/Random*) des Elektrons in zwei separate Histogramme eingetragen. Das *Random*-Spektrum wurde mit dem Verhältnis der Breiten der ausgewählten Zeitbereiche ( $w_P$  und  $w_R$ )

$$f_{PR} = \frac{w_P}{w_R} \quad (8.1)$$

skaliert. Das untergrundfreie Spektrum wurde anschließend durch Subtraktion des skalierten *Random*- vom *Prompt*-Histogramm gebildet. Für jedes Bin im untergrundfreien Spektrum  $S_i$  ergaben sich somit die Höhe und der Fehler zu:

$$S_i = P_i - f_{PR} \cdot R_i \quad \text{und} \quad \Delta S_i = \sqrt{(\Delta P_i)^2 + f_{PR}^2 \cdot (\Delta R_i)^2} \quad (8.2)$$

wobei  $P_i/R_i$  die entsprechenden Bins aus dem *Prompt/Random*-Histogramm sind. Durch einen insgesamt breiteren *Random*- als *Prompt*-Bereich wurde die statistische Unsicherheit beim Untergrundabzug verringert. Für die vorliegende Arbeit wurde ein Verhältnis von  $f_{PR} = 1/4$  verwendet. Alle Elektronen, die in keinen der Bereiche fielen, wurden in der weiteren Analyse nicht betrachtet.

Alle in diesem und im nächsten Kapitel präsentierten Bilder wurden mit Hilfe der Koinzidenzanalyse erstellt, d.h. sie sind bereits untergrundbereinigt. Für Spektren, die aus den simulierten Daten ermittelt wurden, mussten keine Koinzidenzanalysen vorgenommen werden, da pro Ereignis immer nur ein Strahlphoton generiert wurde, das automatisch das reaktionsauslösende Teilchen darstellte, weshalb es keinen zufälligen Untergrund gab.

<sup>1</sup>Bedeutet hier pünktlich

<sup>2</sup>engl. für zufällig

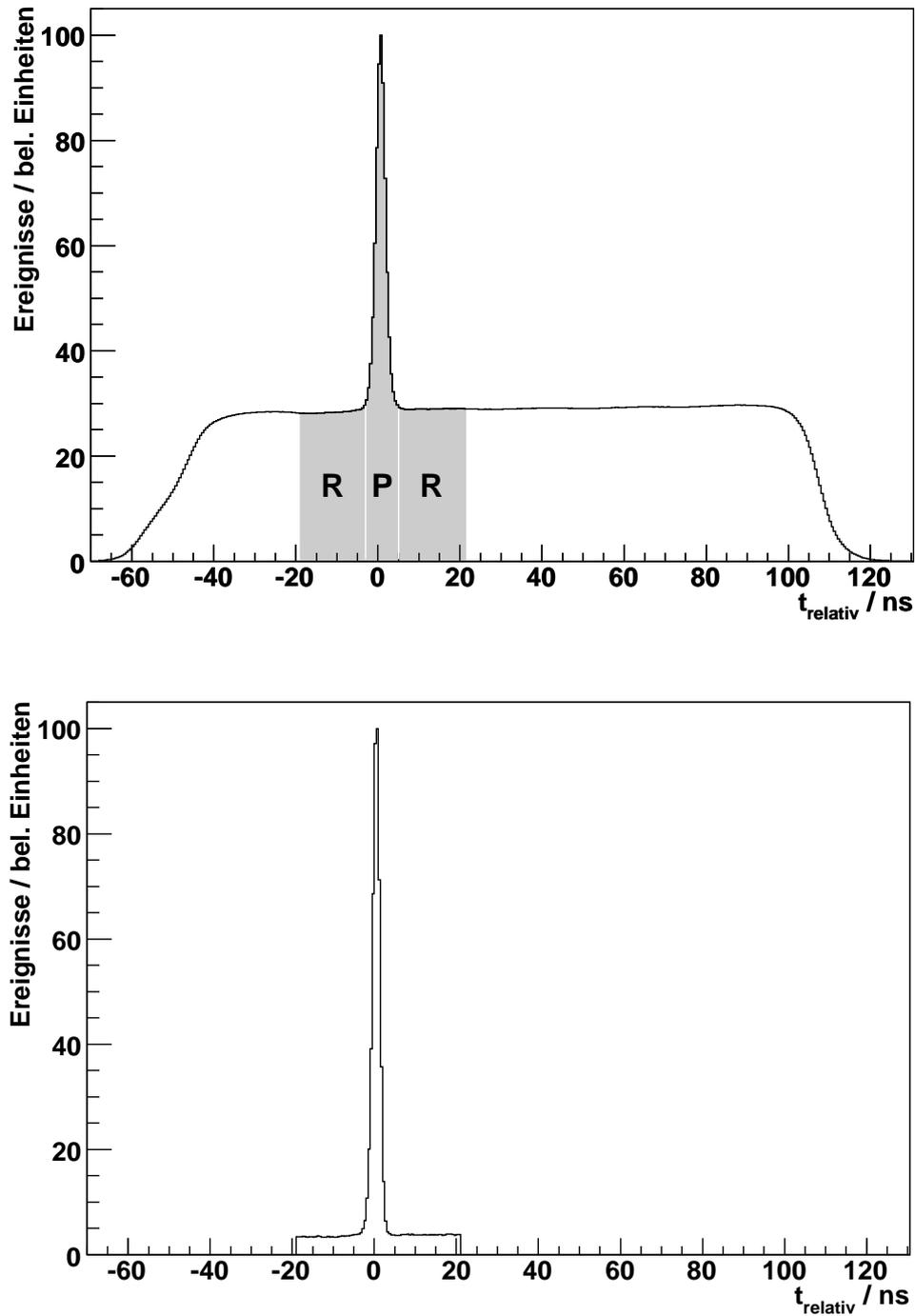


Abbildung 8.1: Koinzidenzspektren. *Oben*: Koinzidenzspektrum für alle registrierten Ereignisse. Die mit R markierten Bereiche (*Random*) bilden den zufälligen Untergrund, der später mit  $f_{PR}$  skaliert vom Gebiet P (*Prompt*) abgezogen wird. *Unten*: Koinzidenzspektrum für ausgewählte Ereignisse. Es wurden nur Ereignisse der Reaktion  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  zugelassen. Dadurch verbesserte sich das Verhältnis von *Prompt*-Pik zum *Random*-Untergrund. Elektronen, die in keines der Fenster fielen, wurden in der Analyse ignoriert.

## 8.2 Kinematische Anpassung

Ausgangspunkt der kinematischen Anpassung war eine Selektion von Ereignissen, die in ihrer Teilchensignatur der Struktur der untersuchten Reaktionen entsprachen. Die Identifizierung der Teilchenarten wurde bereits in Kapitel 7 vorgestellt. Ereignisse, in denen sechs Photonen registriert wurden, galten als Kandidaten für die Reaktionen  $\gamma p \rightarrow \eta p \rightarrow 3\pi^0 p$  und  $\gamma p \rightarrow 3\pi^0 p$ . Diese Ereignisse wurden noch einmal in ihrer nachgewiesenen Protonenzahl unterschieden. Dazu wurden zwei getrennte Analysen angefertigt: Eine Untersuchung aller Ereignisse mit sechs Photonen ohne auf eine Protonenanzahl zu achten und Ereignisse mit genau einem detektierten Proton. Der maximale Polarwinkel der Protonen aus der  $\eta$ -Produktion betrug  $\theta \approx 27^\circ$ . Damit wurden sie hauptsächlich von TAPS nachgewiesen. Allerdings wurden große Teile von TAPS durch das Material im Strahlaustrittsbereich des CB abgeschirmt und viele Protonen gingen hier verloren. Die erstgenannte Analyse ergab deshalb eine höhere Ereignisanzahl im Gegensatz zur Untersuchung von Ereignissen mit genau einem registrierten Proton. Von der zweiten Auswertung wurde erwartet, dass sie eine präzisere Selektion erzielt, da eine weitere Bedingung an die Daten gestellt wurde. Im Laufe dieses und des nächsten Kapitels wird gezeigt, dass keine nennenswerten Unterschiede zwischen beiden Varianten vorlagen. Die Untersuchung der  $\pi^0$ -Produktion wurde an Hand von Zwei-Photonen-Ereignissen durchgeführt, wobei die Anzahl der nachgewiesenen Protonen keine Rolle spielte.

In diesem Kapitel werden die Untersuchungen der drei genannten Reaktionen mit Hilfe der kinematischen Anpassung vorgestellt. Zunächst wird der für diese Arbeit relevante Reaktionskanal  $\gamma p \rightarrow \eta p \rightarrow 3\pi^0 p$  beschrieben. Die durch die hier angewandte kinematische Anpassung selektierten Ereignisse wurden zur Bestimmung des totalen Wirkungsquerschnitts und des Dalitz-Plot-Parameters verwendet. Die Suche nach Ereignissen der freien  $3\pi^0$ -Produktion (Unterabschnitt 8.2.2) wurde nur auf simulierten Daten durchgeführt. Sie diente einer Abschätzung des Beitrags dieser Untergrundreaktion. Die  $\pi^0$ -Produktion im Unterabschnitt 8.2.3 diente der Überprüfung der Analyseprogramme, da der totale Wirkungsquerschnitt der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$  sehr gut bekannt ist.

### 8.2.1 $\eta \rightarrow 3\pi^0$

Diese Arbeit widmete sich der Bestimmung des Dalitz-Plot-Parameters  $\alpha$  des  $\eta$ -Zerfalls  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ . Auf Grund des Endzustands der Reaktionskette mit sechs Photonen und einem Proton aus der  $\eta$ -Produktion  $\gamma p \rightarrow \eta p$  wurden zwei Analysen durchgeführt: Eine mit allen Ereignissen mit sechs detektierten Photonen (Eta6) und eine mit zusätzlich einem registrierten Proton (Eta7), welche eine bessere Selektion ermöglichen sollte, während die erstgenannte Untersuchung die statistisch signifikantere Aussage zuließ<sup>3</sup>. Beide Auswertungen wurden sowohl mit den  $\eta$ - als auch den MDM-Daten durchgeführt. Damit ergaben sich vier unterschiedliche Analysen, die in diesem Unterabschnitt beschrieben werden.

Die weiteren Untersuchungen wurden mit kinematischen Anpassungen vorgenommen. Dabei wurden zum einen die auf Grund der endlichen Auflösungen der Detektoren nicht exakt gemessenen Teilchenenergien und -impulse innerhalb der Messfehler auf physikalisch mögliche Werte gesetzt; zum anderen wurden die Ereignisse auf Reaktionshypothesen getestet. Als Resultat gab die kinematische Anpassung einen Wert zurück, das

<sup>3</sup>Die Zahlen der Abkürzungen Eta6 und Eta7 repräsentieren die geforderten Teilchenanzahlen von sechs Photonen (Eta6) und sechs Photonen plus ein Proton (Eta7).

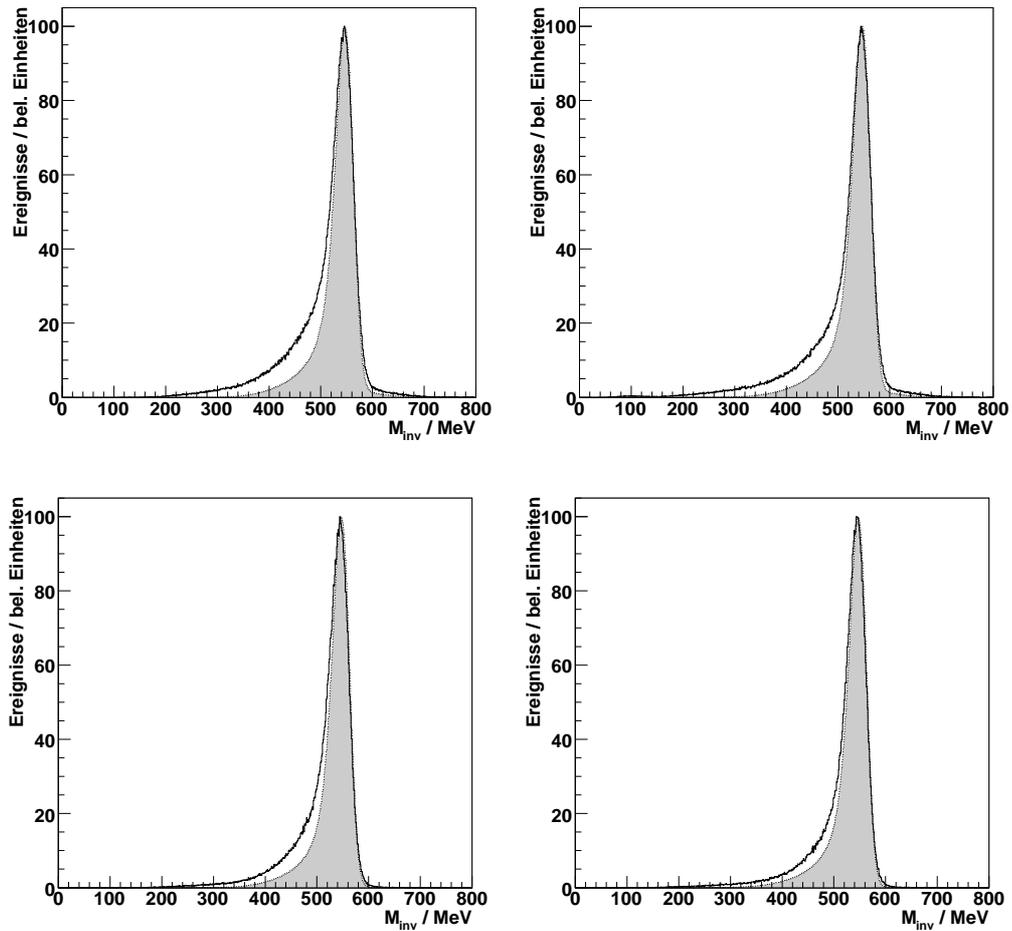


Abbildung 8.2: Invariante Massen der sechs Photonen in den an Hand der Teilchenanzahlen selektierten Ereignissen. Grau hinterlegt ist die Verteilung aus den simulierten Daten; die schwarze Kurve repräsentiert die invariante Masse, die aus den gemessenen Daten bestimmt wurde. *Oben:* Eta6-Analyse. *Unten:* Eta7-Analyse. *Links:* Invariante Massen ermittelt aus den  $\eta$ -Daten. *Rechts:* Invariante Massen ermittelt aus dem MDM-Datensatz.

sogenannte Vertrauensniveau oder *Confidence Level* (CL), das ein Maß für die Übereinstimmung mit der Hypothese darstellte. Eine weitere Variable, die Aufschluss über die kinematische Anpassung gab, war der *Pull*, der angab, wie stark die gemessenen Größen verändert wurden. Im Anhang A sind die Grundlagen der kinematischen Anpassung und die in dieser Arbeit verwendete Realisierung erläutert.

Abbildung 8.2 zeigt die Situation dieser Untersuchungen, bevor eine kinematische Anpassung vorgenommen wurde. Hier sind die invarianten Massen der Summen der sechs Photonenimpulse für die Auswertung ohne auf die detektierte Protonenzahl zu achten (oben) und bei Identifizierung eines Protons (unten) dargestellt. Auf der linken Seite sind die Ergebnisse aus den  $\eta$ -, rechts aus den MDM-Daten jeweils im Vergleich zu einer Analyse der simulierten Ereignisse abgebildet. Alle Untersuchungen ergaben ähnliche Resultate. Die Positionen der Maxima der gemessenen stimmte mit den Piks der simu-

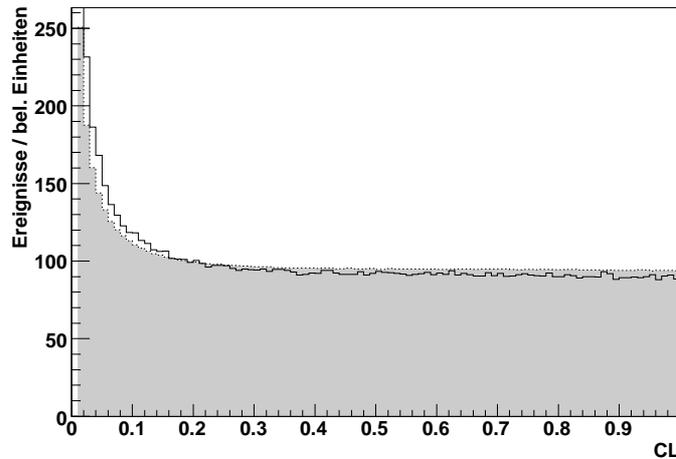


Abbildung 8.3: *Confidence Level* der ersten kinematischen Anpassung. Grau hinterlegt ist die Simulation zu sehen, in schwarz das Resultat der gemessenen Daten. Die Gleichverteilung bei höheren Werten spiegelt wahre Ereignisse der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \eta p$  wieder.

lierten Verteilungen überein und saßen bei der Masse des  $\eta$ -Mesons von  $m_\eta \approx 547,75$ . Zu niedrigen Massen hin zeigten alle gemessenen Verteilungen einen höheren Anteil an Untergrund als die Simulation, da allein ein Schnitt auf die Anzahlen der identifizierten Teilchen den Untergrund (elektronisches Rauschen,  $\pi^0\pi^0$ -Ereignisse mit zwei *Split-Offs*) aus den Messungen nicht vollständig eliminieren konnte. Die Simulation allerdings beinhaltete nur wirkliche  $\eta$ -Zerfallsereignisse. Dennoch läßt sich an Abbildung 8.2 erkennen, dass allein die Auswahl der Ereignisse nach den Teilchenanzahlen eine gute Trennung von  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ -Ereignissen und Untergrund brachte. Im Folgenden wird zunächst nur die Eta6-Analyse, die links oben in Abbildung 8.2 gezeigt ist, betrachtet. Sie wurde als „Standard“ erachtet, da sie eine sehr gute Übereinstimmung zwischen gemessenen und simulierten Daten zeigte und die beste Statistik ergab.

Die weitere Auslese der Ereignisse erfolgte in zwei Schritten: Eine kinematische Anpassung zur Vorauswahl und Steigerung der Analysegeschwindigkeit und eine zweite zur eigentlichen Selektion und Anpassung der physikalischen Größen. Für den ersten Schritt wurden zwei Zwangsbedingungen gesetzt: Die invariante Masse der sechs Photonenimpulse sollte  $M_{\text{inv}} = 547,75$  MeV entsprechen und ihre fehlende Masse der des Protons. Die Gleichungen 8.3 und 8.4 geben die Formeln zur Berechnung beider Bedingungen an

$$M_{\text{inv}} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^6 P_i\right)^2} \quad (8.3)$$

$$M_{\text{miss}} = \sqrt{\left(P_{\text{Strahl}} + P_T - \sum_{i=1}^6 P_i\right)^2} \quad (8.4)$$

wobei  $P_{\text{Strahl}}, P_T = (m_p, \vec{0})$  und  $P_i$  die Viererimpulse des Strahlphotons, des Targetprotons

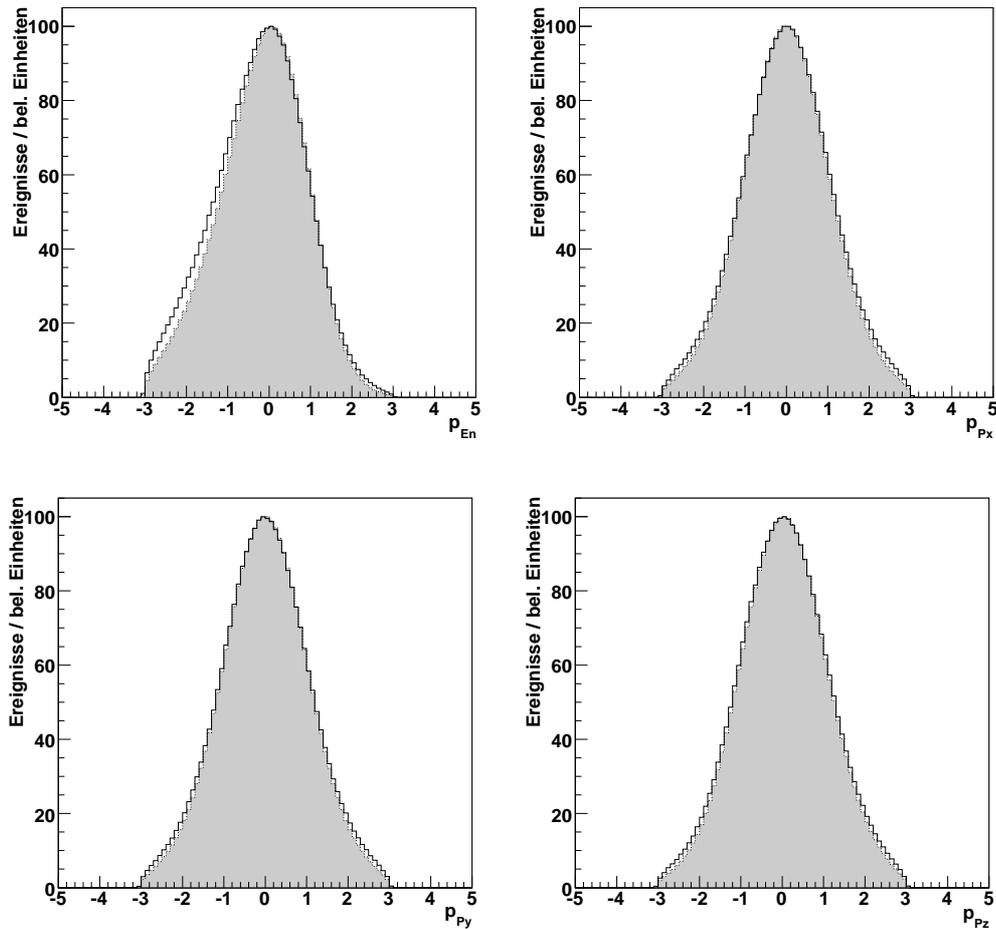


Abbildung 8.4: *Pulls* aller kinematischen Anpassungen in der Vorselektion (schwarze Linie), deren CL die Schwelle überschritten hatten, im Vergleich mit der Simulation (grau hinterlegt). *Oben links*: *Pull* der Energie. *Oben rechts*: *Pull* der x-Komponente des Dreierimpulses. *Unten links*: *Pull* der y-Komponente des Dreierimpulses. *Unten rechts*: *Pull* der z-Komponente des Dreierimpulses.

und der sechs detektierten Photonen aus dem Zerfall des  $\eta$  sind. Hier war nun zu beachten, dass die Strahlphotonen in die Berechnung der fehlenden Masse eingingen. Da aber pro Ereignis mehrere Elektronen ( $N_{\text{Tagger}}$ ) vom Tagger registriert wurden und nicht festgestellt werden konnte, welches zum reaktionsauslösenden Strahlphoton gehörte, musste die kinematische Anpassung für jede Möglichkeit durchgeführt werden.

Die sich ergebenden  $N_{\text{Tagger}}$  CL-Werte wurden mit einer Schwelle von 0,01 diskriminiert; erreichte kein Vertrauensniveau einen höheren Betrag, so wurde das Ereignis in der weiteren Analyse verworfen. Abbildung 8.3 zeigt das CL aller kinematischen Anpassungen, die die Schwelle überschritten hatten. Die Verteilung folgte dem zu erwartenden Verlauf: Bei großen CL bildete sich eine Gleichverteilung aus und zu niedrigen Werten hin sammelten sich vermehrt Einträge. Diese stammten entweder aus Ereignissen, die keine  $\eta$ -Produktion darstellten, oder kinematischen Anpassungen mit den

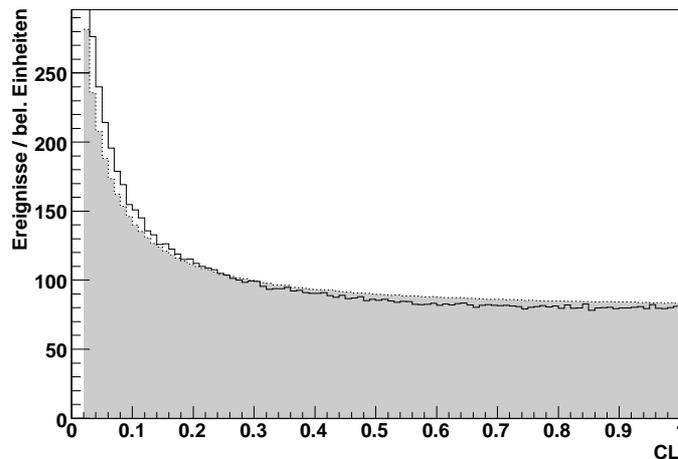


Abbildung 8.5: *Confidence Level* der zweiten kinematischen Anpassung. Grau hinterlegt ist die Simulation zu sehen, in schwarz das Resultat der gemessenen Daten. Die Gleichverteilung bei höheren Werten spiegelt wahre Ereignisse der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \eta p \rightarrow 3\pi^0 p$  wieder.

falschen Strahlphotonen. Auch konnten diese Einträge durch  $\eta$ -Produktionen erzeugt werden, wenn so große Schauerverluste von Photonen, die z.B. nahe an den ausgelassenen Strahlein- und -austrittsbereichen des CB registriert wurden, auftraten, dass eine Rekonstruktion durch die kinematische Anpassung nicht mehr möglich war. Solche Ereignisse bildeten den Anstieg des Vertrauensniveaus in der Simulation. Wahre  $\eta$ -Ereignisse hingegen mussten eine gleichmäßige Verteilung über den gesamten Bereich erzeugen. Die Kombination beider Formen ergab den abgebildeten Verlauf.

Die *Pulls* der angepassten Variablen (Energie und Dreierimpulskomponenten)  $p_{En}$ ,  $p_{Px}$ ,  $p_{Py}$  und  $p_{Pz}$  sind in Abbildung 8.4 dargestellt. Sie entsprachen ebenfalls den erwarteten Verläufen. Die drei Impulskomponenten wiesen eine Gaußform auf mit einem Mittelwert bei  $p = 0$  und einer Breite von  $\sigma \approx 1$ . Nur der *Pull* der Energien zeigte einen von der Gaußform abweichenden Verlauf. Dieses asymmetrische Verhalten entstand durch den Schauerverlust der Teilchen in den Detektoren CB und TAPS<sup>4</sup>. Dadurch mussten die gemessenen Größen vermehrt nach oben korrigiert werden, weshalb der *Pull* im negativen mehr Einträge als im positiven Bereich aufwies.

Die zweite kinematische Anpassung diente der eigentlichen Selektion der Ereignisse und dem Verändern der gemessenen Größen innerhalb ihrer Messfehler. Die angepassten Energien und Impulse der Photonen aus der Vorselektion wurden hier allerdings nicht verwendet, sondern es wurden wieder die gemessenen Größen als Startwerte in die kinematische Anpassung eingegeben. Als Zwangsbedingungen wurden erneut die invariante und die fehlende Masse der sechs Photonen gesetzt. Zudem wurde nun eine weitere Bedingung an das Ereignis gestellt: Aus den sechs Photonen mussten sich drei neutrale Pionen bilden lassen. Dies wurde durch Überprüfen der invarianten Massen von jeweils drei Pho-

<sup>4</sup>Der gleiche Effekt tauchte auch bei den invarianten Massen in Abbildung 8.2 auf, die Ausläufer zu niedrigen Massen hin hatten; zu höheren Werten allerdings nicht.

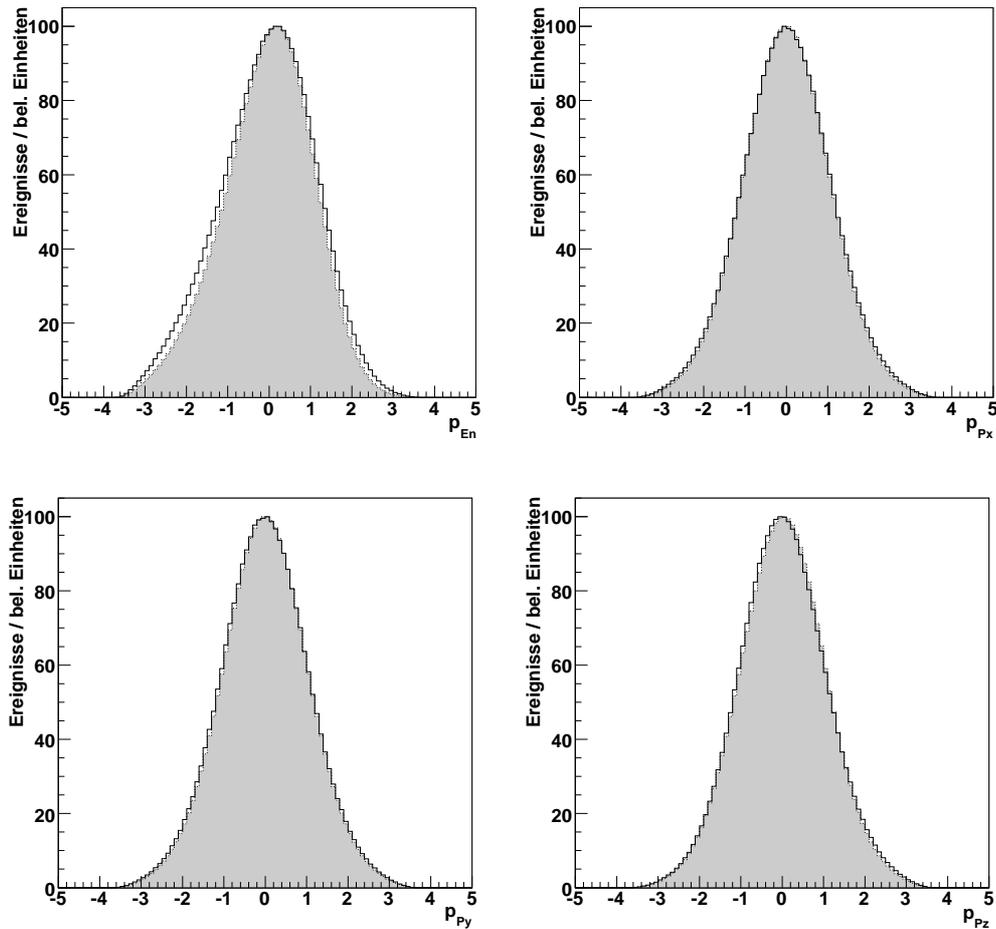


Abbildung 8.6: *Pulls* der kinematischen Anpassung in der Hauptselektion (schwarze Linie), deren CL die Schwelle überschritten hatte, im Vergleich mit der Simulation (grau hinterlegt). *Oben links*: *Pull* der Energie. *Oben rechts*: *Pull* der x-Komponente des Dreierimpulses. *Unten links*: *Pull* der y-Komponente des Dreierimpulses. *Unten rechts*: *Pull* der z-Komponente des Dreierimpulses.

tonenpaaren durchgeführt. Da aber nicht bekannt war, welche Photonen aus welchem Zerfall der  $\pi^0$  stammten, mussten alle 15 möglichen Kombinationen getestet werden. Somit wurden  $N_{\text{Tagger}} \cdot 15$  Anpassungen mit fünf Zwangsbedingungen pro Ereignis vorgenommen. Die Vorgehensweise entsprach der in der ersten kinematischen Anpassung. Durch einen Schnitt auf das Vertrauensniveau von  $\text{CL} \geq 0,02$  wurden die Ereignisse, die für die Bestimmung des Parameters  $\alpha$  verwendet werden sollten, ausgewählt.

Die Abbildungen 8.5 und 8.6 zeigen das CL und die *Pulls* der zweiten kinematischen Anpassung. Hier wurden wieder alle Kombinationen der  $N_{\text{Tagger}} \cdot 15$  möglichen eingetragen, deren CL die oben angegebene Schwelle überschritten hatten. Die Verläufe der Histogramme ähnelten den entsprechenden Spektren der ersten Anpassung sehr. Nur die Form des Energie-*Pulls* hatte sich auf Grund der verbesserten Auswahl am Ereignissen<sup>5</sup>

<sup>5</sup>Ereignisse, in denen es zu großen Schauerverlusten kam, wurden in der Vorselektion bereits aussortiert.

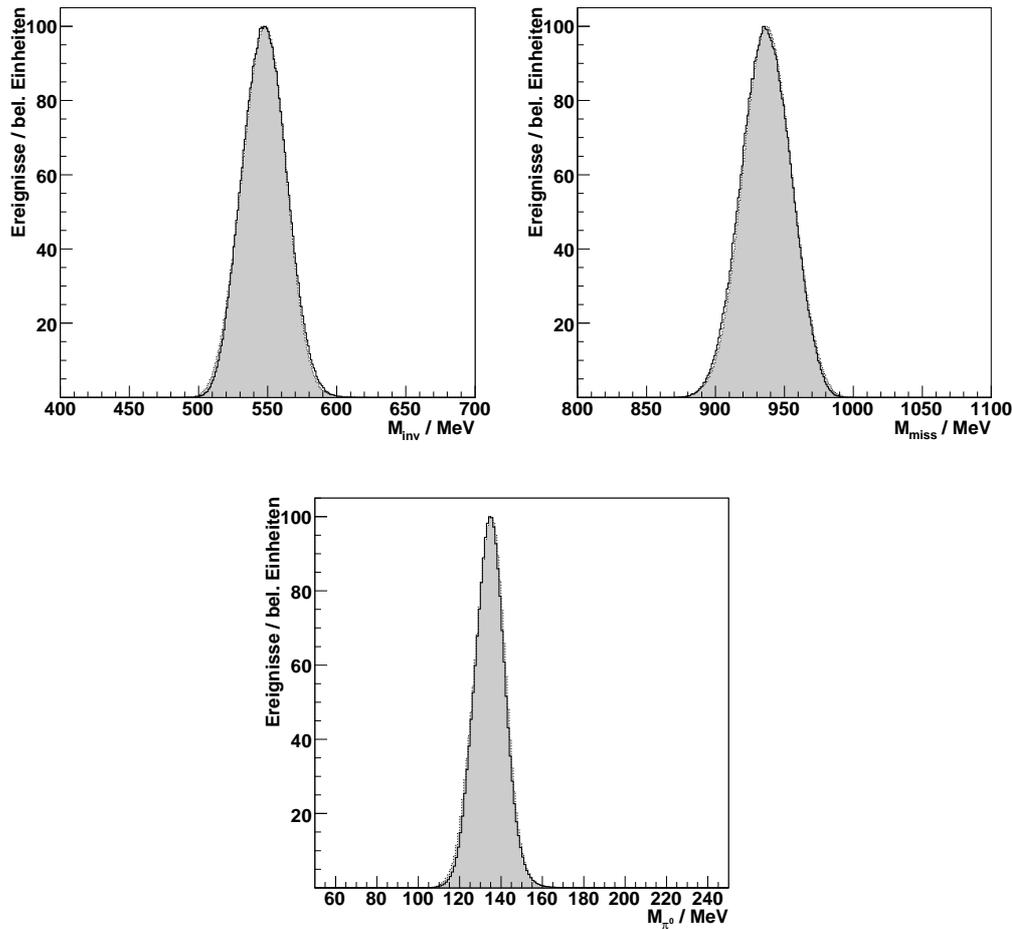


Abbildung 8.7: Massenverteilungen der unveränderten Photonenvierimpulse nach der Selektion durch die zweite kinematische Anpassung. *Oben links*: Invariante Masse aller sechs Photonen. Die Pikposition wurde zu  $M_{\text{inv}} = 547,5$  MeV bestimmt. *Oben rechts*: Fehlende Masse aller sechs Photonen. Die Pikposition wurde zu  $M_{\text{miss}} = 936,9$  MeV bestimmt. *Unten*: Invariante Masse der drei als Pionen bestimmten Photonenaare. Die Pikposition wurde zu  $M_{\pi^0} = 134,4$  MeV bestimmt.

mehr dem Verlauf einer Gauß-Funktion angenähert. Die Übereinstimmungen zwischen Simulation und den Ergebnissen der gemessenen Daten waren auch hier nahezu perfekt. Für die weitergehende Analyse wurden nun die in diesem Schritt angepassten Energien und Dreierimpulse der Photonen verwendet. Aus den ermittelten Photonenaaren in jeder Kombination wurden nun durch Summation der Vierervektoren die Impulse der neutralen Pionen gebildet.

Abbildung 8.7 zeigt die Massenverteilungen der selektierten Ereignisse, wobei jedes positiv bewertete Resultat<sup>6</sup> aus der kinematischen Anpassung eingetragen wurde. Oben

<sup>6</sup>Als positiv bewertet galten alle Kombinationen aus Strahlphoton und drei Photonenaaren (neutrale Pionen), für die in der kinematischen Anpassung ein  $\text{CL} \geq 0,02$  berechnet wurde.

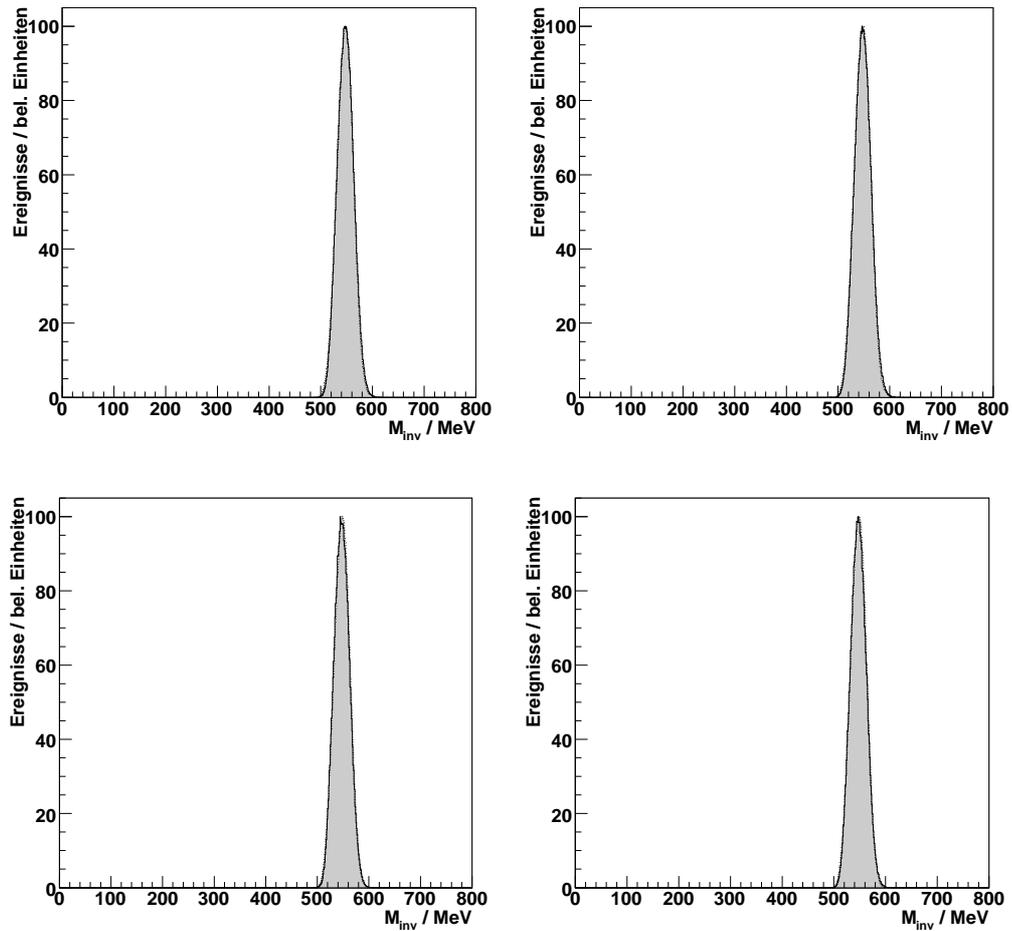


Abbildung 8.8: Invariante Massen, berechnet aus den nicht angepassten Photonenimpulsen der selektierten Ereignisse. Grau hinterlegt ist die Verteilung aus den simulierten Daten; das schwarze Histogramm repräsentiert die invariante Masse, die aus den gemessenen Daten bestimmt wurde. *Oben:* Eta6-Analyse. *Unten:* Eta7-Analyse. *Links:* Invariante Massen ermittelt aus den  $\eta$ -Daten. *Rechts:* Invariante Massen ermittelt aus dem MDM-Datensatz.

rechts ist die invariante Masse aller sechs unveränderten Photonen dargestellt. Sie wies einen gaußförmigen Verlauf auf mit einer Pikposition von  $M_{\text{inv}} = 547,5 \text{ MeV}$  bei einer Breite von  $\sigma_{\text{inv}} = 16,1 \text{ MeV}$ . Die fehlende Masse (oben links) hatte einen Pik bei  $M_{\text{miss}} = 936,9 \text{ MeV}$  ( $\sigma_{\text{miss}} = 18,2 \text{ MeV}$ ) und lag damit geringfügig unterhalb der Masse des Protons. Das untere Bild gibt die invariante Masse der als Pionen identifizierten Photonengruppe wieder. Die erhaltene Gauß-Verteilung hatte eine Pikposition von  $M_{\pi^0} = 134,4 \text{ MeV}$  mit einer Breite von  $\sigma_{\pi^0} = 7,1 \text{ MeV}$ . Die drei hier dargestellten Spektren zeigen deutlich die Güte der Selektion, indem die Verteilungen aller ausgewählten Ereignisse bereits vor der kinematischen Anpassung der angenommenen Hypothese entsprachen.

Zum Abschluss dieses Unterabschnitts soll nun noch der Einfluss der Selektion durch die kinematische Anpassung verdeutlicht werden. Dazu sind in Abbildung 8.8 wie in Darstellung 8.2 die invarianten Massen der sechs gemessenen Photonenvierimpulse gezeigt,

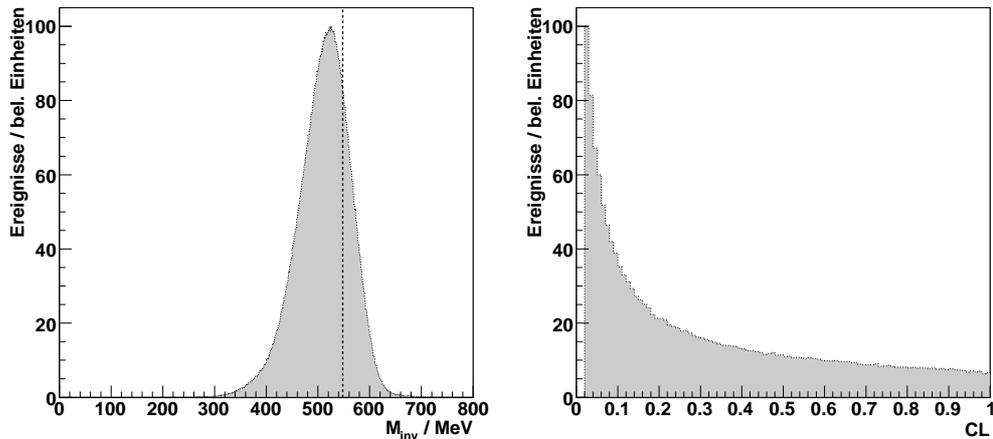


Abbildung 8.9: *Links*: Invariante Masse von sechs Photonen in der Simulation der freien  $3\pi^0$ -Produktion bevor die kinematischen Anpassungen durchgeführt wurden. Die senkrechte Linie gibt die Position der Masse des  $\eta$ -Mesons an. *Rechts*: Vertrauensniveau der zweiten Anpassung der freien  $3\pi^0$ -Produktion.

nachdem die  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ -Ereignisse durch die kinematische Anpassung ausgewählt wurden. Alle vier Analysen ergaben gaußförmige Verteilung mit einem Maximum bei der Masse des  $\eta$ -Mesons. Die Ausläufer zu kleineren Massen hin wurden durch die Selektion in der Simulation und für die gemessenen Daten unterdrückt. Deshalb lag hier eine absolute Übereinstimmung zwischen beiden vor. Eine Darstellung der aus den angepassten Vierervektoren bestimmten invarianten Massen wird hier nicht gezeigt, da sie lediglich sehr schmale Verteilungen bei  $M_{\text{inv}} = 547,7 \text{ MeV}$  ausbildeten, weil dies eine Bedingung war, die in der Anpassung an die Ergebnisvektoren gestellt wurde. Bis auf sehr geringe Untergrundbeiträge (siehe Unterabschnitt 8.2.2) wurden somit nur Ereignisse der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \eta p \rightarrow 3\pi^0 p$  für die Bestimmung von  $\alpha$  ausgewählt. Insgesamt ergab die Auswertung der gemessenen Daten mit der „Standard“-Analyse ungefähr 1,1 Millionen Ereignisse, die dazu genutzt werden konnten. Aus den 100 Millionen simulierten Ereignissen wurde eine Rekonstruktionseffizienz von ca. 23 % ermittelt.

## 8.2.2 Freie $3\pi^0$ -Produktion

Die Analyse der freien  $3\pi^0$ -Produktion ( $\gamma p \rightarrow 3\pi^0 p$ ) wurde zur Untersuchung des Untergrundbeitrags aus dieser Reaktion zum Kanal  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  durchgeführt. Dazu wurden die 10 Millionen simulierten Ereignisse<sup>7</sup> mit den im Unterabschnitt 8.2.1 dargestellten Analysen ausgewertet und die Anzahl der ausgewählten Ereignisse bestimmt. Durch einen Vergleich der totalen Wirkungsquerschnitte der freien  $3\pi^0$ - und der  $\eta$ -Produktion konnte eine Abschätzung des Untergrundbeitrags vorgenommen werden. Hier werden zunächst die Analyseschritte gemäß Unterabschnitt 8.2.1 beschrieben. Allerdings wird auf eine Darstellung des CL und der *Pulls* der ersten kinematischen Anpassung verzichtet, da

<sup>7</sup>Die Erzeugung dieser Ereignisse wurde in Kapitel 5 beschrieben.

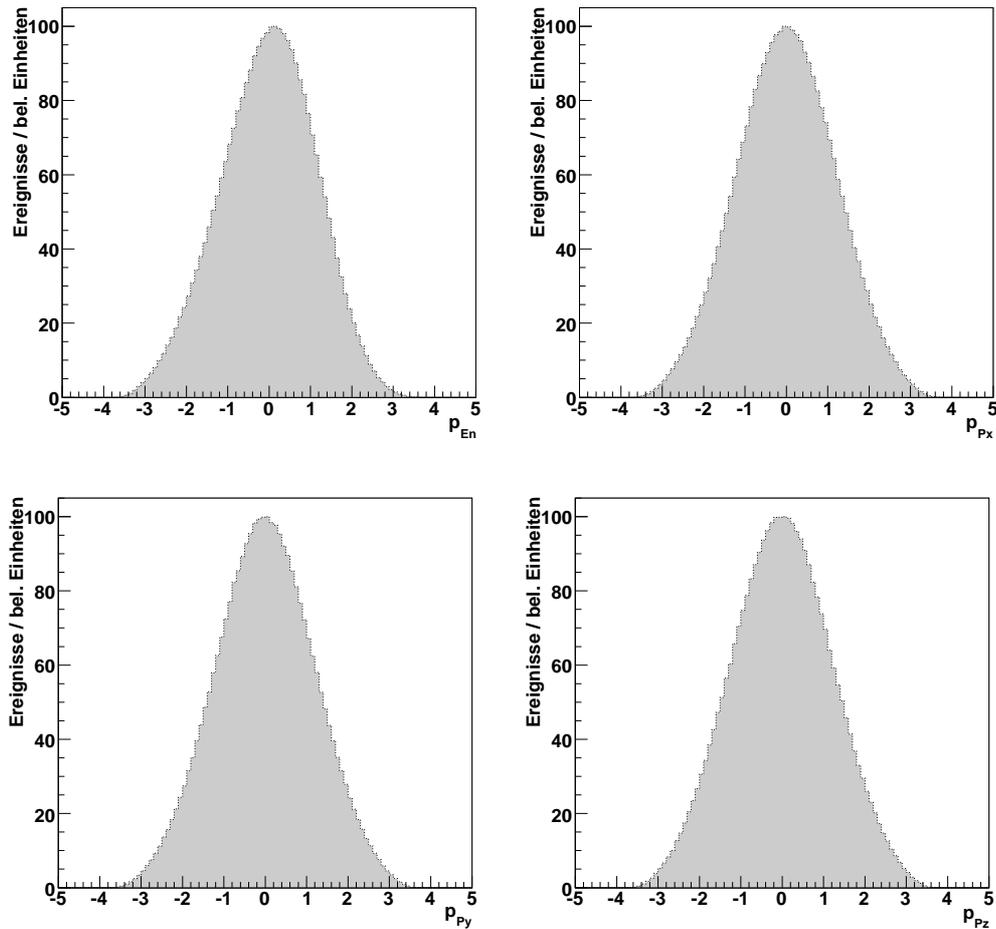


Abbildung 8.10: *Pulls* der Hauptselektion in der Auswertung der simulierten  $3\pi^0$ -Photoproduktionsereignisse. *Oben links*: *Pull* der Energie. *Oben rechts*: *Pull* der x-Komponente des Dreierimpulses. *Unten links*: *Pull* der y-Komponente. *Unten rechts*: *Pull* der z-Komponente.

sich keine wichtigen Informationen aus diesen Spektren ergaben. Außerdem wird nur die Eta6-Analyse betrachtet, da sich zwischen den verschiedenen Auswertungen kaum Unterschiede zeigten.

In Abbildung 8.9 links ist die invariante Masse der sechs Photonen, bevor eine kinematische Anpassung vorgenommen wurde, zu sehen. Gegenüber der invarianten Masse der  $\eta$ -Reaktionen stellte sie eine deutlich breitere Verteilung dar. Das Maximum lag bei ca. 520 MeV. Dennoch wurde deutlich, dass ein Teil der Ereignisse alle fünf Zwangsbedingungen der kinematischen Anpassungen, im Besonderen die Bedingung der  $\eta$ -Masse, erfüllten. Dazu wurden wieder die beiden kinematischen Anpassungen angewendet<sup>8</sup>. Abbildung 8.9 rechts zeigt das Vertrauensniveau des zweiten Schritts. Eine Gleichverteilung, wie sie von Ereignissen, die alle Zwangsbedingungen erfüllen, gebildet wird, war kaum zu erkennen. Die *Pulls* in Abbildung 8.10 hingegen wiesen eine Form auf, die denen

<sup>8</sup>Die Analyse entsprach exakt der Auswertung der  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ -Ereignisse.

Trigger	Eta6	Eta7
$\eta$	5,3 %	2,3 %
MDM	5,3 %	2,3 %

Tabelle 8.1: Gewichtetes Mittel der  $3\pi^0$ -Rekonstruktionseffizienzen für die zwei Analysen Eta6 und Eta7, jeweils unter den Trigger-Bedingungen des  $\eta$ - und des MDM-Experiments. Als Gewichtungsfaktoren der pro Trigger-Kanal bestimmten Effizienzen dienten die zugehörigen Statistiken.

echter  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ -Ereignisse entsprach: Eine Gaußkurve mit Mittelwert 0 und einer Breite  $\sigma$  von 1,1. Diese Ereignisse wurden nun herangezogen, um den Untergrundbeitrag der  $3\pi^0$ -Produktion zu ermitteln.

Die Auswertung aller vier Analysen ergab, dass maximal ca. 5,3 % der Ereignisse alle Schnitte passiert hatten. Tabelle 8.1 listet die Rekonstruktionseffizienzen der vier Untersuchungen auf. Auffällig ist hier, dass sich bei unterschiedlichen Trigger-Bedingungen, aber gleichen Analysen, fast identische Werte ergaben. Die simulierten  $3\pi^0$ -Ereignisse verhielten sich ähnlich den  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ . Deshalb waren die aus ihnen bestimmten Energiesummen mit denen in den Abbildungen 6.5 und 6.6 zu vergleichen. Man sieht deutlich, dass durch eine Schwelle auf die Trigger-Energiesumme nur wenige Ereignisse weggeschnitten wurden. Dadurch ergab sich die Übereinstimmung zwischen den Rekonstruktionseffizienzen.

Der totale Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{3\pi^0}$  der  $3\pi^0$ -Photoproduktion wurde bisher nicht vermessen. In [Jun05] wurde jedoch eine Abschätzung getroffen. Demnach liegt der Wirkungsquerschnitt für Strahlenergien  $< 1100$  MeV nahezu konstant bei  $\sigma_{3\pi^0} = 0,4 \mu\text{barn}$  und damit um einen Faktor 40 niedriger als der maximale Wert des totalen Wirkungsquerschnitts der  $\eta$ -Produktion  $\sigma_\eta$  (vergleiche Tabellen B.1 und B.2 im Anhang B). Mit den hier aufgelisteten Angaben ließ sich die Verunreinigung durch die  $3\pi^0$ - in den ausgewählten  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ -Ereignissen berechnen. Die Anzahl der Ereignisse der beiden Reaktionen ergaben sich durch

$$\begin{aligned} N_{\eta \rightarrow 3\pi^0} &= \sigma_\eta \cdot \text{BR}(\eta \rightarrow 3\pi^0) \cdot \varepsilon_{\eta \rightarrow 3\pi^0} \\ N_{3\pi^0} &= \sigma_{3\pi^0} \cdot \varepsilon_{3\pi^0} \end{aligned}$$

wobei  $\varepsilon$  die Rekonstruktionseffizienzen<sup>9</sup> und  $\text{BR}(\eta \rightarrow 3\pi^0)$  die Zerfallswahrscheinlichkeit des  $\eta$ -Mesons in drei neutrale Pionen waren. Für den Zerfall des  $\eta$ -Mesons wurde eine Effizienz von  $\varepsilon_{\eta \rightarrow 3\pi^0} \approx 23\%$  ermittelt (siehe Kapitel 9). Daraus ergab sich

$$A_{3\pi^0} = \frac{N_{3\pi^0}}{N_{\eta \rightarrow 3\pi^0}} = \frac{\sigma_{3\pi^0}}{\sigma_\eta \cdot \text{BR}(\eta \rightarrow 3\pi^0)} \cdot \frac{\varepsilon_{3\pi^0}}{\varepsilon_{\eta \rightarrow 3\pi^0}} \approx 2\% \quad (8.5)$$

für den Untergrundbeitrag  $A_{3\pi^0}$  aus der Reaktion  $\gamma p \rightarrow 3\pi^0 p$ . Da dieser Beitrag sehr gering war und allein aus einer Abschätzung resultierte, wurde er bei der Bestimmung des systematischen Fehlers nicht beachtet.

<sup>9</sup>Der Photonenfluss und die Targetbelegung wurden hier außer Acht gelassen, da sie in beiden Gleichungen identisch waren und sich deshalb bei der Berechnung des Untergrundbeitrags  $A_{3\pi^0}$  herauskürzten.

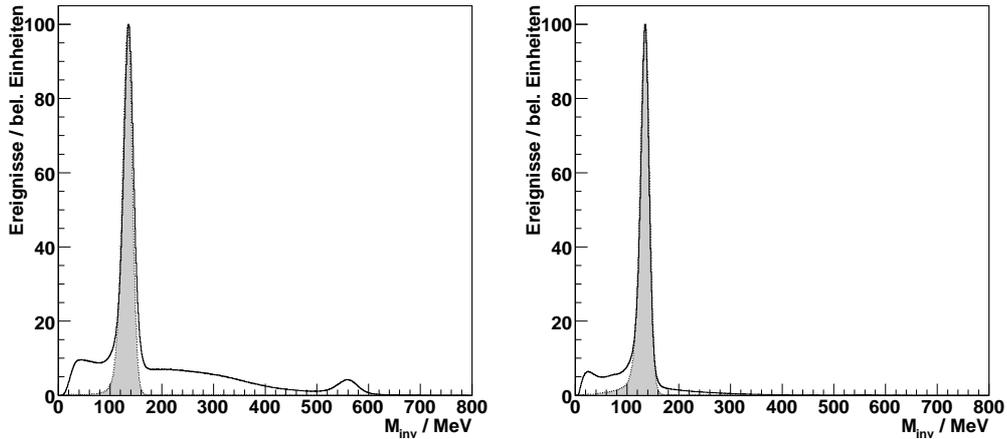


Abbildung 8.11: Invariante Masse in Ereignissen mit zwei registrierten Photonen unter Verwendung der  $M \geq 2$ -Trigger-Bedingung. Grau hinterlegt ist das Spektrum, das aus der Simulation ermittelt wurde; die durchgezogene Linie repräsentiert die invariante Masse aus den gemessenen Daten. *Links*: Aus der Analyse der  $\eta$ -Daten. *Rechts*: Aus der Analyse der MDM-Daten.

### 8.2.3 $\pi^0$ -Produktion

Die Daten wurden hinsichtlich der  $\pi^0$ -Produktion untersucht, um den sehr gut bekannten totalen Wirkungsquerschnitt zu bestimmen und damit die Auswertungsroutinen zu testen<sup>10</sup>. Der berechnete totale Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\pi^0}$  wird im Abschnitt 9.1 mit Kalkulationen der MAID2005- und SAID-Modelle ([Int4] und [MAI03]) verglichen. Die Analyse der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$  unterschied sich leicht von der Untersuchung des  $\eta$ -Zerfalls. Zum einen waren die Photonen eindeutig dem neutralen Pion zuzuordnen, weshalb nur eine Kombination in der kinematischen Anpassung getestet werden musste; zum anderen reduzierte sich die Anzahl der Zwangsbedingungen auf zwei. Dies waren die invariante ( $M_{\text{inv}} = 134,98 \text{ MeV}$ ) und die fehlende Masse ( $M_{\text{miss}} = 938,27 \text{ MeV}$ ) der beiden Photonen. Eine Vorselektion der Ereignisse wurde hier ausgelassen, da ansonsten in beiden Schritten die gleichen kinematischen Anpassungen vorgenommen worden wären.

Die Untersuchungen wurden sowohl auf den  $\eta$ -Daten als auch auf den MDM-Daten durchgeführt. Allerdings zeigte sich, dass die gewählten Trigger-Bedingungen der beiden Datensätze Probleme bei der Analyse erzeugten. Durch die  $M \geq 3$ -Bedingung, die bedeutete, dass mindestens drei Bereiche im CB und in TAPS getroffen worden waren, wurde häufig eine Forderung nach einem detektierten Proton gestellt, wenn man die Multiplizität mit der Anzahl der registrierten Teilchen identifiziert. Da aber die Simulation der detektierten Protonen problematisch war, konnte keine nötige Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation erreicht werden. Deshalb wurden für die Auswertung der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$  nur Ereignisse betrachtet, in denen das  $M \geq 2$ -Bit im L2-Speicherregister gesetzt war. Für die Simulation wurde die Trigger-Routine ebenfalls so eingestellt, das

<sup>10</sup>Die Analyse der  $\pi^0$ -Produktion benutzte die gleichen Prozeduren, die auch in der Untersuchung des Zerfalls  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  verwendet wurden.

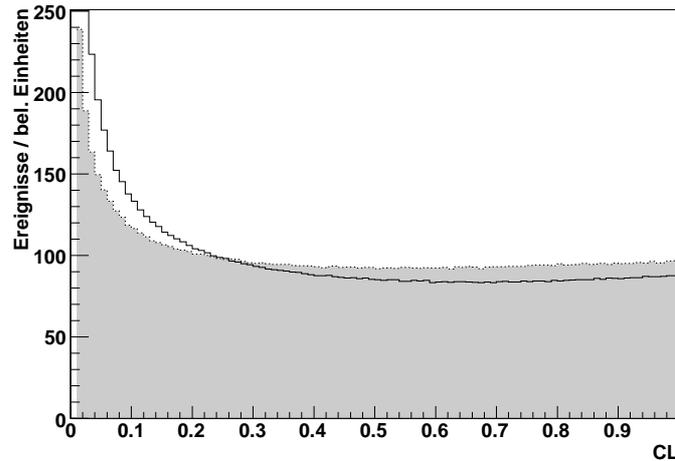


Abbildung 8.12: *Confidence Level* der kinematischen Anpassung in der  $\pi^0$ -Analyse. Grau hinterlegt ist das Histogramm der Simulation; die schwarze, durchgehende Linie repräsentiert die gemessenen Daten. Die mäßige Übereinstimmung beider Histogramme wird dadurch begründet, dass alle Einstellungen für die Analyse des Zerfalls  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  optimiert waren.

alle Ereignisse mit  $M \geq 2$  ausgewertet wurden. Der in der Trigger-Schaltung gewählte Untersetzungsfaktor von 3 ( $\eta$ -Daten) bzw. 49 (MDM-Daten) wurde erst bei der Berechnung des totalen Wirkungsquerschnitts<sup>11</sup> beachtet.

Für die Analyse der Daten hinsichtlich der  $\pi^0$ -Produktion wurden die Ereignisse heraus gefiltert, in denen zwei Photonen detektiert worden waren. Die Anzahl der Protonen wurde, wegen der oben beschriebenen Trigger-Modifikation, ignoriert. Abbildung 8.11 zeigt die invarianten Massen der Photonenpaare in den  $\eta$ -Daten (links) und den MDM-Daten (rechts). Hier wird der Einfluss des Trigger deutlich: Sind in dem aus den  $\eta$ -Daten ermittelten Spektrum noch Ereignisse des Zerfalls  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  zu erkennen, weil der Trigger  $\pi^0$ -Ereignisse stark unterdrückte, so sind sie in den MDM-Messungen nicht zu sehen. In beiden Verteilungen bildeten sich klar die Paks der neutralen Pionen bei  $M_{\text{inv}} \approx 135$  MeV heraus. Den Untergrund, der vor allem im linken Histogramm zu sehen ist, galt es mit der kinematischen Anpassung zu reduzieren.

Da als Zwangsbedingung neben der invarianten Masse der beiden Photonen auch deren fehlende Masse gefordert wurde, musste für jedes Strahlphoton eine kinematische Anpassung durchgeführt werden. Zu jeder Anpassung wurde ein Vertrauensniveau ermittelt und mit einer Schwelle von 0,02 verglichen. Erreichte kein CL im Ereignis einen höheren Wert als die Schwelle, so wurde es verworfen. In der Koinzidenzanalyse wurden alle Strahlphotonen betrachtet, deren zugehöriges CL oberhalb der Schwelle lag. Das CL für diese kinematischen Anpassungen ist in Abbildung 8.12 dargestellt. Wie sie zeigt, war keine gute Übereinstimmung zwischen der Simulation und den gemessenen Daten erreicht worden. Dies läßt sich damit erklären, dass die Analyse nicht auf die Auswertung der Daten hinsichtlich der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$  optimiert wurde. Einige Änderungen

<sup>11</sup>Siehe Abschnitt 9.1

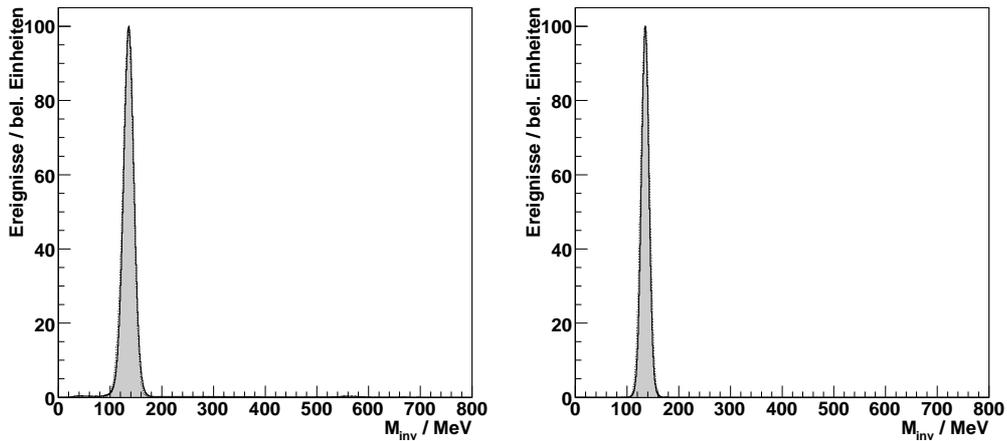


Abbildung 8.13: Invariante Masse der zwei registrierten Photonen unter Verwendung der  $M_{\geq 2}$ -Trigger-Bedingung nach der Selektion durch die kinematische Anpassung. Gebildet wurden die Massen aus den gemessenen Vierervektoren der Photonen. *Links*: Aus der Analyse der  $\eta$ -Daten. *Rechts*: Aus der Analyse der MDM-Daten.

an den Analyseinstellungen, die die Energiesumme beeinflussen<sup>12</sup> und den in der kinematischen Anpassung verwendeten Auflösungen, die auf das CL einwirken, könnten eine Verbesserung bewirken. Dennoch wurde ein totaler Wirkungsquerschnitt ermittelt, der recht gut die theoretischen Berechnungen wiedergab (siehe Abschnitt 9.1). Auf eine Darstellung der *Pulls* wurde hier verzichtet, da sie nur den üblichen gaußförmigen Verlauf zeigten.

In Abbildung 8.13 sind die invarianten Massen der Photonenpaare nach der Selektion durch die kinematische Anpassung zu sehen; allerdings wurden die gemessenen, nicht die in der Anpassung veränderten, Energien und Impulse für ihre Bestimmung verwendet. Aus beiden Datensätzen wurde der gesamte Untergrund eliminiert und es blieben nur noch Ereignisse der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$  übrig, was deutlich an den gaußförmigen Verteilungen beider Spektren mit Mittelwerten bei ca. 135 MeV zu sehen ist. Die Übereinstimmung der gemessenen Daten mit der Simulation ist wiederum nahezu perfekt. Mit den durch den Schnitt auf das Vertrauensniveau von 0,02 selektierten Ereignissen wurde der totale Wirkungsquerschnitt aufgebaut.

<sup>12</sup>Zwischen der Energiesumme der Simulation und der gemessenen Daten konnte bis zum Zeitpunkt der Fertigstellung dieser Arbeit keine Übereinstimmung erreicht werden.



# Kapitel 9

## Ergebnisse

Den Abschluss dieser Arbeit bildet eine Präsentation der Ergebnisse der durchgeführten Datenauswertung. Die im Kapitel 8 getroffene Auswahl an Ereignissen wurde zur Bestimmung der totalen Wirkungsquerschnitte der  $\eta$ - und  $\pi^0$ -Photoproduktion verwendet. Hierbei zeigte sich ein Problem mit der Tagger-Elektronik. In den Wirkungsquerschnitten, die mit den MDM-Daten bestimmt wurden, waren regelmäßige Strukturen zu erkennen, die auch von anderen unabhängigen Auswertungen bestätigt wurden. Die genaue Ursache konnte bis zur Fertigstellung dieser Arbeit nicht geklärt werden. Eine Vermutung ist, dass manche TDC-Kanäle auf Grund von Totzeitproblemen oder Schwierigkeiten im Zeitabgleich mit den Tagger-*Latches* zu wenig Ereignisse zählten. Beim Umbau des Taggers, um die höheren Energien von MAMI C verarbeiten zu können, sind auch die TDC ausgetauscht worden. In neueren Messungen ist dieses Problem nicht mehr aufgetaucht. In den  $\eta$ -Daten ist solch ein Verhalten nicht zu sehen gewesen, allerdings waren hier sowohl der  $\eta$ - als auch der  $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitt über den gesamten betrachteten Energiebereich systematisch 10 bis 15 % zu niedrig. Es wird vermutet, dass dies die gleiche Ursache wie die Unregelmäßigkeit in den MDM-Daten hatte und sich nur auf Grund des deutlich höheren Strahlstroms anders manifestierte.

Während die Bestimmung der totalen Wirkungsquerschnitte nur zur Überprüfung der Analyseprogramme diente, wurde der Dalitz-Plot-Parameter als Hauptthema ermittelt. Dies wird im Abschnitt 9.2 beschrieben. Die Analysen ergaben Werte, die mit den aus den bisher durchgeführten, statistisch relevanten Experimenten (siehe Kapitel 1) gewonnenen Ergebnissen übereinstimmte. Im dritten Abschnitt dieses Kapitels folgt eine Beschreibung von Studien zum systematischen Fehler der Analysen, ehe die Endergebnisse zusammengefasst werden und ein Ausblick auf weitere themenverwandte Untersuchungen gegeben wird.

### 9.1 Totale Wirkungsquerschnitte

Die aus der in Kapitel 8 beschriebenen Rekonstruktion gewonnenen  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ - und  $\pi^0$ -Ereignisse wurden verwendet, um die totalen Wirkungsquerschnitte  $\sigma_\eta$  und  $\sigma_{\pi^0}$  sowohl aus den  $\eta$ - als auch den MDM-Daten zu berechnen. Hier trat das Problem auf, dass ohne Korrektur für keine der vier ermittelten Verteilungen eine Übereinstimmung mit den theoretischen Modellen erzielt werden konnte, was durch weitere unabhängige Auswertungen ([Sch07], [Zeh08]) bestätigt wurde. Dieser Sachverhalt wurde auf Probleme mit

	$\eta$ -Trigger	MDM-Trigger
$\varepsilon_{\eta \rightarrow 3\pi^0}$	22,9 %	23,2 %
$\varepsilon_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma}$	34,3 %	64,4 %

Tabelle 9.1: Gewichtetes Mittel der Rekonstruktionseffizienzen für die Reaktionen  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  und  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ , jeweils unter den Trigger-Bedingungen des  $\eta$ - und des MDM-Experiments. Als Gewichtungsfaktoren der pro Tagger-Kanal bestimmten Effizienzen dienten die zugehörigen Statistiken.

der Tagger-Elektronik zurückgeführt; allerdings ist eine eindeutige Klärung dieses Umstands bis zur Beendigung dieser Arbeit nicht erbracht worden. In diesem Abschnitt wird nun zunächst auf die Bestimmung von totalen Wirkungsquerschnitten eingegangen. Darauf folgt eine Beschreibung des erwähnten Problems mit der Tagger-Elektronik und eine Darstellung der hierfür angewandten Korrektur. Am Ende werden die erhaltenen Wirkungsquerschnitte präsentiert.

Die totalen Wirkungsquerschnitte wurden wie folgt berechnet ( $y = \eta$  oder  $y = \pi^0$ ):

$$\sigma_y = \frac{N_x}{N_\gamma \cdot N_T} \cdot \frac{f_{trig}}{\text{BR}(x) \cdot \varepsilon_x \cdot \delta_{tagg}} = \sigma \cdot f_{corr} \quad (9.1)$$

dabei stand  $\sigma$  für die allgemein bekannte Formel für den Wirkungsquerschnitt.  $f_{corr}$  fasste verschiedene Korrekturen, die angebracht werden mussten, zusammen.  $\sigma$  wurde aus  $N_x$  der Anzahl der in der Analyse selektierten Reaktionsereignisse ( $x = \eta \rightarrow 3\pi^0$  oder  $x = \pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ),  $N_\gamma$  dem Photonenfluss und  $N_T$  der Target-Massenbelegung gebildet. Die Zahl der Reaktionsereignisse wurde mit Hilfe der Koinzidenzanalyse und durch Abzug von Leer-Target-Messungen, welche exakt die gleiche Auswertung wie die Experimentdaten durchlaufen hatten, bestimmt. Der Photonenfluss berechnete sich nach

$$N_\gamma = N_{e^-} \cdot \varepsilon_{tagg} \quad (9.2)$$

wobei  $N_{e^-}$  die Anzahl der auf der Tagger-Leiter registrierten Elektronen war, die durch die *Scaler* gemessen wurde (siehe Abschnitt 4.1). Die Markierungseffizienz  $\varepsilon_{tagg}$  wurde bereits im Abschnitt 3.2 eingeführt. Die Massenbelegung ergab sich aus den Eigenschaften des Target (Abschnitt 3.3) zu

$$N_T = \frac{\rho_{\text{H}_2} \cdot L \cdot N_A}{M_{mol}} \quad (9.3)$$

Die Dichte  $\rho_{\text{H}_2}$  des flüssigen Wasserstoffs und die Länge  $L$  der Target-Zelle wurden bei typischen Betriebsbedingungen von  $p = 1080,0 \pm 0,5$  mbar und  $T = 21,0 \pm 0,5$  K bestimmt:  $\rho_{\text{H}_2} = 0,07055$  g/cm<sup>3</sup> und  $L = 4,76 \pm 0,03$  cm [Tho04]. Daneben wurden noch die Avogadro-Konstante  $N_A = 6,02214 \cdot 10^{23}$  mol<sup>-1</sup> und die molare Masse des flüssigen atomaren Wasserstoffs  $M_{mol} = 1,00794$  g/mol benötigt.

$f_{corr}$  setzte sich aus  $f_{trig}$  dem in Tabelle 4.1 aufgelisteten Untersetzungsfaktor für die Trigger-Bedingung  $M \geq 2$ , BR der Zerfallswahrscheinlichkeit des Kanals,  $\varepsilon_x$  der Rekonstruktionseffizienz der Analyse, die aus den simulierten Daten ermittelt wurde, und

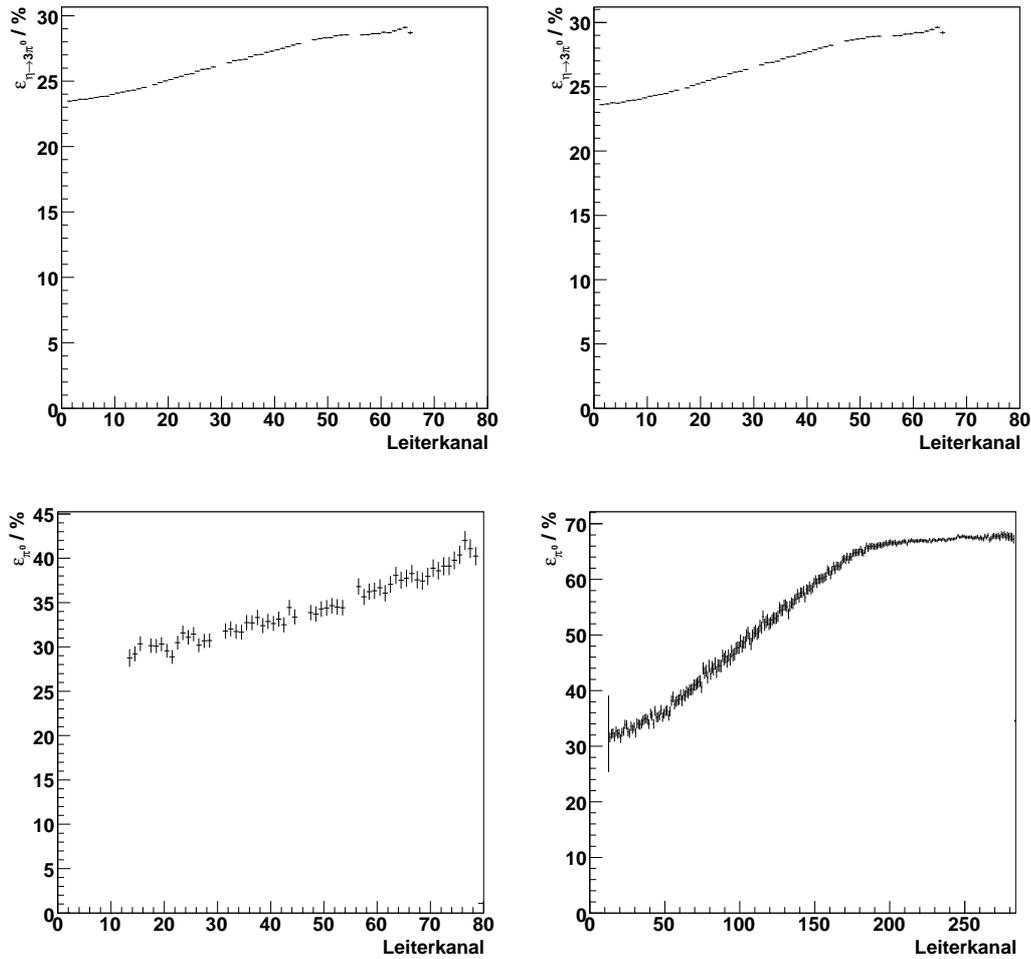


Abbildung 9.1: Rekonstruktionseffizienzen, ermittelt aus der Analyse der simulierten Daten unter Verwendung der beiden Trigger-Bedingungen für das  $\eta$ - (links) und das MDM-Experiment (rechts). *Oben:* Effizienzen für die Analyse des Zerfalls  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ . *Unten:* Effizienzen für die Analyse der  $\pi^0$ -Produktion.

$\delta_{tagg}$  einer noch zu beschreibenden Korrekturfunktion für das Problem mit der Tagger-Elektronik zusammen. Die Wirkungsquerschnitte  $\sigma_y$  mussten mit dem jeweiligen Untersezungsfaktor multipliziert werden, um die Unterdrückung der  $M \geq 2$ -Bedingung aus den ermittelten Ereigniszahlen zu eliminieren. Der Zerfall der neutralen Pionen wurde in GEANT berechnet, welches die beiden relevanten Kanäle  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  und  $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$  beachtete. Deshalb brauchte man das Verzweigungsverhältnis in den  $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitt nicht einzubeziehen. Da für den  $\eta$ -Kanal der Zerfall in die drei neutralen Pionen mit dem Ereignisgenerator durchgeführt wurde, musste zur Bestimmung von  $\sigma_\eta$  die Zerfallswahrscheinlichkeit  $BR(\eta \rightarrow 3\pi^0) = 32,51\%$  berücksichtigt werden. Die Rekonstruktionseffizienzen wurden hingegen in alle ermittelten Wirkungsquerschnitte eingerechnet. In Tabelle 9.1 sind die, mit den pro Tagger-Kanal gefundenen Statistiken gewichteten, mittleren Effizienzen aufgelistet. Abbildung 9.1 zeigt die Verteilungen der Effizienzen im jeweils betrachteten Tagger-Kanalbereich. Zwischen beiden Spektren der

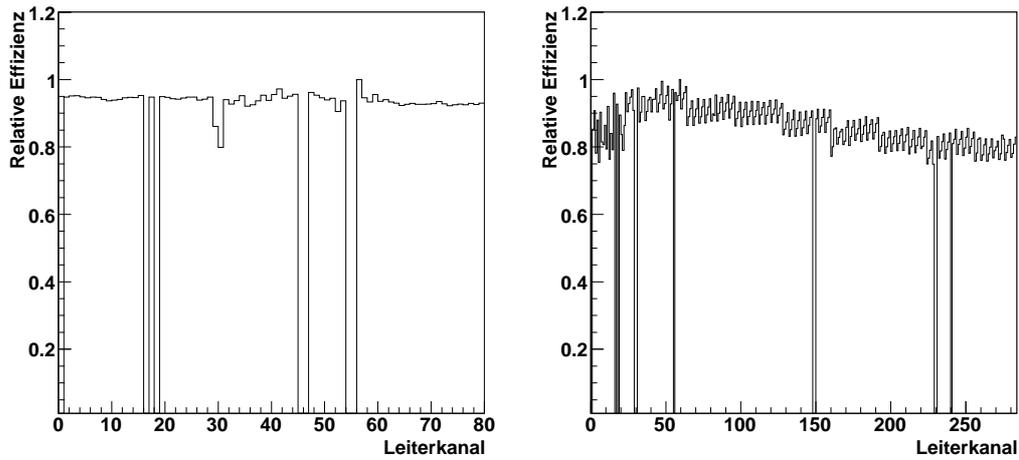


Abbildung 9.2: Verhältnis TDC/Scaler. Links:  $\eta$ -Daten. Rechts: MDM-Daten. Der Kanal mit dem höchsten Eintrag wurde als Normierung gewählt, um aus der resultierenden Verteilung eine Korrekturfunktion zu erhalten. Diese wurde auf die totalen Wirkungsquerschnitte, die aus den MDM-Daten bestimmt wurden, angewendet, um die regelmäßigen Strukturen zu glätten.

$\eta \rightarrow 3\pi^0$ -Analyse war, wie zu erwarten, kaum ein Unterschied zu erkennen. Die Verteilungen liefen bis zum Kanal 66<sup>1</sup>, bei dem die Schwelle der  $\eta$ -Produktion lag. Da in den  $\eta$ -Messungen nur die ersten 80 Tagger-Kanäle verwendet wurden, musste diese Einschränkung auch in der Analyse der simulierten Daten beachtet werden. Deshalb wurde die Effizienz der  $\pi^0$ -Analyse nur für diese Kanäle bestimmt. Weil die Simulation der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$  nur bis zu einer Photonenstrahlenergie von  $E_\gamma = 800$  MeV durchgeführt wurde, waren für die ersten Kanäle keine Effizienzen zu ermitteln.

Bei den ersten Berechnungen mit den MDM-Daten zeigten sich regelmäßige Strukturen in den  $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitten ([Kra07], [Sch07], [Zeh08]). Diese wurden auch beim Vergleich der freilaufenden Elektronenzähler (*Scaler*) mit der Trefferverteilung der Tagger-TDC in den Untergrundfenstern (*Random*) deutlich. Das resultierende Spektrum der Division TDC/Scaler sollte einem flachen Verlauf folgen, da an beide Verteilungen keine Bedingungen für die Bremsstrahlungsphotonen (z.B. durch Kollimation oder Energieabhängigkeit physikalischer Reaktionen im Target) gestellt wurden. Mit der Wahl der *Random*-Treffer wurde somit ein Einfluss des Trigger auf das Verhältnis ausgeschlossen, da die zeitzufälligen Ereignisse keinen direkten Zusammenhang mit dem reaktionsauslösenden Photon hatten und damit nicht koinzident mit dem Trigger waren. Die freilaufenden Elektronenzähler waren prinzipiell unabhängig vom Trigger-System. Weitere Einflüsse wie unterschiedliche Detektorakzeptanzen oder Effizienzen der einzelnen Leiterelemente sollten bei der Division wegfallen, da sowohl die *Scaler* als auch die TDC jeweils Signale derselben Szintillatoren verarbeiteten.

Abbildung 9.2 zeigt die TDC/Scaler-Verhältnisse ermittelt aus den  $\eta$ - (links) und den MDM-Daten (rechts). Während in der Verteilung, die aus den  $\eta$ -Daten gewonnen wur-

<sup>1</sup>Dieser entspricht nach dem Programm TAGCAL v6.0 einer Photonenenergie von  $E_\gamma \approx 707,6$  MeV.

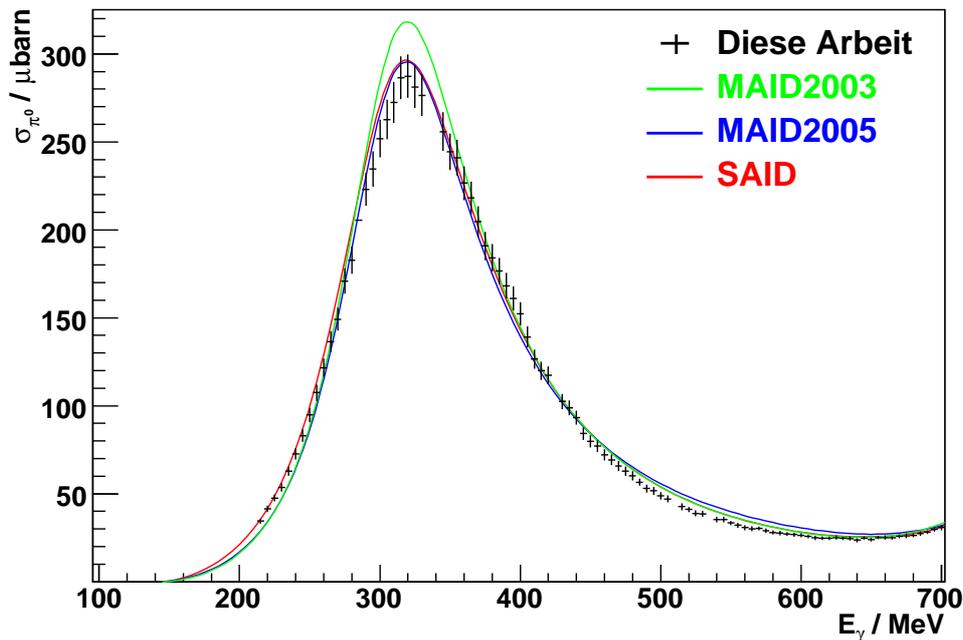


Abbildung 9.3: Totaler Wirkungsquerschnitt der  $\pi^0$ -Photoproduktion. Der ermittelte Wirkungsquerschnitt wurde mit Berechnungen aus theoretischen Modellen verglichen. Es lag eine gute Übereinstimmung mit den Vorhersagen der MAID2005- und SAID-Partialwellenanalysen vor. Der Gesamtfehler der Datenpunkte ergab sich aus quadratischer Addition der statistischen und der systematischen Unsicherheiten.

de, keine Auffälligkeiten zu erkennen waren, zeigte das Verhältnis aus den MDM-Daten deutlich regelmäßige Strukturen von 4 und 32 Kanälen. Die Periodizität dieser Strukturen deutete auf ein elektronisches Problem des Tagger hin. Bei der Bestimmung von Wirkungsquerschnitten benötigt man das Verhältnis von TDC-Treffern zu *Scaler*. Deshalb wurden hierbei diese Strukturen ebenfalls sichtbar (vgl. [Kra07] und [Sch07]). Um diesen Effekt aus den Wirkungsquerschnitten zu eliminieren, wurde das in Abbildung 9.2 rechts gezeigte Verhältnis auf das Maximum der Einträge normiert und als Korrekturfunktion  $\delta_{tagg}$  auf die MDM-Daten angewandt<sup>2</sup>. Damit war eine Berechnung des totalen  $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitts möglich. Dieser ist in Abbildung 9.3 im Vergleich mit drei theoretischen Kalkulationen (MAID2003, MAID2005, SAID) von [Int4] gezeigt. Tabelle B.3 im Anhang B stellt die berechneten Werte zusammen. Vor allem mit den MAID2005- und SAID-Vorhersagen stimmte der ermittelte Wirkungsquerschnitt gut überein; einzig im Bereich der  $\Delta$ -Resonanz lag er etwas zu niedrig. Dies ließ sich auf Einstellungen zurückführen, die nicht optimal an die Analyse der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$  angepasst wa-

<sup>2</sup>Da das Problem bis jetzt nicht verstanden ist, muss die korrekte Art der Normierung als offene Frage angesehen werden. Für die hier angewandte Normierung wurde angenommen, dass manche Kanäle auf Grund von Totzeitproblemen oder durch Schwierigkeiten beim Zeitabgleich der *Latches* zu wenig Ereignisse zählten.

ren. Der Vergleich mit einer vollkommen unabhängigen Auswertung der MDM-Daten in [Sch07] zeigte eine sehr gute bis perfekte Übereinstimmung. Da durch eine Darstellung dieser Datenpunkte die Übersichtlichkeit in Abbildung 9.3 verloren gegangen wäre, wurde darauf verzichtet. Die MAID2003-Berechnung war eine Anpassung an die Wirkungsquerschnitte aus [Leu01], die auch innerhalb der Fehler nicht reproduziert wurden.

Die statistischen Fehler  $\Delta_{\text{stat}}(\sigma)$  betragen im Mittel etwa 2 % und ergaben sich direkt aus dem Fehler  $\Delta S_i$  der Ereigniszahl nach der Koinzidenzanalyse, der nach Gleichung 8.2 berechnet wurde. Der systematische Fehler wurde, wie in [Sch07] beschrieben, ermittelt. Er wurde aus den Unsicherheiten der Target-Massenbelegung (1,8 %), des Photonenflusses (2 %), der Rekonstruktionseffizienz (2 %) und der Korrektur der Tagger-Zählraten bestimmt. Dieser letzte Fehler wurde mit einer Unsicherheit von 5 % relativ groß angesetzt, da eine Klärung des Tagger-Problems noch ausstand. Durch quadratische Addition der genannten Fehler ergab sich für die aus den MDM-Daten bestimmten Wirkungsquerschnitte eine systematische Unsicherheit von  $\Delta_{\text{sys}}(\sigma) \approx 6\%$ . Bei der Berechnung der Wirkungsquerschnitte aus den  $\eta$ -Daten wurden für die Target-Massenbelegung, den Photonenfluss und die Rekonstruktionseffizienz<sup>3</sup> die gleichen Unsicherheiten angenommen. Eine Korrektur der Tagger-Zählraten war bei der Auswertung der  $\eta$ -Daten nicht vorgenommen worden, weshalb auch keine systematische Unsicherheit hierfür angegeben wurde. Damit ergab sich hier ein systematischer Fehler von  $\Delta_{\text{sys}}(\sigma) \approx 3\%$  bei einer mittleren statistischen Unsicherheit von  $\Delta_{\text{stat}}(\sigma) \approx 1\%$ .

Wichtiger als der Bereich der  $\Delta$ -Resonanz war für die Analyse des Zerfalls  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  das zweite Resonanzgebiet, da die Schwelle der  $\eta$ -Produktion bei  $E_{\gamma}^{\text{Schwelle}} \approx 707$  MeV liegt. Der  $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitt in dieser Region ist in Abbildung 9.4 oben dargestellt. Besonders bei niedrigen Energien war eine gute Übereinstimmung mit den MAID2005- und SAID-Werten erzielt worden. Die MAID2003-Vorhersage schien allerdings nur bedingt zuzutreffen, was durch die in [Sch07] erläuterte Analyse bestätigt wurde. Abbildung 9.4 unten zeigt den aus den  $\eta$ -Daten berechneten totalen  $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitt (siehe auch Tabelle B.4). Über den gesamten Bereich lagen die hierbei bestimmten Werte etwa 10 % niedriger als bei der Auswertung der MDM-Daten, obwohl die gleichen Auswertungsroutinen verwendet wurden. Mögliche Ursachen für diese Verschiebung wie falsche Kalibrationen oder unterschiedliche Einstellungen konnten als Begründung ausgeschlossen werden.

Ein ähnliches Verhalten zeigten auch die totalen  $\eta$ -Wirkungsquerschnitte. Sie sind in den Tabellen B.1 und B.2 aufgelistet und in Abbildung 9.5 gezeigt; für das obere Bild ist  $\sigma_{\eta}$  aus den MDM-Daten bestimmt worden, für das untere aus den  $\eta$ -Daten. Bei der Auswertung der MDM-Daten wurde wieder die bereits erwähnte Korrektur des Tagger-Problems angebracht. Die systematische Unsicherheit wurde schon oben angegeben. Die errechneten totalen Wirkungsquerschnitte sind in den Abbildungen mit Messergebnissen aus [Kru95] und der ETAMAID-Vorhersage von [Int4] verglichen<sup>4</sup>.

An Hand der Spektren in Abbildung 9.5 wird deutlich, dass die Berechnung von  $\sigma_{\eta}$  aus den  $\eta$ -Daten über den gesamten Bereich Werte ergab, die 10 bis 15 % unterhalb

<sup>3</sup>Für die Rekonstruktionseffizienz der Reaktionen  $\gamma p \rightarrow \eta p \rightarrow 3\pi^0 p$  und  $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$  wurden der Einfachheit halber die gleichen Fehler angenommen.

<sup>4</sup>Nach [Bec07] wurden die Ergebnisse aus [Kru95] mit einer um ca. 1 MeV zu niedrigen Tagger-Energiekalibration gewonnen. Deshalb wurden die Datenpunkte in Abbildung 9.5 um diesen Betrag zu höheren Photonenenergien hin verschoben. Das Gleiche galt für die ETAMAID-Kalkulation, da sie durch Anpassung an die Daten von [Kru95] ermittelt wurde.

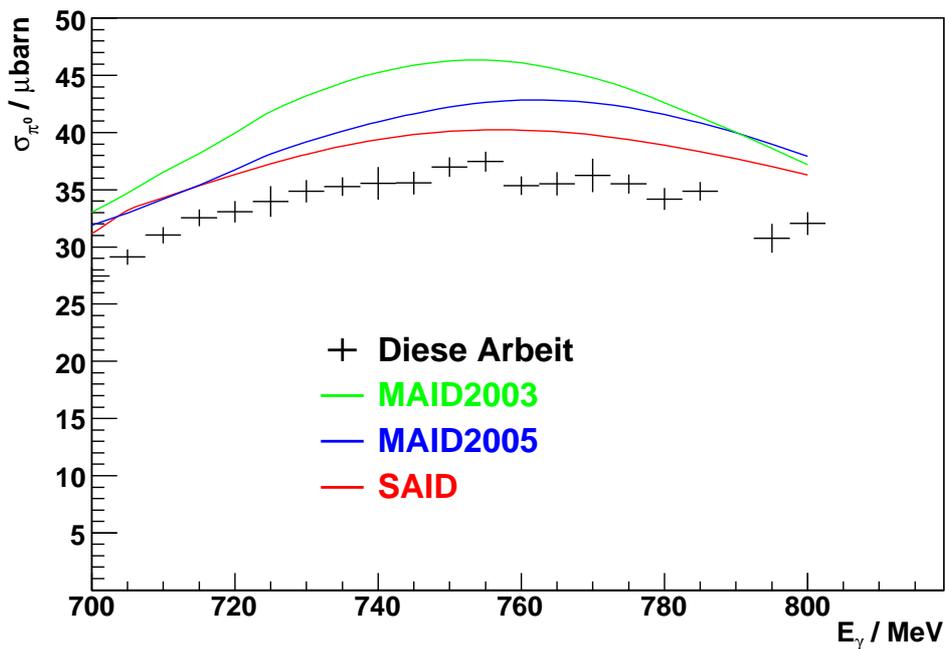
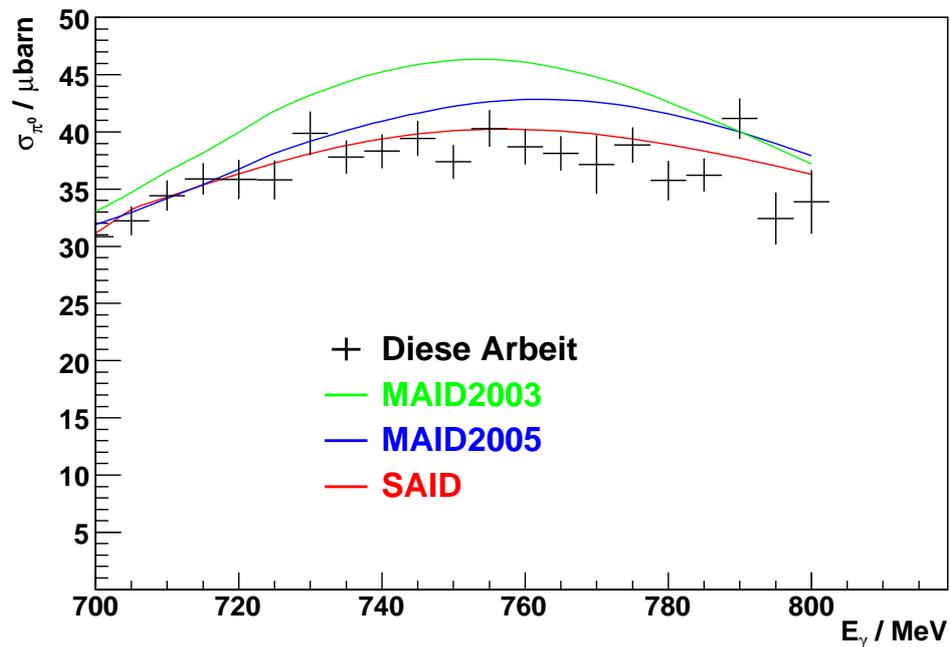


Abbildung 9.4:  $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitt im zweiten Resonanzgebiet. *Oben*: Aus der Analyse der MDM-Daten. *Unten*: Aus der Analyse der  $\eta$ -Daten. Zu erkennen ist, dass die aus den  $\eta$ -Daten ermittelten Werte über den gesamten Bereich tendenziell etwa 10 % niedriger lagen. Der Gesamtfehler der Datenpunkte ergab sich aus quadratischer Addition der statistischen und der systematischen Unsicherheiten.

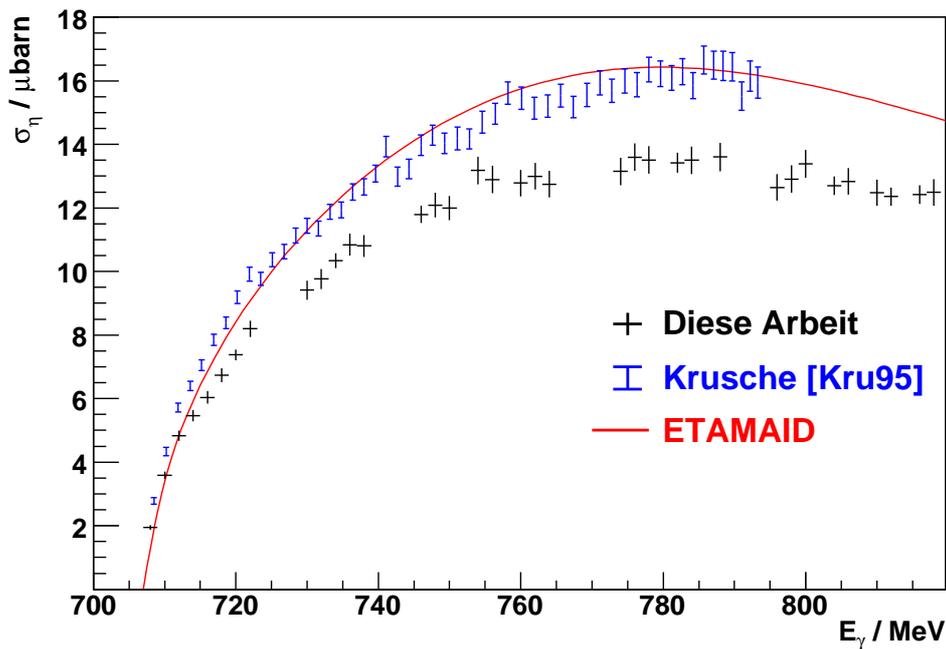
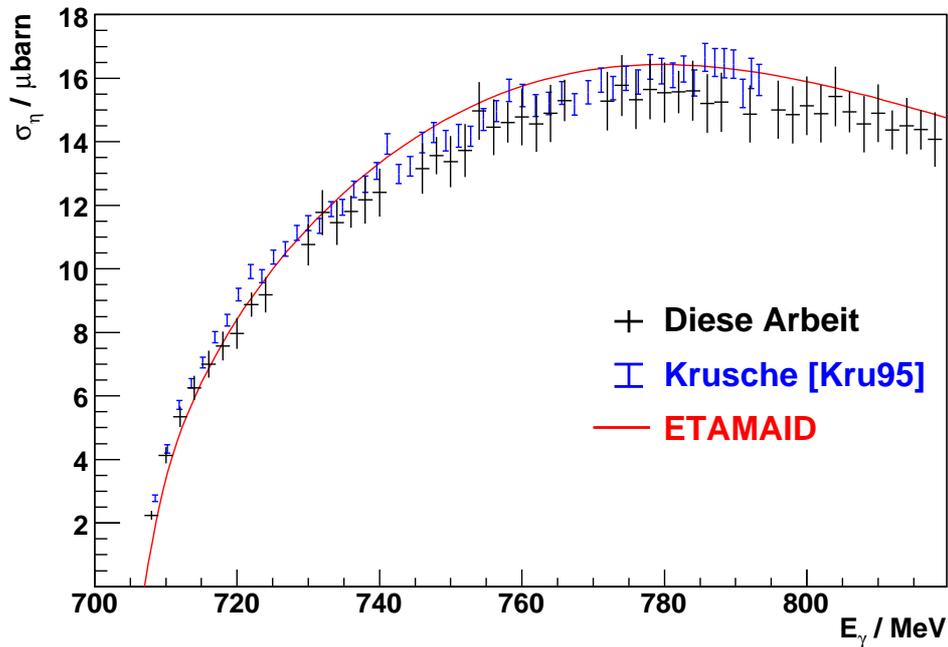


Abbildung 9.5: Totaler  $\eta$ -Wirkungsquerschnitt. *Oben*: Ermittelt aus den MDM-Daten. Hier wurde der Wirkungsquerschnitt sehr gut reproduziert. *Unten*: Ermittelt aus den  $\eta$ -Daten. Über den gesamten Bereich lagen die berechneten Werte 10 bis 15 % zu niedrig (vgl.  $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitt). Der Gesamtfehler der Datenpunkte ergab sich aus quadratischer Addition der statistischen und der systematischen Unsicherheiten.

des im oberen Bild gezeigten Wirkungsquerschnitts lagen, wohingegen die Analyse der MDM-Daten einen Wirkungsquerschnitt ergab, der innerhalb der dargestellten Fehler mit den theoretischen Vorhersagen übereinstimmte. Somit konnte  $\sigma_\eta$  aus den  $\eta$ -Daten nicht reproduziert werden. Allerdings ist auffällig, dass die Größenordnung der Abweichung ungefähr der bei der Bestimmung des  $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitts entsprach. Dies brachte die Vermutung auf, dass das beschriebene Tagger-Problem auch bei der Messung der  $\eta$ -Daten vorhanden war und nur auf Grund des höheren Strahlstroms (35 nA verglichen mit 8,5 bzw. 12 nA) stärkere Auswirkungen hatte. Es wurde angenommen, dass hier alle Leiterkanäle nicht die wirkliche Anzahl an Elektronen gezählt hatten. Ob dieser Effekt die Bestimmung des Dalitz-Plot-Parameters beeinflusste, konnte nicht eindeutig geklärt werden. Wie im Abschnitt 9.2 gezeigt wird, sind jedoch leichte Unterschiede in den Ergebnissen der Auswertungen der  $\eta$ - und der MDM-Daten zu erkennen.

## 9.2 Dalitz-Plot-Parameter $\alpha$

In diesem Abschnitt folgt nun die Bestimmung des Dalitz-Plot-Parameters für den Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ . Dazu wurden die mit der in Kapitel 8 beschriebenen Selektion ausgewählten Ereignisse verwendet. Es wurden vier Auswertungen durchgeführt: Jeweils zwei Untersuchungen der  $\eta$ - und der MDM-Daten; für beide Experimente wurde eine Analyse aller Ereignisse mit sechs Photonen und eine weitere, die zusätzlich den Nachweis eines Protons forderte, vorgenommen. Der Kürze halber wurden sie bereits mit Eta6 und Eta7 bezeichnet. Die letztgenannte Analyse reduzierte zwar die Statistik, sollte aber eine durch die Zusatzbedingung verbesserte Selektion erbringen. Zunächst folgt nun eine kurze Erläuterung des Verfahrens zur Ermittlung von  $\alpha$  an Hand der Eta6-Analyse der  $\eta$ -Daten, ehe die Ergebnisse der vier Auswertungen präsentiert und diskutiert werden.

Der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  des Zerfalls  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  wurde, wie schon in Kapitel 2 gezeigt, durch Vergleich der Verteilungen der Variable  $z$  für die simulierten und die gemessenen Daten bestimmt. Dabei war die Simulation als reine Repräsentation des Phasenraums ausgelegt, damit dessen Anteil aus den gemessenen Daten eliminiert werden konnte. Das Verhältnis von gemessener zu simulierter  $z$ -Verteilung folgt in der ersten Ordnung der chiralen Störungstheorie auf Grund der Endzustandswechselwirkungen der drei neutralen Pionen einem linearen Verlauf. Die Variable  $z$ , die die Ereignisdichte im Dalitz-Diagramm angibt, wurde bereits definiert als:

$$z = 6 \sum_{i=1}^3 \left( \frac{E_i - m_\eta/3}{m_\eta - 3m_{\pi^0}} \right)^2 = \frac{\rho^2}{\rho_{max}^2} \quad (9.4)$$

wobei  $E_i$  die Energien der drei  $\pi^0$  im Ruhesystem des  $\eta$ -Mesons sind.  $\rho$  ist der Abstand des untersuchten Punktes zum Zentrum des symmetrisierten Dalitz-Diagramms. Dieses ist in Abbildung 9.6 oben für die ausgewerteten simulierten und unten für die gemessenen Ereignisse dargestellt. Beide Spektren wiesen die erwartete Form auf (vgl. Kapitel 2).

Die durch Gleichung 9.4 beschriebene Ereignisdichte  $z$  ist in Abbildung 9.7 oben für die simulierten Daten gezeigt. Das gestrichelte Histogramm gibt die Verteilung von  $z$  für die generierten  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ -Ereignisse (siehe Abschnitt 5.1) an. Da diese Ereignisse noch nicht das Simulationsprogramm durchlaufen hatten, unterlagen sie keinerlei Akzeptanz-

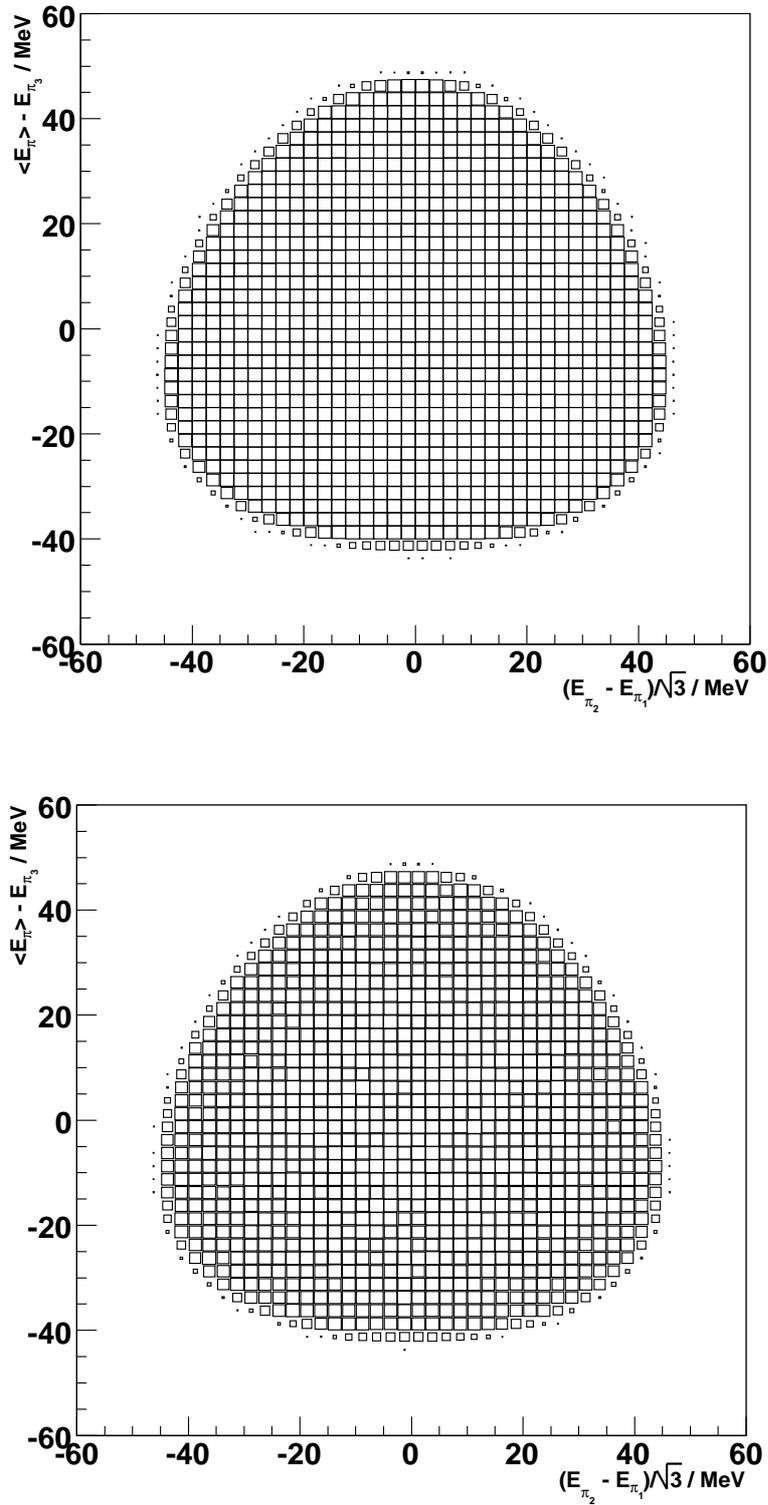


Abbildung 9.6: Dalitz-Diagramme ermittelt aus der Eta6-Analyse. *Oben*: Spektrum der simulierten Daten. *Unten*: Spektrum der gemessenen Daten. Beide Bilder zeigen die nach der Theorie (Abschnitt 2.4) erwartete Form.

beschränkungen. Somit folgte die Verteilung einem waagerechten Verlauf<sup>5</sup>. Das durchgezogene Histogramm stellt die mit der Eta6-Analyse der  $\eta$ -Daten gewonnene Verteilung der Ereignisdichte dar. Deutlich zeigt sich hier der Einfluss der Detektorakzeptanzen auf die Variable  $z$ . Allerdings wirkte sich die Akzeptanz sowohl auf die gemessenen als auch die simulierten Daten in gleicher Weise aus, weshalb sie im Verhältnis beider Verteilungen, aus dem der Dalitz-Plot-Parameter bestimmt wurde, eliminiert wurde. In den Tests zum systematischen Fehler wurde die Auswirkung der Detektorakzeptanzen betrachtet, indem TAPS von der Analyse ausgenommen wurde.

In Abbildung 9.7 unten ist  $z$  sowohl für die simulierten (durchgezogene Linie) als auch die gemessenen Daten (grau hinterlegt) gezeigt. Beide Histogramme wurden auf die Summe der ersten drei Bin-Einträge normiert<sup>6</sup>. Der Unterschied zwischen gemessener und simulierter  $z$ -Verteilung wurde durch Bilden des Verhältnisses, das nach Gleichung 2.34 einem linearen Verlauf folgen sollte, verdeutlicht.

Dieses Verhältnis ist in Abbildung 9.8 für die Auswertung der  $\eta$ -Daten zu sehen. Oben ist das Resultat der Eta6- und unten der Eta7-Analyse dargestellt. Trotz relativ starker Schwankungen ließ sich ein lineares Verhalten erkennen, was durch die Anpassung von Geraden gezeigt wurde. Der y-Achsenabschnitt wurde bei der Anpassung auf Eins festgelegt. Aus der Steigung  $s$  der Geraden wurde der Dalitz-Plot-Parameter durch  $\alpha = s/2$  berechnet. Die Eta6-Analyse der  $\eta$ -Daten ergab einen Wert von  $\alpha = -0,0314 \pm 0,0013$ , wobei hier nur der statistische Fehler  $\Delta_{\text{stat}}(\alpha) = \Delta(s)/2$  angegeben ist. Dieser Wert stimmte hervorragend mit dem in Tabelle 1.1 aufgelisteten Ergebnis der CB@BNL-Kollaboration ( $\alpha_{\text{BNL}} = -0,031 \pm 0,004$  [Tip01]) überein. Die erreichte Statistik übertraf mit etwas mehr als 1 Millionen Ereignissen (Tabelle 9.2) knapp die des CB@BNL-Experiments und war fast doppelt so hoch, wie sie von KLOE@DAΦNE erzielt wurde. Die Eta7-Analyse ergab rund  $4,2 \cdot 10^5$  Ereignisse und einen Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha = -0,0338 \pm 0,0020$ . Innerhalb der Fehler stimmten die Resultate der beiden durchgeführten Analysen der  $\eta$ -Daten miteinander überein.

Abbildung 9.9 zeigt die Ergebnisse der Auswertungen der MDM-Daten (oben: Eta6-Analyse, unten: Eta7-Analyse). Der Vergleich der beiden Resultate ( $\alpha = -0,0277 \pm 0,0013$  und  $\alpha = -0,0272 \pm 0,0019$ ) ergab eine sehr gute Übereinstimmung miteinander. Allerdings deckten sich die aus den MDM-Daten ermittelten Werte eher mit dem Dalitz-Plot-Parameter der KLOE-Kollaboration ( $\alpha_{\text{KLOE}} = -0,027 \pm 0,004_{-0,006}^{+0,004}$  [Amb07]). Mit  $7,1 \cdot 10^5$  (Eta6) und  $3,1 \cdot 10^5$  (Eta7) Ereignissen sind die Statistiken mit der der KLOE-Kollaboration vergleichbar ( $6,5 \cdot 10^5$ ).

Tabelle 9.2 fasst alle vier Resultate nocheinmal zusammen. Dort sind weiterhin die erreichten Statistiken, die Güte der Anpassung ( $\chi^2/ndf$ ) und die Rekonstruktionseffizienz  $\epsilon_{\eta \rightarrow 3\pi^0}$  aufgelistet. Man erkennt, dass verschiedene Analysen der gleichen Daten innerhalb einer Standardabweichung identische Ergebnisse ergaben. Wie schon bei den totalen Wirkungsquerschnitten waren allerdings signifikante Unterschiede zwischen den beiden Datensätzen ermittelt worden. Ob diese Differenzen auf Grund des im Abschnitt 9.1 beschriebenen Tagger-Problems oder durch andere systematische Abweichungen auftraten, konnte bis zur Fertigstellung dieser Arbeit nicht geklärt werden.

<sup>5</sup>Endzustandswechselwirkungen, die eine Abweichung vom waagerechten Verlauf erzeugen würden, wurden in der Simulation nicht betrachtet, um eine reine Phasenraumverteilung zu erhalten.

<sup>6</sup>Damit sollte der Einfluss der statistischen Schwankung, der bei Normierung allein auf das erste Bin auftreten würde, vermindert werden. Bei der Untersuchung der systematischen Fehler wurden die Auswirkungen verschiedener Normierungen auf den Dalitz-Plot-Parameter studiert (Unterabschnitt 9.3).

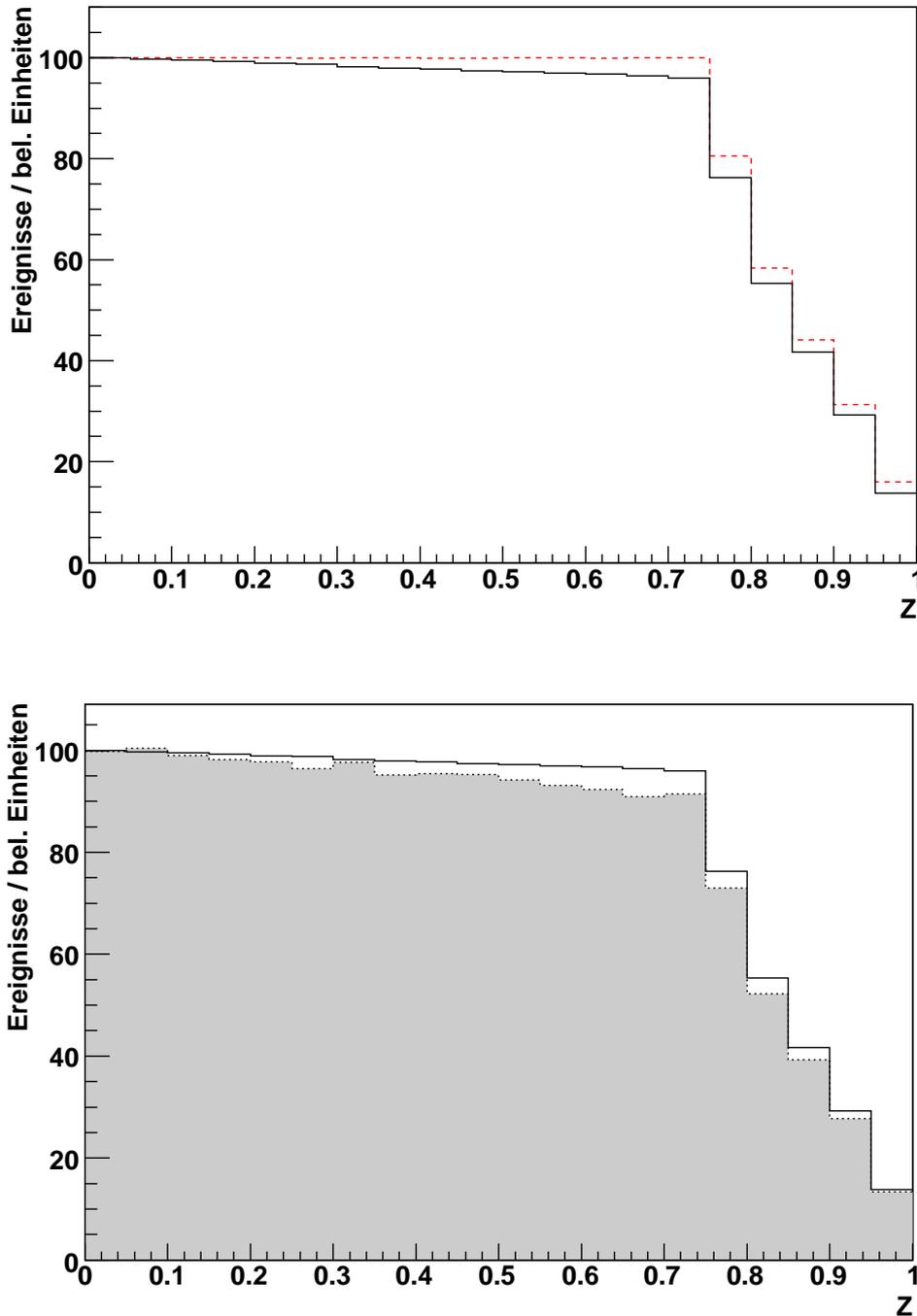


Abbildung 9.7: Verteilung der Ereignisdichte  $z$  in der Eta6-Analyse der  $\eta$ -Daten. *Oben:* Verteilungen der Variable  $z$  ermittelt aus den generierten Ereignissen (gestrichelt) und der Simulation (schwarzes Histogramm). Man erkennt deutlich den Einfluss der Detektorakzeptanzen. *Unten:* Verteilungen der Variable  $z$  ermittelt aus der Simulation (schwarzes Histogramm) und den Daten (grau hinterlegt). Beide Histogramme wurden auf die Summe der ersten drei Bin-Einträge normiert.

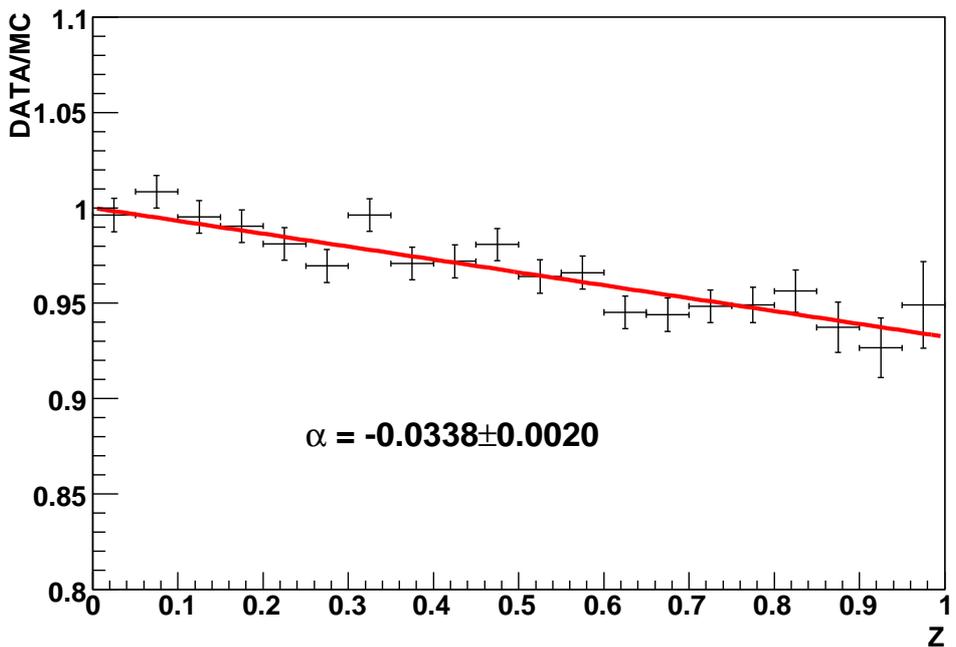
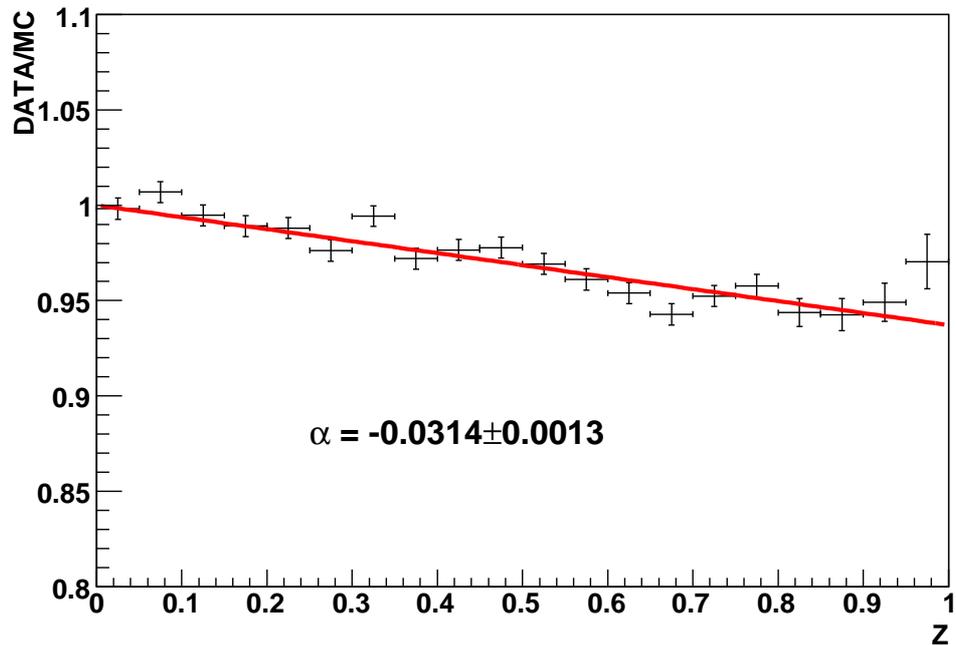


Abbildung 9.8: Verhältnis der Ereignisdichten  $z$  aus den  $\eta$ -Daten zu denen aus der Simulation. Beide Histogramme wurden auf die Summe der ersten drei Bin-Einträge normiert. Aus der Anpassung einer Geraden wurde die Steigung ermittelt. Der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  ist halb so groß wie die Steigung. Angegeben ist nur der statistische Fehler. *Oben*: Auswertung der  $\eta$ -Daten mit der Eta6-Analyse. *Unten*: Auswertung der  $\eta$ -Daten mit der Eta7-Analyse.

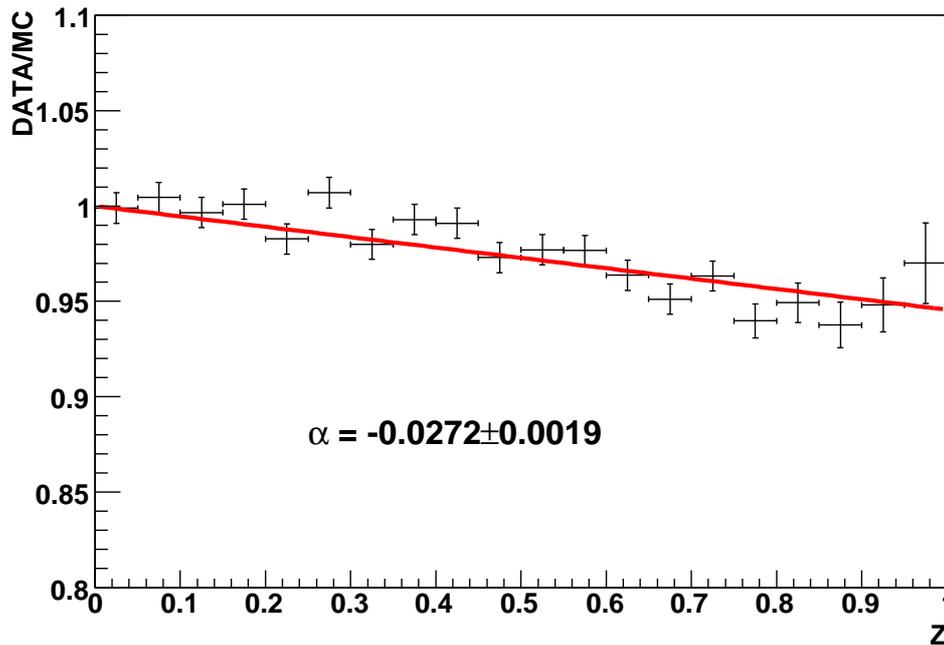
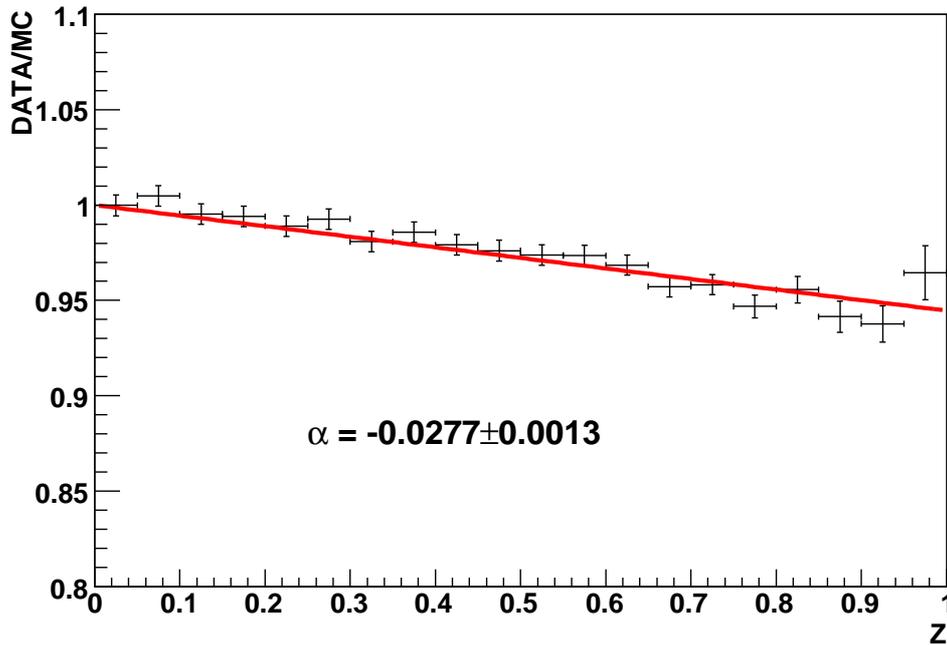


Abbildung 9.9: Verhältnis der Ereignisdichten  $z$  aus den MDM-Daten zu denen aus der Simulation. Beide Histogramme wurden auf die Summe der ersten drei Bin-Einträge normiert. Aus der Anpassung einer Geraden wurde die Steigung ermittelt. Der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  ist halb so groß wie die Steigung. Angegeben ist nur der statistische Fehler. *Oben*: Auswertung der MDM-Daten mit der Eta6-Analyse. *Unten*: Auswertung der MDM-Daten mit der Eta7-Analyse.

Analyse	Daten	$\alpha$	Statistik	$\chi^2/ndf$	$\varepsilon_{\eta \rightarrow 3\pi^0}$
Eta6	$\eta$	$-0,0314 \pm 0,0013$	$1,1 \cdot 10^6$	32/19	22,9 %
Eta7	$\eta$	$-0,0338 \pm 0,0020$	$4,2 \cdot 10^5$	18/19	10,1 %
Eta6	MDM	$-0,0277 \pm 0,0013$	$7,1 \cdot 10^5$	18/19	23,2 %
Eta7	MDM	$-0,0272 \pm 0,0019$	$3,1 \cdot 10^5$	28/19	10,0 %

Tabelle 9.2: Dalitz-Plot-Parameter berechnet aus den vier unterschiedlichen Analysen, die in den Abbildungen 9.8 und 9.9 gezeigt sind. Es sind nur statistische Fehler angegeben. Zusätzlich sind die Statistik, die Güte der Geradenanpassung ( $\chi^2/ndf$ ) und die Rekonstruktionseffizienz der Analysen angegeben.

Bei genauerer Betrachtung der Spektren in den Abbildungen 9.8 und 9.9 sowie im Anhang C zeigt sich, dass das letzte Bin ( $0,95 < z \leq 1$ ) in allen Histogrammen höher lag, als es ein linearer Verlauf im Verhältnis vorgeben würde. Dieser Effekt ist noch nicht restlos verstanden, jedoch wird vermutet, dass er mit den in der kinematischen Anpassung eingestellten Messfehlern zu tun hat. Da diese aus einer Simulation bestimmt wurden, galten sie nur eingeschränkt für die gemessenen Daten. Um die Auswirkung des genannten Bins auf die Anpassung der Geraden zu studieren, wurde in einem Test die Gerade auf den Bereich von  $z = 0$  bis  $z = 0,9$  beschränkt. Ein Einfluss auf den Dalitz-Plot-Parameter konnte nicht beobachtet werden (siehe Abschnitt 9.3 und Tabelle C.3 im Anhang C).

### 9.3 Systematischer Fehler

Im vorangegangenen Abschnitt wurden die Ergebnisse der vier Hauptanalysen beschrieben. Diese wurden mit Einstellungen, deren Veränderung systematische Auswirkungen auf den Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  haben konnte, durchgeführt. Im Folgenden sind diese Einstellungen aufgelistet:

- Der Schnitt auf das Vertrauensniveau in der Hauptselektion lag bei 2 %,
- die Energiesummschwelle des Trigger betrug  $E_{thr} \approx 390$  MeV,
- alle Teilchen, die in TAPS registriert wurden, sind in die Analyse einbezogen worden,
- sowohl in TAPS auch im CB/PID-System wurde eine Teilchenidentifikation durchgeführt,
- bei der Geradenanpassung wurde der y-Achsenabschnitt auf 1 festgelegt,
- die Normierung wurde aus der Summe der ersten drei Bin-Inhalte bestimmt
- und die Gerade wurde über den Bereich  $0 \leq z \leq 1$  angepasst.

Um nun die systematischen Unsicherheiten, die diese Einstellungen hervorriefen, zu untersuchen, wurde in den vier Analysen jeweils genau ein Punkt gegenüber den Standardwerten verändert und die Daten ausgewertet. Dies wurde für alle oben angegebenen Einstellungen vorgenommen. Im Folgenden werden die einzelnen Testreihen begründet und deren Resultate dargestellt.

In den im Abschnitt 9.2 beschriebenen vier Hauptanalysen wurde der Schnitt auf das Vertrauensniveau der zweiten kinematischen Anpassung auf 2 % gesetzt. In Abbildung 8.5 ist die Verteilung dieses CL für die Eta6-Analyse dargestellt. Der gewählte Schnitt von 2 % lag im absteigenden Teil des Spektrums, der von Ereignissen gebildet wurde, die entweder keine  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ -Ereignisse waren oder auf Grund zu großer Messfehler sehr stark angepasst werden mussten. Mit der festgelegten Schwelle von 2 % sollte ein möglichst ausgewogenes Verhältnis zwischen dem Verlust wahrer  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ -Ereignisse und dem Akzeptieren falscher Ereignisse erzielt werden. Jedoch war die getroffene Wahl recht willkürlich. So wurde in einer ersten Testreihe der Einfluss dieses CL-Schnitts auf den Dalitz-Plot-Parameter studiert. Dazu wurde die Schwelle anstatt auf 2 % auf 1 %, 5 %, 10 %, 20 % und 50 % gesetzt. Das Erniedrigen des CL-Schnitts sollte überprüfen, wie groß die Auswirkung akzeptierter, falscher Ereignisse war. Je höher die Schwelle gesetzt wurde, desto weniger waren falsche Ereignisse zu erwarten. Deshalb wurde der Schnitt zu höheren CL-Werten hin stark variiert. Abbildung 9.10 fasst die Ergebnisse der Testreihen zusammen. Sie sind hier nach den vier Hauptanalysen gegliedert dargestellt. Weiterhin sind diese Resultate in Tabelle C.1 und in den Abbildungen C.1 bis C.4 im Anhang C aufgezeigt.

Es ist zu erkennen, dass das Herabsetzen der CL-Schwelle auf 1 % keinen Einfluss auf die Bestimmung des Dalitz-Plot-Parameters hatte und die ermittelten Werte für  $\alpha$  nahezu identisch mit den Resultaten der Hauptanalysen waren. Auch die Variation des Schnitts auf 5 % ergab innerhalb der Fehler identische Ergebnisse. Ab einem Schnitt von 10 % zeigten sich Abweichungen im Dalitz-Plot-Parameter. Während die Ergebnisse der Auswertung der  $\eta$ -Daten speziell bei der Eta6-Analyse innerhalb der Fehler noch miteinander überlappten, trat bei den MDM-Daten ein auffälliges Verhalten auf. Je höher die festgelegte Schwelle war, desto geringer war die ermittelte Steigung (kleinerer Betrag von  $\alpha$ ). Dieser Umstand schien an den kleinen Unterschieden der Verteilungen des CL in der Simulation und den Daten zu hängen. Bei kleinen CL-Werten hatten die Daten einen Überschuss (siehe Abbildung 8.5); dagegen lag die simulierte Verteilung bei höheren CL über der Datenkurve. In den MDM-Daten war dieser Unterschied bei höheren Werten nicht so deutlich zu erkennen. Bei niedrigen Schnitten waren die Flächen ab der Schwelle bis CL = 100 % unter den Kurven für die Simulation und die Daten ungefähr gleich groß und damit die Akzeptanzbereiche identisch. Zu höheren Werten wurde durch die Unterschiede die Akzeptanz der Daten geringer im Vergleich zur Simulation. Dies schien die bestimmten Dalitz-Plot-Parameter in der in Abbildung 9.10 dargestellten Weise beeinflusst zu haben.

Im Abschnitt 6.1 wurde beschrieben, wie die CB-Energiesummschwelle des Experiment-Triggers zu  $E_{thr} = 389,9 \text{ MeV} \approx 390 \text{ MeV}$  bestimmt wurde. Da das Verfahren hierzu nicht exakt war, musste der Einfluss der CB-Energiesummschwelle auf den Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  untersucht werden. Allerdings wurden diese Tests nur mit den  $\eta$ -Daten durchgeführt, da die in den Experimenten zur Ermittlung des magnetischen Moments der  $\Delta$ -Resonanz (MDM-Daten) eingestellte Trigger-Schwelle mit ca. 60 MeV weit

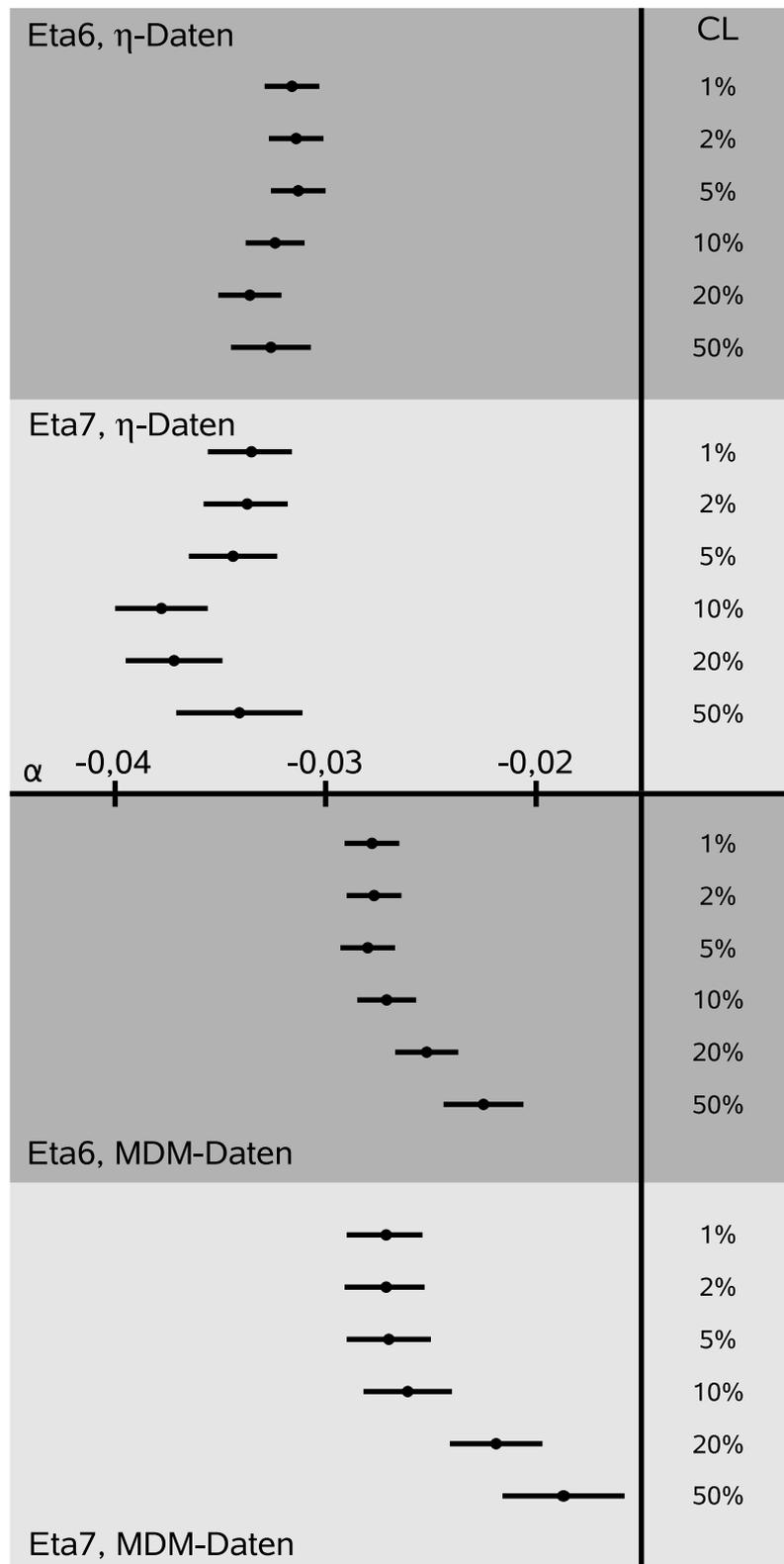


Abbildung 9.10: Ergebnisse der Testreihen zum Schnitt auf das Vertrauensniveau, gegliedert nach den vier Hauptanalysen. Von oben nach unten sind die  $\alpha$  jeweils für einen CL-Schnitt von 1 %, 2 %, 5 %, 10 %, 20 % und 50 % gezeigt.

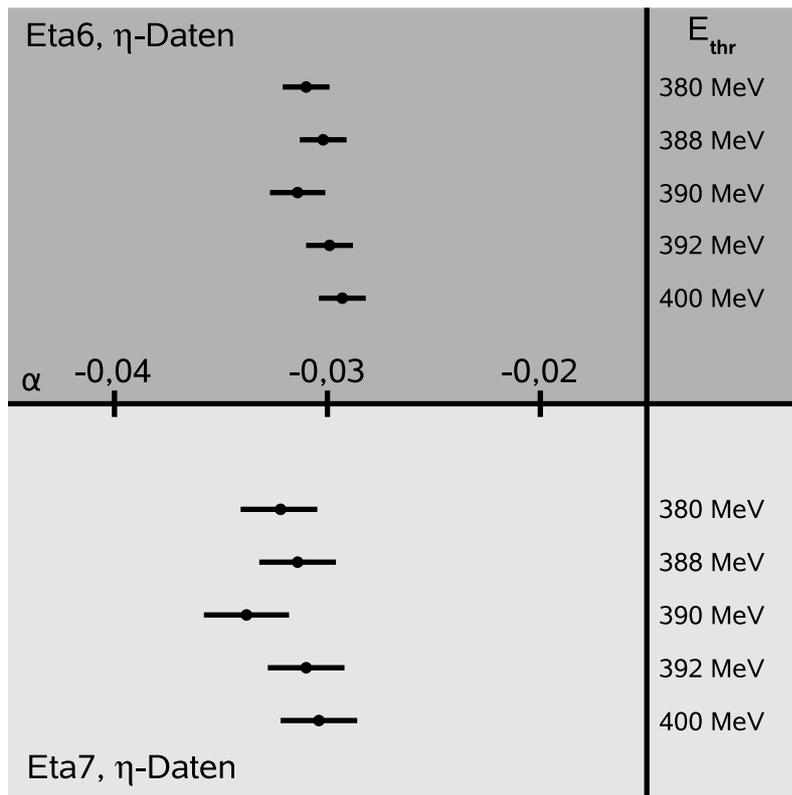


Abbildung 9.11: Ergebnisse der Testreihen zum Schnitt auf die CB-Energiesumme im Trigger, gegliedert nach den Hauptanalysen. Die Trigger-Energieschwelle hatte keinen Einfluss auf die MDM-Daten. Deshalb wurde dieser Test nur auf die  $\eta$ -Daten angewandt. Von oben nach unten sind die  $\alpha$  jeweils für einen Schnitt von  $E_{thr} = 380$  MeV,  $E_{thr} = 388$  MeV,  $E_{thr} = 390$  MeV,  $E_{thr} = 392$  MeV und  $E_{thr} = 400$  MeV eingezeichnet.

unterhalb der Verteilung der CB-Energiesumme lag<sup>7</sup> (siehe Abbildung 6.5 unten). Um die Wirkung der Trigger-Schwelle zu untersuchen, wurde sie um den in den Hauptanalysen verwendeten Wert von  $E_{thr} \approx 390$  MeV in der Simulation variiert. In den Tests wurden die Schwellen auf  $E_{thr} = 380$  MeV,  $E_{thr} = 388$  MeV,  $E_{thr} = 392$  MeV und  $E_{thr} = 400$  MeV festgelegt. Abbildung 9.11 fasst die Ergebnisse der beiden Testreihen zusammen. Weiterhin sind diese Resultate in Tabelle C.2 und in den Abbildungen C.5 und C.6 aufgezeigt.

Beide Testreihen zeigten das gleiche Verhalten: Für höhere Schwellen verschoben sich die Dalitz-Plot-Parameter zu geringeren Beträgen hin. Die Standardanalyse ( $E_{thr} = 390$  MeV) wich von diesem Muster ab und wies einen größeren Betrag auf. Dennoch stimmten die Ergebnisse innerhalb der Fehler überein. Dass die Standardauswertungen  $\alpha$ -Werte ergaben, die nicht mit diesem Verhalten übereinstimmten, wurde auf ein Problem mit den Einstellungen in der Analyse zurückgeführt<sup>8</sup>. Man sieht dies auch an den

<sup>7</sup>Erst ab einer Energiesumme von  $E_{CB} \approx 220$  MeV hatten die Bins signifikante Eintragshöhen.

<sup>8</sup>Zwischen der Standardauswertung und den durchgeführten Tests lag ein Zeitunterschied von einigen Wochen. Während dieser Zeit kann es sein, dass veränderte Einstellungen als besser empfunden wurden

totalen Effizienzen in Tabelle C.2, die für die Standardanalyse einen geringeren Wert ergaben als in den übrigen Tests zur Trigger-Schwelle. Eigentlich sollten diese Effizienzen mit steigender Schwelle leicht abfallend sein, was für die vier Testresultate auch der Fall ist.

Das Spektrometer TAPS deckte den Polarwinkelbereich zwischen  $4$  und  $20^\circ$  im Experimentaufbau ab. Protonen, die in diesen Winkelbereich ausgesandt wurden, mussten das Material der PID- und Drahtkammerelektronik passieren, um zu TAPS zu gelangen (siehe Kapitel 3). Dabei verloren sie Energie und konnten deshalb nicht immer als Protonen identifiziert werden. Um zu überprüfen, ob hierdurch der Dalitz-Plot-Parameter beeinflusst wurde, wurden alle vier Hauptanalysen, ohne Treffer in TAPS zu beachten, durchgeführt. Dies reduzierte die Statistik, vor allem für die Eta7-Analyse, erheblich, was die Aussagekraft dieser Untersuchung minderte. Die Ergebnisse dieser Tests und der weiteren Untersuchungen, die im Folgenden beschrieben werden, sind in Abbildung 9.12 dargestellt. Tabelle C.3 im Anhang listet die Resultate nocheinmal auf. Die Abbildungen C.7 bis C.10 zeigen oben links die zu diesen Tests gehörenden Verhältnisse der  $z$ -Verteilungen zwischen den Daten und der Simulation. Die Einbeziehung der TAPS-Treffer in die Analyse zeigte einen deutlichen Einfluss auf den Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$ . Allerdings ließ sich keine eindeutige Systematik dahinter erkennen.

So wie in TAPS konnte es auch bei der Teilchenidentifikation mit dem CB und dem PID zu falschen Erkennungen kommen, da Streuungen in den PID-Szintillatorstreifen auftreten konnten. Außerdem unterlagen die CB- und PID-Elemente gewissen Effizienzbeschränkungen. Durch Abschalten aller Teilchenidentifikationen sollte ein Teil dieser Effekte umgangen werden. Allerdings konnte dieser Test nicht für die Eta7-Analysen durchgeführt werden, da sie explizit ein nachgewiesenes Proton verlangten. Die Resultate beider Tests finden sich in den Abbildungen 9.12, C.7 und C.9 oben rechts sowie der Tabelle C.3. Beide Ergebnisse stimmten innerhalb ihrer Fehler miteinander überein. Allerdings waren sie mit den Resultaten der Hauptanalyse der MDM-Daten verträglich und nicht mit den  $\eta$ -Daten. Den gleichen Effekt konnte man beim Ignorieren der TAPS-Treffer beobachten. Dies schien auf Probleme mit TAPS im Allgemeinen und den Teilchenidentifikationen im Speziellen hinzudeuten.

Die übrigen vier durchgeführten Testreihen bezogen sich nicht auf die Analysen selbst, sondern auf die Prozedur zur Bestimmung des Dalitz-Plot-Parameters. Sie wurden deshalb mit den in den vier Hauptanalysen gewonnenen Spektren durchgeführt. Nach Gleichung 2.34 sollte das Verhältnis der  $z$ -Verteilungen aus den gemessenen Daten und der Simulation einer Geraden, für deren  $y$ -Achsenabschnitt  $y_0 = 1$  gilt, folgen. Deshalb wurde bei der Geradenanpassung der  $y$ -Achsenabschnitt mit  $y_0 = 1$  fixiert. Bei der Normierung der beiden Histogramme konnte aber auf Grund statistischer Schwankungen nicht gewährleistet werden, dass dies in der Geradenanpassung ohne große Auswirkungen auf die Steigung und damit den Dalitz-Plot-Parameter erreicht wurde. Daher wurde eine Testreihe durchgeführt, in der  $y_0$  als zweiter freier Parameter in der Geradenanpassung zugelassen wurde. Die Ergebnisse dieser Untersuchung in den Abbildungen 9.12 und C.7 bis C.10 sowie der Tabelle C.3 zeigten, dass diese Variante der Anpassung deutlich größere Steigungen erzeugte, die innerhalb der Fehler nicht mit den Standardresultaten übereinstimmten. Die angepassten  $y$ -Achsenabschnitte wichen erst im Promillebereich von Eins ab. Somit wurde die Forderung nach  $y_0 = 1$  sehr gut erfüllt.

---

und diese deshalb auch beibehalten wurden. Nach Beendigung dieser Arbeit werden hierzu weitere Untersuchungen angefertigt.

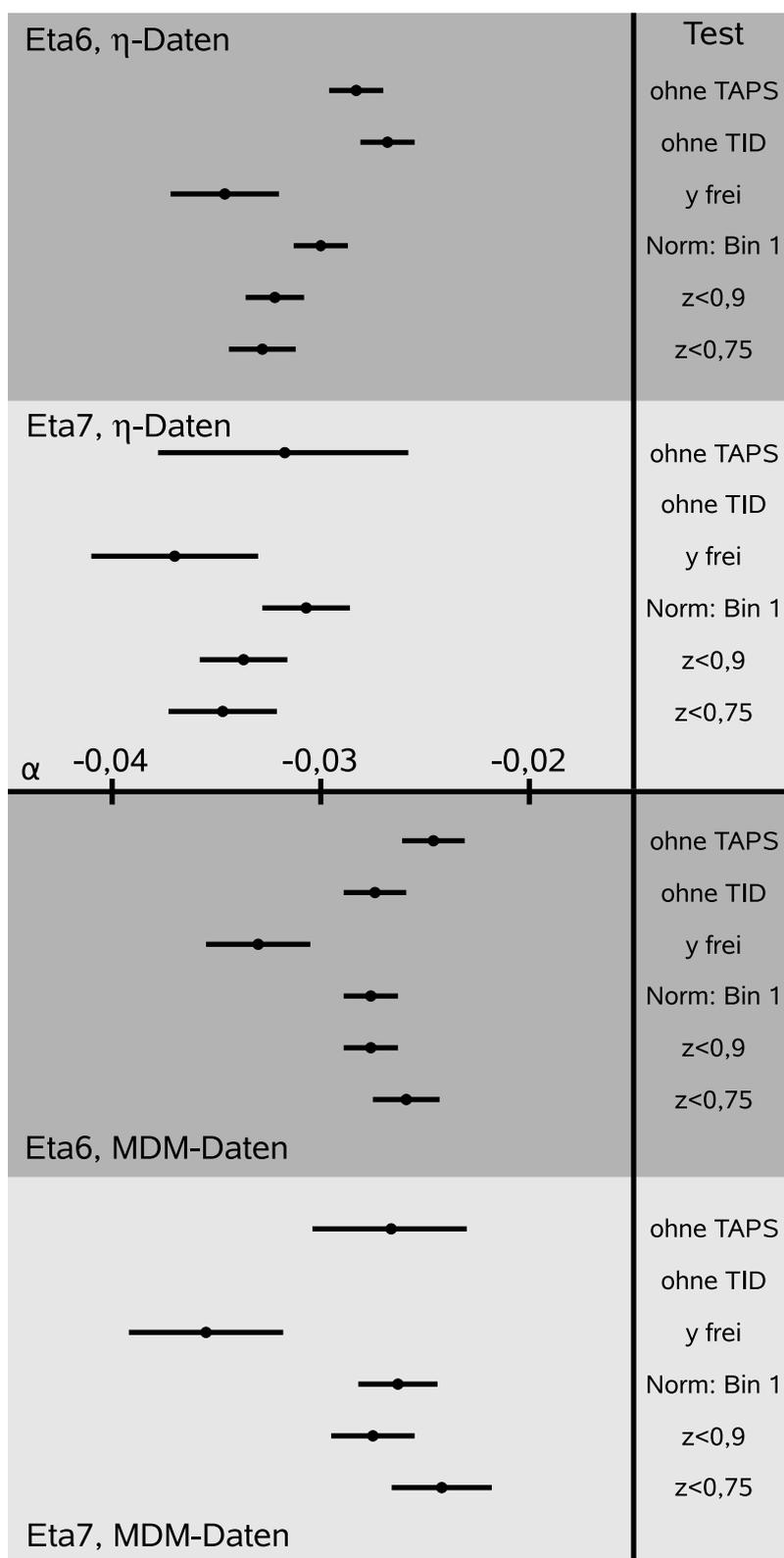


Abbildung 9.12: Ergebnisse weiterer Testreihen, gegliedert nach den vier Standardanalysen. Die Untersuchung der systematischen Unsicherheit der Teilchenidentifikation (ohne TID) konnte nur für die Eta6-Analysen angewendet werden.

Aus der voranstehenden Überlegung heraus war es ebenfalls sinnvoll, die systematische Auswirkung der Normierung zu studieren. Die Standardprozedur verwendete als Normierung die Summe der ersten drei Bin-Einträge, um statistische Unsicherheiten zu reduzieren (Abschnitt 9.2). In dieser Testreihe wurden die  $z$ -Verteilungen der gemessenen Daten und der Simulation so normiert, dass die jeweils ersten Bins gleiche Eintragszahlen hatten. Dadurch sollte die Forderung aus Gleichung 2.34, dass  $y_0 = 1$  gelten muss, besser erfüllt sein. Die Geradenanpassung mit festgehaltenem  $y$ -Achsenabschnitt sollte hier also eine präzisere Beschreibung des Verhaltens des Histogramms darstellen, als es in der Standardprozedur der Fall war. Die Ergebnisse im Anhang C.3 und in Abbildung 9.12 zeigten einen geringen Einfluss der Normierung auf den Dalitz-Plot-Parameter. Innerhalb von einem  $\sigma$  stimmten die Resultate mit den Standardwerten überein.

Die in Abschnitt 9.2 ermittelten Dalitz-Plot-Parameter wurden durch Anpassen einer Geraden über den gesamten  $z$ -Bereich von  $0 \leq z \leq 1$  gewonnen. Allerdings wurde in den Abbildungen 9.8, 9.9 und im Anhang C deutlich, dass das Bin  $0,95 \leq z \leq 1$  systematisch von der angepassten Geraden abwich. Um den Einfluss dieses Bins auf  $\alpha$  zu überprüfen, wurde in Tests der Bereich der Anpassung auf  $0 \leq z < 0,9$  bzw.  $0 \leq z < 0,75$  verringert. Die Reduzierung des Endpunktes auf 0,75 hatte weiterhin den Vorteil, dass die Regionen im Dalitz-Diagramm, die eine Abweichung von der Kreisform ergaben, ausgeschlossen wurden. Die Ergebnisse dieser Testreihen zeigten keine Abhängigkeit von der Einschränkung der Anpassungsregion. Die ermittelten Werte für die Anpassung bis  $z < 0,9$  waren fast identisch mit den Dalitz-Plot-Parametern der Hauptanalysen. Die Anpassung bis  $z < 0,75$  ergab abweichende Resultate, die allerdings innerhalb der Fehler noch vergleichbar mit den in Tabelle 9.2 aufgelisteten Ergebnissen waren.

Für alle vier Analyseformen wurde nun separat ein systematischer Fehler  $\Delta_{\text{syst}}(\alpha)$  in der folgenden Weise bestimmt: Als Endresultate für den Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha_i$  wurden die in Tabelle 9.2 gegebenen Werte der Hauptanalysen gewählt. Die Differenzen zwischen den Ergebnissen der  $k$  Testreihen  $\alpha'_{ik}$  und den  $\alpha_i$ , gewichtet mit der jeweiligen Statistik  $N_{ik}$  der Tests, ergab durch Summation über  $k$

$$\Delta_{\text{syst}}(\alpha_i) = \frac{\sum_k (\alpha'_{ik} - \alpha_i) \cdot N_{ik}}{\sum_k N_{ik}} \quad (9.5)$$

den systematischen Fehler der Resultate  $\alpha_i$ . Dabei wurde zwischen positiven und negativen Abweichungen unterschieden, für die separate systematische Fehler bestimmt wurden. Die Statistiken  $N_{ik}$  sind in den Tabellen C.1, C.2 und C.3 zu finden. Im folgenden Abschnitt werden die Endergebnisse der vier Analysen zusammengefasst. Dort sind auch die ermittelten systematischen Fehler angegeben.

## 9.4 Endergebnisse

In diesem Abschnitt werden die Endergebnisse der vier Standardanalysen zur Ermittlung des Dalitz-Plot-Parameters  $\alpha$  präsentiert. Da sich vor allem zwischen den beiden betrachteten Datensätzen signifikante Unterschiede im Dalitz-Plot-Parameter ergaben, wird hier für jede Analyse ein separates Resultat gegeben. Die eigentliche Größe von  $\alpha$  wurde durch die im Abschnitt 9.2 beschriebenen Ergebnisse bestimmt. Der statistische Fehler ergab sich aus der Anpassung einer Geraden an das Verhältnis der Ereignisdichten  $z$  im Dalitz-Diagramm.  $\alpha$  wurde aus der Steigung  $s$  der Geraden durch  $\alpha = s/2$  ermittelt.

Dementsprechend wurde der statistische Fehler  $\Delta_{\text{stat}}(\alpha)$  durch  $\Delta_{\text{stat}}(\alpha) = \Delta(s)/2$  gebildet. Die im vorherigen Abschnitt vorgestellten Testreihen dienten der Überprüfung der systematischen Unsicherheiten der Hauptanalysen. Sie wurden durch Gleichung 9.5 sowohl für positive als auch negative Abweichungen von den Standardresultaten berechnet. Daraus ergaben sich die folgenden Endergebnisse dieser Arbeit:

$$\text{Eta6-Analyse der } \eta\text{-Daten: } \alpha = -0,0314 \pm 0,0013_{-0,0014}^{+0,0017}$$

$$\text{Eta7-Analyse der } \eta\text{-Daten: } \alpha = -0,0338 \pm 0,0020_{-0,0022}^{+0,0019}$$

$$\text{Eta6-Analyse der MDM-Daten: } \alpha = -0,0277 \pm 0,0013_{-0,0019}^{+0,0014}$$

$$\text{Eta7-Analyse der MDM-Daten: } \alpha = -0,0272 \pm 0,0019_{-0,0043}^{+0,0022}$$

Um diese Ergebnisse zu bewerten, mussten sie mit bereits veröffentlichten Dalitz-Plot-Parametern aus der Theorie und den Experimenten verglichen werden. Dazu wurde Bezug auf die in den Tabellen 1.1 und 2.2 aufgelisteten Resultate genommen. Tabelle 9.3 stellt die Experimente mit den höchsten Statistiken und wichtige theoretische Berechnungen den Endergebnissen dieser Arbeit (Crystal Ball@MAMI) gegenüber. Der Vergleich warf eine noch zu klärende Frage auf. Zwischen den beiden in dieser Arbeit untersuchten Datensätzen ( $\eta$ , MDM) zeigten sich Unterschiede in den Resultaten. Die Ergebnisse der  $\eta$ -Daten stimmten mit dem Dalitz-Plot-Parameter der Crystal Ball@BNL-Kollaboration sehr gut überein. Dahingegen waren die aus den MDM-Daten ermittelten Resultate innerhalb der Fehler identisch mit den  $\alpha$ -Werten der Experimente WASA@CELSIUS und KLOE@DAΦNE. Der durch Dispersionsrechnungen ermittelte Wert für den Dalitz-Plot-Parameter wurde weder in dieser Arbeit noch von einem anderen Experiment bestätigt. Nur die theoretischen Berechnungen, die in [Bor05] dargestellt sind, waren mit den experimentellen Resultaten verträglich. So stimmte er sehr gut mit dem Ergebnis der Eta6-Analyse der  $\eta$ -Daten in dieser Arbeit überein.

## 9.5 Ausblick

In dieser Arbeit sind einige Fragen unbeantwortet geblieben. Zum Beispiel ist der Unterschied zwischen den beiden betrachteten Datensätzen, speziell die Unterschiede in den ermittelten Dalitz-Plot-Parametern aber auch den Wirkungsquerschnitten, noch immer eine ungeklärte Frage. Auch das bei der Betrachtung der systematischen Auswirkung der Trigger-Energieschwelle aufgetretene Problem mit der nicht ins Muster passenden Standardanalyse bedarf noch einer genauen Untersuchung. Diese Fragen werden nach Beendigung dieser Arbeit im Hinblick auf eine Veröffentlichung der Ergebnisse wieder aufgegriffen.

Die großen Unterschiede in den theoretischen Berechnungen und vor allem die Tatsache, dass bis zur Fertigstellung dieser Arbeit nur ein Modell<sup>9</sup> einen Dalitz-Plot-Parameter,

<sup>9</sup>Dieses Modell unterscheidet sich von den anderen dadurch, dass die Koeffizienten an die experimentellen Daten und nicht an die  $\chi$ PT angepasst wurden.

Experiment/Theorie	Referenz	$\alpha$	Statistik / $10^3$
Crystal Ball@MAMI	diese Arbeit	$-0,031 \pm 0,001^{+0,002}_{-0,001}$	1073
		$-0,034 \pm 0,002^{+0,002}_{-0,002}$	423
		$-0,028 \pm 0,001^{+0,001}_{-0,002}$	708
		$-0,027 \pm 0,002^{+0,002}_{-0,004}$	314
Crystal Ball@BNL	[Tip01]	$-0,031 \pm 0,004$	950
WASA@CELSIUS	[Pau06]	$-0,026 \pm 0,010 \pm 0,010$	75
KLOE@DAΦNE	[Amb07]	$-0,027 \pm 0,004^{+0,004}_{-0,006}$	650
Dispersionsrechnung	[Kam96]	$-0,007 \dots - 0,014$	— — — —
Chirale Unitarität	[Bor05]	$-0,031 \pm 0,003$	— — — —

Tabelle 9.3: Gegenüberstellung der Endergebnisse dieser Arbeit mit anderen Experimenten mit hoher Statistik und theoretischen Berechnungen. Zum besseren Vergleich sind die Ergebnisse dieser Arbeit gerundet angegeben.

der mit den Experimenten übereinstimmte, ergab, erfordert hier noch weitere Kalkulationen. Aber auch auf der experimentellen Seite müssen noch weitere Messungen mit größerer Statistik als die bisherigen durchgeführt werden, um einen präziseren  $\alpha$ -Wert für die Theorie vorzugeben. Dazu wurden bereits Ende 2007 weitere Experimente zur Photoproduktion von Mesonen mit der neuen Beschleunigerstufe MAMI C vorgenommen.

Aus den Daten, die für diese Arbeit ausgewertet wurden, könnten auch weiterhin wichtige Ergebnisse extrahiert werden. Wie im Kapitel 2 beschrieben, ist der Zerfall  $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  sehr stark mit dem Zerfall in drei neutrale Pionen verknüpft. Die Bestimmung der Zerfallsbreite und der Dalitz-Plot-Parameter<sup>10</sup> würden weitere wichtige Informationen zum Verhältnis der leichtesten Quarkmassen  $Q$  beitragen. Allerdings würde die Ereignisselektion erschwert werden, da geladene Teilchen mit dem Aufbau am MAMI nicht in ihren Vorzeichen unterschieden werden können. Erste Tests zu Beginn dieser Arbeit zeigten aber, dass dieser Kanal aus den Daten herausgefiltert werden kann. Auch könnte versucht werden, erstmals den Wirkungsquerschnitt der freien  $3\pi^0$ -Photoproduktion zu bestimmen. Zwar ist der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{3\pi^0}$  nach der Abschätzung in [Jun05] im Bereich von MAMI B um einen Faktor von 40 geringer als der totaler  $\eta$ -Wirkungsquerschnitt und damit gegenüber der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \eta p \rightarrow 3\pi^0 p$  etwa um einen Faktor 10 unterdrückt; dennoch dürfte eine Extraktion aus den gemessenen Daten möglich sein, wenn man bedenkt, dass ca. 1 Million  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ -Ereignisse gefunden wurden. Und speziell unterhalb der  $\eta$ -Produktionsschwelle fällt dieser große Untergrundbeitrag weg.

Die höhere Energie von MAMI C (bis zu 1,5 GeV) erlaubt nun auch am Institut für Kernphysik die Untersuchung von Zerfällen des  $\eta'$ -Mesons, das auf Grund der Mischung

<sup>10</sup>Hier treten weitere Parameter in der ersten chiralen Ordnung auf, die für den Zerfall  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  auf Grund der Bose-Symmetrie verschwinden.

des Singulett-  $\eta_1$  und des Oktettzustands  $\eta_8$  sehr eng mit dem  $\eta$ -Meson verknüpft ist. Ein möglicher Schwerpunkt könnte hier die Bestimmung der Zerfallsbreite des Kanals  $\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ , für die es bisher nur einen oberen Grenzwert gibt, sein. Da jedoch der Crystal Ball auf den Nachweis von Photonen ausgelegt ist, bieten sich die Zerfälle  $\eta' \rightarrow \eta \pi^0 \pi^0$  und  $\eta' \rightarrow 3\pi^0$  zur Untersuchung an. Beide Zerfälle lassen die Bestimmung der  $\pi\pi$ - und der  $\eta\pi$ -Streulängen zu [Sta07]. Auch könnte der Dalitz-Plot-Parameter für den Zerfall  $\eta' \rightarrow 3\pi^0$  ermittelt werden.

## Anhang A

### Kinematische Anpassung

In der vorliegenden Arbeit erfüllte die kinematische Anpassung die folgenden beiden Aufgaben: Sie korrigierte die auf Grund der Messfehler auftretenden Abweichungen der bestimmten physikalischen Größen von den wahren Werten und überprüfte die Ereignisse mit Hilfe von Hypothesen auf Reaktionstypen. Die Korrektur der Messgrößen war nötig, da zur Ermittlung des Dalitz-Plot-Parameters eine Transformation in das Ruhesystem des  $\eta$ -Mesons vorgenommen werden musste.

Experimentell ermittelte physikalische Messgrößen sind immer mit einem Messfehler behaftet. Diese setzen sich bei der Berechnung weiterer physikalischer Größen fort. Um eine weitere „Verfälschung“ dieser Größen zu minimieren, führt man eine kinematische Anpassung durch. Hierzu werden Beziehungen zwischen den gemessenen Größen ausgenutzt (Zwangsbedingungen), die aus Hypothesen über die vorliegenden Ereignisse abgeleitet werden. Außer der Verbesserung der Auflösung erhält man eine Beurteilung der Übereinstimmung der gemessenen Größen mit der angenommenen Hypothese. Dazu ermittelt man wie stark die Größen innerhalb ihrer Messfehler verändert wurden, so dass die Zwangsbedingungen erfüllt sind. Die Messfehler bestimmen also, wie stark man an den einzelnen Messgrößen „ziehen“ (engl. *pull*) darf [III94]. Die Grundprinzipien der dieser Arbeit zugrunde liegenden kinematischen Anpassungsmethoden sind in [Ave91] und [Ave99] beschrieben.

#### A.1 Grundprinzip: Die Methode der *Least-Squares*

$y_l$  seien  $N$  unabhängig voneinander gemessene Größen (z.B. Energien und Impulse) mit Messfehlern  $\sigma_l$ .  $x_i$  sind  $M$  unbekannte Variablen, wobei  $M \leq N$  ist. Die gemessenen Größen sollen einen funktionalen Zusammenhang zu den Variablen  $x_i$  haben:  $y_l = f_l(x_i)$ . Da die gemessenen Werte  $y_l$  mit dem Messfehler  $\sigma_l$  behaftet sind, lassen sich diese Gleichungen nicht exakt erfüllen, wenn  $M < N$  gilt. Man kann aber fordern, dass die Gleichungen so gut wie möglich erfüllt werden. Dazu definiert man für den vereinfachten Fall unkorrelierter Fehler:

$$\chi^2 = \sum_{l=1}^N \left( \frac{y_l - f_l(x_i)}{\sigma_l} \right)^2 \quad (\text{A.1})$$

Das  $\chi^2$  beschreibt die Summe der quadratischen Abweichungen der Messwerte von den unbekanntem Größen  $f_l$  gewichtet mit dem Quadrat der Messfehler.

Wenn die Fehler  $\sigma_l$  Gauß-Verteilungen folgen und die theoretisch erwarteten Werte für die Messungen  $y_l$  gerade die Funktionen  $f_l(x_i)$  sind, dann kann man die Dichtefunktion der Wahrscheinlichkeit einer Messung angeben:

$$g(y_l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_l} \exp\left[-\frac{(y_l - f_l)^2}{2\sigma_l^2}\right] \quad (\text{A.2})$$

Die Dichtefunktion ist hierbei auf 1 normiert. Die gemeinsame Dichtefunktion aller  $N$  Messungen ergibt:

$$\begin{aligned} g(y_1, \dots, y_N) &= \prod_{l=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_l} \exp\left[-\frac{(y_l - f_l)^2}{2\sigma_l^2}\right] \\ &= \exp\left[-\frac{\chi^2}{2}\right] \prod_{l=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_l} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Damit die Gleichungen  $y_l = f_l(x_i)$  möglichst gut erfüllt sind, muss die Wahrscheinlichkeit den höchstmöglichen Wert annehmen. Dies erreicht man in der sogenannten *Maximum-Likelihood*-Methode, indem man die Parameter  $x_i$  so variiert, dass die Dichtefunktion maximal wird. Eine andere Möglichkeit bietet die Methode der *Least-Squares*, die hier verwendet wurde. Die Maximierung der Dichtefunktion ist äquivalent zur Minimierung des  $\chi^2$ . Ein kleiner Wert für  $\chi^2$  deutet auf eine gute Übereinstimmung zwischen den gemessenen Werten und den Größen  $f_l$  hin. Das Resultat der kinematischen Anpassung lässt sich somit an Hand seines  $\chi^2$ -Wertes beurteilen. Im Mittel werden die Messwerte um ein  $\sigma$  korrigiert werden, da dies der angenommene Fehler ist. Müssen dagegen eine oder mehrere Größen um mehrere  $\sigma$  korrigiert werden, damit die funktionalen Zusammenhänge  $y_l = f_l(x_i)$  erfüllt werden können, so steigt das  $\chi^2$  quadratisch mit der Korrektur an [III94]. Durch die Forderung, dass das  $\chi^2$  minimal wird, ergeben sich  $M$  Gleichungen der Form:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Durch Lösen dieses Gleichungssystems lassen sich die unbekannt Parameter  $x_i$  bestimmen.

Zum besseren Verständnis sei hier folgendes Beispiel aus [Bar89] aufgeführt. Man hat einen Satz von  $N$  genau bekannten Messpunkten  $p_l$  und einen korrespondierenden Satz von Messwerten  $y_l$  mit jeweils gleichen Messfehlern  $\sigma$ . In diesem Beispiel soll eine direkte Proportionalität zwischen den Messpunkten und den Messwerten angenommen werden. Damit ergeben sich die Funktionen  $f_l$  zu  $f_l(x) = xp_l$ . Die Anzahl der unbekannt Parameter  $M$  ist also 1. Die bei Anpassung von  $x$  zu minimierende Größe ist:

$$\chi^2 = \sum_{l=1}^N \frac{(y_l - xp_l)^2}{\sigma^2}$$

Die Ableitung dieser Gleichung nach  $x$  ergibt:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial x} = -\frac{2}{\sigma^2} \sum_{l=1}^N (p_l y_l - xp_l^2) \stackrel{!}{=} 0$$

Durch Multiplizieren mit  $N/N = 1$  lassen sich die Summen in Mittelwerte umschreiben und man erhält schließlich als Ergebnis für den unbekannt Parameter

$$x = \frac{\overline{py}}{\overline{p^2}}$$

Für eine Geradenanpassung würde man einen zweiten unbekannt Parameter einführen, den y-Achsenabschnitt. Hierbei wäre  $M = 2$ .

Um die Ereignisse in Hinblick auf physikalische Hypothesen zu testen, werden  $R$  physikalische Zwangsbedingungen in Form von Gleichungen eingeführt:  $H_k(x_1, \dots, x_M) = 0$ . Mathematisch entsteht dadurch ein Minimierungsproblem mit Nebenbedingungen, das durch Einführung von Lagrange-Multiplikatoren gelöst werden kann. Das oben definierte  $\chi^2$  muss dazu um einen weiteren Term ergänzt werden:

$$\chi^2 = \sum_{l=1}^N \left( \frac{y_l - f_l(x_i)}{\sigma_l} \right)^2 + 2 \cdot \sum_{k=1}^R \lambda_k H_k(x_i) \quad (\text{A.5})$$

Dieses  $\chi^2$  wird nun in Bezug auf die Variablen  $x_i$  und die Multiplikatoren  $\lambda_k$  minimiert, indem die partiellen Ableitungen nach diesen Größen mit Null gleichgesetzt werden:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \chi^2}{\partial x_i} = \sum_{l=1}^N \frac{y_l - f_l(x_i)}{\sigma_l^2} \cdot \frac{\partial f_l(x_i)}{\partial x_i} + \sum_{k=1}^R \lambda_k \cdot \frac{\partial H_k}{\partial x_i} \stackrel{!}{=} 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \chi^2}{\partial \lambda_k} = H_k(x_i) \stackrel{!}{=} 0 \quad (\text{A.7})$$

Dies ist ein System aus  $M + R$  Gleichungen für die  $M$  Variablen  $x_i$  und die  $R$  Lagrange-Multiplikatoren  $\lambda_k$ , das es zu lösen gilt.

Durch Einführung von Zwangsbedingungen wird die effektive Zahl der Unbekannten um die Anzahl der Bedingungen reduziert. Dies läßt sich erkennen, wenn man in der Formel für das  $\chi^2$  von den  $M$  Parametern  $R$  durch die Zwangsbedingungen substituiert. Man erhält dadurch eine Gleichung mit  $M - R$  Unbekannten. Allerdings ist die Substitution von Variablen durch Zwangsbedingungen mit einigen Problemen bei der Programmierung verbunden, weshalb diese Methode in dieser Arbeit nicht verwendet wurde. Durch Einführung der Lagrange-Multiplikatoren erhöht sich allerdings die Zahl der Unbekannten wieder um  $R$ . Zusätzlich müssen die  $R$  Zwangsbedingungen erfüllt werden, so dass sich die Zahl der wirklichen Freiheitsgrade auf  $n = N - M + R$  erhöht [Gla07].

Ein einfaches Beispiel aus [Zec04] soll die Funktionsweise der *Least-Squares*-Methode mit Zwangsbedingungen verdeutlichen. Eine Schnur mit einer Länge von exakt 1 m wird an beliebiger Stelle durchgeschnitten. Eine Messung der beiden Teilstücke ergibt  $y_1 = 35,3$  cm und  $y_2 = 64,5$  cm. Beide Messungen sollen mit der gleichen Messungengenauigkeit von  $\sigma = 0,1$  cm behaftet sein. Die funktionalen Zusammenhänge sind in diesem Fall sehr einfach anzugeben. Man hat die Größen gemessen, die man angepasst haben will. Deshalb ergibt sich:  $f_1 = x_1$  und  $f_2 = x_2$ . In diesem Beispiel liegt eine Zwangsbedingung vor:  $H(x_1, x_2) = 100 - x_1 - x_2$ . Das mit diesen Angaben gebildete  $\chi^2$  hat die folgende Form (ohne physikalische Einheiten):

$$\chi^2 = \frac{(35,3 - x_1)^2}{\sigma^2} + \frac{(64,5 - x_2)^2}{\sigma^2} + 2\lambda (100 - x_1 - x_2)$$

Durch Ableiten von  $\chi^2$  nach  $x_1$ ,  $x_2$  und  $\lambda$  und Gleichsetzen mit Null erhält man das nachstehende Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} -2 \cdot \frac{35,3 - x_1}{\sigma^2} - 2\lambda &= 0 \\ -2 \cdot \frac{64,5 - x_2}{\sigma^2} - 2\lambda &= 0 \\ 100 - x_1 - x_2 &= 0 \end{aligned}$$

Die Lösung des Systems ergibt  $x_1 = 35,4$  cm,  $x_2 = 64,6$  cm und  $\lambda = 10$ . Durch Einsetzen erhält man ein  $\chi^2$  von 2. Dieses  $\chi^2$  war zu erwarten, da beide Messwerte um genau ein  $\sigma$  korrigiert wurden.

Im Allgemeinen sind die Funktionen  $f_i$  und ihre ersten Ableitungen hochgradig nicht-linear in den Parametern  $x_i$ . Das Gleiche gilt ebenso für die Zwangsbedingungen. Deshalb ist eine analytische Lösung des Gleichungssystems in den meisten Fällen ausgeschlossen. Üblicherweise wird die Lösung iterativ ermittelt. Hier wurde eine andere Methode zur Lösung des Gleichungssystems, bei der nur ein Rechenschritt benötigt wird, verwendet. Dieser Matrixformalismus wird im Abschnitt A.2 beschrieben.

Eine eng mit dem  $\chi^2$  verknüpfte Möglichkeit zur Überprüfung der Übereinstimmung mit den Hypothesen bietet das Vertrauensniveau (*Confidence Level*, CL). Das CL gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass ein anderes Anpassungsergebnis ein  $\chi^2$  ergibt, das größer oder gleich dem ermittelten  $\chi^2$  ist. Man definiert das CL als

$$\text{CL} = \int_{\chi^2}^{\infty} f(z) dz \quad (\text{A.8})$$

wobei  $f(z) = f(\chi^2)$  die Wahrscheinlichkeitsverteilung des  $\chi^2$  ist. In [Bar89] wird gezeigt, dass

$$f(\chi^2) = \frac{2^{-n/2}}{\Gamma(n/2)} (\chi^2)^{(n-2)/2} e^{-\chi^2/2} \quad (\text{A.9})$$

ist. Daraus läßt sich für jedes Ereignis unter Einbeziehung des  $\chi^2$ -Wertes und der Freiheitsgrade  $n$  das CL mit

$$\text{CL}(\chi^2) = \int_{\chi^2}^{\infty} \frac{z^{n/2-1} e^{-z/2}}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} dz \quad (\text{A.10})$$

bestimmen. Es gibt an, ob sich die gemessenen Werte mit den aufgestellten Hypothesen vereinbaren lassen. Falls alle Ereignisse mit den Hypothesen übereinstimmen und alle Messfehler richtig abgeschätzt wurden, so ergibt sich ein CL-Spektrum, das gleichverteilt zwischen 0 und 1 ist. Andere Ereignisse, die die angenommenen Hypothesen nicht erfüllen, werden sich in der CL-Verteilung zu 0 hin anhäufen. Falsch angenommene Messfehler führen dazu, dass sich die CL-Verteilung zu 0 oder 1 hin überhöht. Durch einen Schnitt auf ein maximales  $\chi^2$  oder ein minimales CL läßt sich eine Selektion von guten und schlechten Ereignissen vornehmen. Um möglichst viele gute Ereignisse zu behalten muss der Schnitt so gering wie möglich gewählt werden.

Eine weitere Methode zur Überprüfung der Güte der Anpassung sind die sogenannten *Pulls*. Sie geben an, wie stark die gemessenen Größen durch die Anpassung verändert werden mussten. Dabei ist hier schon eine Annahme getroffen, die eine Einschränkung des allgemeinen Prinzips bewirkt. Die Funktionen  $f_i$  sind gleich den  $x_i$  und damit ist

$N = M$ . Diese Annahme wird im Kapitel A.2 ebenfalls aufgegriffen werden. Die Pulls sind dann definiert als

$$p_i = \frac{y_l - x_l}{\sqrt{\sigma_y^2 - \sigma_x^2}} \quad (\text{A.11})$$

Sie müssen für eine Übereinstimmung mit den Hypothesen normalverteilt sein. Der Mittelwert der Verteilung muss bei 0 liegen und die Breite  $\sigma_p$  muss 1 betragen, falls die Messfehler der Gauß-Verteilung folgen. Weichen die Breiten der *Pull*-Verteilungen von 1 ab, so müssen die Messfehler  $\sigma_l$  entsprechend angepasst werden.

Streng genommen gelten die vorstehenden Überlegungen nur für Messgrößen deren Fehler normalverteilt sind. Ist die Fehlerverteilung unbekannt, so gibt es keine bessere Möglichkeit die Anpassung durchzuführen [Zec04]. Man geht deshalb davon aus, dass die Fehlerverteilung hinreichend nah an der Normalverteilung ist.

## A.2 Matrixformalismus

In diesem Abschnitt wird die Methode der *Least-Squares* mit Hilfe von Matrizen vorgestellt. Sie bietet die Möglichkeit den Formalismus übersichtlich, ohne Summenzeichen und Indizes darzustellen. Die entstehenden Matrixgleichungen führen zu einem System von Gleichungen, das in einem Rechenschritt gelöst werden kann und keine iterativen Methoden benötigt. Bei der Ableitung der Gleichungen wird die bereits oben getroffene Annahme verwendet, dass die Funktionen  $f_l$  gleich den  $x_i$  sind. In [Ave91] ist gezeigt, dass auch die allgemeinste Form der Anpassung im Matrixformalismus dargestellt werden kann. Hier soll allerdings der unnötige Aufwand vermieden werden, um die Übersichtlichkeit der wichtigen Schritte zu wahren. Im Folgenden werden Matrizen durch Großbuchstaben repräsentiert. Vektoren werden wie üblich mit einem Vektorpfeil versehen.

Ausgangspunkt für die Ableitung der Matrixgleichungen ist Formel A.5. Die Nichtlinearität der Funktionen  $f_l$  wird durch die Annahme, dass  $f_l = x_i$  ist, umgangen. Daraus folgt auch, dass  $M = N$  ist. Die Zwangsbedingungen  $H_k$  werden durch eine Taylor-Entwicklung um die Näherungswerte  $x_{ia}$  linearisiert:

$$H_k(x) \approx H_k(x_a) + \sum_{i=1}^N \left. \frac{\partial H_k(x)}{\partial x_i} \right|_{x_a} (x_i - x_{ia}) \quad (\text{A.12})$$

Hierbei bezeichnen  $x$  die Menge aller  $x_i$  und  $x_a$  aller  $x_{ia}$ . Damit ergibt sich nun für die Formel des  $\chi^2$ :

$$\chi^2 = \sum_{l=1}^N \frac{(y_l - x_l)^2}{\sigma_l^2} + 2 \cdot \sum_{k=1}^R \lambda_k \left( H_k(x_a) + \sum_{l=1}^N \left. \frac{\partial H_k(x)}{\partial x_l} \right|_{x_a} (x_l - x_{la}) \right) \quad (\text{A.13})$$

Diese Gleichung kann nun in der übersichtlicheren Matrixschreibweise aufgestellt werden:

$$\chi^2 = (\vec{y} - \vec{x})^T V_y^{-1} (\vec{y} - \vec{x}) + 2 \vec{\lambda}^T (\vec{d} + D \delta \vec{x}) \quad (\text{A.14})$$

mit  $\delta \vec{x} = \vec{x} - \vec{x}_a$ . Die Matrix  $V_y^{-1}$  ist die Inverse der Kovarianzmatrix der Messungen  $y_l$ . Ein hochgestelltes  $T$  bedeutet die Transposition der Matrix oder des Vektors, also eine

Vertauschung der Zeilen mit den Spalten. Die in Gleichung A.14 benutzte Matrix  $D$  und der Vektor  $\vec{d}$  sind wie folgt definiert:

$$D = \begin{pmatrix} \frac{\partial H_1}{\partial x_1} & \frac{\partial H_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial H_1}{\partial x_N} \\ \frac{\partial H_2}{\partial x_1} & \frac{\partial H_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial H_2}{\partial x_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial H_R}{\partial x_1} & \frac{\partial H_R}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial H_R}{\partial x_N} \end{pmatrix} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} H_1(x_a) \\ H_2(x_a) \\ \vdots \\ H_R(x_a) \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Die Minimierung von  $\chi^2$  in Bezug auf  $\vec{x}$  und  $\vec{\lambda}$  ergibt zwei Vektorgleichungen, die für die Parameter im Vektor  $\vec{x}$  gelöst werden müssen. Die zweite Gleichung zeigt deutlich, dass die Lösungen des Systems die Zwangsbedingungen erfüllen [Ave99]:

$$\begin{aligned} V_y^{-1}(\vec{x} - \vec{y}) + D^T \vec{\lambda} &= 0 \\ D \delta \vec{x} + \vec{d} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Die Lösungen der beiden Gleichungen ergeben sich mit den Definitionen  $V_D \equiv (DV_y D^T)^{-1}$  und  $\delta \vec{y} = \vec{y} - \vec{x}_a$  zu:

$$\begin{aligned} \vec{\lambda} &= V_D (D \delta \vec{y} + \vec{d}) \\ \vec{x} &= \vec{y} - V_y D^T \lambda \\ V_x &= V_y - V_y D^T V_D D V_y \\ \chi^2 &= \lambda^T V_D^{-1} \lambda \\ &= \lambda^T (D \delta \vec{y} + \vec{d}) \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Zur Berechnung von  $\vec{x}$  und  $\chi^2$  muss nur eine einzige Matrix invertiert werden. Matrixinvertierungen sind auf Grund der endlichen Genauigkeiten von Computern nicht exakt durchzuführen. Deshalb wird häufig das oben erwähnte Iterationsverfahren angewandt. Das Programmpaket ROOT bietet aber eine Reihe von Matrixoperationen wie die Invertierung an. Mit der Genauigkeit des Datentyps *Double* (64 Bit) wird eine hinreichend gute Invertierung erreicht. Multipliziert man die ursprüngliche Matrix mit ihrer Inversen, so sind die Diagonalelemente exakt gleich eins. Die nicht diagonalen Elemente werden zu Werten  $\leq 10^{-12}$  berechnet.

Zur weiteren Vereinfachung wird angenommen, dass die gemessenen nicht weit von den theoretisch erwarteten Werten entfernt liegen. Dann kann man den Punkt, um den die Taylor-Reihe entwickelt wird, gleich dem gemessenen Wert  $\vec{y}$  setzen. Damit wird  $\delta \vec{y} = \vec{0}$  und  $\lambda$  sowie  $\chi^2$  vereinfachen sich zu:

$$\begin{aligned} \lambda &= V_D \vec{d} \\ \chi^2 &= \vec{\lambda}^T \vec{d} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Das Beispiel mit der Schnur aus Kapitel A.1 soll hier nun mit Hilfe des Matrixformalismus noch einmal berechnet werden. Aus der Bedingung  $H(x_1, x_2) = 100 - x_1 - x_2$  ergeben sich  $D = (-1, -1)$  und  $d = 100 - 35,3 - 64,5 = 0,2$ . Da nur eine Zwangsbedingung vorliegt, reduziert sich  $d$  zu einer skalaren Größe. Aus den gemessenen Werten

$y_1 = 35,3$  cm und  $y_2 = 64,5$  cm und dem Messfehler  $\sigma = 0,1$  cm können die Startgrößen  $\vec{y}$  und  $V_y$  gebildet werden:

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} 35,3 \\ 64,5 \end{pmatrix} \quad V_y = \begin{pmatrix} 0,1^2 & 0 \\ 0 & 0,1^2 \end{pmatrix}$$

Damit sind alle Größen bekannt, die benötigt werden, um  $\vec{x}$  und  $\chi^2$  zu berechnen. Zunächst wird  $V_D$  ermittelt und anschließend werden die Gleichungen A.17 und A.18 berechnet:

$$\begin{aligned} V_D &= (DV_y D^T)^{-1} = 50 \\ \lambda &= V_D d = 10 \\ \vec{x} &= \vec{y} - V_y D^T \lambda = \begin{pmatrix} 35,4 \\ 64,6 \end{pmatrix} \\ \chi^2 &= \lambda d = 2 \end{aligned}$$

### A.3 Implementierung

In der vorliegenden Arbeit wurde der oben beschriebene Matrixformalismus der kinematischen Anpassung verwendet. Es wurden zwei separate Anpassungen durchgeführt. Die erste diente zur Vorselektion, bei der das Ereignis dahingehend überprüft wurde, ob die invariante Masse der sechs Photonen der Masse des  $\eta$ -Mesons entspricht und die fehlende Masse der des Protons. Mit der zweiten wurde eine weitere Verfeinerung der Selektion vorgenommen. Es wurden zusätzlich zu den bereits verwendeten invarianten und fehlenden Massen die drei invarianten Massen der Pionen als Zwangsbedingungen eingeführt. In diesem zweiten Schritt mussten alle 15 Möglichkeiten der Kombination von sechs Photonen zu drei neutralen Pionen betrachtet werden. Dies benötigte daher viel Zeit. Um eine Steigerung der Analysegeschwindigkeit zu erreichen, wurde die oben angedeutete Vorselektion durchgeführt. Im Folgenden werden diese beiden Prozeduren genauer beschrieben. Zunächst müssen noch allgemeine Vorbereitungen, die für beide Anpassungen nötig waren, erläutert werden.

Mit dem in Kapitel 3 beschriebenen Aufbau war nur eine Messung der Energien von Teilchen und deren Polar- sowie Azimutwinkel möglich. Diese drei Größen wurden unabhängig voneinander bestimmt. Allerdings ist die Formulierung von Zwangsbedingungen und deren Ableitungen in kartesischen Koordinaten wesentlich einfacher. Deshalb wurden die Energien und die drei Impulskomponenten der Teilchen anstatt ihrer sphärischen Koordinaten angepasst. Dazu musste allerdings eine Transformation der Kovarianzmatrix der gemessenen Größen durchgeführt werden. Eine solche Transformation erfolgt über die Gleichung:  $V_y = A V'_y A^T$ . Die Transformationsmatrix  $A$  wird durch Ableitung der Umwandlungsgleichungen nach den neuen Variablen definiert. Die Gleichungen, die die sphärischen in die kartesischen Impulskoordinaten überführen lauten:

$$\begin{aligned} P_x &= \sqrt{E^2 - m^2} \sin \theta \cos \phi \\ P_y &= \sqrt{E^2 - m^2} \sin \theta \sin \phi \\ P_z &= \sqrt{E^2 - m^2} \cos \theta \\ E &= E \end{aligned}$$

Dabei sind die  $P_i$  die Impulskomponenten in die kartesischen Richtungen,  $E$  und  $m$  sind die Energie bzw. die Masse des Teilchens.  $\theta$  und  $\phi$  stehen für den Polar- bzw. den Azimutwinkel. Daraus ergibt sich die Transformationsmatrix  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_x}{\partial \theta} & \frac{\partial P_x}{\partial \phi} & \frac{\partial P_x}{\partial E} \\ \frac{\partial P_y}{\partial \theta} & \frac{\partial P_y}{\partial \phi} & \frac{\partial P_y}{\partial E} \\ \frac{\partial P_z}{\partial \theta} & \frac{\partial P_z}{\partial \phi} & \frac{\partial P_z}{\partial E} \\ \frac{\partial E}{\partial \theta} & \frac{\partial E}{\partial \phi} & \frac{\partial E}{\partial E} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P \cos \theta \cos \phi & -P \sin \theta \sin \phi & E/P \sin \theta \cos \phi \\ P \cos \theta \sin \phi & P \sin \theta \cos \phi & E/P \sin \theta \sin \phi \\ -P \sin \theta & 0 & E/P \cos \theta \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

wobei die relativistische Beziehung  $P = \sqrt{E^2 - m^2}$  ausgenutzt wurde. Mit der Kovarianzmatrix

$$V'_y = \begin{pmatrix} \sigma_\theta^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\phi^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_E^2 \end{pmatrix}$$

ließ sich die Matrix  $V_y$  für jede Anpassung bestimmen, die in die Gleichungen A.17 eingesetzt wurde.

Die erste Anpassungsprozedur diente alleine der Selektierung von Ereignissen, um die Analysegeschwindigkeit zu steigern. Ereignisse mit sechs identifizierten Photonen wurden auf die invariante und die fehlende Masse dieser Partikel hin überprüft. Diese Zwangsbedingungen wurden an die Anpassungsroutine übergeben, die daraus die Gleichungen A.17 berechnete. Da für die fehlende Masse die Energie des einlaufenden Bremsstrahlungsphotons benötigt wurde, musste für alle Tagger-Treffer, bzw. die sich daraus ergebenden Strahlphotonen, eine eigene Anpassung durchgeführt werden. Für alle Möglichkeiten wurde ein CL bestimmt und aus dieser Menge der größte Wert ermittelt. Wenn dieser eine eingestellte Grenze überschritten hatte, wurde das Ereignis zur weiteren Analyse zugelassen, ansonsten wurde es verworfen. Die angepassten Photonen wurden nur zur Überprüfung der ersten kinematischen Anpassung verwendet. Für die zweite nun folgende Prozedur wurden wieder die nicht veränderten Viererimpulse benutzt.

Im zweiten Schritt wurden zusätzlich zu den beiden bereits in der ersten Anpassung festgelegten Zwangsbedingungen noch drei weitere angewandt. Die herauszufilternde Reaktion musste drei neutrale Pionen beinhaltet haben. Deshalb wurden bei der zweiten Anpassung alle 15 möglichen Kombinationen, aus sechs Photonen drei  $\pi^0$  zu bilden, untersucht. Da wieder die fehlende Masse als Bedingung gestellt wurde, mussten diese 15 Kombinationen für jedes der  $N_{\text{Tagger}}$  Strahlphotonen geprüft werden. Aus den ermittelten  $N_{\text{Tagger}} \cdot 15$  CL-Werten wurde wiederum der höchste ausgewählt und überprüft, ob er die eingestellte Schwelle übertraf. War dies nicht der Fall wurde das Ereignis verworfen. Sonst wurde in der weiteren Analyse jedes Strahlphoton, dessen zugehöriges CL die Schwelle überschritten hatte, in der Koinzidenzanalyse entsprechend seinem Zeitverhalten (*Prompt* oder *Random*) betrachtet. Allerdings wurden nicht alle 15 Photonenkombinationen für jedes Strahlphoton verwendet, sondern nur diejenige, deren CL am höchsten war. Da die gemessenen Eigenschaften (Energie, Richtung) der Protonen auf Grund des Materials im Strahlaustrittsbereich des CB nicht zuverlässig waren, wurden sie in den kinematischen Anpassungen ignoriert.

Das CL wurde über eine Funktion der C-Standardbibliothek *math.h* berechnet. Hierzu war die Kenntnis der Anzahl der Freiheitsgrade und des  $\chi^2$  nötig. Die Freiheitsgrade waren durch die Anzahl der Zwangsbedingungen bestimmt. Das  $\chi^2$  wurde direkt bei der

kinematischen Anpassung ermittelt. Für die *Pulls* wurden die Fehler der Energie und der Impulse aus der in den Gleichungen A.17 berechneten Kovarianzmatrix  $V_x$  gewonnen. Die Berechnung erfolgte durch:

$$p_i = \frac{y_i - x_i}{\sqrt{V_{y,ii} - V_{x,ii}}} \quad (\text{A.19})$$

wobei hier die  $p_i$  die *Pulls* der drei Impulskomponenten und der Energie sind,  $y_i$  die gemessenen Werte der Größen,  $x_i$  die angepassten Werte und die  $V_{ii}$  die Diagonalelemente der Kovarianzmatrizen.



## Anhang B

# Totale Wirkungsquerschnitte der $\eta$ - und $\pi^0$ -Photoproduktion

### B.1 Totaler Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma p \rightarrow \eta p$ ermittelt aus den MDM-Daten

$E_\gamma / \text{MeV}$	$\sigma \pm \Delta_{\text{stat}} \pm \Delta_{\text{sys}} / \mu\text{barn}$	$E_\gamma / \text{MeV}$	$\sigma \pm \Delta_{\text{stat}} \pm \Delta_{\text{sys}} / \mu\text{barn}$
708,0	$2,243 \pm 0,043 \pm 0,135$	756,0	$14,455 \pm 0,160 \pm 0,867$
710,0	$4,131 \pm 0,057 \pm 0,248$	758,0	$14,601 \pm 0,097 \pm 0,619$
712,0	$5,340 \pm 0,061 \pm 0,320$	760,0	$14,783 \pm 0,136 \pm 0,887$
714,0	$6,255 \pm 0,066 \pm 0,375$	762,0	$14,563 \pm 0,137 \pm 0,874$
716,0	$6,999 \pm 0,073 \pm 0,420$	764,0	$14,892 \pm 0,140 \pm 0,894$
718,0	$7,571 \pm 0,077 \pm 0,454$	766,0	$15,299 \pm 0,095 \pm 0,649$
720,0	$7,972 \pm 0,077 \pm 0,478$	768,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
722,0	$8,879 \pm 0,059 \pm 0,377$	770,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
724,0	$9,185 \pm 0,089 \pm 0,551$	772,0	$15,279 \pm 0,150 \pm 0,917$
726,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$	774,0	$15,774 \pm 0,145 \pm 0,946$
728,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$	776,0	$15,321 \pm 0,134 \pm 0,919$
730,0	$10,762 \pm 0,097 \pm 0,646$	778,0	$15,650 \pm 0,142 \pm 0,939$
732,0	$11,773 \pm 0,105 \pm 0,706$	780,0	$15,549 \pm 0,158 \pm 0,933$
734,0	$11,451 \pm 0,098 \pm 0,687$	782,0	$15,567 \pm 0,106 \pm 0,660$
736,0	$11,798 \pm 0,073 \pm 0,501$	784,0	$15,607 \pm 0,138 \pm 0,936$
738,0	$12,167 \pm 0,105 \pm 0,730$	786,0	$15,199 \pm 0,144 \pm 0,912$
740,0	$12,401 \pm 0,105 \pm 0,744$	788,0	$15,244 \pm 0,143 \pm 0,915$
742,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$	790,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
744,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$	792,0	$14,874 \pm 0,128 \pm 0,892$
746,0	$13,157 \pm 0,118 \pm 0,789$	794,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
748,0	$13,562 \pm 0,085 \pm 0,575$	796,0	$15,005 \pm 0,150 \pm 0,900$
750,0	$13,373 \pm 0,125 \pm 0,802$	798,0	$14,847 \pm 0,146 \pm 0,891$
752,0	$13,726 \pm 0,132 \pm 0,824$	800,0	$15,130 \pm 0,152 \pm 0,908$
754,0	$14,969 \pm 0,163 \pm 0,898$	802,0	$14,885 \pm 0,146 \pm 0,893$

Fortsetzung auf folgender Seite...

$E_\gamma / \text{MeV}$	$\sigma \pm \Delta_{\text{stat}} \pm \Delta_{\text{sys}} / \mu\text{barn}$	$E_\gamma / \text{MeV}$	$\sigma \pm \Delta_{\text{stat}} \pm \Delta_{\text{sys}} / \mu\text{barn}$
804,0	$15,430 \pm 0,143 \pm 0,926$	812,0	$14,372 \pm 0,107 \pm 0,610$
806,0	$14,935 \pm 0,101 \pm 0,634$	814,0	$14,495 \pm 0,166 \pm 0,870$
808,0	$14,553 \pm 0,156 \pm 0,873$	816,0	$14,379 \pm 0,117 \pm 0,610$
810,0	$14,898 \pm 0,142 \pm 0,894$	818,0	$14,070 \pm 0,160 \pm 0,844$

## B.2 Totaler Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma p \rightarrow \eta p$ ermittelt aus den $\eta$ -Daten

$E_\gamma / \text{MeV}$	$\sigma \pm \Delta_{\text{stat}} \pm \Delta_{\text{sys}} / \mu\text{barn}$	$E_\gamma / \text{MeV}$	$\sigma \pm \Delta_{\text{stat}} \pm \Delta_{\text{sys}} / \mu\text{barn}$
708,0	$1,942 \pm 0,042 \pm 0,058$	764,0	$12,749 \pm 0,164 \pm 0,382$
710,0	$3,588 \pm 0,055 \pm 0,108$	766,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
712,0	$4,832 \pm 0,058 \pm 0,145$	768,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
714,0	$5,465 \pm 0,065 \pm 0,164$	770,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
716,0	$6,039 \pm 0,076 \pm 0,181$	772,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
718,0	$6,739 \pm 0,080 \pm 0,202$	774,0	$13,153 \pm 0,177 \pm 0,395$
720,0	$7,375 \pm 0,061 \pm 0,157$	776,0	$13,599 \pm 0,148 \pm 0,408$
722,0	$8,194 \pm 0,093 \pm 0,246$	778,0	$13,511 \pm 0,162 \pm 0,405$
724,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$	780,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
726,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$	782,0	$13,421 \pm 0,128 \pm 0,285$
728,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$	784,0	$13,504 \pm 0,151 \pm 0,405$
730,0	$9,411 \pm 0,111 \pm 0,282$	786,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
732,0	$9,762 \pm 0,103 \pm 0,293$	788,0	$13,603 \pm 0,169 \pm 0,408$
734,0	$10,336 \pm 0,080 \pm 0,219$	790,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
736,0	$10,840 \pm 0,111 \pm 0,325$	792,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
738,0	$10,802 \pm 0,110 \pm 0,324$	794,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
740,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$	796,0	$12,641 \pm 0,175 \pm 0,379$
742,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$	798,0	$12,907 \pm 0,194 \pm 0,387$
744,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$	800,0	$13,394 \pm 0,180 \pm 0,402$
746,0	$11,798 \pm 0,088 \pm 0,250$	802,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
748,0	$12,087 \pm 0,135 \pm 0,363$	804,0	$12,704 \pm 0,114 \pm 0,269$
750,0	$11,995 \pm 0,142 \pm 0,360$	806,0	$12,837 \pm 0,169 \pm 0,385$
752,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$	808,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
754,0	$13,178 \pm 0,166 \pm 0,395$	810,0	$12,478 \pm 0,169 \pm 0,374$
756,0	$12,896 \pm 0,204 \pm 0,387$	812,0	$12,357 \pm 0,121 \pm 0,262$
758,0	$11,269 \pm 0,093 \pm 0,241$	814,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
760,0	$12,782 \pm 0,152 \pm 0,383$	816,0	$12,428 \pm 0,129 \pm 0,264$
762,0	$12,995 \pm 0,153 \pm 0,390$	818,0	$12,489 \pm 0,184 \pm 0,375$

### B.3 Totaler Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ ermittelt aus den MDM-Daten

$E_\gamma / \text{MeV}$	$\sigma \pm \Delta_{\text{stat}} \pm \Delta_{\text{sys}} / \mu\text{barn}$	$E_\gamma / \text{MeV}$	$\sigma \pm \Delta_{\text{stat}} \pm \Delta_{\text{sys}} / \mu\text{barn}$
210,0	$39,434 \pm 0,276 \pm 1,443$	405,0	$139,179 \pm 0,784 \pm 5,906$
215,0	$34,433 \pm 0,318 \pm 1,463$	410,0	$126,535 \pm 0,752 \pm 5,369$
220,0	$41,457 \pm 0,358 \pm 1,761$	415,0	$119,962 \pm 0,740 \pm 5,090$
225,0	$47,624 \pm 0,375 \pm 2,022$	420,0	$117,411 \pm 0,743 \pm 4,982$
230,0	$53,665 \pm 0,399 \pm 2,281$	425,0	$80,093 \pm 0,477 \pm 3,072$
235,0	$62,839 \pm 0,437 \pm 2,668$	430,0	$102,465 \pm 0,707 \pm 4,347$
240,0	$72,653 \pm 0,469 \pm 3,085$	435,0	$98,930 \pm 0,700 \pm 4,197$
245,0	$83,102 \pm 0,504 \pm 3,527$	440,0	$93,225 \pm 0,686 \pm 3,956$
250,0	$94,766 \pm 0,540 \pm 4,023$	445,0	$84,197 \pm 0,667 \pm 3,573$
255,0	$107,523 \pm 0,574 \pm 4,564$	450,0	$79,829 \pm 0,652 \pm 3,387$
260,0	$121,688 \pm 0,611 \pm 5,166$	455,0	$77,037 \pm 0,642 \pm 3,268$
265,0	$136,539 \pm 0,663 \pm 5,799$	460,0	$72,134 \pm 0,625 \pm 3,061$
270,0	$149,234 \pm 0,689 \pm 6,338$	465,0	$69,346 \pm 0,617 \pm 2,942$
275,0	$170,899 \pm 0,726 \pm 7,253$	470,0	$65,746 \pm 0,605 \pm 2,790$
280,0	$182,785 \pm 0,737 \pm 7,756$	475,0	$62,880 \pm 0,588 \pm 2,668$
285,0	$205,566 \pm 0,774 \pm 8,730$	480,0	$60,205 \pm 0,588 \pm 2,554$
290,0	$223,068 \pm 0,853 \pm 9,465$	485,0	$56,601 \pm 0,462 \pm 1,961$
295,0	$234,605 \pm 0,862 \pm 9,958$	490,0	$52,998 \pm 0,557 \pm 2,249$
300,0	$251,899 \pm 0,898 \pm 10,687$	495,0	$51,639 \pm 0,558 \pm 2,191$
305,0	$262,746 \pm 0,923 \pm 11,150$	500,0	$48,783 \pm 0,548 \pm 2,070$
310,0	$272,378 \pm 0,928 \pm 11,556$	505,0	$47,118 \pm 0,536 \pm 1,999$
315,0	$286,445 \pm 1,410 \pm 12,156$	510,0	$26,009 \pm 0,368 \pm 1,369$
320,0	$287,335 \pm 1,009 \pm 12,191$	515,0	$42,644 \pm 0,504 \pm 1,809$
325,0	$281,221 \pm 0,945 \pm 11,931$	520,0	$41,112 \pm 0,412 \pm 1,424$
330,0	$276,416 \pm 0,935 \pm 11,727$	525,0	$38,804 \pm 0,495 \pm 1,647$
335,0	$172,388 \pm 0,685 \pm 8,593$	530,0	$38,550 \pm 0,494 \pm 1,636$
340,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$	535,0	$0,000 \pm 0,000 \pm 0,000$
345,0	$255,851 \pm 0,919 \pm 10,855$	540,0	$35,368 \pm 0,493 \pm 1,501$
350,0	$244,405 \pm 0,892 \pm 10,370$	545,0	$35,325 \pm 0,505 \pm 1,499$
355,0	$241,039 \pm 0,897 \pm 10,227$	550,0	$33,465 \pm 0,390 \pm 1,160$
360,0	$226,560 \pm 0,864 \pm 9,613$	555,0	$32,074 \pm 0,471 \pm 1,361$
365,0	$218,147 \pm 0,864 \pm 9,256$	560,0	$30,779 \pm 0,464 \pm 1,306$
370,0	$204,807 \pm 0,829 \pm 8,690$	565,0	$30,157 \pm 0,470 \pm 1,279$
375,0	$190,810 \pm 0,798 \pm 8,096$	570,0	$30,325 \pm 0,397 \pm 1,051$
380,0	$184,123 \pm 0,789 \pm 7,812$	575,0	$28,893 \pm 0,466 \pm 1,226$
385,0	$176,597 \pm 0,776 \pm 7,492$	580,0	$28,058 \pm 0,467 \pm 1,190$
390,0	$168,281 \pm 0,761 \pm 7,140$	585,0	$27,689 \pm 0,464 \pm 1,175$
395,0	$160,920 \pm 0,750 \pm 6,827$	590,0	$27,066 \pm 0,388 \pm 0,938$
400,0	$152,296 \pm 0,748 \pm 6,463$	595,0	$26,817 \pm 0,481 \pm 1,138$

Fortsetzung auf folgender Seite...

$E_\gamma / \text{MeV}$	$\sigma \pm \Delta_{\text{stat}} \pm \Delta_{\text{sys}} / \mu\text{barn}$	$E_\gamma / \text{MeV}$	$\sigma \pm \Delta_{\text{stat}} \pm \Delta_{\text{sys}} / \mu\text{barn}$
600,0	$26,464 \pm 0,482 \pm 1,123$	705,0	$32,212 \pm 0,571 \pm 1,117$
605,0	$25,760 \pm 0,387 \pm 0,892$	710,0	$34,437 \pm 0,605 \pm 1,194$
610,0	$24,917 \pm 0,470 \pm 1,057$	715,0	$35,896 \pm 0,622 \pm 1,244$
615,0	$24,792 \pm 0,492 \pm 1,052$	720,0	$35,840 \pm 0,755 \pm 1,522$
620,0	$24,682 \pm 0,393 \pm 0,855$	725,0	$35,790 \pm 0,775 \pm 1,519$
625,0	$25,110 \pm 0,510 \pm 1,065$	730,0	$39,876 \pm 0,863 \pm 1,692$
630,0	$24,697 \pm 0,414 \pm 0,856$	735,0	$37,804 \pm 0,673 \pm 1,310$
635,0	$24,544 \pm 0,501 \pm 1,042$	740,0	$38,310 \pm 0,701 \pm 1,328$
640,0	$23,631 \pm 0,500 \pm 1,003$	745,0	$39,431 \pm 0,723 \pm 1,366$
645,0	$24,832 \pm 0,430 \pm 0,860$	750,0	$37,381 \pm 0,709 \pm 1,295$
650,0	$23,927 \pm 0,521 \pm 1,015$	755,0	$40,287 \pm 0,803 \pm 1,398$
655,0	$25,104 \pm 0,443 \pm 0,870$	760,0	$38,697 \pm 0,740 \pm 1,341$
660,0	$25,145 \pm 0,549 \pm 1,067$	765,0	$38,125 \pm 0,727 \pm 1,321$
665,0	$24,923 \pm 0,452 \pm 0,864$	770,0	$37,152 \pm 1,284 \pm 2,229$
670,0	$25,739 \pm 0,471 \pm 0,892$	775,0	$38,864 \pm 0,735 \pm 1,347$
675,0	$26,087 \pm 0,564 \pm 1,108$	780,0	$35,746 \pm 0,869 \pm 1,517$
680,0	$26,454 \pm 0,468 \pm 0,916$	785,0	$36,224 \pm 0,709 \pm 1,255$
685,0	$27,309 \pm 0,604 \pm 1,159$	790,0	$41,158 \pm 1,040 \pm 1,447$
690,0	$28,244 \pm 0,502 \pm 0,979$	795,0	$32,417 \pm 1,179 \pm 1,945$
695,0	$29,685 \pm 0,529 \pm 1,029$	800,0	$33,883 \pm 2,527 \pm 1,174$
700,0	$30,821 \pm 0,666 \pm 1,308$		

## B.4 Totaler Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ ermittelt aus den $\eta$ -Daten

$E_\gamma / \text{MeV}$	$\sigma \pm \Delta_{\text{stat}} \pm \Delta_{\text{sys}} / \mu\text{barn}$	$E_\gamma / \text{MeV}$	$\sigma \pm \Delta_{\text{stat}} \pm \Delta_{\text{sys}} / \mu\text{barn}$
685,0	$24,214 \pm 0,450 \pm 0,514$	745,0	$35,586 \pm 0,654 \pm 0,755$
690,0	$24,238 \pm 0,364 \pm 0,420$	750,0	$36,968 \pm 0,566 \pm 0,640$
695,0	$26,233 \pm 0,397 \pm 0,454$	755,0	$37,458 \pm 0,575 \pm 0,649$
700,0	$27,458 \pm 0,508 \pm 0,583$	760,0	$35,353 \pm 0,549 \pm 0,612$
705,0	$29,113 \pm 0,442 \pm 0,504$	765,0	$35,526 \pm 0,678 \pm 0,754$
710,0	$31,024 \pm 0,465 \pm 0,537$	770,0	$36,240 \pm 0,978 \pm 1,087$
715,0	$32,552 \pm 0,489 \pm 0,564$	775,0	$35,500 \pm 0,547 \pm 0,615$
720,0	$33,074 \pm 0,602 \pm 0,702$	780,0	$34,188 \pm 0,639 \pm 0,725$
725,0	$33,967 \pm 0,888 \pm 1,019$	785,0	$34,876 \pm 0,541 \pm 0,604$
730,0	$34,849 \pm 0,639 \pm 0,739$	790,0	$114,766 \pm 2,661 \pm 2,900$
735,0	$35,272 \pm 0,529 \pm 0,611$	795,0	$30,764 \pm 0,859 \pm 0,923$
740,0	$35,568 \pm 0,930 \pm 1,067$	800,0	$32,050 \pm 0,737 \pm 0,680$

# Anhang C

## Testergebnisse

Im Abschnitt 9.3 wurden die verschiedenen Tests zum systematischen Fehler vorgestellt. Es wurden der Einfluss des Schnitts auf das Vertrauensniveau in der kinematischen Anpassung und die Abhängigkeit von  $\alpha$  vom Schnitt auf die CB-Energiesumme im Trigger-System studiert. Weitere Untersuchungen waren: TAPS wurde von der Analyse ausgenommen, es wurde weder im CB noch in TAPS eine Teilchenidentifikation durchgeführt, bei der Anpassung der Geraden an das Verhältnis aus Gleichung 2.34 wurde der y-Achsenabschnitt als freie Variable zugelassen und die Anpassung wurde nicht über den vollen  $z$ -Bereich vorgenommen, sondern nur bis 0,9 bzw. 0,75. Mit dem vorletzten Test wurde das Bin  $0,95 < z \leq 1$ , das in allen Resultaten systematisch zu hoch lag, ausgeschlossen. Ab  $z = 0,756$  traten Abweichungen von der Kreisform, die durch die Verwendung relativistischer Kinematiken entstanden, auf. Deshalb wurde in letztgenannten Test die Gerade nur bis  $z = 0,75$  angepasst. In den folgenden Abschnitten werden die Ergebnisse der genannten Tests tabellarisch und in Form von Bildern aufgelistet. Alle Untersuchungen zum systematischen Fehler wurden für beide Analysen (Eta6, Eta7) und auf beiden Datensätzen ( $\eta$ , MDM) durchgeführt. Eine Ausnahme stellte die Variation der CB-Energiesummenschwelle dar. Auf Grund der niedrigen Schwelle in den MDM-Daten hatte sie keinen Einfluss auf die Bestimmung des Dalitz-Plot-Parameters<sup>1</sup>. In den hier gezeigten Tabellen sind neben den Ergebnissen für  $\alpha$  auch die Anzahl der selektierten  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ -Ereignisse, die Güte der Geradenanpassung  $\chi^2/ndf$  und die totale Analyseeffizienz  $\varepsilon_{\eta \rightarrow 3\pi^0}$ , die aus der Simulation gewonnen wurde, angegeben.

Zunächst wird der Einfluss des Vertrauensniveaus (CL) gezeigt. Danach folgt eine Präsentation der Resultate aus der Variation der CB-Energiesummenschwelle  $E_{thr}$ , ehe die weiteren Testergebnisse angegeben werden. In jedem Abschnitt werden die Resultate in einer Tabelle nach Analysen sortiert aufgelistet. Darauf folgen grafische Darstellungen der Verhältnisse 2.34 in Abhängigkeit von  $z$ , aus denen der Dalitz-Plot-Parameter durch eine Geradenanpassung bestimmt wurde, für jede Analyse auf einer separaten Seite. Alle Fehlerangaben in diesem Kapitel sind rein statistischer Natur.

Zum Vergleich ist immer der aus den im Abschnitt 9.2 beschriebenen Auswertungen ermittelte Dalitz-Plot-Parameter angegeben. Diese Analysen wurden mit den Standard-einstellungen, die im Abschnitt 9.3 aufgelistet sind, durchgeführt. Alle Analysen zum systematischen Fehler variierten nur in genau einer Einstellung gegenüber den Standardauswertungen.

<sup>1</sup>Die Verteilung der CB-Energiesumme in den MDM-Daten wird erst ab Energien von ca. 220 MeV signifikant. Die ermittelte Trigger-Schwelle jedoch wurde zu ca. 60 MeV bestimmt (siehe Abschnitt 6.1).

## C.1 Variation des Schnitts auf das Vertrauensniveau

Analyse	Daten	CL	$\alpha$	Stat / $10^3$	$\chi^2/ndf$	$\epsilon_{\eta \rightarrow 3\pi^0}$
Eta6	$\eta$	1 %	$-0,0316 \pm 0,0013$	1071	34/19	23,77 %
		2 %	$-0,0314 \pm 0,0013$	1073	32/19	22,91 %
		5 %	$-0,0313 \pm 0,0013$	937	29/19	21,25 %
		10 %	$-0,0324 \pm 0,0014$	845	31/19	19,36 %
		20 %	$-0,0336 \pm 0,0015$	715	25/19	16,52 %
		50 %	$-0,0326 \pm 0,0019$	421	20/19	9,83 %
Eta7	$\eta$	1 %	$-0,0336 \pm 0,0020$	426	20/19	10,49 %
		2 %	$-0,0338 \pm 0,0020$	423	18/19	10,12 %
		5 %	$-0,0344 \pm 0,0021$	370	19/19	9,39 %
		10 %	$-0,0378 \pm 0,0022$	333	18/19	8,55 %
		20 %	$-0,0372 \pm 0,0023$	280	22/19	7,28 %
		50 %	$-0,0341 \pm 0,0030$	164	20/19	4,28 %
Eta6	MDM	1 %	$-0,0278 \pm 0,0013$	726	19/19	24,03 %
		2 %	$-0,0277 \pm 0,0013$	708	18/19	23,15 %
		5 %	$-0,0280 \pm 0,0013$	637	21/19	21,47 %
		10 %	$-0,0271 \pm 0,0014$	578	20/19	19,56 %
		20 %	$-0,0252 \pm 0,0015$	491	23/19	16,69 %
		50 %	$-0,0225 \pm 0,0019$	293	20/19	9,93 %
Eta7	MDM	1 %	$-0,0272 \pm 0,0018$	324	26/19	10,42 %
		2 %	$-0,0272 \pm 0,0019$	314	28/19	10,04 %
		5 %	$-0,0270 \pm 0,0020$	284	35/19	9,32 %
		10 %	$-0,0261 \pm 0,0021$	256	31/19	8,48 %
		20 %	$-0,0219 \pm 0,0022$	217	29/19	7,22 %
		50 %	$-0,0187 \pm 0,0029$	129	27/19	4,25 %

Tabelle C.1: Ergebnisse der Variation des Schnitts auf das Vertrauensniveau (CL). In der Standardauswertung, die im Abschnitt 9.2 dargestellt wurde, ist ein CL-Schnitt von 2 % angebracht worden. Die weiteren Analysen wurden mit CL-Schnitten von 1 %, 5 %, 10 %, 20 % und 50 % durchgeführt. Neben dem Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  sind die Statistiken der Analysen, das  $\chi^2/ndf$  der Geradenanpassung und die totale Analyseeffizienz angegeben.

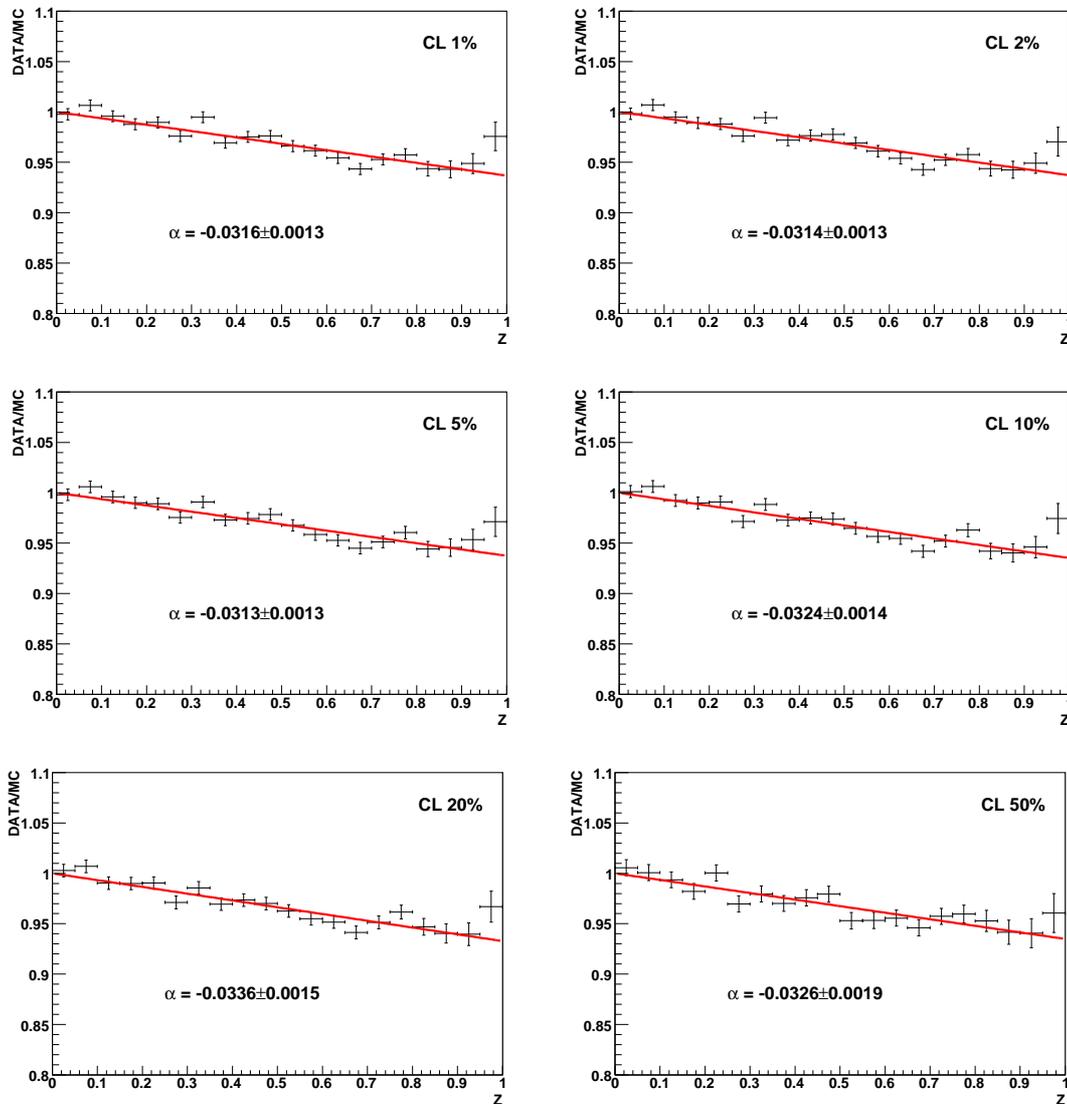


Abbildung C.1: Studie des systematischen Fehlers durch den Schnitt auf das Vertrauensniveau in der Eta6-Analyse der  $\eta$ -Daten. Gezeigt sind die Verhältnisse nach Gleichung 2.34 sowie die Geradenanpassung, aus der der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  bestimmt wurde. Von oben links nach unten rechts sind folgende CL-Schnitte angebracht worden: 1 %, 2 %, 5 %, 10 %, 20 % und 50 %. In der Standardauswertung, die im Abschnitt 9.2 dargestellt wurde, wurde ein CL-Schnitt von 2 % angewendet (oben rechts).

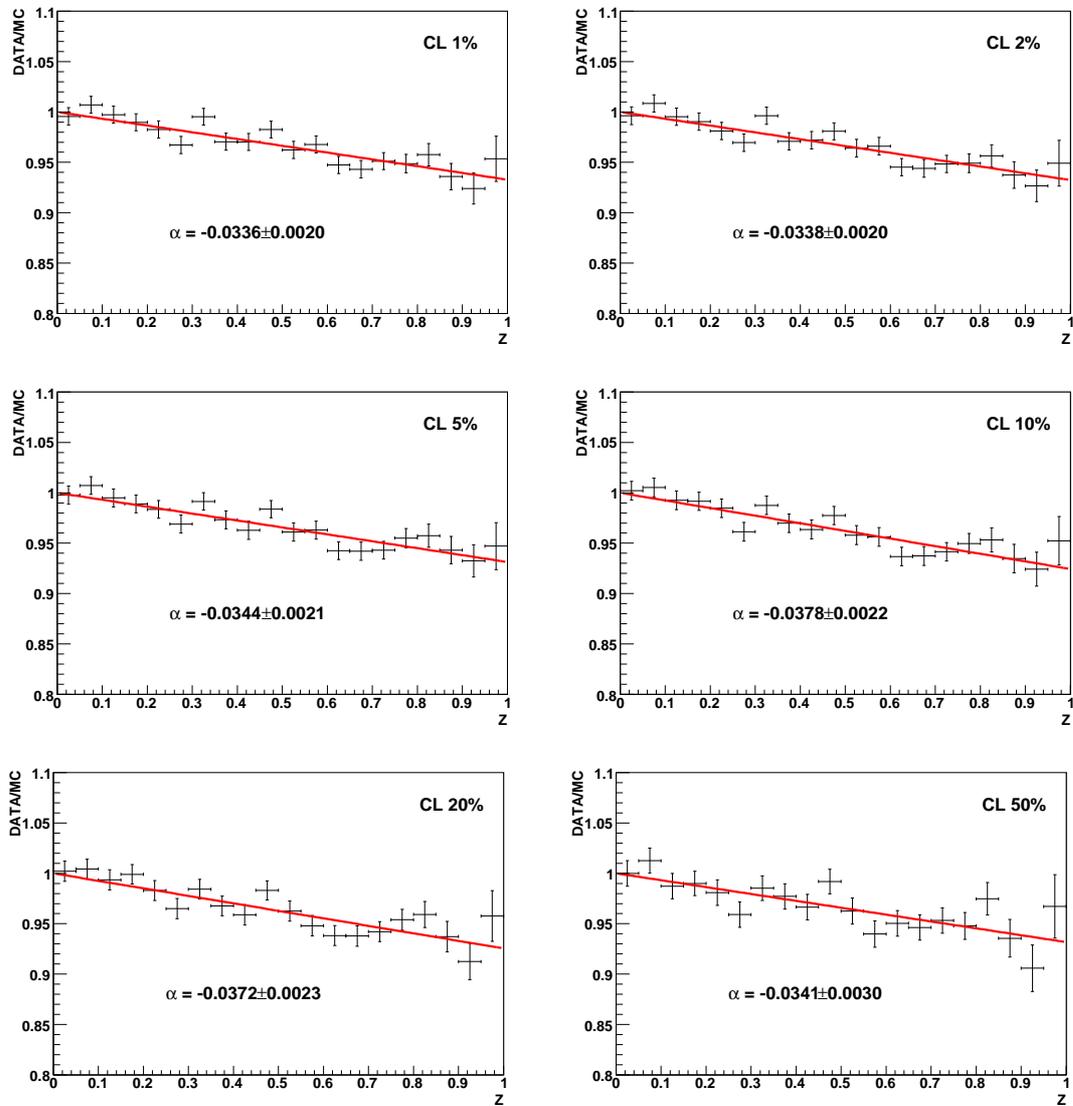


Abbildung C.2: Studie des systematischen Fehlers durch den Schnitt auf das Vertrauensniveau in der Eta7-Analyse der  $\eta$ -Daten. Gezeigt sind die Verhältnisse nach Gleichung 2.34 sowie die Geradenanpassung, aus der der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  bestimmt wurde. Von oben links nach unten rechts sind folgende CL-Schnitte angebracht worden: 1 %, 2 %, 5 %, 10 %, 20 % und 50 %. In der Standardauswertung, die im Abschnitt 9.2 dargestellt wurde, wurde ein CL-Schnitt von 2 % angewendet (oben rechts).

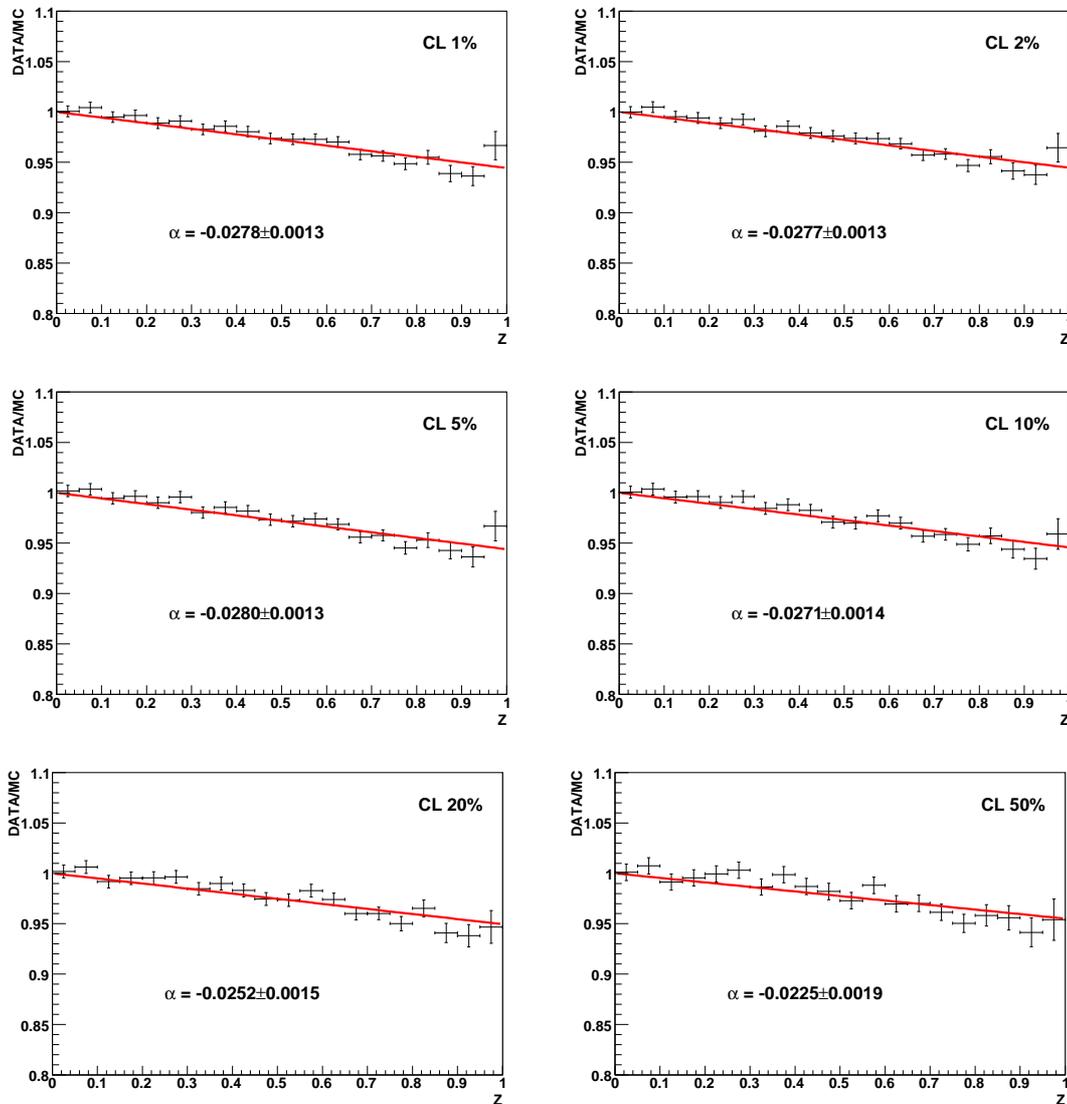


Abbildung C.3: Studie des systematischen Fehlers durch den Schnitt auf das Vertrauensniveau in der Eta6-Analyse der MDM-Daten. Gezeigt sind die Verhältnisse nach Gleichung 2.34 sowie die Geradenanpassung, aus der der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  bestimmt wurde. Von oben links nach unten rechts sind folgende CL-Schnitte angebracht worden: 1 %, 2 %, 5 %, 10 %, 20 % und 50 %. In der Standardauswertung, die im Abschnitt 9.2 dargestellt wurde, wurde ein CL-Schnitt von 2 % angewendet (oben rechts).

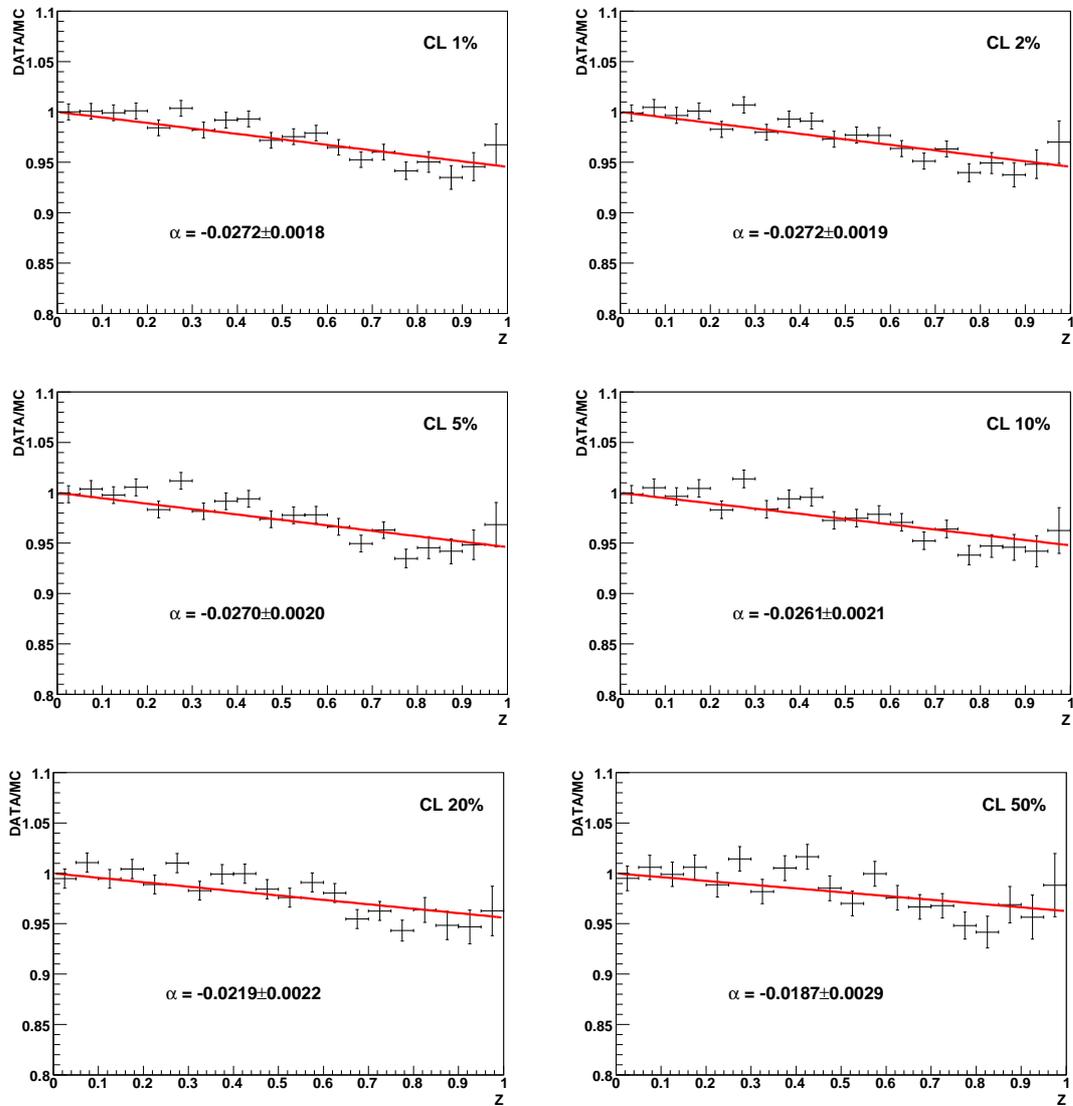


Abbildung C.4: Studie des systematischen Fehlers durch den Schnitt auf das Vertrauensniveau in der Eta7-Analyse der MDM-Daten. Gezeigt sind die Verhältnisse nach Gleichung 2.34 sowie die Geradenanpassung, aus der der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  bestimmt wurde. Von oben links nach unten rechts sind folgende CL-Schnitte angebracht worden: 1 %, 2 %, 5 %, 10 %, 20 % und 50 %. In der Standardauswertung, die im Abschnitt 9.2 dargestellt wurde, wurde ein CL-Schnitt von 2 % angewendet (oben rechts).

## C.2 Variation der CB-Energiesummschwelle

Analyse	Daten	$E_{thr} / \text{MeV}$	$\alpha$	Stat / $10^3$	$\chi^2/ndf$	$\varepsilon_{\eta \rightarrow 3\pi^0}$
Eta6	$\eta$	380	$-0,0310 \pm 0,0011$	1000	27/19	24,24 %
		388	$-0,0302 \pm 0,0011$	999	28/19	24,19 %
		390	$-0,0314 \pm 0,0013$	1073	32/19	22,91 %
		392	$-0,0299 \pm 0,0011$	999	28/19	24,16 %
		400	$-0,0293 \pm 0,0011$	997	28/19	24,09 %
Eta7	$\eta$	380	$-0,0322 \pm 0,0018$	409	13/19	10,61 %
		388	$-0,0314 \pm 0,0018$	409	13/19	10,59 %
		390	$-0,0338 \pm 0,0020$	423	18/19	10,12 %
		392	$-0,0310 \pm 0,0018$	409	13/19	10,58 %
		400	$-0,0304 \pm 0,0018$	408	13/19	10,55 %

Tabelle C.2: Ergebnisse der Variation der CB-Energiesummschwelle  $E_{thr}$ . In der Standardauswertung, die im Abschnitt 9.2 dargestellt wurde, ist eine CB-Energiesummschwelle von  $E_{thr} \approx 390 \text{ MeV}$  verwendet worden. Die Schwelle, die für die Messung der MDM-Daten eingestellt war, lag so weit unterhalb der Energiesummenverteilung, dass nur eine vernachlässigbare Anzahl von Ereignissen diese nicht übertrafen. Deshalb wurde dieser Test nur auf die  $\eta$ -Daten angewendet. Neben dem Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  sind die Statistiken der Analysen, das  $\chi^2/ndf$  der Geradenanpassung und die totale Analyseeffizienz angegeben.

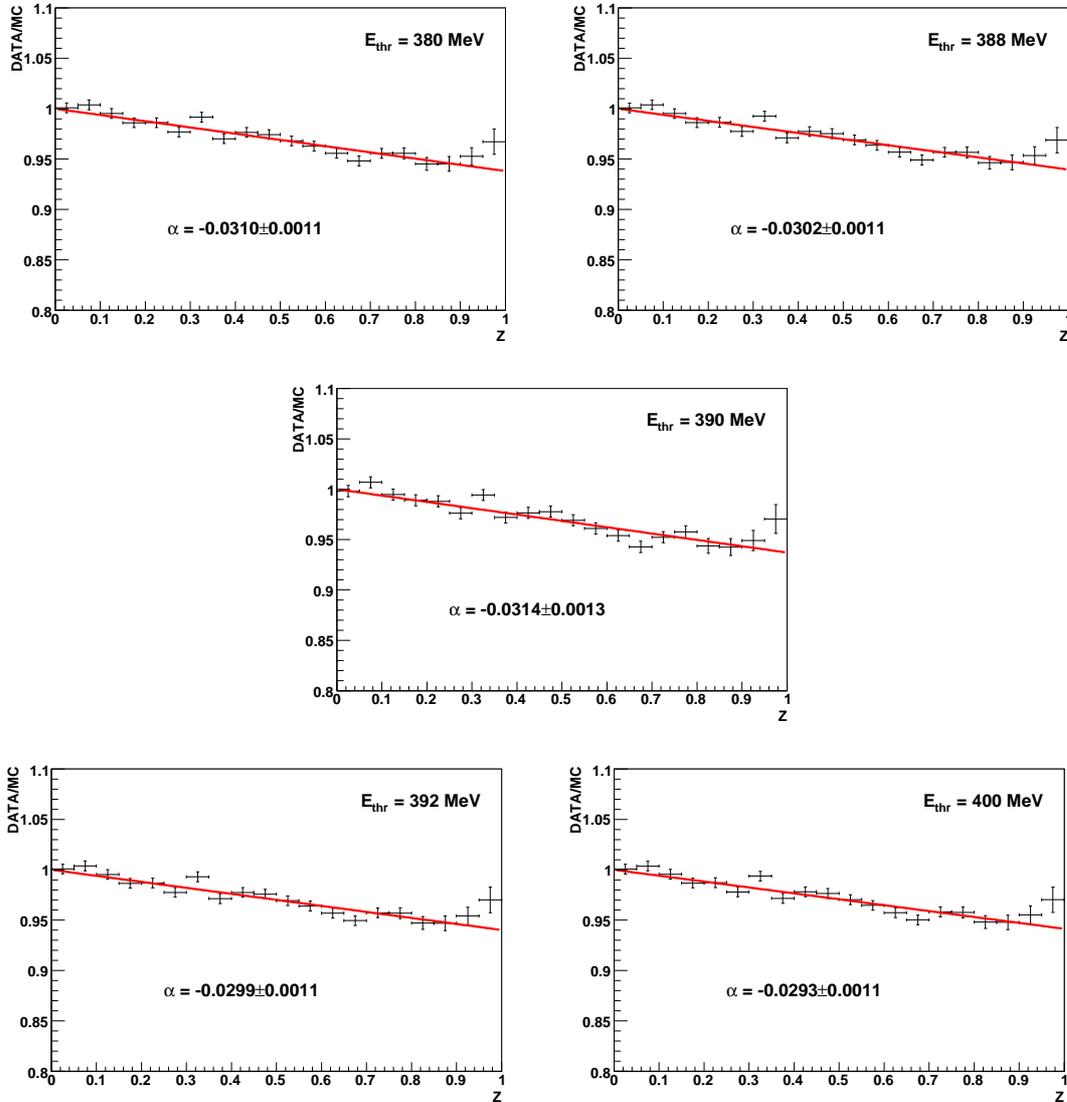


Abbildung C.5: Studie des systematischen Fehlers durch den Schnitt auf die CB-Energiesumme im Trigger in der Eta6-Analyse der  $\eta$ -Daten. Gezeigt sind die Verhältnisse nach Gleichung 2.34 sowie die Geradenanpassung, aus der der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  bestimmt wurde. Von oben links nach unten rechts sind folgende Schnitte angebracht worden: 380 MeV, 388 MeV, 390 MeV, 392 MeV und 400 MeV. In der Standardauswertung, die im Abschnitt 9.2 dargestellt wurde, ist ein Schnitt von ca. 390 MeV angewendet worden (Mitte).

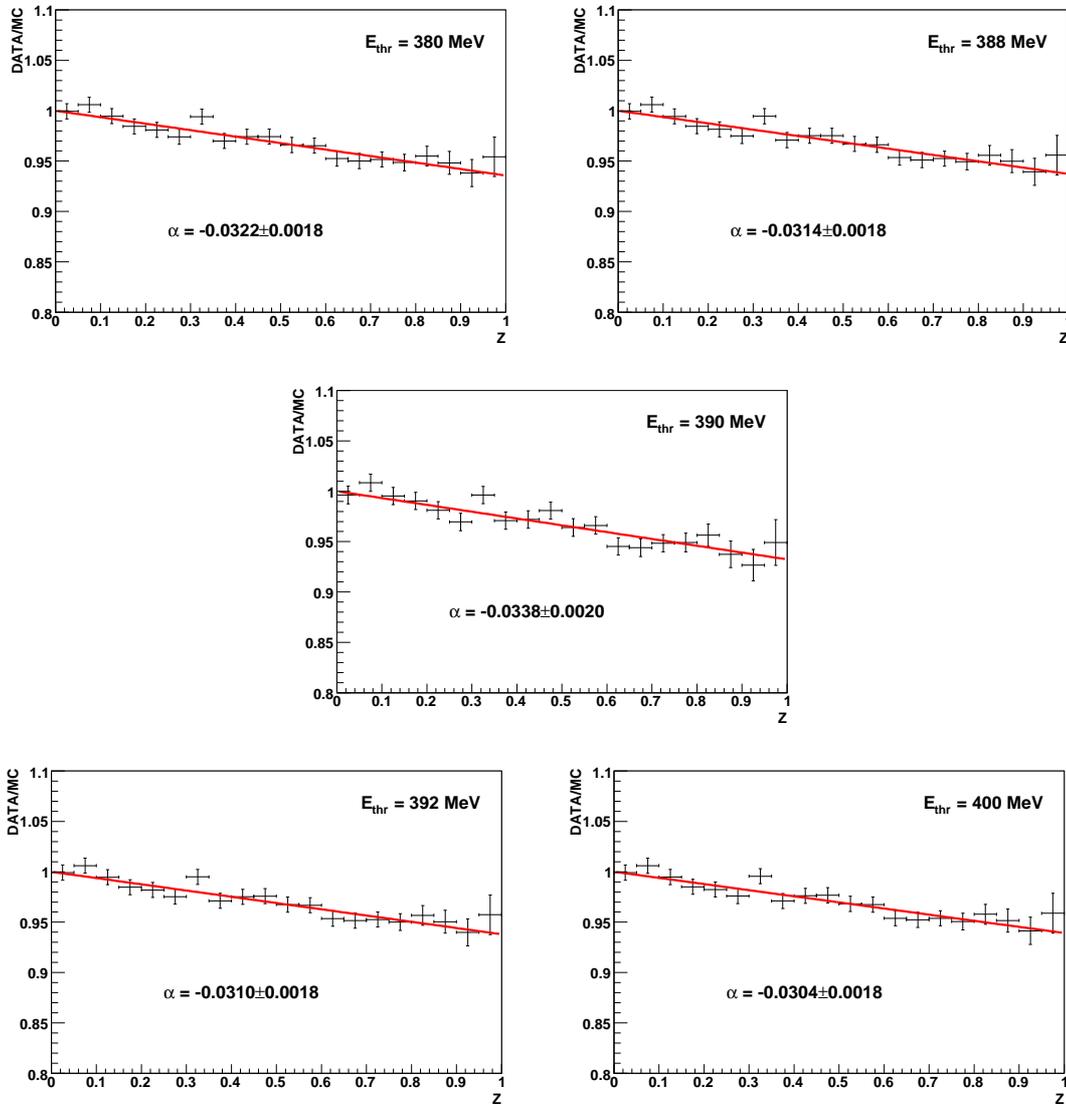


Abbildung C.6: Studie des systematischen Fehlers durch den Schnitt auf die CB-Energiesumme im Trigger in der Eta7-Analyse der  $\eta$ -Daten. Gezeigt sind die Verhältnisse nach Gleichung 2.34 sowie die Geradenanpassung, aus der der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  bestimmt wurde. Von oben links nach unten rechts sind folgende Schnitte angebracht worden: 380 MeV, 388 MeV, 390 MeV, 392 MeV und 400 MeV. In der Standardauswertung, die im Abschnitt 9.2 dargestellt wurde, ist ein Schnitt von ca. 390 MeV angewendet worden (Mitte).

### C.3 Weitere Tests

Analyse	Daten	Test	$\alpha$	Stat / $10^3$	$\chi^2/ndf$	$\varepsilon_{\eta \rightarrow 3\pi^0}$
Eta6	$\eta$	Standard	$-0,0314 \pm 0,0013$	1073	32/19	22,91 %
		ohne TAPS	$-0,0283 \pm 0,0013$	745	24/19	17,06 %
		ohne TID	$-0,0268 \pm 0,0013$	812	22/19	18,38 %
		y frei	$-0,0346 \pm 0,0026$	1073	30/18	22,91 %
		Bin 1	$-0,0300 \pm 0,0013$	1073	35/19	22,91 %
		$z < 0,9$	$-0,0322 \pm 0,0014$	1073	27/17	22,91 %
		$z < 0,75$	$-0,0328 \pm 0,0016$	1073	25/14	22,91 %
Eta7	$\eta$	Standard	$-0,0338 \pm 0,0020$	423	18/19	10,12 %
		ohne TAPS	$-0,0318 \pm 0,0060$	413	24/19	1,05 %
		ohne TID	-----	----	----	----
		y frei	$-0,0370 \pm 0,0040$	423	17/18	10,12 %
		Bin 1	$-0,0307 \pm 0,0021$	423	21/19	10,12 %
		$z < 0,9$	$-0,0337 \pm 0,0021$	423	17/17	10,12 %
		$z < 0,75$	$-0,0347 \pm 0,0026$	423	16/14	10,12 %
Eta6	MDM	Standard	$-0,0277 \pm 0,0013$	708	19/19	23,15 %
		ohne TAPS	$-0,0246 \pm 0,0015$	507	21/19	17,05 %
		ohne TID	$-0,0274 \pm 0,0015$	533	17/19	18,70 %
		y frei	$-0,0330 \pm 0,0025$	708	12/18	23,15 %
		Bin 1	$-0,0276 \pm 0,0013$	708	18/19	23,15 %
		$z < 0,9$	$-0,0276 \pm 0,0013$	708	15/17	23,15 %
		$z < 0,75$	$-0,0259 \pm 0,0016$	708	9/14	23,15 %
Eta7	MDM	Standard	$-0,0272 \pm 0,0019$	314	26/19	10,04 %
		ohne TAPS	$-0,0267 \pm 0,0037$	268	29/19	0,92 %
		ohne TID	-----	----	----	----
		y frei	$-0,0355 \pm 0,0037$	314	22/18	10,04 %
		Bin 1	$-0,0263 \pm 0,0019$	314	30/19	10,04 %
		$z < 0,9$	$-0,0275 \pm 0,0020$	314	27/17	10,04 %
		$z < 0,75$	$-0,0242 \pm 0,0024$	314	19/14	10,04 %

Tabelle C.3: Ergebnisse der weiteren Tests: TAPS wurde von der Analyse ausgeschlossen (ohne TAPS), es wurde keine Teilchenidentifikation vorgenommen (ohne TID), der y-Achsenabschnitt war eine freie Variable in der Geradenanpassung (y frei), die Normierung der z-Verteilungen wurde durch das erste Bin festgelegt (Bin 1) und die Gerade wurde nur an bestimmte Bereiche angepasst ( $z < 0,9$ ,  $z < 0,75$ ). Zum Vergleich sind die in Abschnitt 9.2 vorgestellten Ergebnisse angegeben (Standard).

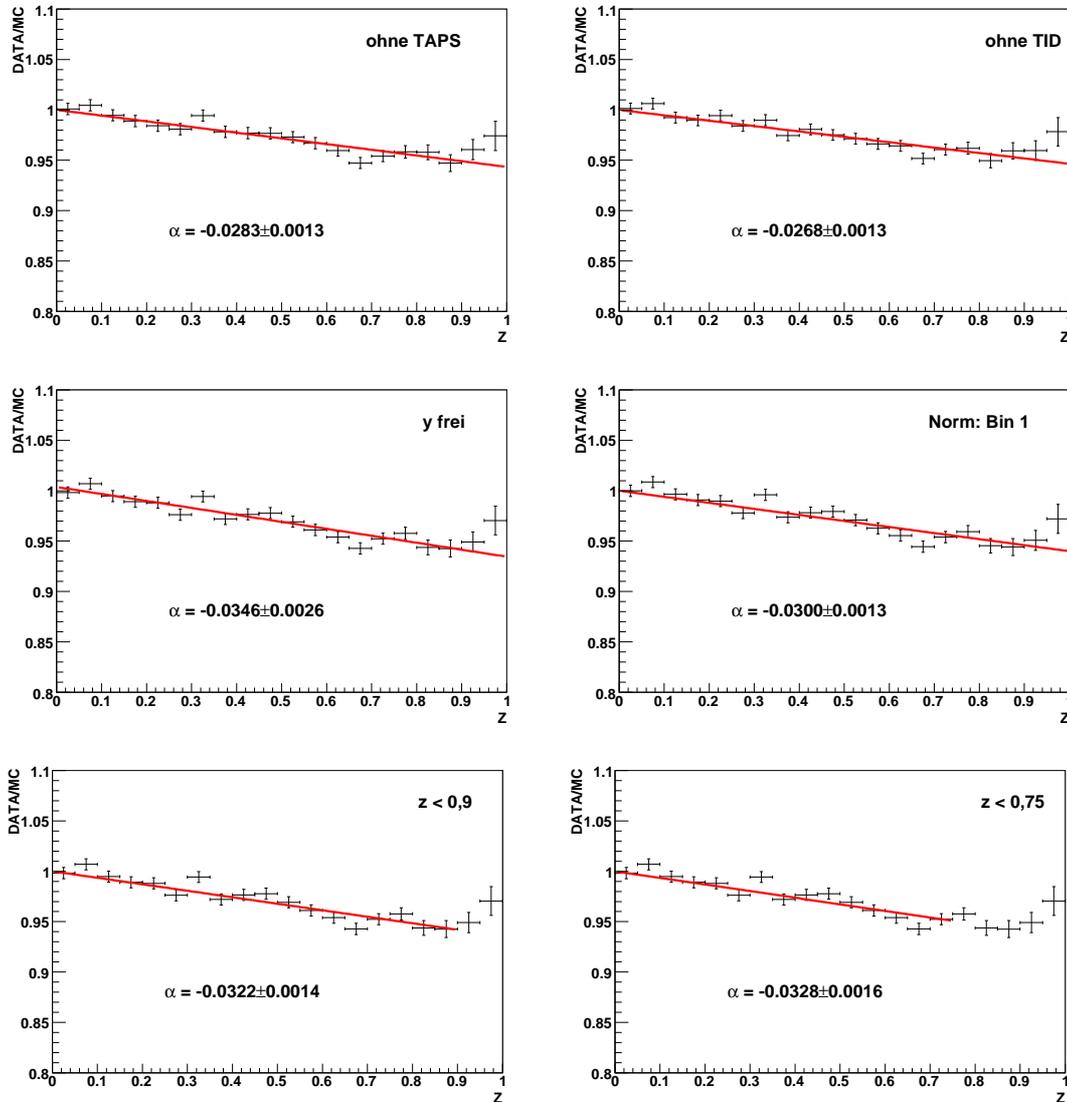


Abbildung C.7: Weitere Untersuchungen des systematischen Fehlers in der Eta6-Analyse der  $\eta$ -Daten. Gezeigt sind die Verhältnisse nach Gleichung 2.34 sowie die Geradenanpassung, aus der der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  bestimmt wurde. Von oben links nach unten rechts sind folgende Tests durchgeführt worden: TAPS wurde von der Analyse ausgeschlossen (ohne TAPS), es wurde keine Teilchenidentifikation vorgenommen (ohne TID), der y-Achsenabschnitt war eine freie Variable in der Geradenanpassung (y frei), die Normierung der  $z$ -Verteilungen wurde durch das erste Bin festgelegt (Norm: Bin 1) und die Gerade wurde nur an bestimmte Bereiche angepasst ( $z < 0,9$ ,  $z < 0,75$ ).

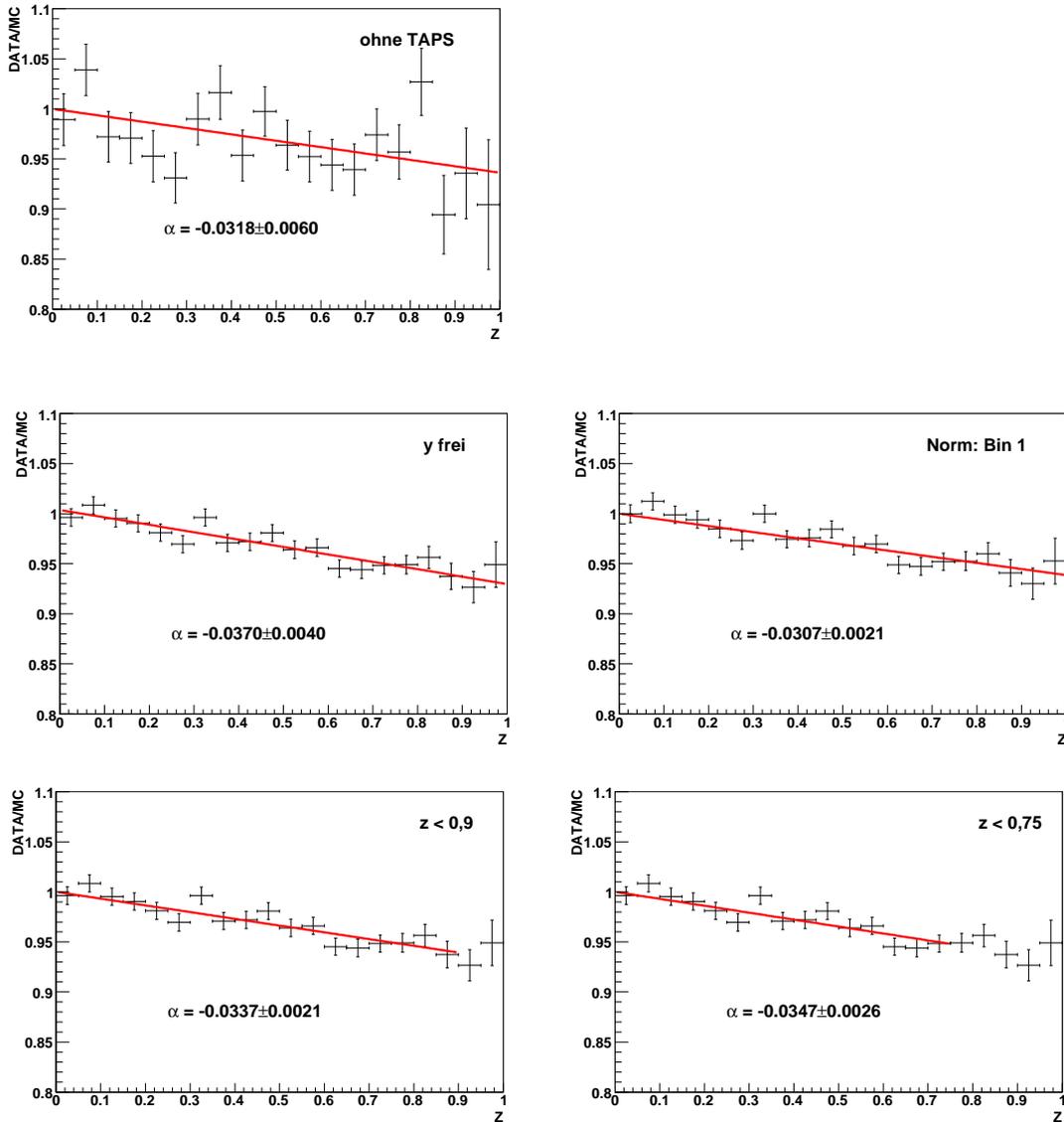


Abbildung C.8: Weitere Untersuchungen des systematischen Fehlers in der Eta7-Analyse der  $\eta$ -Daten. Gezeigt sind die Verhältnisse nach Gleichung 2.34 sowie die Geradenanpassung, aus der der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  bestimmt wurde. Von oben nach unten rechts sind folgende Tests durchgeführt worden: TAPS wurde von der Analyse ausgeschlossen (ohne TAPS), der y-Achsenabschnitt war eine freie Variable in der Geradenanpassung (y frei), die Normierung der  $z$ -Verteilungen wurde durch das erste Bin festgelegt (Norm: Bin 1) und die Gerade wurde nur an bestimmte Bereiche angepasst ( $z < 0,9$ ,  $z < 0,75$ ). Da die Eta7-Analyse explizit ein nachgewiesenes Proton forderte, konnte kein Test mit ausgeschalteter Teilchenidentifikation vorgenommen werden.

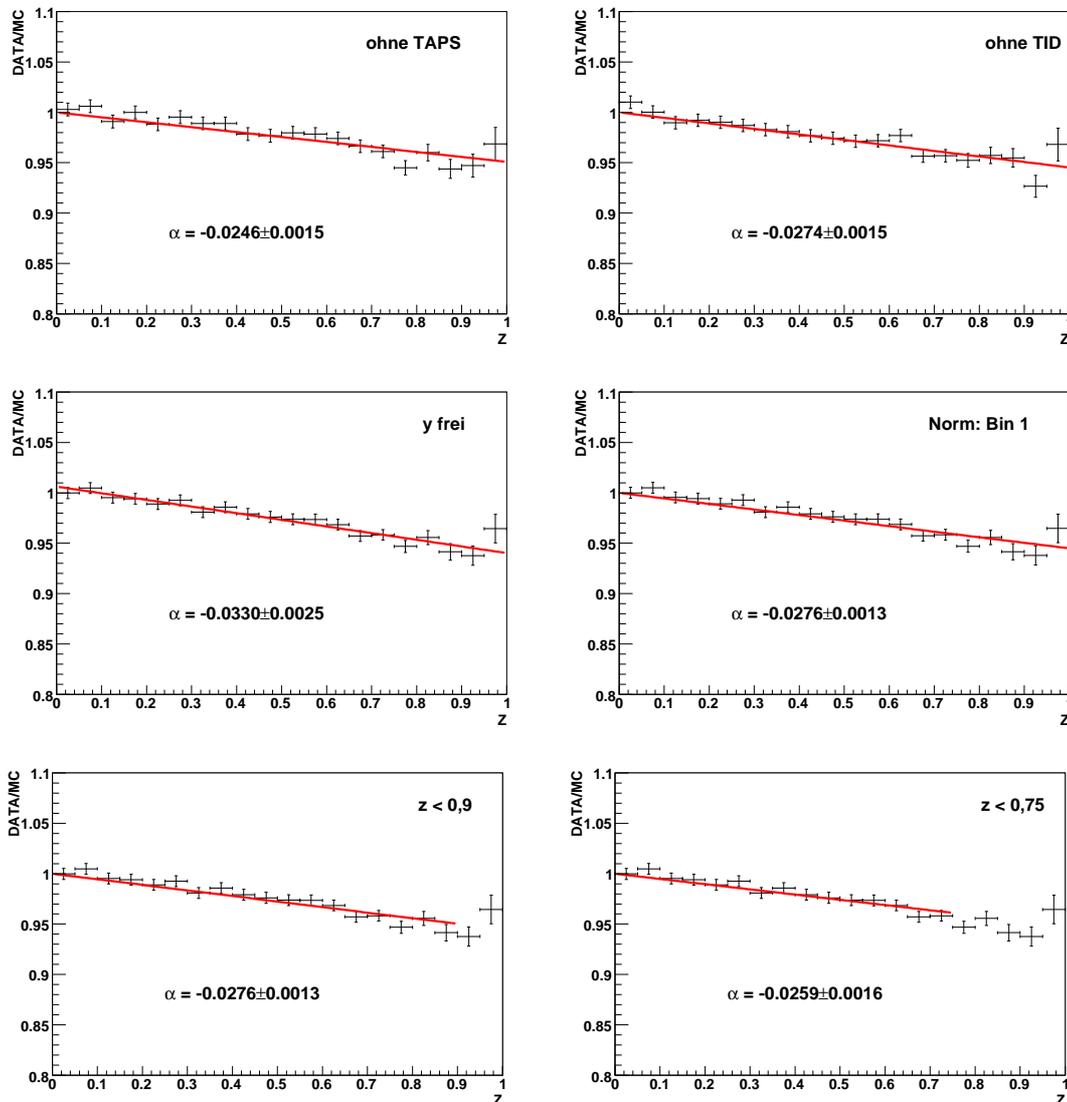


Abbildung C.9: Weitere Untersuchungen des systematischen Fehlers in der Eta6-Analyse der MDM-Daten. Gezeigt sind die Verhältnisse nach Gleichung 2.34 sowie die Geradenanpassung, aus der der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  bestimmt wurde. Von oben links nach unten rechts sind folgende Tests durchgeführt worden: TAPS wurde von der Analyse ausgeschlossen (ohne TAPS), es wurde keine Teilchenidentifikation vorgenommen (ohne TID), der y-Achsenabschnitt war eine freie Variable in der Geradenanpassung (y frei), die Normierung der  $z$ -Verteilungen wurde durch das erste Bin festgelegt (Norm: Bin 1) und die Gerade wurde nur an bestimmte Bereiche angepasst ( $z < 0,9$ ,  $z < 0,75$ ).

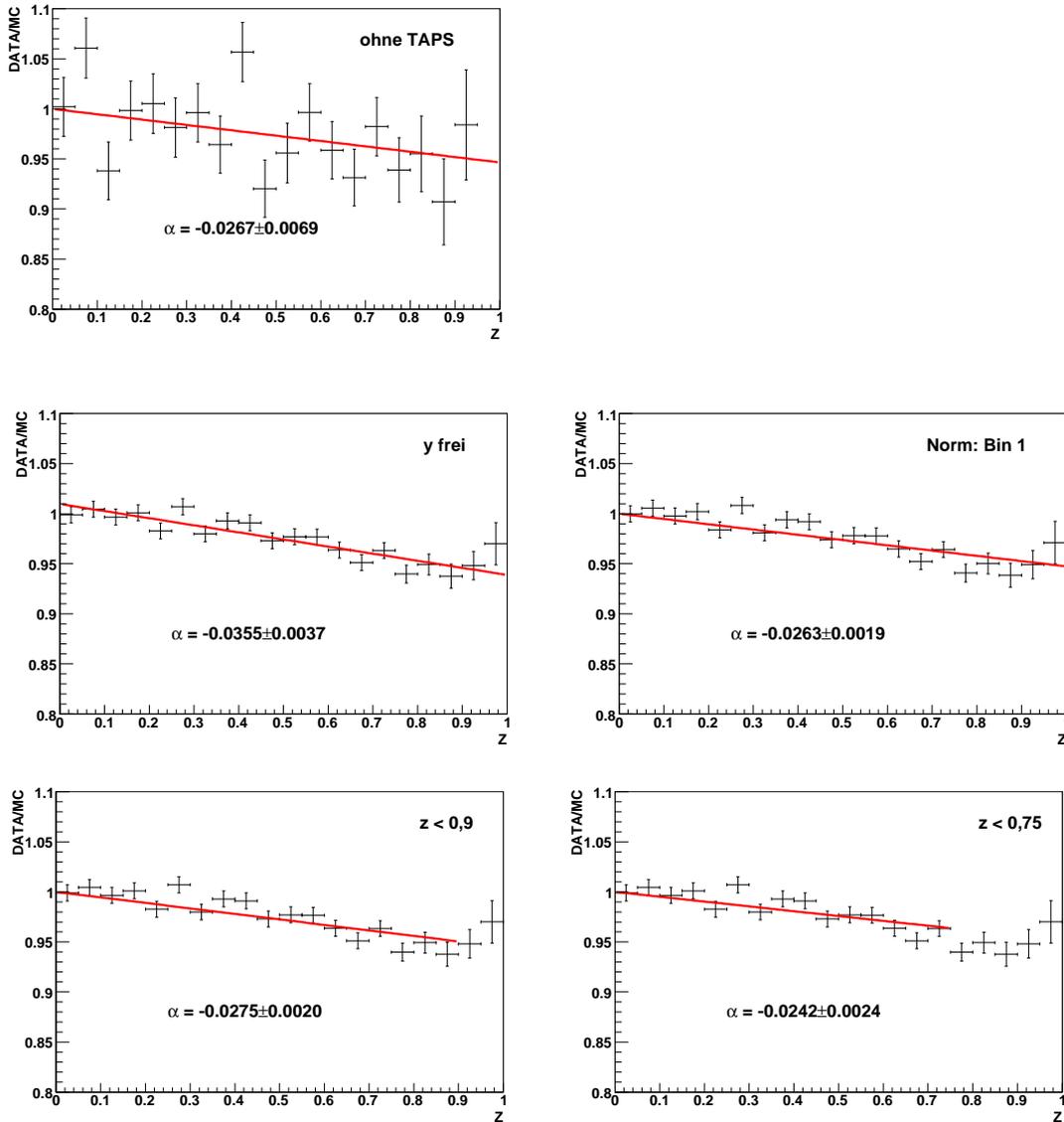


Abbildung C.10: Weitere Untersuchungen des systematischen Fehlers in der Eta7-Analyse der MDM-Daten. Gezeigt sind die Verhältnisse nach Gleichung 2.34 sowie die Geradenanpassung, aus der der Dalitz-Plot-Parameter  $\alpha$  bestimmt wurde. Von oben nach unten rechts sind folgende Tests durchgeführt worden: TAPS wurde von der Analyse ausgeschlossen (ohne TAPS), der y-Achsenabschnitt war eine freie Variable in der Geradenanpassung (y frei), die Normierung der  $z$ -Verteilungen wurde durch das erste Bin festgelegt (Norm: Bin 1) und die Gerade wurde nur an bestimmte Bereiche angepasst ( $z < 0,9$ ,  $z < 0,75$ ). Da die Eta7-Analyse explizit ein nachgewiesenes Proton forderte, konnte kein Test mit ausgeschalteter Teilchenidentifikation vorgenommen werden.

## Literaturverzeichnis

- [Abe98] Abele, A. et al. (Crystal Barrel-Kollaboration): *Decay Dynamics of the Process  $\eta \rightarrow 3\pi^0$* , Phys. Lett. B417, Seite 193, 1998.
- [Ach01] Achasov, M.N. et al. (SND-Kollaboration): *Dynamics of  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  Decay*, JETP Lett. 73, Seite 451, 2001.
- [Ahr03] Ahrens, J.: *Physics with Real Photons*, Interne Notiz, Version 10. Dezember 2003.
- [Ald84] Alde, D. et al. (GAMS-2000-Kollaboration): *Neutral Decays of the  $\eta$  Meson*, Z. Phys. C25, Seite 225, 1984.
- [Amb07] Ambrosino, F. et al. (KLOE-Kollaboration): *Measurement of the Slope Parameter  $\alpha$  for the  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  Decay at KLOE*, arXiv:0707.4137, 2007.
- [Ani96] Anisovich, A.V.; Leutwyler, H.: *Dispersive Analysis of the Decay  $\eta \rightarrow 3\pi$* , Phys. Lett. B375, Seite 335, 1996.
- [Ann01] Annand, J.R.M.: *BigBite Trigger Specification and Costing*, Interne Notiz, University of Glasgow, 2001.
- [Ann03] Annand, J.R.M.: *Tagger Supplement*, Interne Notiz, University of Glasgow, 2003.
- [Ant91] Anthony, I. et al.: *Design of a tagged photon spectrometer for use with the Mainz 840 MeV microtron*, Nucl. Instr. and Meth. A301, Seite 230, 1991.
- [Ave91] Avery, P.: *Applied Fitting Theory I: General Least Squares Theory*, Zusammenstellung, <http://www.phys.ufl.edu/avery/fitting.html>, 1991.
- [Ave99] Avery, P.: *Applied Fitting Theory VI: Formulas for Kinematic Fitting*, Zusammenstellung, <http://www.phys.ufl.edu/avery/fitting.html>, 1999 (rev.).
- [Bag70] Baglin, C. et al.: *Heavy Liquid Bubble Chamber Analysis of  $\eta^0$  Neutral Decay Modes:  $\eta^0 \rightarrow 3\pi^0$  and  $\eta^0 \rightarrow \gamma\gamma$* , Nucl. Phys. B22, Seite 66, 1970.
- [Bar89] Barlow, R.J.: *Statistics - A Guide to the Use of Statistical Methods in the Physical Sciences*, Wiley-VCH, 1989.
- [Bau96] Baur, R.; Kambor, J.; Wyler, D.: *Electromagnetic Corrections to the Decays  $\eta \rightarrow 3\pi$* , Nucl. Phys. B460, Seite 127, 1996.

- [Bec07] Beck, R.: *Private Mitteilung*, Bonn, 2007.
- [Bei03] Beisert, N.; Borasoy, B.: *Hadronic Decays of  $\eta$  and  $\eta'$  with Coupled Channels*, Nucl. Phys. A716, Seite 186, 2003.
- [Bij02] Bijmans, J.; Gasser, J.: *Eta Decays at and Beyond  $p^4$  in Chiral Perturbation Theory*, Physica Scripta T99, Seite 34, 2002.
- [Bij07] Bijmans, J.; Ghorbani, K.:  *$\eta \rightarrow 3\pi$  at Two Loops in Chiral Perturbation Theory*, JHEP 0711, 030, 2007 (arXiv: 0709.0230 [hep-ph]).
- [Bor05] Borasoy, B.; Nißler, R.: *Hadronic  $\eta$  and  $\eta'$  decays*, Eur. Phys. J. A26, Seite 383, 2005.
- [Bor07] Borasoy, B.: *Introduction to Chiral Perturbation Theory*, Vorlesungen an der zweiten Sommerschule über Teilchenbeschleuniger und Detektoren, Bodrum, Türkei, 18.-24. Sep 2006; HISKP-TH-07-11, hep-ph/0703297, 2007.
- [Bru07] Brudvik, J.: *Measurement of the branching ratio for eta-meson decay into a neutral pion and two photons*, Dissertation, UCLA, Los Angeles, USA, 2007.
- [Cap05] Capussela, T. (KLOE-Kollaboration): *Dalitz Plot Analysis of  $\eta$  into  $3\pi$  Final State*, Acta Phys. Slov. 56, Seite 341, 2005.
- [Car76] Carrington, R.L.; Hughes, E.B.; Kirkbride, I.: *Performance Data on the Prototype Crystal Ball Module and Energy Resolution Estimates for the Cluster of 54*, Crystal Ball-Notiz 221, 1976.
- [Cod05] Codling, R.F.B.: *Measurement of the Magnetic Dipole Moment of the  $\Delta^+$  (1232) Resonance via the  $p(\vec{\gamma}, \gamma' \pi^+ n)$  Reaction*, PhD Second Year Report, University of Glasgow, October 2005.
- [Dre03] Drexler, P. et al.: *The new Read-Out Electronics for the BaF<sub>2</sub>-Calorimeter TAPS*, IEEE Trans. Nucl. Sci. 50, Seite 969, 2003.
- [Dre07] Drexler, P.: *Private Mitteilung*, Gießen, 2007.
- [Gab94] Gabler, A.R. et al.: *Response of TAPS to monochromatic photons with energies between 45 and 790 MeV*, Nucl. Instr. and Meth. A346, Seite 168, 1994.
- [Gas85a] Gasser, J.; Leutwyler, H.: *Chiral Perturbation Theory: Expansions in the Mass of the Strange Quark*, Nucl. Phys. B250, Seite 465, 1985.
- [Gas85b] Gasser, J.; Leutwyler, H.:  *$\eta \rightarrow 3\pi$  to one Loop*, Nucl. Phys. B250, Seite 539, 1985.
- [Gea94] *GEANT - Detector Description and Simulation Tool*, Ausgabe Oktober 1994, CERN, Genf, Schweiz.

- [Gla07] Glazier, D.: *Private Mitteilung*, 2007, Edinburgh, Schottland.
- [Gol62] Goldstone, J; Salam, A; Weinberg, S.: *Broken Symmetries*, Phys. Rev. 127, Seite 965, 1962.
- [Gro73] Gross, D.J.; Wilczek, F.: *Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories*, Phys. Rev. Lett. 30, Seite 1343, 1973.
- [Gru01] Grube, B.: *The Trigger Control System and the Common GEM and Silicon Readout for the COMPASS Experiment*, Diplomarbeit, Technische Universität München, 2001.
- [Grü02] Grünemaier, A.: *Eine universelle Ausleseschmittstelle für das COMPASS-Experiment*, Dissertation, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg i. Breisgau, 2002.
- [Hal96] Hall, S.J. et al.: *A Focal Plane System for the 855 MeV tagged photon spectrometer at MAMI-B*, Nucl. Instr. and Meth. A368, Seite 698, 1996.
- [Ill94] Illinger, P.: *Zerfall von Protonium in  $\pi^0\pi^0\pi^0\pi^0$* , Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München, 1994.
- [Int1] [http://www.kph.uni-mainz.de/de/information/introduction/prospekt\\_slim.pdf](http://www.kph.uni-mainz.de/de/information/introduction/prospekt_slim.pdf).
- [Int2] <http://www.kph.uni-mainz.de/B1/params.html>.
- [Int3] [http://www.ipp.phys.ethz.ch/education/lectures/empp/contents/ul\\_Jec1.pdf](http://www.ipp.phys.ethz.ch/education/lectures/empp/contents/ul_Jec1.pdf).
- [Int4] [http://gwdac.phys.gwu.edu/analysis/pre\\_analysis.html](http://gwdac.phys.gwu.edu/analysis/pre_analysis.html).
- [Int5] <http://wwwa2.kph.uni-mainz.de/A2/>.
- [Int6] [http://www.lnf.infn.it/theory/hcm/handbook2006/6\\_1/6\\_1.html](http://www.lnf.infn.it/theory/hcm/handbook2006/6_1/6_1.html).
- [Itr03] i-trOnics GmbH: *Multi-channel Sampling Analogue-to-Digital Converter Module i-SADC108032 for the Mainz Crystal Ball Detector User's Manual*, Hohenbrunn, 2003.
- [Jun05] Junkersfeld, J.: *Photoproduktion von  $\pi^0\omega$  am Proton bei Energien bis zu 3 GeV*, Dissertation, Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik an der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2005.
- [Kam96] Kambor, J. et al.: *Final State Interactions and Khuri-Treiman Equations in  $\eta \rightarrow 3\pi$  Decays*, Nucl. Phys. B465, Seite 215, 1996.
- [Khu60] Khuri, N.N.; Treiman, S.B.: *Pion-Pion Scattering and  $K^\pm \rightarrow 3\pi$  Decay*, Phys. Rev. 199, Seite 1115, 1960.
- [Kon00] Konorov, I.: *FIADC 9U VME module, Memorandum*, COMPASS-Notiz, Technische Universität München, Mai 2000.
- [Kon01] Konorov, I.: *COMPASS TCS Documentation, Memorandum*, COMPASS-Notiz, Technische Universität München, Juli 2001.

- [Kon07] Kondratiev, R.: *Private Mitteilung*, Mainz, 2007.
- [Kot01] Kotulla, M.: *Experiment zur Bestimmung des magnetischen Moments der  $\Delta^+(1232)$  Resonanz*, Dissertation, II. Physikalisches Institut an der Justus-Liebig-Universität Gießen, 2001.
- [Kra07] Krambrich, D.: *Aufbau des Crystal Ball Detektorsystems und Untersuchung der Helizitätsasymmetrie in  $\gamma p \rightarrow p \pi^0 \pi^0$* , Dissertation, Institut für Kernphysik an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2007.
- [Kru95] Krusche, B.: *Photoproduktion of  $\pi^0$  and  $\eta$  Mesons from Nucleons and Nuclei in the Second Resonance Region*, Habilitationsschrift, Justus-Liebig-Universität Gießen, 1995.
- [Lan04] Lang, M.: *Aufbau des GDH-Experiments und Messung der Helizitätsabhängigkeit von  $\vec{\gamma} \vec{p} \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  von der Schwelle bis 800 MeV*, Dissertation, Institut für Kernphysik an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2004.
- [Leu01] Leukel, R.: *Photoproduktion neutraler Pionen am Proton mit linear polarisierten Photonen im Bereich der  $\Delta(1232)$ -Resonanz*, Dissertation, Institut für Kernphysik an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2001.
- [MAI03] Drechsel, D.; Hanstein, O.; Kamalov, S.S.; Tiator, L.: *A Unitary Isobar Model for Pion Photo- and Electroproduction on the Nucleon*, <http://www.kph.uni-mainz.de/MAID/>.
- [Mar01] Marciniewski, P.: *Fast Trigger Systems for Experiments in High Energy Physics*, Dissertation, Uppsala University, Schweden, 2001.
- [Nef95] Nefkens, B.M.K.: *The Crystal Ball*, Interne Notiz CB-95-1, UCLA, Los Angeles, USA, 1995.
- [Nik08] Nikolaev, A.: *Determination of the Mass of the  $\eta$  meson at MAMI*, Dissertation, Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik an der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, in Bearbeitung.
- [Nis07] Nißler, R.: *Topics in Three Flavor Chiral Dynamics*, Dissertation, Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik an der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2007.
- [Osb70] Osborn, H.; Wallace, D.J.:  *$\eta - \pi$  Mixing,  $\eta \rightarrow 3\pi$  and Chiral Lagrangians*, Nucl. Phys. B20, Seite 23, 1970.
- [Pau06] Pauly, C.: *Light Meson Production in pp Reactions at CELSIUS/WASA above the  $\eta$  Threshold*, Dissertation, Universität Hamburg, 2006.
- [PDG06] Yao, W.M. et al.: *Review of Particle Physics*, Journal of Physics G 33, 2006.
- [Pov01] Povh, B.; Rith, K.; Scholz, Ch.; Zetsche, F.: *Teilchen und Kerne*, Springer-Verlag, 5. korrigierte Auflage, 2001.

- [Roo07] <http://root.cern.ch/root/html/TGenPhaseSpace.html>.
- [Sch51] Schiff, L.I.: *Energy-Angle Distribution of Thin Target Bremsstrahlung*, Phys. Rev. 83, Seite 252, 1951.
- [Sch01] Schmidt, A.: *Photoproduktion neutraler Pionen am Proton mit linear polarisierten Photonen im Bereich der Schwelle*, Dissertation, Institut für Kernphysik an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2001.
- [Sch04] Schumann, S.: *Test der Sampling ADCs für den Crystal Ball-Detektor*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2004.
- [Sch06] Scherer, St.: *Effektive Feldtheorie I und II*, Vorlesungsskripte WS 2005/06 und SS 2006, <http://www.kph.uni-mainz.de/T/80.php>, 20. Oktober 2006.
- [Sch07] Schumann, S.: *Strahlungsbegleitete  $\pi^0$ -Photoproduktion am Proton*, Dissertation, Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik an der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2007.
- [SFB07] Sonderforschungsbereich 443: *Vielkörperstruktur stark wechselwirkender Systeme*, Finanzierungsantrag 2008-2010, Institut für Kernphysik an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2007.
- [Sta07] Starostin, A.: *Recent Results on the  $\eta'$  Photoproduction Yield at MAMI-C Using the Crystal Ball. Update on the Analysis of the Decays  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  and  $\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$* , Proceedings of the Second International Workshop on Eta Meson Physics, Peñíscola, Spanien, arXiv:0710.1809 [Nucl. Ex.], 2007.
- [Sut66] Sutherland, D.G.: *Current Algebra and the Decay  $\eta \rightarrow 3\pi$* , Phys. Lett. 23, Seite 384, 1966.
- [Tho04] Thomas, A.: *Crystal Ball Hydrogen (Deuterium) Target Manual*, Interne Notiz, Institut für Kernphysik an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 24.06.2004.
- [Tip01] Tippens, W.B. et al. (Crystal Ball@BNL): *Determination of the Quadratic Slope Parameter in  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  Decay*, Phys. Rev. Lett. 87, Seite 192001-1, 2001.
- [Unv04] Unverzagt, M.: *Energie-Eichung des Crystal Ball-Detektors am MAMI*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2004.
- [Wal98] Walker, M:  *$\eta \rightarrow 3\pi$* , Diplomarbeit, Philosophisch-Naturwissenschaftliche Fakultät an der Universität Bern, 1998.
- [War97] Wartenberg, S.: *Die Strahlasymmetrie in der Deuteron-Photospaltung im Bereich von 160 bis 410 MeV*, Dissertation, Institut für Kernphysik an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 1997.

- [Zec04] Zech, G.: *Einführung in Statistik und Messwertanalyse für Physiker*, Vorlesungsskript, FB-Physik, Universität Siegen, 2004.
- [Zeh08] Zehr, F.: *Measurement of the  $2\pi^0$  photoproduction off the proton at threshold and in the second Resonance region*, Dissertation, Institut für Physik an der Universität Basel, 2008.

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Vergleich veröffentlichter $\alpha$ -Werte . . . . .	3
2.1	Nonett der pseudoskalaren Mesonen . . . . .	8
2.2	Photoabsorptionswirkungsquerschnitt . . . . .	9
2.3	Termschema der Nukleonresonanzen . . . . .	10
2.4	Kinematik des Zerfalls $\eta \rightarrow 3\pi$ . . . . .	14
2.5	Rückstreuungseffekte in der theoretischen Berechnung nach [Bor05] . . . . .	16
2.6	Schematische Darstellung des Dalitz-Diagramms. . . . .	19
3.1	Grundriss der MAMI-Anlage . . . . .	21
3.2	Lage der Innendetektoren . . . . .	22
3.3	Prinzip des Rennbahn-Mikrotrons (RTM) . . . . .	23
3.4	Grundriss der A2-Experimentierhalle . . . . .	25
3.5	Glasgow-Mainz-Tagger . . . . .	26
3.6	Tagger-Kanalbreiten . . . . .	27
3.7	Bremsstrahlungsspektrum . . . . .	28
3.8	Bremsstrahlungs-Winkelverteilung . . . . .	29
3.9	Tagger-Zeitspektrum . . . . .	30
3.10	Crystal Ball-Aufbau . . . . .	31
3.11	Form der CB-Schalen . . . . .	32
3.12	Crystal Ball . . . . .	33
3.13	NaI-Modul . . . . .	34
3.14	PID . . . . .	35
3.15	TAPS-Segmentierung . . . . .	36
3.16	TAPS BaF <sub>2</sub> -Modul . . . . .	36
4.1	Tagger-Auslesekarten . . . . .	39
4.2	Tagger-Ausleseelektronik . . . . .	40
4.3	CB-Elektronik . . . . .	42
4.4	Projektion des CB . . . . .	43
4.5	CATCH-Modul . . . . .	44
4.6	Sampling-ADC . . . . .	45
4.7	ADC-Puls . . . . .	46
4.8	TAPS-Ergänzungslatine . . . . .	47
4.9	BaF <sub>2</sub> -Pulsform . . . . .	48
4.10	Trigger-Schaltung . . . . .	50
4.11	Trigger-Registerschaltung . . . . .	51
4.12	Trigger-Kontrollsystem . . . . .	52

5.1	$1/E_\gamma$ -Zufallszahlenverteilung und $\eta$ -Wirkungsquerschnitt . . . . .	56
5.2	Energieverteilung simulierter Strahlphotonen . . . . .	57
5.3	Generierte Dalitz-Diagramme . . . . .	59
5.4	Detektorgeometrie in der Simulation . . . . .	61
6.1	Bestimmung der Energiesummenschwelle . . . . .	66
6.2	Bestimmung der Diskriminatorschwellen . . . . .	69
6.3	Verteilung des CB-Rauschens . . . . .	70
6.4	CB-Energiesumme . . . . .	71
6.5	Energiesumme ohne Proton . . . . .	72
6.6	Energiesumme mit Proton . . . . .	73
6.7	Trigger-Multiplizität . . . . .	75
7.1	Zeitspektren in Effizienz- und $\eta$ -Messung . . . . .	78
7.2	<i>Cluster</i> -Bildung . . . . .	80
7.3	$^{241}\text{Am}/^9\text{Be}$ -Energiespektrum . . . . .	81
7.4	<i>Walk Correction</i> . . . . .	84
7.5	Winkeldifferenz zwischen CB und PID . . . . .	86
7.6	PID-Energiekorrekturen . . . . .	87
7.7	Differenzierung der geladenen Teilchen im CB . . . . .	88
7.8	Energiekalibration der $\text{BaF}_2$ -Kristalle . . . . .	91
7.9	Flugzeitmethode . . . . .	93
7.10	Schauerausbreitung in TAPS . . . . .	95
7.11	Pulsformanalyse . . . . .	96
8.1	Koinzidenzspektrum . . . . .	103
8.2	Invariante Massen von $6\gamma$ -Ereignissen . . . . .	105
8.3	<i>Confidence Level</i> der Vorselektion . . . . .	106
8.4	<i>Pulls</i> der Vorselektion . . . . .	107
8.5	<i>Confidence Level</i> der Hauptselektion . . . . .	108
8.6	<i>Pulls</i> der Hauptselektion . . . . .	109
8.7	Massenverteilungen nach der kinematischen Anpassung . . . . .	110
8.8	Invariante Massen der selektierten Ereignisse . . . . .	111
8.9	$3\pi^0$ -Produktion . . . . .	112
8.10	<i>Pulls</i> der freien $3\pi^0$ -Produktion . . . . .	113
8.11	Invariante Massen in der $\pi^0$ -Analyse . . . . .	115
8.12	<i>Confidence Level</i> in der $\pi^0$ -Analyse . . . . .	116
8.13	Invariante Massen in der $\pi^0$ -Analyse nach der kinematischen Anpassung . . . . .	117
9.1	Rekonstruktionseffizienzen pro Tagger-Kanal . . . . .	121
9.2	Verhältnis <i>TDC/Scaler</i> . . . . .	122
9.3	Totaler $\pi^0$ -Wirkungsquerschnitt . . . . .	123
9.4	$\pi^0$ -Wirkungsquerschnitt im zweiten Resonanzgebiet . . . . .	125
9.5	Totaler $\eta$ -Wirkungsquerschnitt . . . . .	126
9.6	Dalitz-Diagramme der $\text{Eta6}$ -Analyse . . . . .	128
9.7	Verteilung der Ereignisdichte $z$ . . . . .	130
9.8	Dalitz-Plot-Parameter ermittelt aus den $\eta$ -Daten . . . . .	131
9.9	Dalitz-Plot-Parameter ermittelt aus den MDM-Daten . . . . .	132

9.10	Ergebnisse der Testreihen zum Schnitt auf das CL . . . . .	135
9.11	Ergebnisse der Testreihen zum Schnitt auf die CB-Energiesumme . . . . .	136
9.12	Ergebnisse der weiteren Testreihen . . . . .	138
C.1	Schnitte auf das CL in der Eta6-Analyse der $\eta$ -Daten . . . . .	159
C.2	Schnitte auf das CL in der Eta7-Analyse der $\eta$ -Daten . . . . .	160
C.3	Schnitte auf das CL in der Eta6-Analyse der MDM-Daten . . . . .	161
C.4	Schnitte auf das CL in der Eta7-Analyse der MDM-Daten . . . . .	162
C.5	Schnitte auf die CB-Energiesumme in der Eta6-Analyse der $\eta$ -Daten . . . . .	164
C.6	Schnitte auf die CB-Energiesumme in der Eta7-Analyse der $\eta$ -Daten . . . . .	165
C.7	Weitere systematische Tests in der Eta6-Analyse der $\eta$ -Daten . . . . .	167
C.8	Weitere systematische Tests in der Eta7-Analyse der $\eta$ -Daten . . . . .	168
C.9	Weitere systematische Tests in der Eta6-Analyse der MDM-Daten . . . . .	169
C.10	Weitere systematische Tests in der Eta7-Analyse der MDM-Daten . . . . .	170



# Tabellenverzeichnis

1.1	Experimentell ermittelte Dalitz-Plot-Parameter . . . . .	4
2.1	Zerfallsbreiten nach [Bor05] . . . . .	17
2.2	Theoretische Vorhersagen für $\alpha$ . . . . .	20
3.1	Eigenschaften von MAMI . . . . .	24
3.2	Eigenschaften des TAPS-Detektors . . . . .	37
4.1	Trigger-Bedingungen . . . . .	53
5.1	Anzahlen simulierter Ereignisse . . . . .	58
7.1	TAPS-Entscheidungstabelle . . . . .	97
7.2	TAPS-Veto-Effizienzen . . . . .	99
8.1	$3\pi^0$ -Rekonstruktionseffizienzen . . . . .	114
9.1	Totale Rekonstruktionseffizienzen . . . . .	120
9.2	Dalitz-Plot-Parameter . . . . .	133
9.3	Endergebnisse im Vergleich mit anderen Experimenten und der Theorie . . . . .	141
C.1	Ergebnisse der Variation des Schnitts auf das CL . . . . .	158
C.2	Ergebnisse der Variation der CB-Energieschwelle . . . . .	163
C.3	Weitere systematische Tests . . . . .	166