

# Makroökonomie I/Grundlagen der Makroökonomie

## Kapitel 11 Produktion, Sparen und der Aufbau von Kapital

Günter W. Beck

# Überblick

- Die Wechselwirkung zwischen Produktion und Kapital
- Sparquote und Kapitalakkumulation
- Beispiel: Cobb-Douglas Produktionsfunktion
- Physisches Kapital versus Humankapital

# Die Wechselwirkung zwischen Produktion und Kapital (Kapitel 11.1)

- Wir nehmen an, dass die (langfristige) gesamtwirtschaftliche Produktion (BIP) durch folgende Produktionsfunktion beschrieben werden kann:

$$Y_t = A_t F(K_t, N_t)$$

- Die Produktion hängt langfristig ab vom:
  - technischen Wissen ( $A_t$ );
  - Arbeitseinsatz (Beschäftigung  $N_t$ ) und
  - Kapitalbestand ( $K_t$ )

# Die Wechselwirkung zwischen Produktion und Kapital

- Wir konzentrieren uns auf die Entwicklung des Kapitalbestands und treffen daher folgende Annahmen:
  - Bevölkerungsgröße, Partizipationsrate und Arbeitslosenquote sind konstant:  $N_t = N$
  - Es gibt keinen technischen Fortschritt.  $A_t = A = 1$

$$Y_t = F(K_t, N)$$

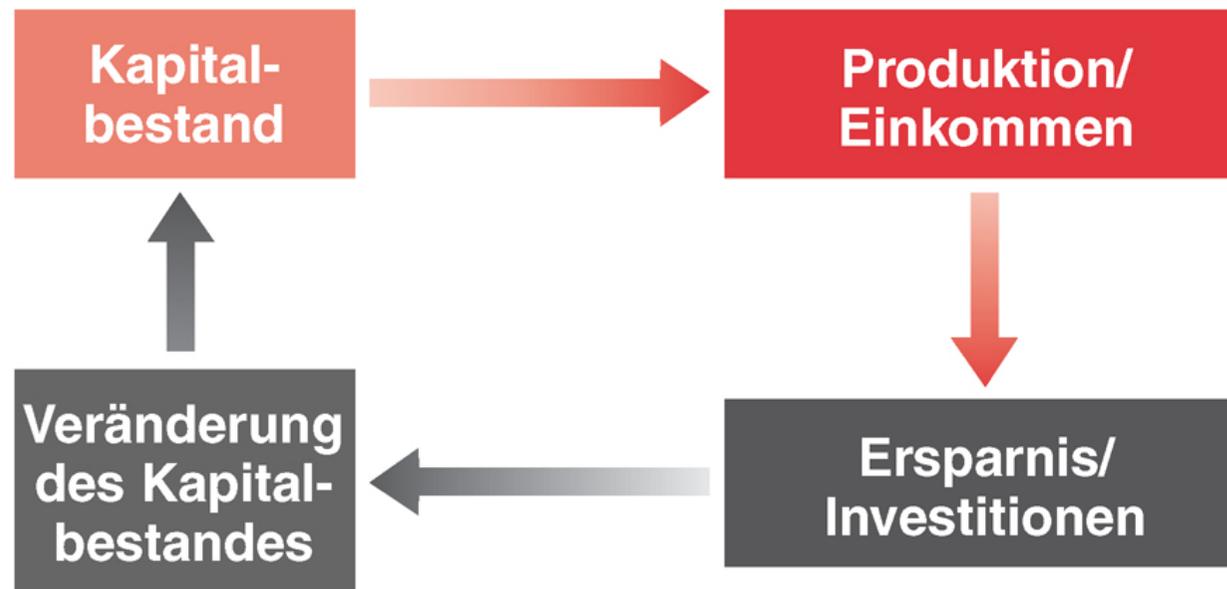
# Die Wechselwirkung zwischen Produktion und Kapital

- Der langfristige Output wird durch zwei Wechselwirkungen zwischen Produktion und Kapital bestimmt:
  - Die Höhe des Kapitalbestands beeinflusst die Gütermenge, die produziert werden kann.
  - Die Produktionsmenge beeinflusst, wie viel gespart und investiert werden kann und damit, wie viel Kapital akkumuliert wird.

# Die Wechselwirkung zwischen Produktion und Kapital

Kapital, Produktion und Sparen/Investitionen

$$Y = F(K_t, N)$$



$$\Delta K = I - \text{Abschreibungen}$$

$$I = S = s Y$$

## Die Wechselwirkung zwischen Produktion und Kapital: Die Wirkung von Kapital auf die Produktion

- Unter der Annahme konstanter Skalenerträge gilt für die Beziehung zwischen Produktion je Beschäftigten ( $Y/N$ ) und Kapitalintensität ( $K/N$ ):

$$Y_t = F(K_t, N) \Leftrightarrow \frac{Y_t}{N} = \frac{F(K_t, N)}{N} \Leftrightarrow \frac{Y_t}{N} = F\left(\frac{K_t}{N}, 1\right) \equiv f\left(\frac{K_t}{N}\right)$$

⇒ Steigt die Kapitalintensität (Kapital je Beschäftigten), dann steigt auch die Produktion je Beschäftigten.

# Die Wechselwirkung zwischen Produktion und Kapital: Die Wirkung der Produktion auf die Kapitalakkumulation

- Zwischen privater Ersparnis und Investitionen besteht folgende Beziehung:

$$I_t = S_t + (T_t - G_t)$$

- Für ein ausgeglichenes Staatsbudget ( $T_t = G_t$ ) gilt:

$$I_t = S_t$$

- Unter der Annahme, dass die Bewohner in jeder Periode einen konstanten Anteil ihres Einkommens sparen, gilt:

$$I_t = S_t = sY_t \quad \text{mit } 0 < s < 1.$$

⇒ Investitionen sind proportional zum Einkommen.

# Die Wechselwirkung zwischen Produktion und Kapital: Die Wirkung der Produktion auf die Kapitalakkumulation

- Die Entwicklung des Kapitalbestands im Zeitablauf:

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$$

- $\delta$ : Abschreibungsrate.
- Kombiniert man die Beziehung zwischen Produktion und Investition (siehe vorherige Folie) und die Beziehung zwischen Investition und Kapitalakkumulation, erhalten wir die zweite zentrale Gleichung der Wachstumstheorie:

$$\hat{U} \frac{K_{t+1}}{N} = (1 - \delta) \frac{K_t}{N} + s \frac{Y_t}{N} \hat{U} \quad \hat{U} \frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s \frac{Y_t}{N} - \delta \frac{K_t}{N}$$

Veränderung der Kapitalintensität Pro-Kopf Ersparnis Kapitalab-  
schreibung pro  
Beschäftigten

# Sparquote und Kapitalakkumulation (Kapitel 11.2)

- Wir haben zwei Beziehungen hergeleitet.
- Erste Beziehung: Beziehung zwischen Kapitalintensität und Pro-Kopf-Einkommen:

$$\frac{Y_t}{N} = f\left(\frac{K_t}{N}\right)$$

- Zweite Beziehung: Beziehung zwischen Pro-Kopf-Einkommen und Veränderung der Kapitalintensität:

$$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s \frac{Y_t}{N} - \delta \frac{K_t}{N}$$

# Sparquote und Kapitalakkumulation

- Verbinden wir beide Beziehungen, erhalten wir:

$$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s \frac{Y_t}{N} - \delta \frac{K_t}{N} \Leftrightarrow$$

$$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = sf\left(\frac{K_t}{N}\right) - \delta \frac{K_t}{N}$$

Veränderung der  
Kapitalintensität vom  
Jahr  $t$  zum Jahr  $t+1$

Investitionen  
während des  
Jahres  $t$

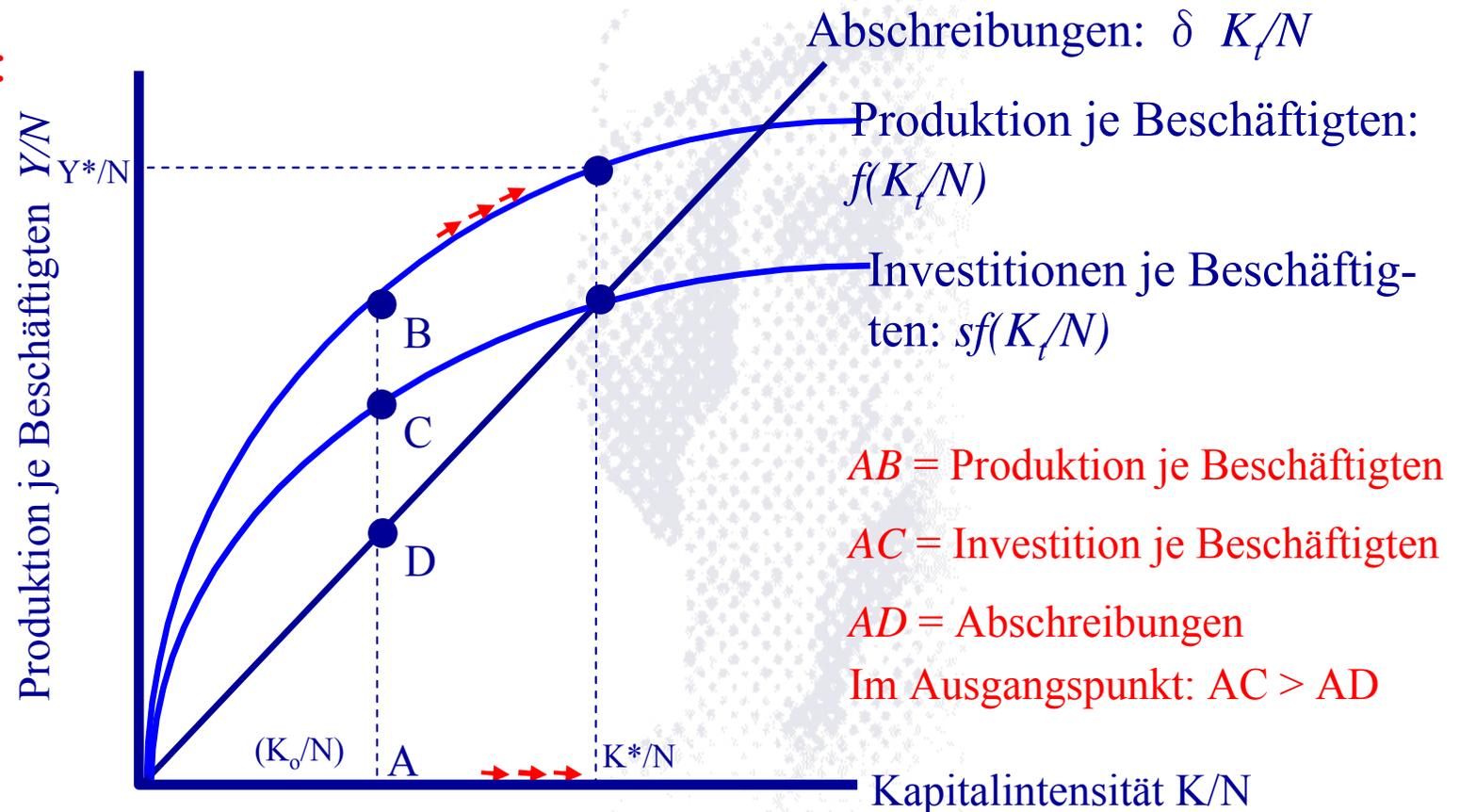
Abschreibungen  
während des  
Jahres  $t$

# Sparquote und Kapitalakkumulation: Die Dynamik von Kapitalbildung und Produktion

Dynamische Entwicklung von Kapital und Produktion

Ausgangspunkt:  
( $K_0/N$ )

Sind Kapital und Produktion niedrig, dann übersteigen die Investitionen die Abschreibungen; der Kapitalbestand wächst.



# Sparquote und Kapitalakkumulation: Kapital und Produktion im Steady State

- **Steady State:** Zustand, bei dem sich Produktion je Beschäftigten und Kapitalintensität nicht mehr verändert.
- Die Dynamik des Kapitalstocks ist gegeben durch:

$$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s f\left(\frac{K_t}{N}\right) - \delta \frac{K_t}{N}$$

- Im steady state: Linke Seite der obigen Gleichung ist gleich Null:

$$\frac{K_{t+1}^*}{N} - \frac{K_t^*}{N} = 0 \quad \rightarrow \quad s f\left(\frac{K^*}{N}\right) = \delta \frac{K^*}{N}$$

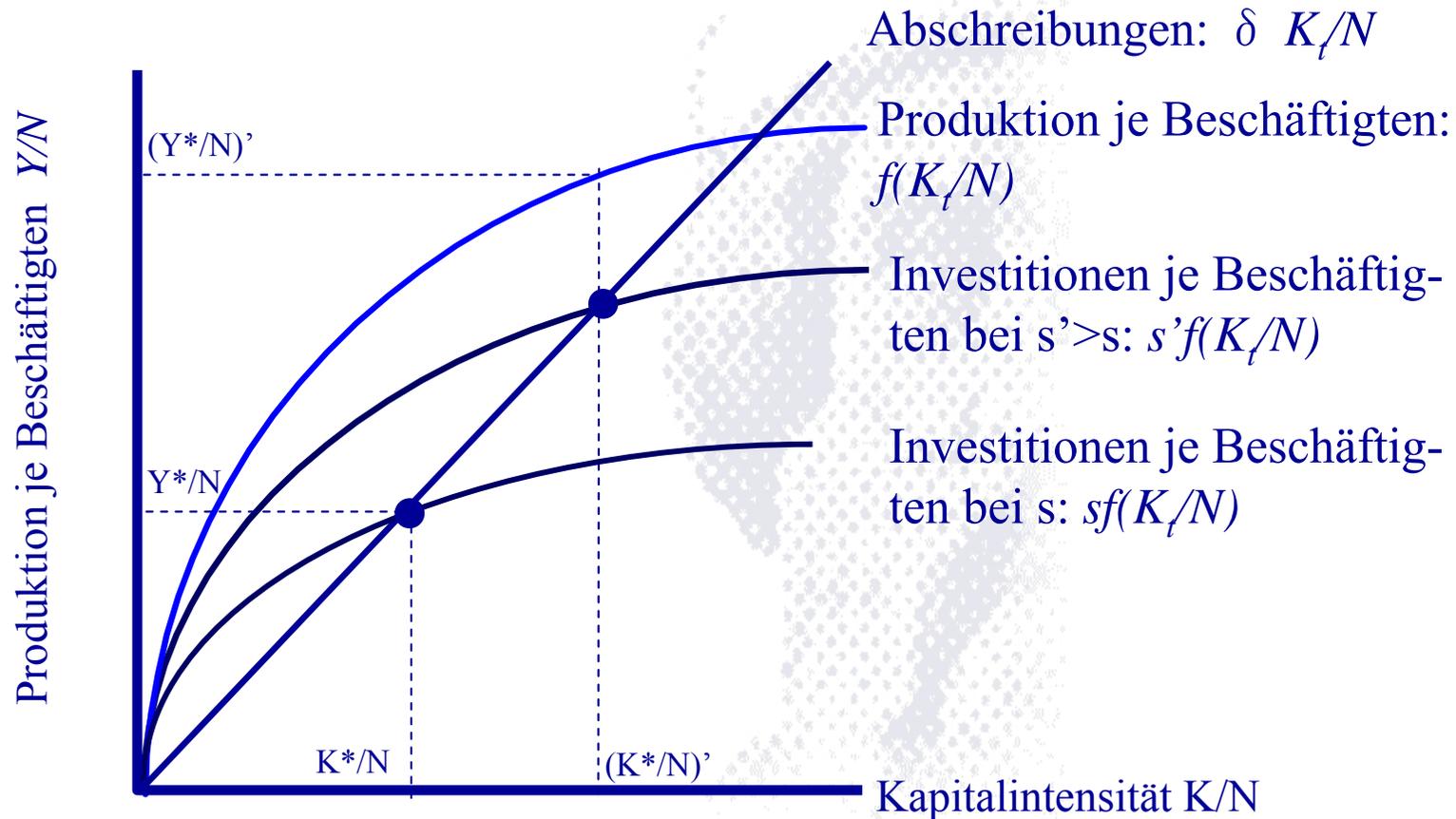
- Die Produktion je Beschäftigten ( $Y^*/N$ ) im Steady State ergibt sich für  $K^*/N$  aus der Produktionsfunktion:

$$\left(\frac{Y^*}{N}\right) = f\left(\frac{K^*}{N}\right)$$

# Sparquote und Kapitalakkumulation: Der Einfluss der Sparquote auf die Produktion

## Die Auswirkungen unterschiedlicher Sparquoten

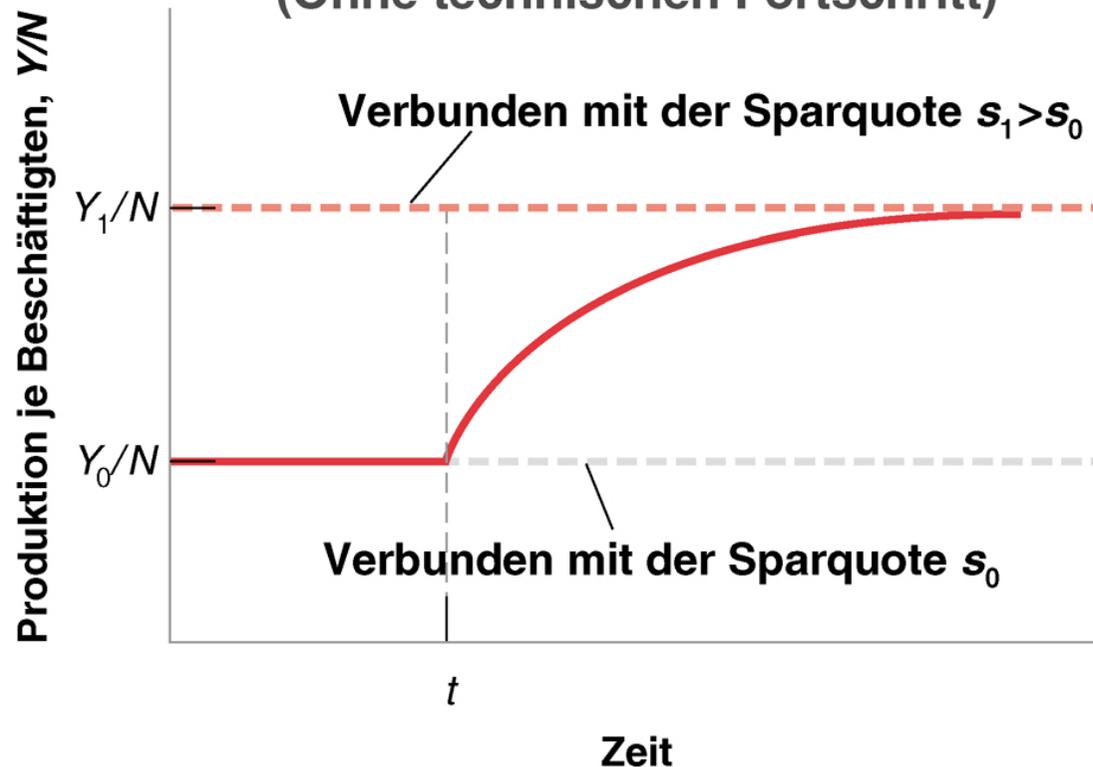
- Eine höhere Sparquote zu einem höheren steady-state Produktionsniveau je Beschäftigten.
- Die Sparquote hat jedoch keinen Effekt auf die langfristige Wachstumsrate!



# Sparquote und Kapitalakkumulation: Der Einfluss der Sparquote auf die Produktion

Die Auswirkungen eines Anstiegs der Sparquote auf die Produktion je Beschäftigten

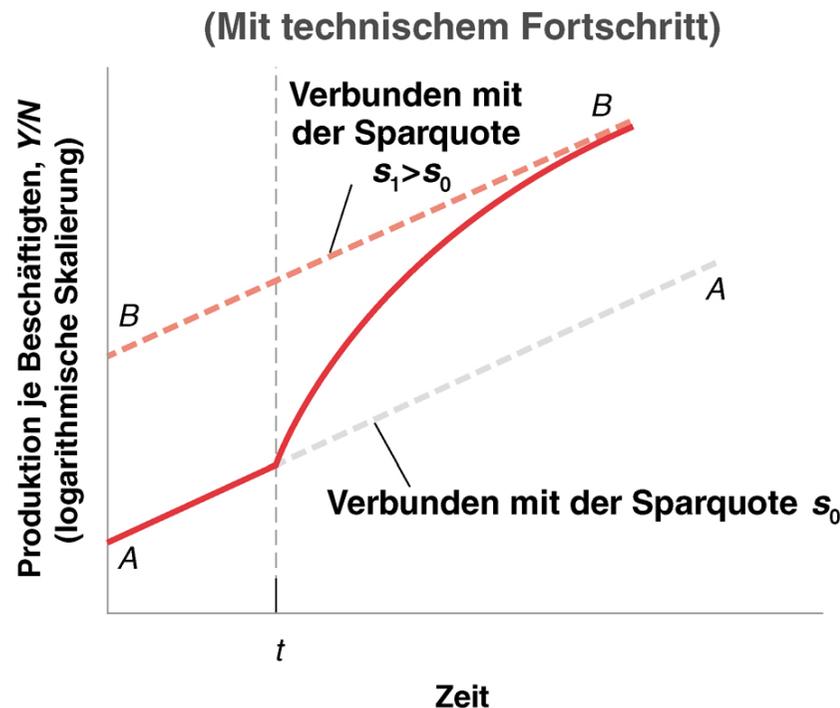
(Ohne technischen Fortschritt)



Ein Anstieg der Sparquote führt zu einer Wachstumsperiode, bis die Produktion ihr neues, höheres Steady State Niveau erreicht hat.

# Sparquote und Kapitalakkumulation: Der Einfluss der Sparquote auf die Produktion

Die Auswirkungen eines Anstiegs der Sparquote auf die Produktion je Beschäftigten in einer Volkswirtschaft mit technischem Fortschritt

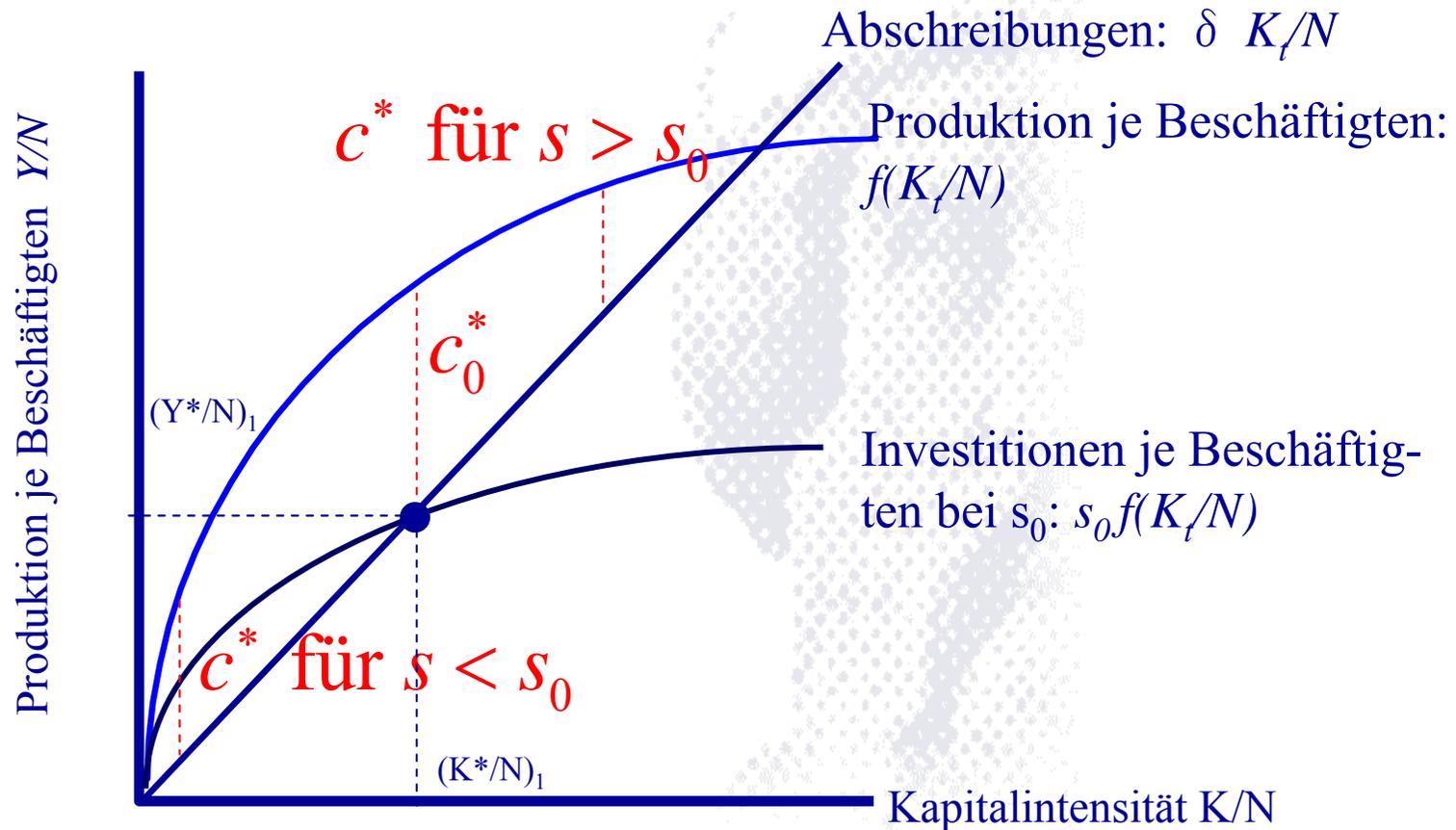


Ein Anstieg der Sparquote führt zu einer Periode mit höherem Wachstum, bis die Produktion einen neuen, höheren Wachstumspfad erreicht hat.

# Sparquote und Kapitalakkumulation: Sparquote und Konsum

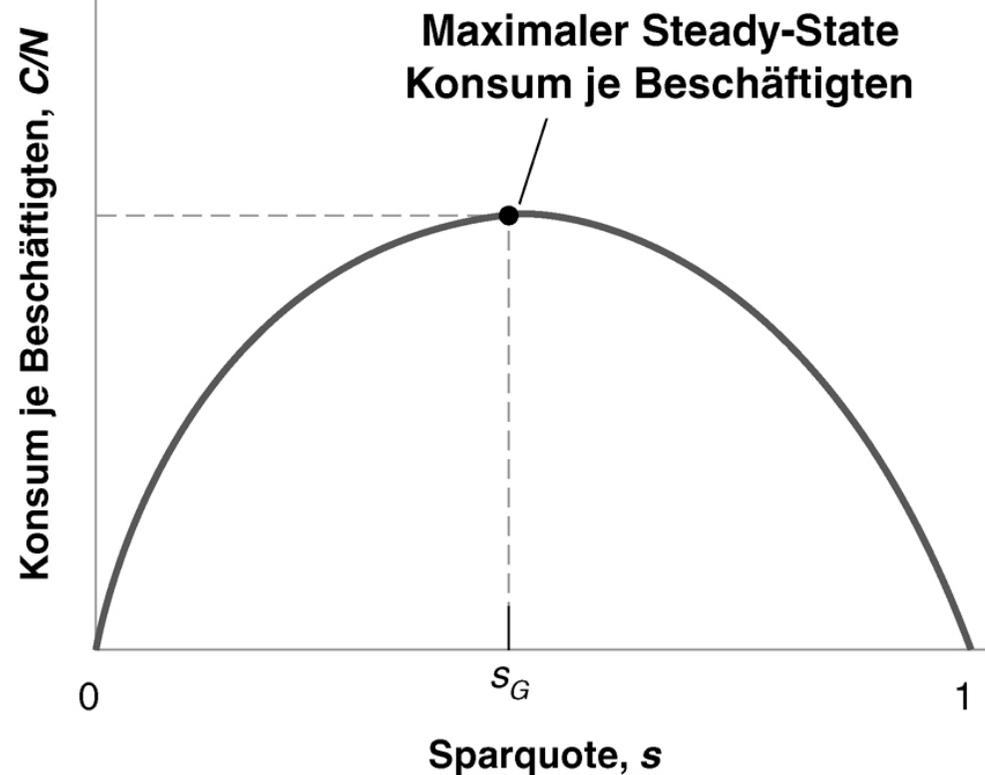
## Die Auswirkungen unterschiedlicher Sparquoten

- Mit der Sparquote variiert der Konsum je Beschäftigten im steady state.



# Sparquote und Kapitalakkumulation: Sparquote und Konsum

Die Auswirkungen der Sparquote auf den Konsum je Beschäftigten im Steady State



# Sparquote und Kapitalakkumulation: Sparquote und Konsum

- **Goldene Regel der Kapitalakkumulation (Golden Rule):**

⇒ Wähle die Sparquote  $s_G$ , die den maximalen Konsum im steady state ermöglicht.

- Aber: Anstieg der Sparquote bis  $s_G$  bedeutet Konsumverzicht heute:

⇒ Abwägung zwischen Gegenwarts- und Zukunftskonsum

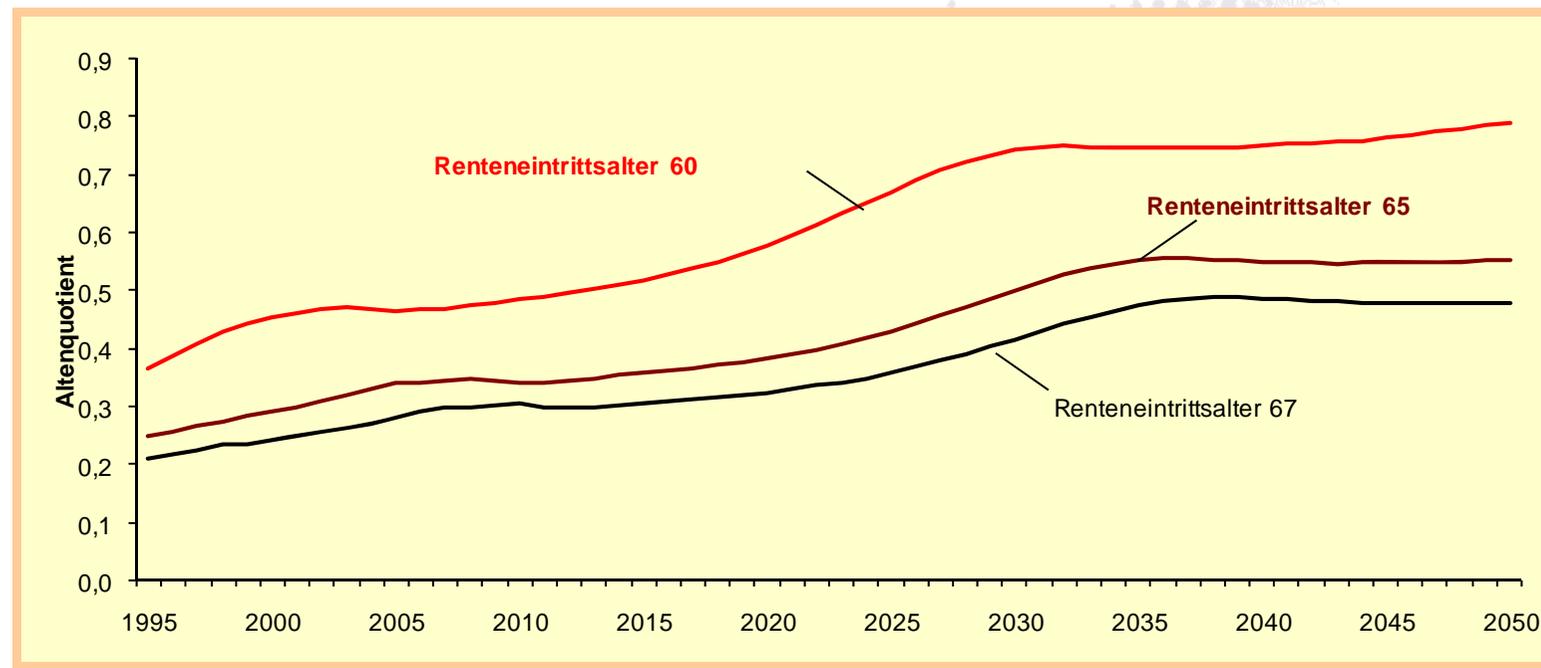
- Unterschiedliche Belastung der Generationen!
- Beispiel: Reform der Rentenversicherung

# Sparquote und Kapitalakkumulation: Rentenversicherung, Rentenversicherungsreform und Kapitalakkumulation

- Grundsätzlich lässt sich ein Rentenversicherungssystem auf zwei Arten organisieren:
  - **Umlageverfahren:** Die Beschäftigten zahlen Rentenversicherungsbeiträge; diese Beiträge werden dann unmittelbar im gleichen Jahr als Leistungen an die jeweiligen Rentner ausgezahlt.
  - **Kapitaldeckungsverfahren:** Die Beschäftigten investieren ihre Rentenzahlungen in Finanzanlagen; im Rentenalter erhalten sie ihre Investitionen dann einschließlich der Erträge zurück.

# Sparquote und Kapitalakkumulation: Rentenversicherung, Rentenversicherungsreform und Kapitalakkumulation

*Probleme des Umlageverfahrens: Prognostizierter Altersquotient für verschiedene Renteneintrittsalter (60, 65 und 67), 1995 – 2050 (Quelle: Statistisches Bundesamt Wiesbaden)*



Erklärung: Ein Altersquotient von 0,44 im Jahr 2001 bei einem faktischen Renteneintrittsalter von 60 Jahren bedeutet, dass knapp 2,3 Beschäftigte einen Rentner finanzieren müssen.

# Rentenversicherung, Rentenversicherungsreform und Kapitalakkumulation

- Ist das Umlageverfahren langfristig tragbar?
  - Ohne Änderung müsste der Rentenbeitragssatz deutlich angehoben oder das Rentenniveau entsprechend abgesenkt werden.
  - Untragbar hohe Belastung
- Wäre 1957 nicht das Umlage-, sondern das Kapitaldeckungsverfahren eingeführt worden:
  - ⇒ Höhere Sparquote ⇒ größerer Kapitalbestand ⇒ höhere Produktion und Konsum je Beschäftigten.

# Rentenversicherung, Rentenversicherungsreform und Kapitalakkumulation

- Aber: Kein Einführungsgewinn für die Kriegsgeneration.
- Wegen bestehender Verpflichtungen:
  - ⇒ Wechsel muss langsam erfolgen, damit die Anpassungskosten nicht übermäßig zu Lasten einer einzelnen Generation gehen.
- Rentenreform:
  - Riester-Rente,
  - Nachhaltigkeitsfaktor,
  - Anhebung des Renteneintrittsalters.

# Beispiel: Cobb-Douglas Produktionsfunktion (Kapitel 11.3)

- Cobb Douglas Produktionsfunktion:

$$Y = \sqrt{K} \sqrt{N}$$

- Die Produktion je Beschäftigten erhält man durch Teilen durch N:

$$\frac{Y}{N} = \frac{\sqrt{K} \sqrt{N}}{N} = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{K}{N}}$$

- Man erhält eine konkrete Spezifikation der Produktionsfunktion:

$$f\left(\frac{K_t}{N}\right) = \sqrt{\frac{K_t}{N}}$$

## Beispiel: Cobb-Douglas Produktionsfunktion

- Die Kapitalintensität im Zeitverlauf verändert sich entsprechend:

$$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = sf\left(\frac{K_t}{N}\right) - \delta \frac{K_t}{N}$$

- Es gilt also:

$$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s\sqrt{\frac{K_t}{N}} - \delta \frac{K_t}{N}$$

- Im Steady State ist die linke Seite gleich Null:

$$0 = s\sqrt{\frac{K_t}{N}} - \delta \frac{K_t}{N} \hat{=} s\sqrt{\frac{K_t}{N}} = \delta \frac{K_t}{N}$$

# Beispiel: Cobb-Douglas Produktionsfunktion

- Quadrieren beider Seiten liefert:

$$s^2 \frac{K}{N} = \delta^2 \left( \frac{K}{N} \right)^2$$

- Teilen durch  $(K/N)$  und umformen liefert:

$$\frac{K}{N} = \left( \frac{s}{\delta} \right)^2$$

- Die Produktion je Beschäftigten ist:

$$\frac{Y}{N} = \sqrt{\frac{K}{N}} = \sqrt{\left( \frac{s}{\delta} \right)^2} = \frac{s}{\delta}$$

## Beispiel: Cobb-Douglas Produktionsfunktion: Wie wirkt sich ein Anstieg der Sparquote aus?

- Steady-state Output ist gegeben durch:

$$\frac{Y}{N} = \sqrt{\frac{K}{N}} = \sqrt{\left(\frac{s}{\delta}\right)^2} = \frac{s}{\delta}$$

- Die Produktion je Beschäftigten ist im Steady State durch den Quotienten aus Sparquote und Abschreibungsrate bestimmt.
- Steigt die Sparquote oder sinkt die Abschreibungsrate, so nehmen sowohl Kapitalintensität als auch die Produktion je Beschäftigten im Steady State zu.

# Beispiel: Cobb-Douglas Produktionsfunktion: Wie wirkt sich ein Anstieg der Sparquote aus?

Der Anpassungsprozess des Niveaus und der Wachstumsrate der Produktion je Beschäftigten bei einem Anstieg der Sparquote von 10% auf 20%.

Produktionsniveau



Produktionswachstum



Es dauert lange, bis sich die Produktion nach einem Anstieg der Sparquote auf ihr höheres Niveau angepasst hat. Anders gesagt, ein Anstieg der Sparquote führt zu einer langen Periode höheren Wachstums.

## Beispiel: Cobb-Douglas Produktionsfunktion: Die optimale Sparquote aus der Sicht der Goldenen Regel

- Im Steady State entspricht der Konsum je Beschäftigten der Differenz aus Produktion und Abschreibungen je Beschäftigten.

$$\frac{C}{N} = \frac{Y}{N} - \delta \frac{K}{N}$$

- Bekannt sind:

$$\frac{K}{N} = \left(\frac{s}{\delta}\right)^2 \quad \frac{Y}{N} = \sqrt{\frac{K}{N}} = \sqrt{\left(\frac{s}{\delta}\right)^2} = \frac{s}{\delta}$$

- Dann ergibt sich:

$$\frac{C}{N} = \frac{s}{\delta} - \delta \left(\frac{s}{\delta}\right)^2 = \frac{s(1-s)}{\delta}$$

# Beispiel: Cobb-Douglas Produktionsfunktion: Die optimale Sparquote aus der Sicht der Goldenen Regel

Tabelle 11-1: Die Sparquote und die Steady-State Werte von Kapital, Produktion und Konsum je Beschäftigten ( $\delta=10\%$ )

Sparquote $s$	Kapital je Beschäftigten $K/N$	Produktion je Beschäftigten $Y/N$	Konsum je Beschäftigten $C/N$
0,0	0,0	0,0	0,0
0,1	1,0	1,0	0,9
0,2	4,0	2,0	1,6
0,3	9,0	3,0	2,1
0,4	16,0	4,0	2,4
0,5	25,0	5,0	2,5
0,6	36,0	6,0	2,4
–	–	–	–
1,0	100,0	10,0	0,0

# Physisches Kapital versus Humankapital (Kapitel 11.4)

- Humankapital: Wissen aller Beschäftigten einer Ökonomie.
- Beobachtung: Eine Volkswirtschaft mit vielen hoch qualifizierten Beschäftigten ist sehr viel produktiver als eine Ökonomie, in der die Arbeiter weder schreiben noch lesen können.

⇒ Modifikation der aggregierten Produktionsfunktion.

- Die Produktion je Beschäftigten hängt sowohl von der physischen Kapitalintensität ( $K/N$ ), als auch vom Bestand an Humankapital ( $H/N$ ) ab:

$$\frac{Y}{N} = f \left( \frac{K}{N}, \frac{H}{N} \right)$$

(+, +)

# Physisches Kapital versus Humankapital

- Ein Maß für das Humankapital  $H$  kann folgendermaßen konstruiert werden:
  - Angenommen, eine Volkswirtschaft besteht aus 100 Beschäftigten. Die Hälfte davon hat eine Ausbildung, die andere Hälfte nicht.
  - Der Lohn der ausgebildeten Beschäftigten ist doppelt so hoch wie der der ungelerten Beschäftigten. Dann gilt:

$$H = [(50 \times 1) + (50 \times 2)] = 150 \Rightarrow \frac{H}{N} = \frac{150}{100} = 1.5$$

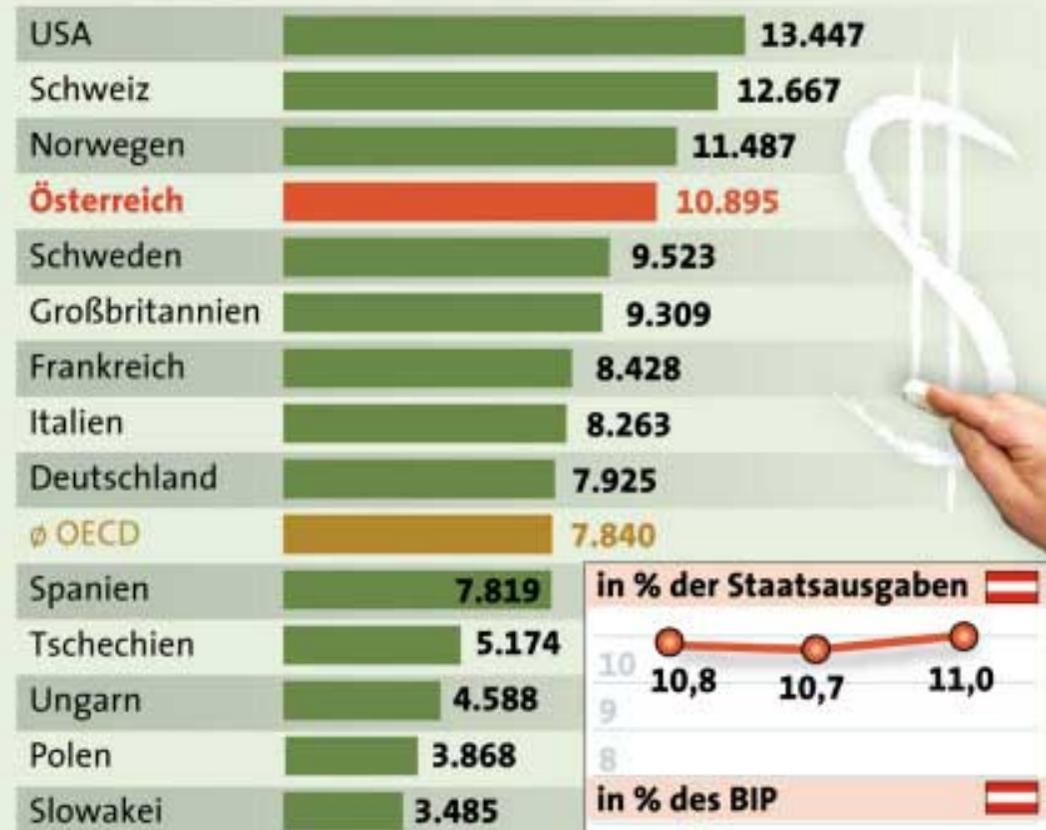
# Physisches Kapital versus Humankapital: Humankapital, Physisches Kapital und die Produktion

- Steigt die gesamtwirtschaftliche Investition in Humankapital – sei es durch Ausbildung oder durch “training on-the-job” – dann erhöht sich die Humankapitalintensität im steady state; damit steigt die Produktion je Beschäftigten.
- Langfristig hängt die Produktion je Beschäftigten sowohl von der Ersparnis als auch von den Bildungsausgaben einer Gesellschaft ab.
- In Deutschland werden etwa 5,6% des BIP für Bildung ausgegeben wohingegen die Bruttoinvestitionsquote von physischem Kapital bei 18,4% des BIP liegt.

# Physisches Kapital versus Humankapital: Bildungsausgaben im internationalen Vergleich

## Ausgaben für Bildung

Jährliche Kosten pro Schüler/Student in US-Dollar (kaufkraftbereinigt)  
Volksschule bis Hochschule, OECD-Länderauswahl 2006



# Physisches Kapital versus Humankapital: Endogenes Wachstum

- **Endogene Wachstumsmodelle:** Modelle, die selbst ohne technischen Fortschritt stetiges Wachstum generieren,
- Wachstum wird in diesen Modellen unter anderem von der Sparquote und den Bildungsausgaben bestimmt.