Makroökonomie

Kapitel 12 - Ergänzungsmaterial

Günter W. Beck

Universität Mainz

21. Januar 2011

Overview

1. Kapitalstockdynamik ohne technologischen Fortschritt
   - Die Dynamik der Kapitelintensität
   - Bestimmung der steady-state Investitionen

2. Kapitalstockdynamik mit technologischem Fortschritt und Bevölkerungswachtsum
   - Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit
   - Bestimmung der steady-state Investitionen

3. Wachtsumsrate von K im steady state

Die Dynamik der Kapitelintensität ohne technologischen Fortschritt

Die Dynamik der Kapitelintensität ohne technologischen Fortschritt

- Die Entwicklung des Kapitelstocks im Zeitablauf ist gegeben durch:

Die Dynamik der Kapitelintensität ohne technologischen Fortschritt

- Die Entwicklung des Kapitelstocks im Zeitablauf ist gegeben durch:

$$K_{t+1} = (1-\delta)\,K_t + I_t =$$

Die Dynamik der Kapitelintensität ohne technologischen Fortschritt

- Die Entwicklung des Kapitelstocks im Zeitablauf ist gegeben durch:

$$K_{t+1} = (1-\delta) K_t + I_t = (1-\delta) K_t + sF(K_t, A_t N_t)$$

Die Dynamik der Kapitelintensität ohne technologischen Fortschritt

- Die Entwicklung des Kapitelstocks im Zeitablauf ist gegeben durch:

$$
\begin{aligned}
K_{t+1} &= (1-\delta) K_t + I_t = (1-\delta) K_t + sF(K_t, A_t N_t) \overset{A_t=1}{=} \\
&= (1-\delta) K_t + sF(K_t, N_t). \qquad (1)
\end{aligned}
$$

Die Dynamik der Kapitelintensität ohne technologischen Fortschritt

- Die Entwicklung des Kapitelstocks im Zeitablauf ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} K_{t+1} &= (1-\delta)\,K_t + I_t = (1-\delta)\,K_t + sF\left(K_t, A_t N_t\right) \overset{A_t=1}{=} \\ &= (1-\delta)\,K_t + sF\left(K_t, N_t\right). \end{aligned} \quad (1)$$

- Teilt man beide Seiten dieser Gleichung durch N_t und nimmt an, dass $N_t = N_{t+1} = \ldots = N$ gilt, erhält man:

Die Dynamik der Kapitelintensität ohne technologischen Fortschritt

- Die Entwicklung des Kapitelstocks im Zeitablauf ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} K_{t+1} &= (1-\delta)\,K_t + I_t = (1-\delta)\,K_t + sF\left(K_t, A_t N_t\right) \overset{A_t=1}{=} \\ &= (1-\delta)\,K_t + sF\left(K_t, N_t\right). \end{aligned} \tag{1}$$

- Teilt man beide Seiten dieser Gleichung durch N_t und nimmt an, dass $N_t = N_{t+1} = \ldots = N$ gilt, erhält man:

$$\frac{K_{t+1}}{N} = (1-\delta)\,\frac{K_t}{N} + s\frac{F\left(K_t, N\right)}{N} \Longleftrightarrow$$

Die Dynamik der Kapitelintensität ohne technologischen Fortschritt

- Die Entwicklung des Kapitelstocks im Zeitablauf ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} K_{t+1} &= (1-\delta) K_t + I_t = (1-\delta) K_t + sF(K_t, A_t N_t) \overset{A_t=1}{=} \\ &= (1-\delta) K_t + sF(K_t, N_t) . \end{aligned} \tag{1}$$

- Teilt man beide Seiten dieser Gleichung durch N_t und nimmt an, dass $N_t = N_{t+1} = \ldots = N$ gilt, erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{K_{t+1}}{N} &= (1-\delta) \frac{K_t}{N} + s \frac{F(K_t, N)}{N} \Longleftrightarrow \\ k_{t+1} &= (1-\delta) k_t + sf(k_t) = (1-\delta) k_t + i_t , \end{aligned} \tag{2}$$

wobei $i_t = sf(k_t)$ gilt.

Bestimmung der steady-state Investitionen

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass die Kapitelintensität konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass die Kapitelintensität konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$k_{t+1} \quad = \quad (1 - \delta)\, k_t + i_t, \Longleftrightarrow$$

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass die Kapitelintensität konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\begin{aligned} k_{t+1} &= (1-\delta)\, k_t + i_t, \Longleftrightarrow \\ k^* &= (1-\delta)\, k^* + i^*. \end{aligned} \tag{3}$$

- Auflösen nach i^* ergibt:

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass die Kapitelintensität konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\begin{aligned} k_{t+1} &= (1-\delta)\, k_t + i_t, \Longleftrightarrow \\ k^* &= (1-\delta)\, k^* + i^*. \end{aligned} \tag{3}$$

- Auflösen nach i^* ergibt:

$$i^* = \delta k^*. \tag{4}$$

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass die Kapitelintensität konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\begin{aligned} k_{t+1} &= (1-\delta)\, k_t + i_t, \Longleftrightarrow \qquad (3) \\ k^* &= (1-\delta)\, k^* + i^*. \end{aligned}$$

- Auflösen nach i^* ergibt:

$$i^* = \delta k^*. \qquad (4)$$

- Die tatsächlich erforderlichen Investition sind damit gegeben durch:

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass die Kapitelintensität konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\begin{aligned} k_{t+1} &= (1-\delta)\,k_t + i_t, \Longleftrightarrow \\ k^* &= (1-\delta)\,k^* + i^*. \end{aligned} \tag{3}$$

- Auflösen nach i^* ergibt:

$$i^* = \delta k^*. \tag{4}$$

- Die tatsächlich erforderlichen Investition sind damit gegeben durch:

$$I^* = N * i^* = \delta k^* N = \delta K^*. \tag{5}$$

Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit

Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit

- Die Entwicklung des Kapitelstocks im Zeitablauf ist gegeben durch:

Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit

- Die Entwicklung des Kapitelstocks im Zeitablauf ist gegeben durch:

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t =$$

Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit

- Die Entwicklung des Kapitelstocks im Zeitablauf ist gegeben durch:

$$K_{t+1} = (1-\delta) K_t + I_t = (1-\delta) K_t + sF(K_t, A_t N_t). \tag{6}$$

Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit

- Die Entwicklung des Kapitelstocks im Zeitablauf ist gegeben durch:

$$K_{t+1} = (1-\delta) K_t + I_t = (1-\delta) K_t + sF(K_t, A_t N_t). \tag{6}$$

- Teilt man beide Seiten dieser Gleichung durch $A_t N_t$ erhält man:

Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit

- Die Entwicklung des Kapitelstocks im Zeitablauf ist gegeben durch:

$$K_{t+1} = (1-\delta) K_t + I_t = (1-\delta) K_t + sF(K_t, A_t N_t) . \tag{6}$$

- Teilt man beide Seiten dieser Gleichung durch $A_t N_t$ erhält man:

$$\frac{K_{t+1}}{A_t N_t} = (1-\delta) \frac{K_t}{A_t N_t} + s \frac{F(K_t, A_t N_t)}{A_t N_t} \Longleftrightarrow$$

Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit

- Die Entwicklung des Kapitelstocks im Zeitablauf ist gegeben durch:

$$K_{t+1} = (1-\delta) K_t + I_t = (1-\delta) K_t + sF(K_t, A_t N_t). \tag{6}$$

- Teilt man beide Seiten dieser Gleichung durch $A_t N_t$ erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{K_{t+1}}{A_t N_t} &= (1-\delta)\frac{K_t}{A_t N_t} + s\frac{F(K_t, A_t N_t)}{A_t N_t} \Longleftrightarrow \\ \frac{K_{t+1}}{A_t N_t} &= (1-\delta) k_t + sf(k_t), \end{aligned} \tag{7}$$

wobei $k_t = \frac{K_t}{A_t N_t}$ gilt.

Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit

Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit

- Unter der Annahme, dass A mit der Rate g_A und N mit der Rate g_N wächst, d.h. gegeben:

Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit

- Unter der Annahme, dass A mit der Rate g_A und N mit der Rate g_N wächst, d.h. gegeben:

$$A_{t+1} = (1 + g_A)\, A_t \text{ und } N_{t+1} = (1 + g_N)\, N_t \tag{8}$$

Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit

- Unter der Annahme, dass A mit der Rate g_A und N mit der Rate g_N wächst, d.h. gegeben:

$$A_{t+1} = (1 + g_A)\, A_t \text{ und } N_{t+1} = (1 + g_N)\, N_t \tag{8}$$

können wir schreiben:

$$\frac{K_{t+1}}{A_t N_t} = (1 - \delta)\, k_t + sf\,(k_t) \Longleftrightarrow$$

Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit

- Unter der Annahme, dass A mit der Rate g_A und N mit der Rate g_N wächst, d.h. gegeben:

$$A_{t+1} = (1 + g_A) A_t \text{ und } N_{t+1} = (1 + g_N) N_t \tag{8}$$

können wir schreiben:

$$\begin{aligned} \frac{K_{t+1}}{A_t N_t} &= (1 - \delta) k_t + sf(k_t) \Longleftrightarrow \qquad (9) \\ \frac{K_{t+1}}{\frac{A_{t+1} N_{t+1}}{(1+g_A)(1+g_N)}} &= (1 - \delta) k_t + sf(k_t) \Longleftrightarrow \end{aligned}$$

Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit

- Unter der Annahme, dass A mit der Rate g_A und N mit der Rate g_N wächst, d.h. gegeben:

$$A_{t+1} = (1 + g_A)\, A_t \text{ und } N_{t+1} = (1 + g_N)\, N_t \tag{8}$$

können wir schreiben:

$$\begin{aligned}
\frac{K_{t+1}}{A_t N_t} &= (1-\delta)\, k_t + sf\,(k_t) \Longleftrightarrow && (9)\\
\frac{K_{t+1}}{\frac{A_{t+1}N_{t+1}}{(1+g_A)(1+g_N)}} &= (1-\delta)\, k_t + sf\,(k_t) \Longleftrightarrow\\
(1+g_A)\,(1+g_N)\,k_{t+1} &= (1-\delta)\, k_t + sf\,(k_t) \Longleftrightarrow
\end{aligned}$$

Die Dynamik des Kapitelbestandes je effektiver Arbeit

- Unter der Annahme, dass A mit der Rate g_A und N mit der Rate g_N wächst, d.h. gegeben:

$$A_{t+1} = (1 + g_A) A_t \text{ und } N_{t+1} = (1 + g_N) N_t \tag{8}$$

können wir schreiben:

$$\begin{aligned}
\frac{K_{t+1}}{A_t N_t} &= (1 - \delta) k_t + sf(k_t) \Longleftrightarrow \\
\frac{K_{t+1}}{\frac{A_{t+1} N_{t+1}}{(1+g_A)(1+g_N)}} &= (1 - \delta) k_t + sf(k_t) \Longleftrightarrow \\
(1 + g_A)(1 + g_N) k_{t+1} &= (1 - \delta) k_t + sf(k_t) \Longleftrightarrow \\
(1 + g_A)(1 + g_N) k_{t+1} &= (1 - \delta) k_t + i_t,
\end{aligned} \tag{9}$$

wobei $i_t = \frac{I_t}{A_t N_t} = sf(k_t)$ gilt.

Bestimmung der steady-state Investitionen

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass der Kapitalstock in Effizienzeinheiten konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass der Kapitalstock in Effizienzeinheiten konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\left(1 + g_A\right)\left(1 + g_N\right) k_{t+1} \quad = \quad \left(1 - \delta\right) k_t + i_t \Longleftrightarrow$$

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass der Kapitalstock in Effizienzeinheiten konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\begin{aligned} (1+g_A)(1+g_N)\, k_{t+1} &= (1-\delta)\, k_t + i_t \Longleftrightarrow \\ (1+g_A)(1+g_N)\, k^* &= (1-\delta)\, k^* + i^*. \end{aligned} \tag{10}$$

- Auflösen nach i^* ergibt:

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass der Kapitalstock in Effizienzeinheiten konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\begin{aligned} (1+g_A)(1+g_N)\,k_{t+1} &= (1-\delta)\,k_t + i_t \Longleftrightarrow \\ (1+g_A)(1+g_N)\,k^* &= (1-\delta)\,k^* + i^*. \end{aligned} \tag{10}$$

- Auflösen nach i^* ergibt:

$$i^* = (1+g_A)(1+g_N)\,k^* - (1-\delta)\,k^* =$$

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass der Kapitalstock in Effizienzeinheiten konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\begin{aligned} (1+g_A)(1+g_N)\, k_{t+1} &= (1-\delta)\, k_t + i_t \Longleftrightarrow \\ (1+g_A)(1+g_N)\, k^* &= (1-\delta)\, k^* + i^*. \end{aligned} \tag{10}$$

- Auflösen nach i^* ergibt:

$$\begin{aligned} i^* &= (1+g_A)(1+g_N)\, k^* - (1-\delta)\, k^* = \\ &= (1+g_A+g_N+g_A g_N - 1 + \delta)\, k^* \approx \end{aligned} \tag{11}$$

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass der Kapitalstock in Effizienzeinheiten konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\begin{aligned}(1+g_A)(1+g_N)\,k_{t+1} &= (1-\delta)\,k_t + i_t \Longleftrightarrow \\ (1+g_A)(1+g_N)\,k^* &= (1-\delta)\,k^* + i^*.\end{aligned} \tag{10}$$

- Auflösen nach i^* ergibt:

$$\begin{aligned}i^* &= (1+g_A)(1+g_N)\,k^* - (1-\delta)\,k^* = \\ &= (1+g_A+g_N+g_Ag_N-1+\delta)\,k^* \approx \\ &\approx (g_A+g_N+\delta)\,k^*\end{aligned} \tag{11}$$

Bestimmung der steady-state Investitionen

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass der Kapitalstock in Effizienzeinheiten konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass der Kapitalstock in Effizienzeinheiten konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$(1 + g_A)(1 + g_N)\, k_{t+1} \quad = \quad (1 - \delta)\, k_t + i_t \Longleftrightarrow$$

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass der Kapitalstock in Effizienzeinheiten konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\begin{aligned} (1+g_A)(1+g_N)\,k_{t+1} &= (1-\delta)\,k_t + i_t \Longleftrightarrow \\ (1+g_A)(1+g_N)\,k^* &= (1-\delta)\,k^* + i^*. \end{aligned} \tag{12}$$

- Auflösen nach i^* ergibt:

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass der Kapitalstock in Effizienzeinheiten konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\begin{aligned} (1+g_A)(1+g_N)\,k_{t+1} &= (1-\delta)\,k_t + i_t \Longleftrightarrow \\ (1+g_A)(1+g_N)\,k^* &= (1-\delta)\,k^* + i^*. \end{aligned} \tag{12}$$

- Auflösen nach i^* ergibt:

$$i^* = (1+g_A)(1+g_N)\,k^* - (1-\delta)\,k^* =$$

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass der Kapitalstock in Effizienzeinheiten konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\begin{aligned} (1+g_A)(1+g_N)\,k_{t+1} &= (1-\delta)\,k_t + i_t \Longleftrightarrow \\ (1+g_A)(1+g_N)\,k^* &= (1-\delta)\,k^* + i^*. \end{aligned} \tag{12}$$

- Auflösen nach i^* ergibt:

$$\begin{aligned} i^* &= (1+g_A)(1+g_N)\,k^* - (1-\delta)\,k^* = \\ &= (1+g_A+g_N+g_Ag_N-1+\delta)\,k^* \approx \end{aligned} \tag{13}$$

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass der Kapitalstock in Effizienzeinheiten konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\begin{aligned} (1+g_A)(1+g_N)\,k_{t+1} &= (1-\delta)\,k_t + i_t \Longleftrightarrow \\ (1+g_A)(1+g_N)\,k^* &= (1-\delta)\,k^* + i^*. \end{aligned} \tag{12}$$

- Auflösen nach i^* ergibt:

$$\begin{aligned} i^* &= (1+g_A)(1+g_N)\,k^* - (1-\delta)\,k^* = \\ &= (1+g_A+g_N+g_A g_N - 1 + \delta)\,k^* \approx \\ &\approx (g_A+g_N+\delta)\,k^* \end{aligned} \tag{13}$$

- Die tatsächlich erforderlichen Investition sind damit gegeben durch:

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass der Kapitalstock in Effizienzeinheiten konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\begin{aligned} (1+g_A)(1+g_N)\,k_{t+1} &= (1-\delta)\,k_t + i_t \Longleftrightarrow \\ (1+g_A)(1+g_N)\,k^* &= (1-\delta)\,k^* + i^*. \end{aligned} \tag{12}$$

- Auflösen nach i^* ergibt:

$$\begin{aligned} i^* &= (1+g_A)(1+g_N)\,k^* - (1-\delta)\,k^* = \\ &= (1+g_A+g_N+g_Ag_N-1+\delta)\,k^* \approx \\ &\approx (g_A+g_N+\delta)\,k^* \end{aligned} \tag{13}$$

- Die tatsächlich erforderlichen Investition sind damit gegeben durch:

$$I^* = A_tN_t * i^* = (g_A+g_N+\delta)\,k^*A_tN_t =$$

Bestimmung der steady-state Investitionen

- Die im steady-state getätigten Investitionen stellen sicher, dass der Kapitalstock in Effizienzeinheiten konstant bleibt, d.h. $k_{t+1} = k_t = k^*$ gilt.
- Wir haben also:

$$\begin{aligned} (1+g_A)(1+g_N)\,k_{t+1} &= (1-\delta)\,k_t + i_t \Longleftrightarrow \\ (1+g_A)(1+g_N)\,k^* &= (1-\delta)\,k^* + i^*. \end{aligned} \qquad (12)$$

- Auflösen nach i^* ergibt:

$$\begin{aligned} i^* &= (1+g_A)(1+g_N)\,k^* - (1-\delta)\,k^* = \\ &= (1+g_A+g_N+g_Ag_N-1+\delta)\,k^* \approx \\ &\approx (g_A+g_N+\delta)\,k^* \end{aligned} \qquad (13)$$

- Die tatsächlich erforderlichen Investition sind damit gegeben durch:

$$I^* = A_t N_t * i^* = (g_A+g_N+\delta)\,k^* A_t N_t = (g_A+g_N+\delta)\,K_t. \qquad (14)$$

Wachtsumsrate von K im steady state

- Im steady state gilt:

Wachtsumsrate von K im steady state

- Im steady state gilt:

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} = \frac{K_t}{A_t N_t}. \tag{15}$$

Wachtsumsrate von K im steady state

- Im steady state gilt:

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} = \frac{K_t}{A_tN_t}. \tag{15}$$

- Gleichzeitig gilt:

Wachtsumsrate von K im steady state

- Im steady state gilt:

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} = \frac{K_t}{A_t N_t}. \tag{15}$$

- Gleichzeitig gilt:

$$A_{t+1}N_{t+1} = (1 + g_A)(1 + g_N)A_t N_t. \tag{16}$$

Wachtsumsrate von K im steady state

- Im steady state gilt:

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} = \frac{K_t}{A_t N_t}. \tag{15}$$

- Gleichzeitig gilt:

$$A_{t+1}N_{t+1} = (1+g_A)(1+g_N)A_t N_t. \tag{16}$$

- Also:

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} = \frac{K_{t+1}}{(1+g_A)(1+g_N)A_t N_t} \overset{!}{=} \frac{K_t}{A_t N_t}. \tag{17}$$

Wachtsumsrate von K im steady state

- Im steady state gilt:

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} = \frac{K_t}{A_t N_t}. \tag{15}$$

- Gleichzeitig gilt:

$$A_{t+1}N_{t+1} = (1+g_A)(1+g_N)A_t N_t. \tag{16}$$

- Also:

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} = \frac{K_{t+1}}{(1+g_A)(1+g_N)A_t N_t} \overset{!}{=} \frac{K_t}{A_t N_t}. \tag{17}$$

$$\Longrightarrow K_{t+1} = (1+g_A)(1+g_N)K_t.$$