Die Bedeutung der Mathematik für die Philosophie Schopenhauers*

Von Knut Radbruch (Kaiserslautern)

Bei allen Philosophen, die wirklich originelle neue Philosophie entfaltet haben, ist eine Gemeinsamkeit nicht zu übersehen: explizit oder implizit spielt bei der Konstitution des neuen philosophischen Ansatzes die Mathematik eine wesentliche Rolle. Die Auseinandersetzung mit Mathematik prägt den neuen philosophischen Wurf. Es sei an zwei charakteristische Beispiele erinnert: Platon und Kant. Platon gelangte über eine Analyse von Tragweite und Wahrheitsanspruch der Mathematik zu seiner Ideenlehre. Kant hat sich bei seinem Weg zur kritischen Philosophie immer wieder an der Mathematik orientiert.

In diesem Beitrag möchte ich zeigen, daß die Mathematik auch eine bedeutende Rolle sowohl für die Philosophie als auch in der Philosophie Schopenhauers spielt.

Was Schopenhauer über sein Hauptwerk sagt, gilt in noch stärkerem Maße für seine gesamte Philosophie:

> „... daß alle ihre Theile die innigste Verbindung unter einander haben und nicht bloß ein jeder zum nächstvorhergehenden in nothwendiger Beziehung steht [...], sondern daß jeder Theil des ganzen Werks jedem andern verwandt ist und ihn voraussetzt."[1]

In der ihm eigenen anschaulichen Sprache hat Schopenhauer daraus gefolgert, daß seine Philosophie nicht einer Architektonik gleiche, sondern einem Organismus. Warum, so wollen wir fragen, haben in diesem Organismus so viele Organe eine mathematische Funktion und wie kooperieren diese Organe mathematischer Provenienz mit den anderen Organen? Denn daß der Organismus durch und durch mathematisch infiziert ist, zeigt schon eine oberflächliche Diagnose: sowohl in seiner Dissertation als auch in seinem Hauptwerk und genauso in seiner Vorlesung über die gesamte Philosophie trifft man bei Schopenhauer immer wieder auf Mathematik.

Das genannte Problem möchte ich durch drei Teilfragen strukturieren:

1. *Wo* hat Schopenhauer in die Darstellung seiner Philosophie Mathematik eingearbeitet?

Die Analyse dieser Frage führt zu einer *Ortsbestimmung* der Mathematik im Denken Schopenhauers.

2. *Wie* präsentiert Schopenhauer die Mathematik innerhalb seiner Philosophie?

In der Beantwortung dieser Frage gelangen wir zu einer *Wesensbestimmung* der Mathematik im Denken Schopenhauers.

3. *Warum* argumentiert Schopenhauer an zentralen Stellen seiner Philosophie mit Mathematik?

Indem wir dieser Frage nachgehen, mündet unsere Untersuchung in eine *Grundbestimmung* der Mathematik im Denken Schopenhauers.

Zu 1.: Wo hat Schopenhauer in die Darstellung seiner Philosophie Mathematik eingearbeitet?

In der Philosophie Schopenhauers ist Mathematik mit jeweils beachtlichem Anteil eingearbeitet

(i) in die Theorie der Vorstellung,

(ii) in die Lehre vom zureichenden Grund,

(iii) in die Wissenschaftstheorie.

(i) Schopenhauers philosophisches Hauptwerk beginnt mit einem Paukenschlag: „Die Welt ist meine Vorstellung." Die Theorie der Vorstellung kann gedeutet werden als die Theorie einer Relation zwischen dem Subjekt als Eins bzw. Einheit und der Klasse der Objekte als Vielheit. Zunächst klassifiziert Schopenhauer die Vorstellung als anschauliche bzw. intuitive einerseits und gedachte bzw. abstrakte andererseits: diese Klassifikation ist ihm nicht mehr als einen lapidaren Satz wert: „Der Unterschied ist sehr bestimmt und sehr groß."[2] Dann folgt die Unterteilung der anschaulichen Vorstellung in reine und empirische — diesen Unterschied erläutert Schopenhauer im Detail und hier kommt auch die Mathematik ins Spiel. Er argumentiert zunächst in der Tradition Kants. Raum und Zeit sind invariante Formen reiner Anschauung; beide haben empirische Realität, jedoch transzendentale Idealität — und gleichsam als Beweis für die Existenz dieser reinen Anschauung wird auf Geometrie (für den Raum) und Arithmetik (für die Zeit) hingewiesen:

> „... die reine Anschauung des Raumes. Auf dieser also beruht die ganze Geometrie, welche ist die Wissenschaft, welche die Eigenschaften des Raumes a priori bestimmt ..."[3] — „Besonders aber beruht auf der reinen Anschauung der Zeit alles Zählen und in Folge davon alle Arithmetik ..."[4]

Dies steht dem Inhalt nach auch bei Kant. Doch nun folgt bei Schopenhauer ein neuer und folgenreicher Gedanke:

> „... aus der Möglichkeit der Geometrie, als einer Wissenschaft [,] die Eigenschaften des Raumes und mithin räumliche Beziehungen aller Dinge im Raum vor aller Erfahrung und doch unfehlbar, zu bestimmen, welches nur in synthetischen Urteilen a priori geschehen kann,— folgt daß der Raum eine aller Erfahrung oder Wahrnehmung vorhergehende und diese erst möglich machende Anschauung ist ..."[5]

Mit Kant wird argumentiert: weil es reine Anschauung gibt, gibt es Geometrie; über Kant hinausgehend wird hinzugefügt: weil es Geometrie gibt, gibt es reine Anschauung.

Zum Verständnis dieser Passage muß eine Denkform aus Schopenhauers Dissertation herangezogen werden: die Beziehung zwischen Grund und Folge. Eine wichtige Frage bei zwei miteinander inzidierenden Aussagen ist stets, ob eine der beiden als Grund und die andere als Folge ausgezeichnet ist oder ob jede der beiden Aussagen gleichberechtigt sowohl als Grund wie auch als Folge fungieren kann. Bei symmetrischer Struktur ist der Grund des Seins, bei asymmetrischer ist der Grund des Erkennens zuständig. Die Symmetrie von reiner Anschauung des Raums und Geometrie signalisiert, daß diese Beziehung für Schopenhauer zum Grund des Seins gehört.

Neben der anschaulichen Vorstellung gibt es für Schopenhauer die abstrakte Vorstellung — zwischen beiden Arten der Vorstellung vermittelt die Urteilskraft. Wir widmen uns hier nur der abstrakten Vorstellung als solcher und analysieren nicht die Urteilskraft, obwohl auch sie ausgeprägte mathematische Affinität besitzt.

Schopenhauer läßt keinen Zweifel an der Priorität: für ihn hat die anschauliche Vorstellung absoluten Vorrang gegenüber abstrakter Vorstellung — sowohl in der Genese als auch in der Bedeutung. Warum sind überhaupt abstrakte Vorstellungen nötig? Die von Schopenhauer genannten Gründe sind ebenso originell wie überzeugend: abstrakte Vorstellungen sind notwendig für Mitteilbarkeit und Anwendbarkeit. Und zur Demonstration dieser in der Tat ungewöhnlichen Argumentation dient wiederum Mathematik: damit Geometrie mitteilbar und anwendbar werde, müsse sie zunächst arithmetisiert werden.

Wir halten fest: Mathematik stützt an zentralen Stellen die Theorie der Vorstellung.

(ii) Schopenhauers Lehre vom zureichenden Grund kann aufgefaßt werden als die Theorie einer Relation auf der Klasse aller Objekte. Bei dieser Theorie stehen gewisse Paare von Objekten in der Grund-Folge-Relation:

> „... alle Objekte stehn wesentlich als solche in einer gesetzmäßigen und ihrer Form nach a priori bestimmbaren Verbindung unter einander.— Diese Verbindung ist also diejenige Relation welche der Saz vom Grund allgemein genommen ausdrückt.“[6]

Die Objekte werden in vier Klassen eingeteilt und dann auf ihre Relation hin untersucht. Für uns sind nur die zweite und dritte Klasse von Bedeutung: einmal die Klasse der abstrakten, begrifflichen Objekte — sodann die Klasse von Objekten reiner Anschauung in Raum und Zeit. In der Klasse der abstrakten Objekte besteht eine nicht-symmetrische Grund-Folge-Relation; hier sind die Rollen von Grund und Folge nicht austauschbar. In der Klasse der Objekte reiner Anschauung gibt es eine symmetrische Grund-Folge-Relation; hier sind Grund und Folge austauschbare Prädikate. Für die nicht-symmetrische Relation ist der Grund des Erkennens zuständig, für die symmetrische Relation der Grund des Seins.

Die sorgsame Trennung in die beiden geschilderten Objektklassen hat Schopenhauer als erster erkannt und propagiert. Wie begründet er diese Trennung? Mit Mathematik! Am ersten Kongruenzsatz der euklidischen Geometrie erläutert er, daß und weshalb zwischen nicht-symmetrischer Relation des Erkennens und symmetrischer Relation des Seins unterschieden werden muß. In diesem Zusammenhang weist er auch darauf hin, daß die Geometrie durch Euklid und seit Euklid einen falschen Weg gegangen ist: sie hat sich völlig dem Grund des Erkennens unterworfen, obwohl sie der Sache nach in den Grund des Seins gehört.

Auch hier gilt: Die in der vierfachen Wurzel des Satzes vom zureichenden Grund entwickelte Klassifikation ist nur mit und durch Mathematik verständlich.

(iii) Wir können hier nicht die vielschichtige und keineswegs immer konsistente Wissenschaftstheorie Schopenhauers in voller Ausführlichkeit erläutern. Nur auf zwei Aspekte sei hingewiesen.

Zunächst einmal hat Wissenschaft für Schopenhauer bewahrenden, ordnenden, systematisierenden Charakter. Koordination und Subordination sind die zentralen Begriffe sowohl in der allgemeinen Theorie als auch in den Beispielen. Insbesondere fällt die Forschung nicht unter Schopenhauers Wissenschaftsbegriff — Forschung findet bei ihm ihren Ort in der Theorie des Genies:

> „Das allgemein wissenschaftliche Talent ist demnach die Fähigkeit, eine Masse gegebener Erkenntnisse in Begriffssphären zu bringen und diese so zu ordnen, daß sie nach ihren verschiedenen Bestimmungen subordinirt sind..."[7]

In unserem Zusammenhang ist weiter von Bedeutung die ausführliche Behandlung des Begriffspaares Wahrheit — Beweis bei Schopenhauer. Seine zentrale These besagt, daß Wahrheit keineswegs nur mittels Beweisen gewonnen werden kann, sondern: die echte, ursprüngliche Wahrheit kann gerade nicht über Beweise erreicht werden. Beweise sind nur Notbehelf, nur Surrogat — für Schopenhauer ist es ein Irrtum, „daß nur das Bewiesene vollkommen wahr sei und jede Wahrheit eines Beweises bedürfe"[8]. Vielmehr gilt:

> „Unmittelbar begründet kann eine Wahrheit aber allein werden durch Anschauung."[9]— „Die letzte Begründung der Urtheile einer Wissenschaft ist allemal etwas anschauliches..."[10]

Natürlich muß Schopenhauer diese ebenso neue wie kühne These überzeugend verteidigen. Und hierbei bedient er sich ausschließlich und ausführlich der Mathematik. Dabei arbeitet er die Relativität der Beweise in der Mathematik besonders deutlich heraus und demonstriert an zahlreichen Beispielen, daß die eigentliche Wahrheit geometrischer Sätze nur der Anschauung entnommen werden kann. Erneut gilt: Schopenhauers Wissenschaftslehre wird ganz wesentlich getragen von Mathematik.

Damit beschließen wir die Ortsbestimmung der Mathematik im Denken Schopenhauers.

Zu 2.: Wie präsentiert Schopenhauer die Mathematik innerhalb seiner Philosophie?

Bei dieser Wesensbestimmung von Mathematik im Denken Schopenhauers möchte ich mich kurz fassen, da ich hierüber in meinem kleinen Beitrag zur Festschrift [69. Jb. 1988, S. 119 ff.] schon einiges gesagt habe.

Zunächst ist festzuhalten, daß Schopenhauer keineswegs das volle Spektrum der Mathematik in den Blick nimmt. Wie vor ihm Kant, beschränkt sich auch Schopenhauer auf Geometrie und Arithmetik, und in diesen beiden mathematischen Teildisziplinen orientiert er sich wesentlich an der Darstellung in Euklids Elementen. Dort nun wird die Geometrie axiomatisch aufgebaut, die Arithmetik hingegen nicht. Und genau diese zwei wesentlich verschiedenen Präsentationen von Mathematik greift Schopenhauer auf: Der axiomatische Aufbau der Geometrie sowie die rein deduktive Art der Beweisführung und Erkenntnisgewinnung werden mit scharfer Kritik bedacht — mitunter in durchaus polemischem Ton. Ich rufe hier nur Schopenhauers Behandlung des pythagoreischen Lehrsatzes für rechtwinklige Dreiecke in Erinnerung: „Jenen Eukleidischen stelzbeinigen, ja hinterlistigen Beweis hier zu wiederholen wäre zu weitläufig."[11] Dann bringt er seine berühmte Figur und notiert zu deren Erläuterung: „Sie giebt, was jener Eukleidische Beweis nie geben kann, Einsicht in die Sache, innere feste Überzeugung von jener Nothwendigkeit und von der Abhängigkeit jener Eigenschaft vom rechten Winkel."[12] Schopenhauer hält seine Figur deshalb dem Beweis Euklids für überlegen, weil hier nicht deduziert, sondern quasi auf einen Blick — wie er meint — der eigentliche Seinsgrund erschaut wird. Nun besitzt die von ihm gewählte Figur ohne Frage suggestive Kraft. Doch beschränkt sich die Zuständigkeit der Figur zunächst nur auf den Sonderfall gleichseitiger Dreiecke. Dies ist auch Schopenhauer klar, denn er meint: „Auch bei ungleichen Katheten müßte sich die Sache anschaulich machen lassen."[13] Worin gründet er seine Hoffnung? An einer anderen Stelle äußert er sich noch wesentlich optimistischer: „...aber er [der Seinsgrund] muß überall aufzuweisen und auch die verwickeltesten Lehrsätze auf so eine einfache Anschauung zurückzuführen seyn...".[14]

Die Intention Schopenhauers ist klar: nach seiner Auffassung hat die Geometrie mit Euklid einen falschen Weg eingeschlagen, den er zu korrigieren vorschlägt. Zum Verständnis seiner Zielsetzung muß an die Lehre vom zureichenden Grund erinnert werden. Die axiomatische Geometrie in den Elementen Euklids ist völlig in den Grenzen vom Grund des Erkennens eingefangen. Dies hält Schopenhauer für falsch. Die natürliche Behandlung der Geometrie gehört für ihn in den Grund des Seins. Statt Deduktion ist intuitive Anschauung der eigentliche Weg zur Wahrheitsfindung in der Geometrie.

Diese Wesensbestimmung von Mathematik durch den Pessimisten Schopenhauer war schon zu seiner Zeit viel zu optimistisch. Auch hat die Mathematik seit Schopenhauer keineswegs eine Entwicklung genommen, die ihn im Nachhinein bestätigen könnte; im Gegenteil! Zwar gehört die anschauliche Komponente nach wie vor mit zur Mathematik, eine Gründung der gesamten Mathematik allein in der Anschauung war und ist jedoch völlig unrealistisch.

Wir fassen zusammen: Schopoenhauer entwickelt eine Auffassung vom Wesen der Mathematik, die zwar innerhalb seiner eigenen Lehre vom zureichenden Grund transparent und verständlich ist, die jedoch weder der Mathematik seiner Zeit noch der seitherigen Entwicklung der Mathematik gerecht wird.

Zu 3.: Warum argumentiert Schopenhauer an zentralen Stellen seiner Philosophie mit Mathematik?

Wir haben zweierlei erkannt.

Erstens: an zentralen Stellen in der Darstellung seiner eigenen Philosophie bedient sich Schopenhauer der Mathematik; es ist nicht zu sehen, wie eine andere Disziplin diesselben Funktionen übernehmen könnte. Mathematik ist zum Verständnis dieses philosophischen Systems notwendig.

Zweitens: Schopenhauer entwirft und benutzt seine eigene Auffassung von Mathematik.

Beide Erkenntnisse müssen nun im Zusammenhang und in Abhängigkeit voneinander gesehen werden. Weder die antike Auffassung von Mathematik noch die Infinitesimalmathematik, wie sie zur Zeit Schopenhauers präsent war, könnten die mathematischen Argumentationen in Schopenhauers Philosophie tragen bzw. stützen. Ebensowenig wäre Schopenhauers Mathematik geeignet, den mathematischen Part in Kants *Prolegomena* zu übernehmen.

Vielmehr ist es so: das Bild der Mathematik, wie es Schopenhauer entwirft, und die Philosophie, zu deren Entfaltung die Mathematik herangezogen wird, kongruieren in nahezu vollkommener Weise.

Dazu nur ein einziges, aber aussagekräftiges Beispiel. Der Dualität Vorstellung — Wille entspricht in genauer Passung die Dualität Mathematik innerhalb vom Grund des Erkennens — Mathematik innerhalb vom Grund des Seins.

„Was aber uns jetzt zum Forschen antreibt, ist eben, daß wir Vorstellungen haben..."[15] — so leitet Schopenhauer den Übergang von der Vorstellung zum Willen ein; am Ende dieser Überlegung erscheint dann die Vorstellung als objektivierter Wille. Am Anfang wird zwar die Vorstellung abgehandelt, weil sie in systematischer Form mitteilbar ist — aber eigentliches Ziel ist der Wille.

Ganz analog kann im Grund des Erkennens die Mathematik auf axiomatischer Basis und mit den Methoden der Deduktion mitteilbar gemacht und somit gelehrt und gelernt werden — aber dabei wird allenfalls die wesentliche Mathematik vorbereitet; deren eigentlicher Ort ist der Grund des Seins und die dafür adäquate Methode ist die Anschauung. Die Rangordnung Sein über Erkennen in der Mathematik ist parallel zu sehen zur Vorstellung als objektiviertem Willen. Wäre es in der Mathematik umgekehrt — Erkennen über Sein —, hätte in der Philosophie der Wille als subjektivierte Vorstellung erarbeitet werden müssen.

Was für viele Denker vor ihm gilt, trifft auch für Schopenhauer zu: *seine* Philosophie und *seine* Mathematik erfüllen in idealer Weise das Prinzip der Passung. Insofern ist eine Grundbestimmung der Mathematik im Denken Schopenhauers zugleich eine Grundbestimmung seiner Philosophie.

Anmerkungen

* Vortrag, gehalten am 6. Mai 1988 auf dem Internationalen Schopenhauer-Jubiläumskongreß in Frankfurt a. M.

1 W I, 337.
2 A. Schopenhauer: *Theorie des gesammten Vorstellens, Denkens und Erkennens. Philosophische Vorlesungen Teil I.* Hrsgg. von V. Spierling, München 1986; hier: S. 132.
3 Ibid., 146/47.
4 Ibid., 152.
5 Ibid., 147.
6 Ibid., 444.
7 Ibid., 542.
8 Ibid., 534.
9 Ibid., 535.
10 Ibid., 547.
11 Ibid., 455.
12 Ibid.
13 Ibid.
14 Ibid., 453.
15 W I, 156.