

Entwicklung des Bahnrückverfolgungsverfahrens für die
Drei-Spektrometer-Anlage und experimentelle Bestimmung der
Abbildungseigenschaften der Spektrometer A und B mit elastischer
Elektronenstreuung

D I S S E R T A T I O N

zur Erlangung des Grades

” D O K T O R

D E R N A T U R W I S S E N S C H A F T E N ”

am Fachbereich Physik
der Johannes Gutenberg-Universität
in Mainz

Manfred Korn
geboren in Bad Schwalbach

Mainz 1994

Dekan:	Prof. Dr. F. Scheck
1. Berichterstatter:	Prof. Dr. R. Neuhausen
2. Berichterstatter:	Prof. Dr. J. Arends

Tag der mündlichen Prüfung: 11.5.1995

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Die Sextupolmagnete der Spektrometer A und C	6
2.1 Anforderungen an die Sextupolmagnete	6
2.2 Entwurf der Sextupolmagnete	7
2.2.1 Der „Strom-Sextupolmagnet“	7
2.2.2 Der „Eisen-Sextupolmagnet“	11
2.3 Fertigung der Sextupolmagnete	24
2.4 Magnetische Vermessung der Sextupolmagnete	28
2.4.1 Die Meßapparatur	28
2.4.2 Erregungskurven	29
2.4.3 Aufnahme von Feldkarten und Analyse der magnetischen Eigenschaften der Sextupolmagnete	31
3. Optimierungen an den Dipolmagneten	45
3.1 Shims für Spektrometer A, B und C	45
3.1.1 Spektrometer A	45
3.1.2 Spektrometer C	48
3.1.3 Spektrometer B	48
3.2 Vermessung der Magnetfelder der Dipolmagnete	53
4. Optische Vermessungen und Justierung der Spektrometeranlage	56
4.1 Die Meßausrüstung	56
4.2 Koordinatensysteme und Justiereinrichtungen an den Magneten	56
4.3 Optische Messungen zur Qualitätskontrolle der magnetischen Bauelemente	59
4.4 Ausrichtung und Justierung der Spektrometer	59
4.4.1 Bestimmung der Drehachsen der Spektrometer	59
4.4.2 Ausrichten und Justieren der Spektrometer A und C	60
4.4.3 Justierung von Spektrometer B	63
5. Matrixtheorie und Bahnrückverfolgung	65
5.1 Bewegungsgleichung und Matrixformalismus	65
5.1.1 Bewegungsgleichung im Magnetfeld	65
5.1.2 Verwendung des referenzbahnbezogenen Koordinaten- systems	65
5.1.3 Lösung der Bewegungsgleichung und Matrixformalismus	66
5.2 Verfahren der Bahnrückverfolgung	67
5.2.1 Umkehrabbildung	67
5.2.2 Auswertung der Daten	68
5.2.3 Bestimmung der Transferkoeffizienten	69
5.2.4 Test der Parameter	71
5.3 Koordinatensysteme am Target- und Detektorort	72
5.3.1 Das Koordinatensystem am Targetort	72
5.3.2 Das Koordinatensystem am Detektorort	72
5.4 Korrekturen bei Verwendung ausgedehnter Targets	75
5.4.1 Das Tiefenschärfeproblem	76

5.4.2	Tiefenschärfekorrekturen bei Messungen mit ausgedehnten Targets . . .	76
5.4.3	Tiefenschärfekorrekturen bei der Bestimmung der Matrixelemente in Messungen mit dem Targetstapel	78
6.	Experimentelle Bestimmung der Abbildungseigenschaften von Spektro- meter A mit elastischer Elektronenstreuung	79
6.1	Instrumentierung	79
6.1.1	Das magnetische Spektrometer	79
6.1.2	Detektorsystem	79
6.1.3	Lochkollimator	82
6.2	Einstellung der Punkt-zu-Punkt Abbildung	83
6.3	Messungen zur experimentellen Bahnrückverfolgung	85
6.4	Rohspektren und Abbildungsfehler	86
6.5	Bestimmung der Matrixelemente	90
6.5.1	Verwendung dünner Targets	90
6.5.2	Verwendung ausgedehnter Targets	91
6.6	Auflösungen bei Verwendung dünner Targets	94
6.6.1	Impulsauflösungsvermögen	94
6.6.2	Winkelauflösung	103
6.7	Eigenschaften bei Verwendung ausgedehnter Targets	107
6.7.1	Rekonstruktion des Reaktionsortes	107
6.7.2	Impulsspektren und Tiefenschärfekorrekturen	109
7.	Experimentelle Bestimmung der Abbildungseigenschaften von Spektro- meter B mit elastischer Elektronenstreuung	112
7.1	Instrumentierung und Messungen zur experimentellen Bahnrückverfolgung . .	112
7.2	Rohspektren und Abbildungsfehler	113
7.3	Bestimmung der Matrixelemente	121
7.4	Impulsauflösungsvermögen	123
7.5	Winkelauflösung	127
7.6	Ortsauflösung	128
8.	Zusammenfassung	133
A.	Grundbegriffe aus der Magnetostatik	136
A.1	Potentiale in der Magnetostatik	136
A.1.1	Magnetisches Vektorpotential	136
A.1.2	Skalares magnetisches Potential	137
A.2	Magnetische Bauelemente mit Mittelebenensymmetrie	137
A.3	Multipolentwicklung in zwei Dimensionen	137
A.4	Multipolentwicklung in drei Dimensionen	140
A.5	Current-Sheet-Magnete	143
A.5.1	Grundlagen	143
A.5.2	Multipolmagnete von Current-Sheet-Typ	144
A.5.3	Sextupolmagnete	144
B.	Rechnungen mit POISSON zur Optimierung der Shims	146
B.1	Spektrometer A	146
B.2	Spektrometer B	146

C. Erstellung eines dreidimensionalen Modells des Sextupolmagneten für PROFI	148
D. Spektrometer A bei kleinstem Einstellwinkel	150
E. Eichung der Meßapparatur für die magnetische Vermessung der Sextupolmagnete	151
E.1 Aufbau des Meßtisches	151
E.2 Ortseichung der Meßmaschine	152
E.3 Koordinatensysteme	154
F. Impulseichung der Spektrometer	156

Kapitel 1

Einleitung

Seit Beginn der 60er Jahre steht die Untersuchung der inneren Struktur von Atomkernen und Nukleonen in Experimenten mit elektromagnetischer Wechselwirkung im Mittelpunkt des wissenschaftlichen Programms des Instituts für Kernphysik der Universität Mainz. In den Jahren 1964 bis 1966 wurde für Elektronenstreuexperimente ein Linearbeschleuniger [Ehr72] mit einer Maximalenergie von 350 MeV und einem maximalen Tastverhältnis von $4.5 \cdot 10^{-4}$ aufgebaut und bis zum Jahr 1989 für Experimente genutzt. Zum Nachweis der gestreuten Elektronen stand ein doppelfokussierendes magnetisches Spektrometer mit einem effektiven Ablenkwinkel von 180° und einer Impulsakzeptanz von $\Delta p/p = 7\%$ bei einer Raumwinkelakzeptanz von 6 msr zur Verfügung. Der maximal nachweisbare Impuls betrug $360 \text{ MeV}/c$ und das Impulsaufhebungsvermögen $\delta p/p = 3 \cdot 10^{-4}$. Das 180° -Spektrometer war ein sogenanntes „Hardware“-korrigiertes Spektrometer, d.h. seine Abbildungsfehler wurden durch eine besondere Feldkonfiguration minimiert. Zur Bestimmung des Elektronenimpulses ist in diesem Fall lediglich die Messung des Durchtrittsortes in der Bildebene notwendig.

Seit 1977 wurde parallel zum Experimentierbetrieb ein Dauerstrichbeschleuniger für Elektronen, das Mainzer Mikrotron MAMI, entwickelt, das in seiner Ausbaustufe MAMI A ab 1983 für Experimente genutzt werden konnte. MAMI A hatte eine Endenergie von 180 MeV und lieferte einen Strahlstrom von $100 \mu\text{A}$. Die Entwicklung eines Dauerstrichbeschleunigers ermöglichte die Durchführung von Koinzidenzexperimenten, bei denen neben dem gestreuten Elektron ein oder mehrere andere aus dem Streuprozeß hervorgegangene Teilchen gleichzeitig nachgewiesen werden. Ein Schwerpunkt der Elektronenstreuexperimente bildete die Untersuchung der Riesenresonanzen in $(e, e'x)$ -Reaktionen, bei denen das geladene Zerfallsteilchen x in Halbleiterdetektoren koinzident zu dem in das 180° -Spektrometer gestreute Elektron nachgewiesen wurde. Wegen den im Vergleich zu den Einarmmessungen kleinen Ereignisraten der Koinzidenzexperimente benötigte man ein magnetisches Spektrometer mit größerem Raumwinkel- und größerer Impulsakzeptanz. Hierfür und im Hinblick auf den weiteren Ausbau der Beschleunigeranlage wurde in dieser Zeit aus vorhandenen Magneten der Prototyp eines vollständig „Software“-korrigierten QQD-Spektrometers aufgebaut und dessen Eigenschaften untersucht [Bau87]. Im Unterschied zum „Hardware“-korrigierten Spektrometer werden beim „Software“-korrigierten Spektrometer die Abbildungsfehler nachträglich mit Hilfe der aus Eichmessungen experimentell bestimmten Abbildungsmatrizen korrigiert. Das QQD-Spektrometer hatte eine Impulsakzeptanz von 14% bei einer Raumwinkelakzeptanz von 15 msr und erreichte ein Impulsaufhebungsvermögen von 1 bis $2 \cdot 10^{-3}$. Die Erfahrungen mit dem QQD-Spektrometer zeigten, daß die optimale Lösung beim Bau von Spektrometern mit hohem Impulsaufhebungsvermögen, hoher Impulsakzeptanz und großem Raumwinkel darin besteht, schon durch die Gestaltung der Magnete Abbildungsfehler in hohem Maß zu vermeiden und zur weiteren Optimierung „Software“-Korrekturen einzusetzen.

MAMI A war bis 1987 in Betrieb, dann erfolgte der Aufbau von MAMI B, das im Sommer 1990 zum ersten Mal einen kontinuierlichen Elektronenstrahl der Energie 855 MeV

lieferte. Bereits während der Experimentierphase mit MAMI A begann die Planung der in der Abb. 1.1 dargestellten, aus drei magnetischen Spektrometern bestehenden, Anlage für die wissenschaftliche Nutzung des kontinuierlichen 855 MeV -Elektronenstrahls von MAMI B in Zwei- oder Dreifach-Koinzidenzexperimenten mit geladenen Teilchen im Ausgangskanal. Obwohl die Anlage sehr flexibel konzipiert wurde, läßt sich für die einzelnen Spektrometer die folgende Aufgabenverteilung treffen:

- Spektrometer A dient in Zweifach-Koinzidenzexperimenten vom Typ $(e, e'p)$ in erster Linie zum Nachweis und zur Impulsanalyse des vom Kern emittierten Protons. Sein Maximalimpuls beträgt $735 \text{ MeV}/c$. Das entspricht einer kinetischen Energie von 254 MeV für Protonen. Wegen der kleinen Koinzidenzwirkungsquerschnitte besitzt es eine große Raumwinkelakzeptanz von 28 msr und eine große Impulsakzeptanz von 20%.
- Zur Trennung der longitudinalen und transversalen Beiträge zum Wirkungsquerschnitt muß das Elektronenspektrometer einen Streuwinkelbereich von weniger als 10° bis hin zu 160° überstreichen. Da der Wirkungsquerschnitt zu größeren Winkeln hin stark abfällt, kann ein einzelnes Elektronenspektrometer den Winkelbereich nicht optimal abdecken. Für den Bereich kleiner Streuwinkel wurde das Spektrometer B entworfen. Es kann aufgrund seiner schlanken Bauweise einen minimalen Winkel von 7° relativ zum auslaufenden Elektronenstrahl erreichen. Spektrometer B benötigt wegen den vergleichsweise hohen Zählraten im Vorwärtswinkelbereich nur einen im Vergleich zu Spektrometer A kleinen Raumwinkel von 5.6 msr und eine Impulsakzeptanz von 15%. Mit einem Maximalimpuls von $870 \text{ MeV}/c$ ist es das einzige der drei Spektrometer, das den maximalen Impuls des Elektronenstrahls übertrifft.
- Den rückwärtigen Winkelbereich deckt das Spektrometer C ab. Es besitzt einen Maximalimpuls von $550 \text{ MeV}/c$, eine Impulsakzeptanz von 25% und eine Raumwinkelakzeptanz von 28 msr . Neben seiner Aufgabe als „Rückwärts“-Elektronenspektrometer dient Spektrometer C in Dreifach-Koinzidenzexperimenten vom Typ $(e, e'p\pi^-)$ oder $(e, e'pp)$ neben Spektrometer A als zweites Hadronen-Spektrometer zum Nachweis und zur Impulsanalyse des zweiten Hadrons.

Die Spektrometer sind um eine gemeinsame Drehachse verfahrbar. Das Target befindet sich an der Position der Drehachse auf Höhe des Strahls. Bei allen drei Spektrometern ist die dispersive (ablenkende) Ebene die vertikale Ebene, so daß ein möglichst großer Winkelbereich überfahren werden kann. Die Spektrometer A und C können Winkel von 18° bis 160° und Spektrometer B kann Winkel von 7° bis 62° erreichen. Dabei können sich die Spektrometer A und B bzw. B und C bis auf 25° nähern. Die Analyse der Daten der Teilchenreaktionen erfordert in vielen Fällen die Kenntnis der Teilchenwinkel mit einer Genauigkeit von 1 bis 3 mrad in der nicht-dispersiven Ebene und ca. 3 mrad in der dispersiven Ebene. Die energetische Trennung der Endzustände der aus den Reaktionen hervorgegangenen Folgekernen verlangt ein Impulsauflösungsvermögen von $\delta p/p \approx 1 \cdot 10^{-4}$.

Die Spektrometer der Anlage sind abbildende Spektrometer. Ihre Spezifikationen sind in der Tab. 1.1 aufgeführt. Um die geforderten Auflösungsvermögen zu erreichen, wurde schon beim Entwurf der Magnete versucht, Abbildungsfehler zu vermeiden. Insbesondere wurden die wichtigsten Abbildungsfehler zweiter Ordnung (sphärische Aberrationen) durch die Einführung von Sextupolstärken im nicht-dispersiven Teil des Spektrometers kompensiert. Die Spektrometer A und C sind aus einzelnen Komponenten, d.h. je einem Quadrupolmagneten, einem Sextupolmagneten und zwei homogenen Dipolmagneten, aufgebaut.

Spektrometer		A	B	C
Konfiguration		QSDD ^{*)}	D ^{**)}	QSDD ^{*)}
Abbildungsverhalten				
dispersive Ebene		pt →pt	pt →pt	pt →pt
nicht-dispersive Ebene		→pt	pt →pt	→pt
Maximaler Impuls	[MeV/c]	735	870	551
Impuls der Referenzbahn	[MeV/c]	630	810	459
Impuls der Zentralbahn	[MeV/c]	665	810	490
Raumwinkel	[msr]	28	5.6	28
Streuwinkelbereich				
minimaler Winkel	[°]	18	7	18
maximaler Winkel	[°]	160	62	160
Impulsakzeptanz	[%]	20	15	25
Winkelakzeptanzen				
dispersive Ebene	[mrad]	±70	±70	±70
nichtdispersive Ebene	[mrad]	±100	±20	±100
Langes-Target-Akzeptanz	[mm]	50	50	50
Winkel der Bildebene	[°]	45	47	45
Länge der Bildebene	[m]	1.80	1.80	1.60
Länge der Zentralbahn	[m]	10.75	12.03	8.53
Dispersion (Zentralbahn)	[cm/%]	5.77	8.22	4.52
Vergrößerung (Zentralbahn)		0.53	0.85	0.51
Dispersion / Vergrößerung	[cm/%]	10.83	9.64	8.81
Impulsaufhebungsvermögen		10 ⁻⁴	10 ⁻⁴	10 ⁻⁴
Winkelaufhebung am Target	[mrad]	≤3	≤3	≤3
Ortsaufhebung am Target	[mm]	3 – 5	1	3 – 5

^{*)} Dipolmagnete mit homogenem Magnetfeld

^{**)} „clamshell“-Dipolmagnet

Tabelle 1.1: *Teilchenoptische Eigenschaften der drei Magnetspektrometer*

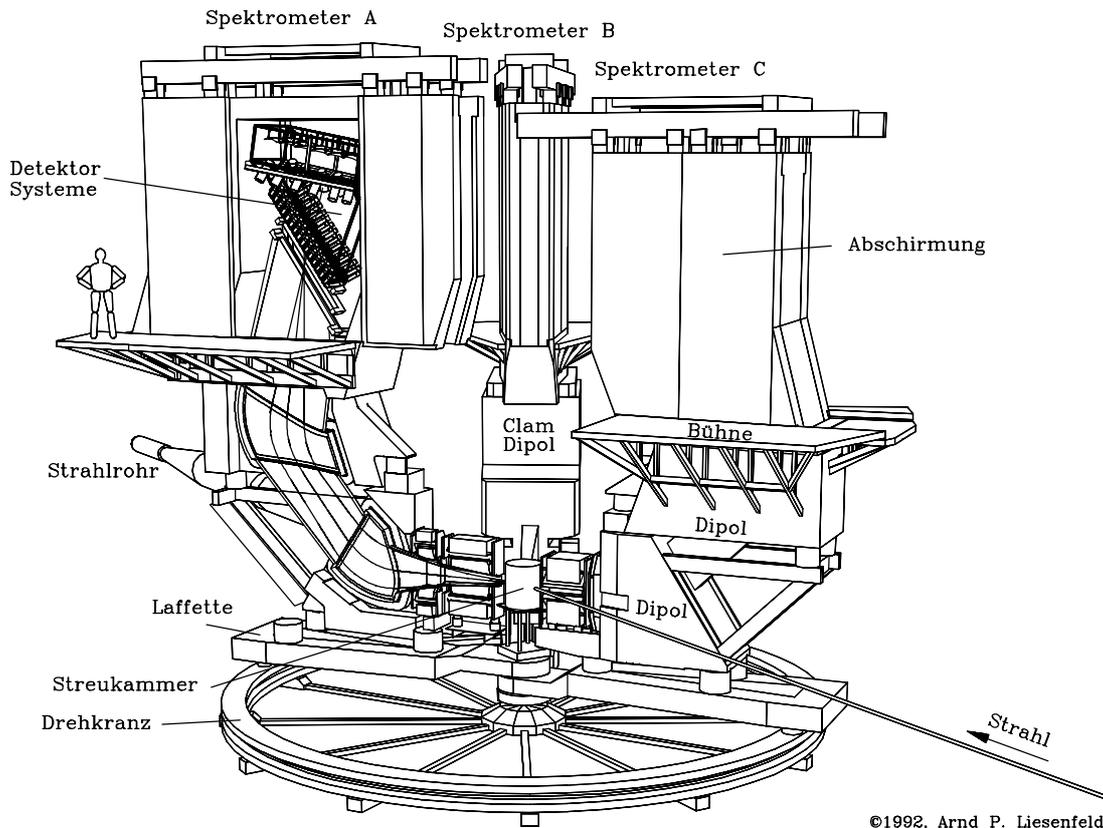


Abbildung 1.1: Drei-Spektrometer-Anlage.

Die Dipolmagnete erzeugen die notwendige Dispersion, der Quadrupolmagnet fokussiert in der nicht-dispersiven Ebene und ermöglicht auf diese Weise eine große Streuwinkelakzeptanz von $\pm 100 \text{ mrad}$. Die erforderlichen Sextupolstärken zur Kompensation der sphärischen Aberrationen sind durch einen relativ kleinen Krümmungsradius am Eintritt in den ersten Dipolmagneten und durch einen physikalischen Sextupolmagneten, der sich zwischen dem Quadrupolmagneten und dem Dipolmagneten befindet, realisiert. Aberrationen höherer Ordnung werden durch die Ausbildung der Ein- und Austrittskurven der Dipolmagnete als Polynome 5. Ordnung und durch die Beimischung von Oktupol- und Duodekapolkomponenten zum Quadrupolfeld kompensiert. Die verbleibenden Abbildungsfehler können mit Hilfe der experimentell bestimmten Transfermatrizen durch die vollständige Messung der Teilchenbahnen am Austritt des Spektrometers korrigiert werden, und die Teilchenkoordinaten am Targetort, d.h. Teilchenimpuls, Teilchenwinkel und Reaktionsort, können rekonstruiert werden.

Das „clamshell“-Spektrometer B besteht aus einem einzelnen inhomogenen Dipolmagneten. Da seine Streuwinkelakzeptanz mit $\pm 20 \text{ mrad}$ vergleichsweise klein ist, treten sphärische Aberrationen in der nicht-dispersiven Ebene nur schwach in Erscheinung, während die sphärischen Aberrationen in der dispersiven Ebene durch die Krümmung der Eintrittskante des Dipolmagneten kompensiert werden. Die durch Sättigungseffekte bei hohen Feldstärken ($> 1.3 \text{ T}$) auftretenden Veränderungen der optischen Eigenschaften finden in den Transfermatrizen Berücksichtigung.

Die Aufgabenstellungen für die vorliegende Arbeit waren

- die Entwicklung der Sextupolmagnete für die Spektrometer A und C,
- die Bearbeitung von Detailproblemen bei der Optimierung und bei der magnetischen Vermessung der Dipolmagnete,
- die Mitwirkung beim Aufbau der Drei-Spektrometer-Anlage und die präzise Justierung der Spektrometernmagnete,
- die Entwicklung des Bahnrückverfolgungsverfahrens für die Spektrometer der Drei-Spektrometer-Anlage und
- die Bestimmung der Abbildungseigenschaften der Spektrometer A und B mit elastischer Elektronenstreuung.

Im nächsten Kapitel wird die Entwicklung von Sextupolmagneten mit großer Apertur bei gleichzeitig kleiner Baulänge für die Spektrometer A und C beschrieben. Dabei wird zum einen auf analytische Rechnungen zu ihrem Entwurf sowie auf zwei- und dreidimensionale Magnetfeldrechnungen und zum anderen auf die Vermessung der Magnetfelder nach der Fertigung der Sextupolmagnete eingegangen. Die Auswertung der Meßdaten und der Vergleich mit den Berechnungen schließen das Kapitel ab.

Kapitel 3 behandelt Detailoptimierungen an den Dipolmagneten aller Spektrometer. Zunächst wird der Entwurf der sogenannten Shims zur Vergrößerung des für Teilchenbahnen nutzbaren Polschuhbereichs und ihre Wirkung auf die magnetischen Felder, dann die Optimierung der Lage der effektiven Feldgrenze durch die Einstellung der verschiebbaren Feldklammern als Resultat von magnetischen Feldmessungen beschrieben.

Auf den Aufbau der Spektrometeranlage wird im Kapitel 4 eingegangen. Den Schwerpunkt bilden hierbei optische Vermessungen und die präzise Justierung der Spektrometernmagnete.

Im Kapitel 5 werden einige Grundlagen der Magnetoptik und das hier verwendete Verfahren der Bahnrückverfolgung dargestellt. Ein weiterer Abschnitt dieses Kapitels beschäftigt sich mit dem Tiefenschärfeproblem bei Verwendung von ausgedehnten Targets.

Die Anwendung des Verfahrens zur Bestimmung der Abbildungseigenschaften der Spektrometer A und B mit elastischer Elektronenstreuung wird in den Kapiteln 6 und 7 beschrieben. Anhand von Rohspektren wird auf die Abbildungsfehler der Spektrometer eingegangen. Die aus den Daten bestimmten Matrixelemente werden dargestellt, und die erzielten Auflösungen der Apparatur, d.h. Impulsauflösung, Winkelauflösung und Ortsauflösung, werden diskutiert.

Kapitel 2

Die Sextupolmagnete der Spektrometer A und C

2.1 Anforderungen an die Sextupolmagnete

Zur Kompensation der sphärischen Aberrationen werden bei Spektrometer A und C Sextupolstärken im nicht-dispersiven Teil der Spektrometer benötigt. Grundsätzlich wäre es möglich gewesen, die Sextupolkomponente in den Quadrupolmagneten eines QDD-Spektrometers zu integrieren, jedoch hätte der hohe Anteil der hier benötigten Sextupolfeldstärke zu einem Vorzeichenwechsel des Feldes abseits der optischen Achse geführt, welcher nur durch die massive Deformation des Quadrupolprofils und den Einsatz zweier weiterer Polschuhe hätte erreicht werden können. Da die technische Realisierung eines solchen Bauelementes zumindest fragwürdig erschien, führten diese Überlegungen im Verlauf der Entwicklung der Spektrometer [Jb89] zu einem QSDD-Entwurf mit einem separaten Sextupolmagneten zwischen dem Quadrupol- und dem ersten Dipolmagneten. Die magneto-optischen Anforderungen an diese Sextupolmagnete sind in der Tab. 2.1 aufgelistet.

Spektrometer		A	C
Magnetische Länge	[cm]	50	39.3
Feldgradient 2. Ordnung	[T/m ²]	1.98	3.21
Apertur vertikal	[cm]	70	56
Apertur horizontal	[cm]	24	19

Tabelle 2.1: *Spezifikation der magneto-optischen Anforderungen an die Sextupolmagnete der Spektrometer A und C.*

Der Sextupolmagnet von Spektrometer C ist, die magneto-optisch relevanten Abmessungen betreffend, eine um den Faktor 11/14, d.h. um das Verhältnis der Sollbahnradien von Spektrometer C und Spektrometer A, verkleinerte Version des Sextupolmagneten von Spektrometer A. Aufgrund der Position direkt vor dem jeweils ersten Dipolmagneten sind ihre Baulängen auf Werte von maximal 40 cm bei Spektrometer A bzw. 31.4 cm bei Spektrometer C begrenzt. Die maximale Breite der Magnete ist durch den verlangten kleinsten Einstellwinkel der Spektrometer zum auslaufenden Elektronenstrahl von 18° auf 112 cm für Sextupolmagnet A bzw. 88 cm für Sextupolmagnet C limitiert. Da der vorangehende Quadrupolmagnet in der dispersiven Richtung defokussiert und in der nicht-dispersiven Richtung fokussiert, ist die erforderliche Apertur nicht mehr kreisrund, sondern hat in etwa die Form einer Ellipse mit den in der Tab. 2.1 aufgeführten Abmessungen. Das Verhältnis von Eisenlänge und maximaler Apertur ist ca. 0.6, d.h. die Sextupolmagnete sind magnetische Bauelemente, die eine im Vergleich zu ihrer Länge große Apertur besitzen.

2.2 Entwurf der Sextupolmagnete

Die Aufgabe beim Entwurf eines Magneten besteht formal betrachtet zunächst darin, geeignete Randbedingungen zu schaffen, die in einem bestimmten Volumen das gewünschte Magnetfeld erzeugen. Da im betrachteten Volumen, der Apertur des Sextupolmagneten, keine Ströme vorhanden sind, bietet sich die Verwendung des skalaren magnetischen Potentials zur Beschreibung des Problems an. Wie in der Elektrostatik [Jac81] wird dann das Potential im Inneren des Volumens durch die Vorgabe der Normalenableitung des Potentials auf der Randfläche (Neumann'sche Randbedingung) oder durch die Vorgabe des Potentials auf der Randfläche (Dirichlet'sche Randbedingung) vollständig bestimmt. Aufgrund der Übergangsbedingungen für \vec{B} und \vec{H} an der Grenzfläche zweier Gebiete mit unterschiedlicher Permeabilität sind die Oberflächen von Materialien mit hohem μ (z.B. Magnetstahl) näherungsweise Äquipotentialflächen, und die Feldlinien von \vec{H} stehen senkrecht auf ihnen. Ist ferner eine Flächenstromdichte \vec{k} auf der Grenzfläche vorhanden, so wird die Tangentialkomponente von \vec{H} zusätzlich beeinflusst. Hiervon ausgehend wurden zwei unterschiedliche Konzepte zur Realisierung von Sextupolmagneten mit den oben genannten Eigenschaften untersucht:

- 1) Ein „Strom-Sextupolmagnet“, bei dem das Sextupolfeld durch Ströme auf einer Magnetstahloberfläche erzeugt wird,
- 2) ein „Eisen-Sextupolmagnet“, bei dem das geforderte Feld innerhalb der Apertur durch die Nachbildung der Flächen konstanten Potentials aus hochwertigem Magnetstahl erzeugt wird.

2.2.1 Der „Strom-Sextupolmagnet“

In einem kartesischen Koordinatensystem, dessen z -Achse mit der optischen Achse des Magneten übereinstimmt und dessen x - z -Ebene mit der Mittelebene des Magneten zusammenfällt, ist das Profil des Magneten in z -Richtung konstant, so daß es in gewisser Weise gerechtfertigt ist, das Problem zunächst zweidimensional, d.h. als von z unabhängig, zu betrachten. Da der Magnet symmetrisch zur Mittelebene aufgebaut ist, gilt $\Phi(x, y) = -\Phi(x, -y)$. Das skalare magnetische Multipolpotential (siehe Anhang A.3) hat unter diesen Voraussetzungen die allgemeine Form

$$\Phi_n(x, y) = -\frac{B_{n0}}{\mu_0 n R^{n-1}} v_n(x, y) , \quad (2.1)$$

wobei B_{n0} der Betrag der magnetischen Induktion im Abstand R vom Ursprung und v_n ein harmonisches Polynom der Ordnung n ist. Für das Potential des magnetischen Dipolfeldes ist $n = 1$, für das Potential des magnetischen Quadrupolfeldes ist $n = 2$ und so weiter. In der komplexen Schreibweise ist

$$\Phi_n(z) = -\frac{B_{n0}}{\mu_0 n R^{n-1}} \operatorname{Im}(z^n) \quad (2.2)$$

mit

$$z = x + iy . \quad (2.3)$$

Dieses Potential kann durch die Flächenstromdichte (Strom/Länge)

$$l_n(x, y) = \frac{B_{n0}}{\mu_0 R^{n-1}} (\cos \alpha \cdot \text{Im}(z^{n-1}) + \sin \alpha \cdot \text{Re}(z^{n-1})) \quad (2.4)$$

entlang der Kontur eines beliebig geformten, die Apertur umschließenden Magnetstahljoches (Abb. 2.1) erzeugt werden [Ike77] (Anhang A.5). Insbesondere wird das Sextupolpotential

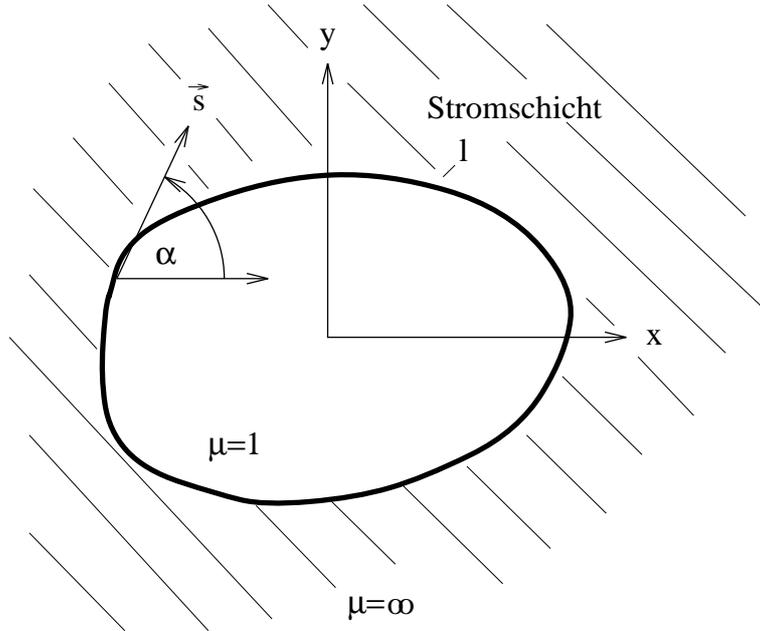


Abbildung 2.1: Die Flächenstromdichte l auf der beliebig geformten Oberfläche eines Materials mit $\mu = \infty$, das ein Gebiet mit $\mu = 1$ umschließt, erzeugt im Innenraum das gewünschte Magnetfeld.

mit $n = 3$ zu

$$\Phi_3(x, y) = -\frac{B_{30}}{\mu_0 3R^2} (3x^2y - y^3) \quad (2.5)$$

von der Stromverteilung

$$l_3(x, y) = \frac{B_{30}}{\mu_0 R^2} (\cos \alpha \cdot 2xy + \sin \alpha \cdot (x^2 - y^2)) \quad (2.6)$$

erzeugt. Es wurden unterschiedliche Jochgeometrien im Hinblick auf die Strom- bzw. Leistungsaufnahme des Magneten untersucht (Anhang A.5.3), wobei sich ein der Apertur angepaßter elliptischer Querschnitt als der günstigste Fall erwies. Als Kompromiß zwischen einer einfach zu bearbeitenden Jochform und einer vertretbaren Leistungsaufnahme wurde eine achteckige Jochgeometrie gewählt (Abb. 2.2). Zur Erzeugung des Sextupolfeldes werden in diesem Fall jedoch immer noch ca. 328000 Amperewindungen benötigt.

Die in den analytischen Rechnungen als unendlich dünn angenommenen Stromschichten wurden durch diskrete Spulen („Current Blocks“) angenähert. Ausgehend von den berechneten Flächenstromdichten wurde dieser Sextupolmagnet in Modellrechnungen mit dem Programm POISSON [POI87] zur zweidimensionalen Berechnung statischer Magnetfelder

untersucht. Dieses Programm löst numerisch die verallgemeinerte Poisson–Gleichung (Anhang A.3)

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\frac{\partial}{\partial x} A_z}{\mu(H)\mu_0} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\frac{\partial}{\partial y} A_z}{\mu(H)\mu_0} \right) = j_z \quad (2.7)$$

für das Vektorpotential \vec{A} in zwei Dimensionen auf einem deformierten Dreiecksgitter unter Berücksichtigung der Permeabilitätskurve des verwendeten Magnetstahls. Die Rechnungen zeigten, daß fünf unterschiedliche Spulen notwendig sind, um ein gutes Sextupolfeld zu erzeugen. In der Abb. 2.2 ist die Jochgeometrie und die Spulenanordnung für den Sextupolmagneten A sowie der Feldlinienverlauf (Linien konstanten Vektorpotentials) als Resultat einer POISSON-Rechnung dargestellt. Aufgrund der Symmetrie des Magneten zu den beiden Ebenen $y = 0$ (Mittalebene) und $x = 0$ braucht nur ein Viertel des Magneten berechnet zu werden. Zur Optimierung des Magnetfeldes wurden die Stromwerte der einzelnen Spulen in aufeinanderfolgenden Rechnungen variiert und das berechnete Vektorpotential anschließend in die Multipolanteile zerlegt:

$$A_z(x, y) = - \sum_{n=1,3,..}^9 \frac{B_{n0}}{nR^{n-1}} u_n(x, y) \quad (2.8)$$

mit u_n : harmonisches Polynom der Ordnung n

Aufgrund der vorliegenden Symmetrie tragen nur die Multipolanteile zu ungeradem n bei. Da die analytisch bestimmten Ströme schon sehr nahe bei den tatsächlichen Werten liegen, besteht ein in guter Näherung linearer Zusammenhang zwischen der Veränderung der StromEinstellung in einer Spule und der dadurch bewirkten Änderung der Multipolanteile. Die zur Erzeugung eines reinen Sextupolfeldes notwendigen Korrekturen der Stromwerte der Spulen gegenüber der ursprünglichen Einstellung ergeben sich dann aus der Inversion der Kopplungsmatrix. Die auf diese Weise für den Sextupolmagneten A ermittelten StromEinstellungen sind in der Abb. 2.3 als Funktion der Wegstrecke entlang des Magnetjochs dargestellt und zeigen eine gute Übereinstimmung mit den analytisch berechneten Werten.

Da die Sextupolmagnete eine im Vergleich zu ihrer Länge große Apertur besitzen, sollte in dreidimensionalen Feldberechnungen insbesondere die Frage geklärt werden, ob die Sextupolelemente das Feldstärkeplateau und damit die geforderten integralen Sextupolstärken erreichen. Hierzu wurden umfangreiche Modellrechnungen mit dem Programm PROF I [PRO87] zur dreidimensionalen Berechnung statischer Felder durchgeführt. PROF I benutzt das skalare magnetische Potential bei der Lösung des dreidimensionalen Problems. Das Magnetfeld \vec{H} wird in einen Anteil \vec{H}_j , dessen Wirbel mit denen von \vec{H} übereinstimmen, und in einen wirbelfreien Anteil $\vec{\nabla}\Phi$ aufgespalten:

$$\vec{H} = \vec{H}_j - \vec{\nabla}\Phi \quad (2.9)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_j = \vec{j} \quad (2.10)$$

\vec{H}_j kann nach dem Biot–Savartschen Gesetz durch numerische Integration berechnet werden. Für Φ ergibt sich die Bestimmungsgleichung

$$\vec{\nabla} \cdot (\mu_0\mu(H)\vec{\nabla}\Phi) = \vec{\nabla} \cdot (\mu_0\mu(H)\vec{H}_j) , \quad (2.11)$$

die von PROF I auf einem nichtdeformierten kartesischen Gitter mit der Methode der finiten Differenzen numerisch gelöst wird. Die Abstände der Gitterlinien sind frei wählbar, und

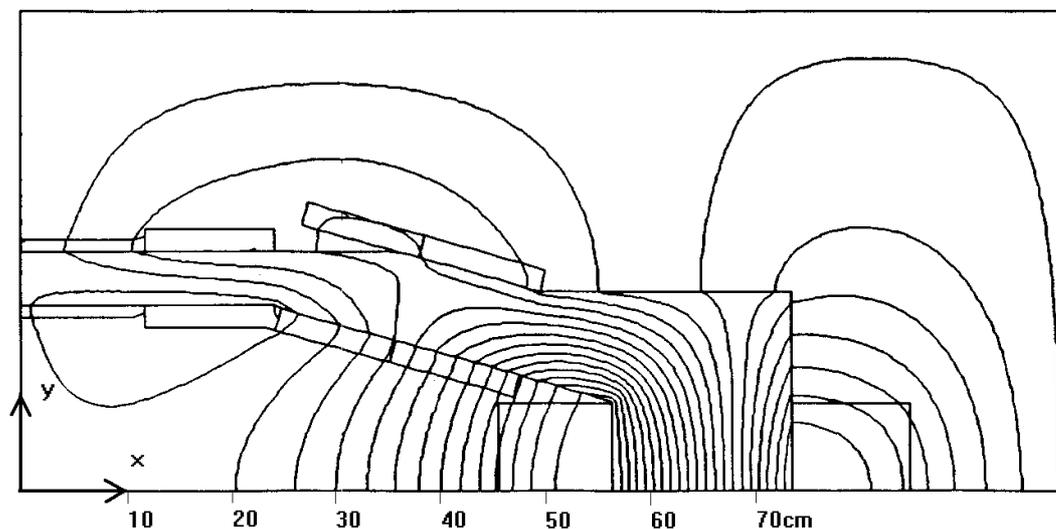


Abbildung 2.2: *Resultat einer Feldberechnung mit POISSON. Die Darstellung zeigt nur ein Viertel des Magneten. Abgebildet ist die Geometrie des Stahljochs, die Anordnung der Spulen und der Feldlinienverlauf.*

die Zellen des Gitters können ganz oder teilweise mit Prismen, Tetraedern oder Viereckpyramiden gefüllt werden. Die Erstellung eines Magnetmodells für PROFi ist wegen des starren Gitters vergleichsweise aufwendig, da die Gitterstruktur und die Füllung der Gitterzellen vom Benutzer selbst optimiert werden muß, damit die gegebene Materialverteilung möglichst gut approximiert wird.

Das Resultat einer solchen Berechnung zeigt die Abb. 2.4, in der die Komponente B_y der magnetischen Induktion über der Mittelebene $y = 0$ aufgetragen ist. Es ist nur der Bereich positiver x -Werte dargestellt. Die Rechnung zeigt, daß das angestrebte Feldstärkeplateau erreicht wird, jedoch verursachen die weit ausladenden Spulen einen unerwünscht hohen Dipolanteil von bis zu 0.02 T im Randbereich des Magneten. Zum weiteren zeigten die Rechnungen mit PROFi im Vergleich zu den zweidimensionalen POISSON-Rechnungen eine deutlich höhere Flußdichte im Joch als Folge der um das Stahljoch gewickelten Spulen. Dies hätte eine deutliche Verstärkung des Jochs bedingt, welche aber aufgrund der beengten Platzverhältnisse nicht oder nur sehr schwer zu realisieren gewesen wäre. Weitere Nachteile sind die hohe Leistungsaufnahme des Magneten und die geringe Positioniergenauigkeit der das Feld erzeugenden Spulen von etwa 1 mm , die deutlich schlechter als die Bearbeitungsgenauigkeit eines Stahlpolschuhs ist. Aus diesen Gründen wurde von der Realisierung des „Strom-Sextupolmagneten“ zugunsten des eingangs erwähnten „Eisen-Sextupolmagneten“ abgesehen.

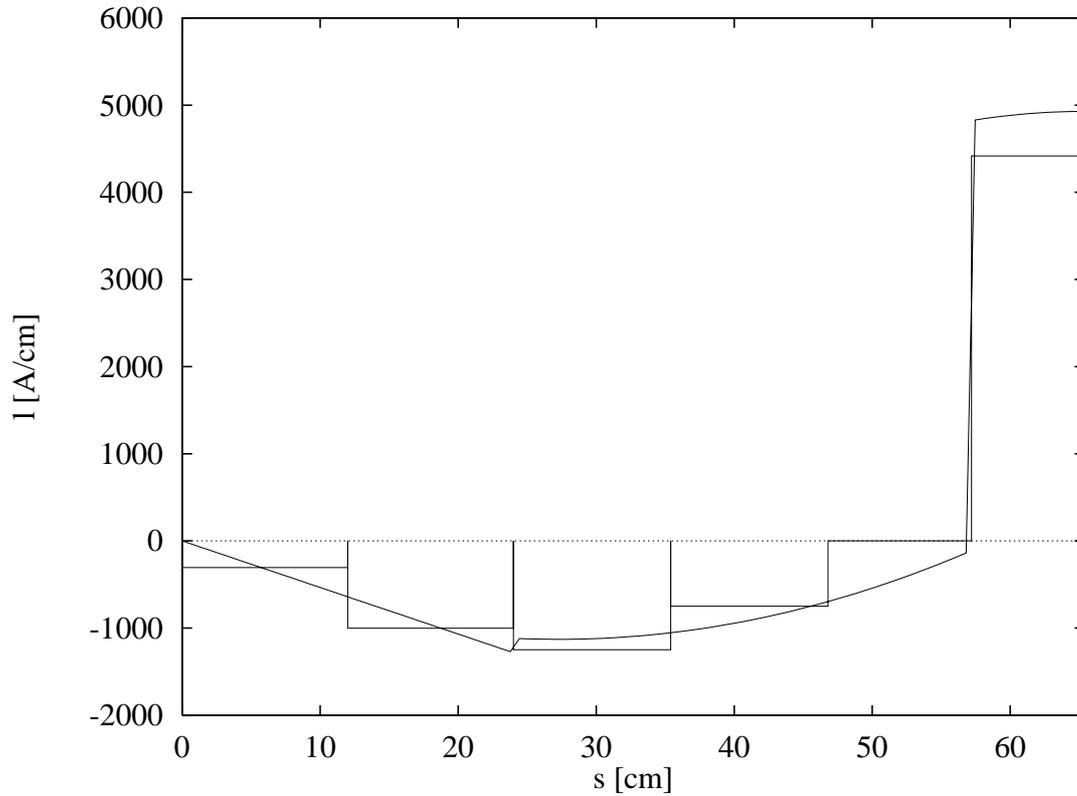


Abbildung 2.3: Vergleich der mit POISSON und der analytisch berechneten Stromverteilung zur Erzeugung eines reinen Sextupolfeldes.

2.2.2 Der „Eisen-Sextupolmagnet“

Bei diesem mehr konventionellen Magneten wird das geforderte Sextupolfeld innerhalb der Apertur von Polschuhen aus hochwertigem Magnetstahl erzeugt, die den Flächen konstanten Potentials Φ_3 nachgebildet sind, welche in Polarkoordinaten durch die Gleichung

$$r = \frac{a}{\sqrt[3]{\sin(3\Theta)}}, \quad (2.12)$$

a : Polschuhabstand vom Ursprung,

beschrieben werden (Abb. 2.5). Die Polschuhe werden durch Ströme in Spulen außerhalb der Apertur magnetisiert. Die zur Erzeugung der magnetischen Induktion B_{30} am Ort R erforderliche Anzahl von Amperewindungen NI ergibt sich aus dem Ringintegral

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{ds} = NI, \quad (2.13)$$

das die Spule umschließt. Wegen der hohen Permeabilität des Magnetstahls kann der Beitrag zum Integral innerhalb des Stahls vernachlässigt werden, und man erhält:

$$NI = \frac{B_{30}a^3}{3\mu_0 R^2} \quad (2.14)$$

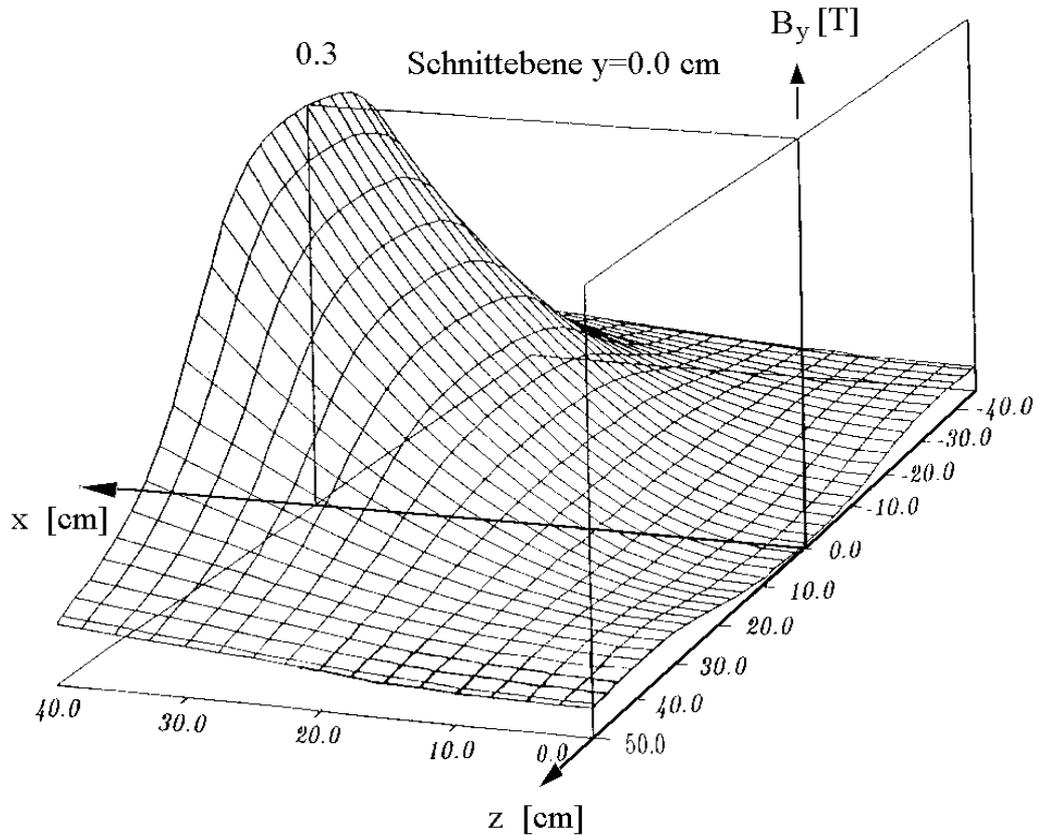


Abbildung 2.4: Resultat einer dreidimensionalen Feldberechnung mit dem Programm PROFI für den „Strom-Sextupolmagneten“ von Spektrometer A. Aufgetragen ist die Feldkomponente B_y über der Mittelebene des Magneten. Das Magnetjoch erstreckt sich von $z = -19$ cm bis $z = 19$ cm.

Aufgrund der kubischen Abhängigkeit bewirken schon relativ kleine Änderungen im Polschuhabstand große Unterschiede in der Anzahl der benötigten Amperewindungen. Für gewöhnlich besitzen die gebräuchlichen Sextupolmagnete Polschuhe mit gleichem Abstand zum Ursprung, die somit gleiches Potential besitzen. Mit einem solchen Magneten wäre es aufgrund seiner Breite jedoch nicht möglich gewesen, den angestrebten kleinsten Einstellwinkel des Spektrometers von 18° zum auslaufenden Strahl zu erreichen. Da die benötigte Apertur im Bereich des Sextupolmagneten eine elliptische Form besitzt, wurden zwei der Polschuhe einer näher an der Apertur liegenden Äquipotentialfläche nachgebildet und auf das entsprechend kleinere Potential gelegt. Dies bietet den Vorteil einer im Vergleich zum konventionellen Typ um den Faktor $2/3$ kleineren Stromaufnahme ($\cong 0.44$ fache Leistungsaufnahme) und die Möglichkeit, einen schlanken Sextupolmagneten zu realisieren. Nachteilig wirkt sich jedoch die hiermit verbundene Aufgabe der 60° -Symmetrie aus, durch die zusätzlich Dekapol- ($n = 5$) und höhere Komponenten auftreten können.

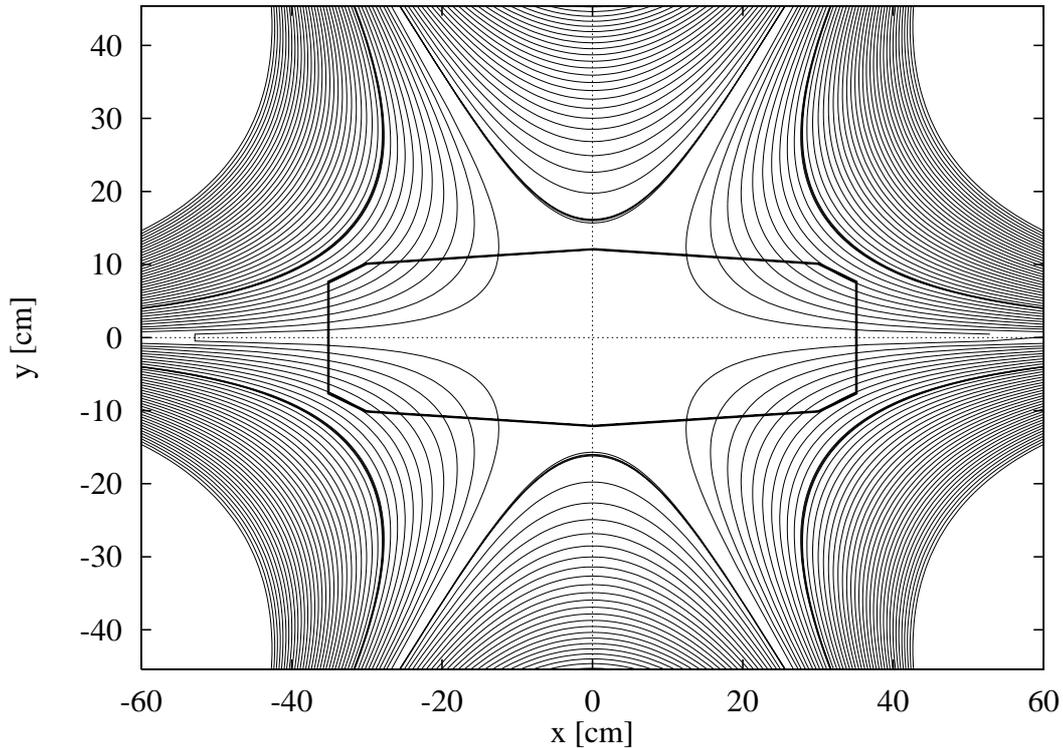


Abbildung 2.5: Äquipotentiallinien des Sextupolfeldes von 0 bis 80000 A im Abstand von 2000 A. Die etwas kräftigeren Linien sind die Äquipotentiallinien, denen die Polschuhe nachgebildet sind. Ebenfalls eingezeichnet ist die Apertur innerhalb des Sextupolmagneten.

Konstruktion der Polschuhe und des Joches

Als Abstand der Polschuhe bei 30° , 150° , 210° und 330° wurde für Spektrometer A ein Wert von $a = 35 \text{ cm}$ und für Spektrometer C ein Wert von $a = 27.5 \text{ cm}$ gewählt (vergl. Abb. 2.7). Die Polschuhe bei 90° und 270° haben einen Abstand von $a = 16 \text{ cm}$ für Spektrometer A bzw. $a = 12.57 \text{ cm}$ für Spektrometer C. Um eine einfachere Bearbeitung zu ermöglichen, wurde die durch Gl. (2.12) vorgegebene Polschuhkontur durch einen Polygonzug angenähert, bei dem Anfang und Ende der Geradenstücke einen Abstand von 5° besitzen, wodurch eine in etwa gleichgenaue Approximation der vorgegebenen Kurve erzielt wird. Die Position der Polschuhkanten wurde so gewählt, daß der Abstand der gegenüberliegenden Kanten zweier Polschuhe der Hälfte des kürzesten Abstandes der Polschuhkante von der Apertur entspricht. Da die Apertur elliptisch ist, wurde der Anfang und das Ende der Polschuhe mit dem größeren Polschuhradius nicht symmetrisch zum Pol-Vertex gewählt. Der im ersten Quadranten liegende Polschuh (Pol-Vertex bei 30°) beginnt bei 5° und endet bei 45° , so daß die Entfernung der Polschuhkanten von der Apertur etwa gleich ist. Die Kanten der Polschuhe mit dem kleineren Abstand liegen dagegen symmetrisch zum Pol-Vertex. Der Polschuh, der im ersten und zweiten Quadranten liegt, beginnt bei einem Winkel von 61.125° und endet bei 118.875° .

Das Stahljoch wurde so dimensioniert, daß die magnetische Induktion im zweidimensionalen Modell kleiner als 1.3 T bleibt, so daß Sättigungseffekte vermieden werden.

Benötigte Stromstärken

Die zur Erzeugung des geforderten Feldgradienten benötigte Anzahl von Amperewindungen ergibt sich aus Gl. (2.14). Für die Hauptspule des weiter entfernten Polschuhs von Sextupolmagnet A werden 22417 Amperewindungen und für die Nebenspule des nahen Polschuhs 2146 benötigt. Die für den Sextupolmagneten von Spektrometer C benötigten Ströme sind jeweils um den Faktor 11/14 kleiner. Die vier Haupt- und die zwei Nebenspulen sind jeweils in Reihe geschaltet. Insgesamt sind damit für den Sextupolmagneten A 93960 Amperewindungen erforderlich, das entspricht jedoch nur 28% der Stromaufnahme des „Strom-Sextupolmagneten“. Für die Hauptspulen wurde eine Reserve von 5% zum Ausgleich von Sättigungsverlusten und eine weitere Reserve von mindestens 10% zur eventuellen Einstellung höherer Felder vorgesehen. Für die Nebenspulen wurde als Maximalstrom der doppelte Nominalstrom festgelegt, um in einem genügend großen Bereich die Erregung der nahen Polschuhe gegenüber den entfernten Polschuhen variieren und auf diese Weise eine weitere Multipolkomponente kontrollieren zu können.

Zweidimensionale Modellrechnungen mit dem Programm POISSON

Da das Abschneiden der Polschuhe, die Annäherung der Äquipotentiallinien durch Geradenstücke, die Anwesenheit der Spulen und die endliche Permeabilität des Materials Abweichungen von den bisher gemachten idealisierten Annahmen darstellen und daher Abweichungen vom idealen Feldverlauf verursachen, die analytisch nicht mehr berechnet werden können, wurden zur Untersuchung und zur Korrektur dieser Effekte zweidimensionale numerische Berechnungen mit dem Programm POISSON durchgeführt. Da POISSON ein deformierbares Dreiecksgitter verwendet, mit dem die vorgegebene Materialverteilung im Modell nahezu exakt wiedergegeben werden kann, eignet es sich sehr gut zur Optimierung der Polschuhprofile im Sinne der Kompensation der aus den oben genannten Gründen entstandenen Abweichungen. Die magnetischen Eigenschaften des verwendeten Materials können durch die Angabe der Magnetisierungskurve (siehe Abb. 2.6) [VSG88] berücksichtigt werden. Die Abb. 2.7 zeigt das Resultat einer solchen Modellrechnung mit POISSON für den Sextupolmagneten von Spektrometer A. Aufgrund der vorliegenden H-Magnet-Symmetrie braucht nur ein Viertel des Magneten berechnet zu werden. Dargestellt sind die Polschuhe und das Joch, die Spulen sowie die Feldlinien, d.h. die Linien konstanten Vektorpotentials, deren Dichte ein Maß für die Stärke der magnetischen Induktion ist. Man erkennt deutlich die unterschiedliche Erregung der beiden Polschuhe. Für die mittlere magnetische Induktion im Rückflußjoch zwischen den weiter entfernten Polschuhen liefert die zweidimensionale Rechnung einen Wert von $0.8 T$. Die magnetische Induktion an der Polschuhkante des weiter entfernten Polschuhs beträgt $1.2 T$. Zur Erreichung des in der Tab. 2.1 spezifizierten Sextupolgradienten wird ein Hauptspulenstrom von $22461 A$ und ein Nebenspulenstrom von $2100 A$ benötigt. Diese Werte weichen nur wenig von den analytisch berechneten Strömen ab. Zur Optimierung der Polschuhkontur wurde in einer Reihe von aufeinanderfolgenden Rechnungen eine Gradiententabelle erstellt. Hierzu wurde für den weiter entfernten Polschuh jeweils ein Koordinatenpunkt des Polygonzuges, der das Polschuhprofil bildet, leicht verändert und das berechnete Vektorpotential innerhalb der Apertur in seine Multipolkom-

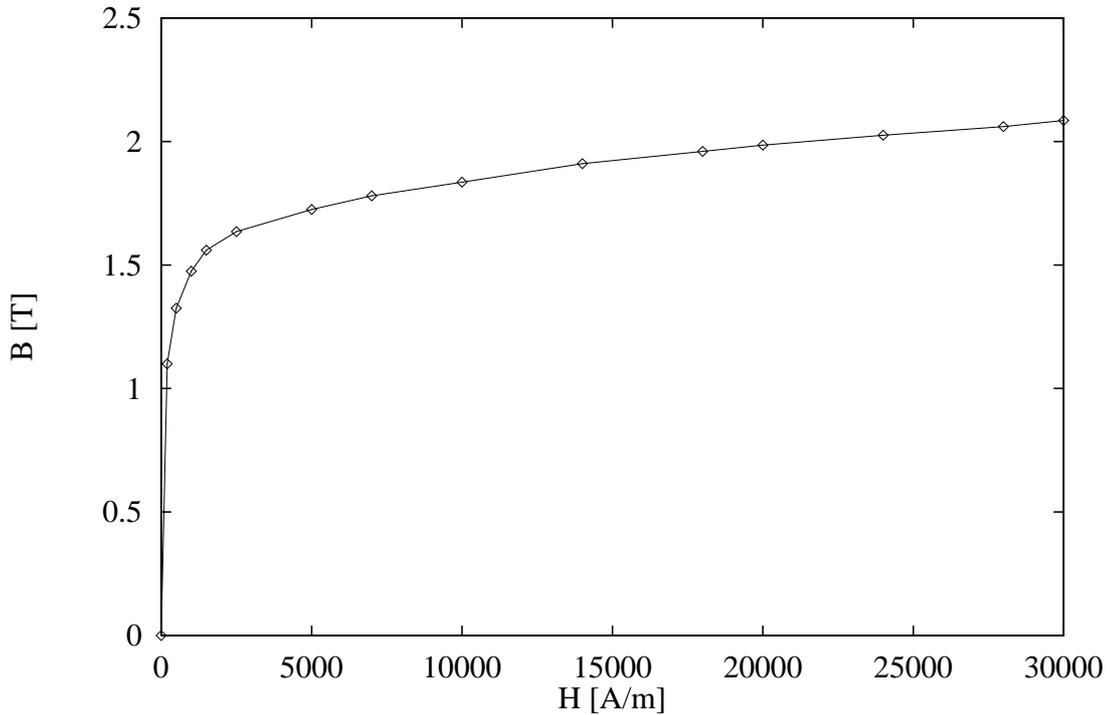


Abbildung 2.6: Magnetisierungskurve von geschmiedetem ZSH-Stahl, der für die Polschuhe der Sextupolmagnete und die Polschuhe aller anderen Magnete der Drei-Spektrometer-Anlage verwendet wurde.

ponenten zerlegt

$$A_z(x, y) = - \sum_{n=1,3,..}^7 \frac{B_{n0}}{nR^{n-1}} u_n(x, y) , \quad (2.15)$$

wobei die ungeraden Terme bis $n = 7$ berücksichtigt wurden. Anschließend wurden die Veränderungen der Multipolanteile und die Änderung der Polschuhkoordinate in die Gradiententabelle eingetragen. Der Dipolanteil kann über die Nebenspule beeinflusst werden. Zum Abgleich der Dekapol- und der 14-Pol-Komponente wurden aus der Gradiententabelle Koordinatenpunkte ausgewählt, deren Änderungen diese Multipolkomponenten besonders stark beeinflussen. Die 14-Pol-Komponente wird besonders gut durch die Veränderung der y -Koordinate des letzten Polygonpunktes vor der Polschuhkante beeinflusst, während die Dekapolkomponente eine besonders starke Kopplung an die y -Koordinate des vorletzten Polygonpunktes zeigt. Die guten Ankopplungen der Multipolkomponenten können dadurch erklärt werden, daß die Richtungen dieser Koordinatenpunkte mit Winkeln von 10° bzw. 15° näherungsweise mit den Pol-Vertices der Multipolkomponenten von 12.85° (14-Pol) und 18° (Dekapol) zusammenfallen. Die notwendigen Korrekturen am Polschuhprofil wurden durch die Inversion der Kopplungsmatrix

$$\begin{pmatrix} \frac{\Delta B_{50}}{\Delta y}(x_1, y_1) & \frac{\Delta B_{50}}{\Delta y}(x_2, y_2) \\ \frac{\Delta B_{70}}{\Delta y}(x_1, y_1) & \frac{\Delta B_{70}}{\Delta y}(x_2, y_2) \end{pmatrix}$$

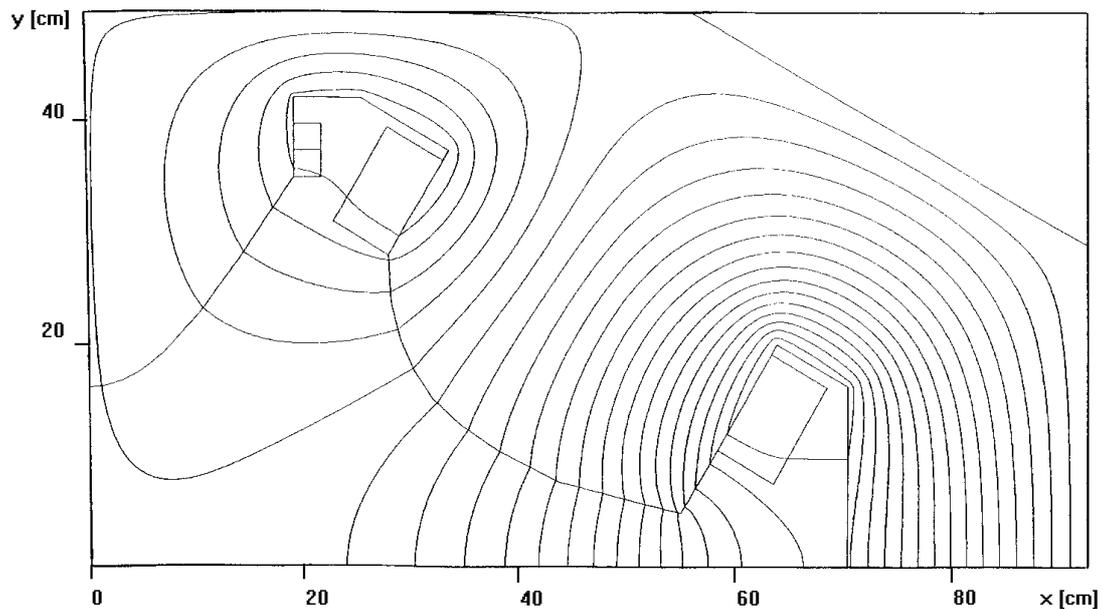


Abbildung 2.7: *Resultat einer zweidimensionalen Modellrechnung mit POISSON für den Sextupolmagnet von Spektrometer A.*

ermittelt und in einer anschließenden POISSON-Rechnung überprüft. Die Abb. 2.8 zeigt das Ergebnis einer abschließenden Rechnung für den Sextupolmagneten von Spektrometer A. Dargestellt ist die Differenz ΔB des idealen und des berechneten Feldverlaufs auf der x -Achse. Magneto-optische Rechnungen mit dem Programm RAYTRACE [RAY87] zeigten, daß die verbleibenden Abweichungen keinerlei Einfluß auf das Auflösungsvermögen des Spektrometers haben.

Ebenfalls mit dem Programm POISSON wurde der Einfluß der Positioniergenauigkeit der Spulen auf das Magnetfeld der Sextupolmagnete untersucht. Hierzu wurden die Spulen gegenüber der Sollposition verschoben, das Vektorpotential mit POISSON berechnet, nach den Multipolanteilen zerlegt und die Abweichung vom Sollverlauf bestimmt. Die Positioniergenauigkeit der Spulen beträgt 2 bis 3 mm . Die Berechnungen zeigten, daß die Anforderungen an die Positioniergenauigkeit der Spulen sehr unkritisch sind. Die Nebenspule kann wegen der kleinen Stromstärke, die sie durchfließt, praktisch beliebig im vorgesehenen Wicklungsraum an der Basis des nahen Polschuhs verschoben werden. Bei einer Verschiebung von mehr als 1 cm stellt sich eine Abweichung von nur $1 \cdot 10^{-4} T$ (Analyseradius 40 cm) gegenüber dem ursprünglichen Wert ein. Ähnlich ist die Situation für die Hauptspule am Ende des weiter entfernten Polschuhs. Sie ist durch die Polschuhkante vom Innenraum des Magneten abgeschirmt und kann ebenfalls in beiden Richtungen um 1 cm verschoben werden, bevor Feldabweichungen von ca. $1 \cdot 10^{-4} T$ auftreten. Dagegen ergeben sich durch das Verschieben der Hauptspule am Anfang des weiter entfernten Polschuhs vergleichsweise größere Abweichungen. Eine Verschiebung der Spule entlang der Polschuhkante um 3 mm verursacht eine Dekapolfeldstärke von ca. $5 \cdot 10^{-4} T$ bei einem Analyseradius von 40 cm , eine Verschiebung senkrecht zur Polschuhkante verursacht eine Dekapolfeldstärke von ca. $2.5 \cdot 10^{-4} T$. Die hiervon verursachte Störung der Abbildungseigenschaften ist jedoch vernachlässigbar.

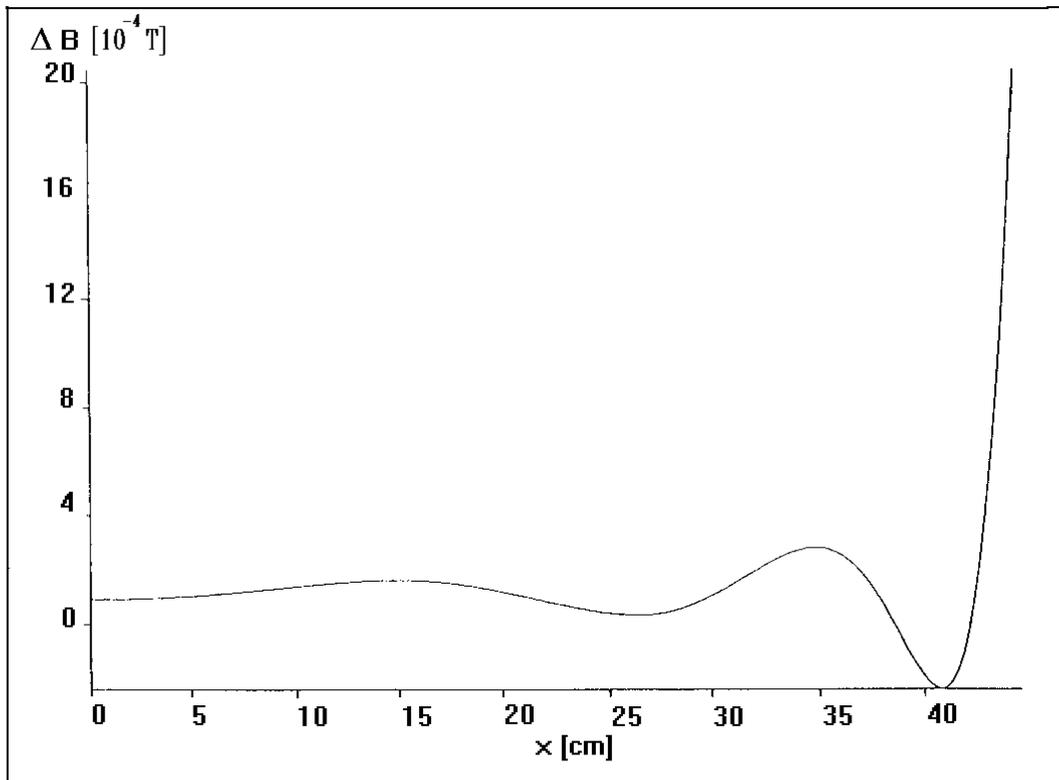


Abbildung 2.8: Resultat der Polschuhoptimierung mit POISSON für Sextupolmagnet A. Es ist die Differenz ΔB von Sollfeld und berechnetem Feld aufgetragen gegen die Koordinate x . Für die Optimierung wurde das Vektorpotential im Gebiet von 0 cm bis 45 cm in x -Richtung und 0 cm bis 12 cm in y -Richtung analysiert. Die Teilchenbahnen verlaufen im Bereich bis $x = 35$ cm.

In ähnlicher Art und Weise wurden die Auswirkungen der Fertigungstoleranzen der Polschuhe auf die Feldqualität untersucht. Vom Hersteller¹ wurden für die Sextupolmagnete, genau wie für alle anderen Magnete, Fertigungstoleranzen von ± 0.04 mm für die Einhaltung der Symmetrie und ± 0.1 mm für die Einhaltung der Maßgenauigkeit angegeben. Die sehr hohe Symmetriegenauigkeit wurde durch die gemeinsame Bearbeitung der Polschuhe und Jochteile erzielt. Die Montagegenauigkeit der Polschuhe bestimmt die Symmetrietoleranz. In Simulationsrechnungen wurde der Einfluß der Symmetrie- und der Maßtoleranz auf die Feldgenauigkeit untersucht. Hierzu wurden, ausgehend von den exakten Werten, in Modellrechnungen mit POISSON die Polschuhpositionen (Symmetrietoleranz) und die Polschuhkonturen (Maßtoleranz) innerhalb der vorgegebenen Grenzen variiert, das Feld berechnet und analysiert und die Abweichungen vom Sollverlauf notiert. Durch vielmalige Wiederholung der Rechnung mit neu ermittelten Eingabedaten wurde die Verteilung der Feldfehler bestimmt und als Maß für die Abweichungen die Standardabweichung der Verteilung berechnet. Da sehr viele Rechnungen notwendig waren, wurden die Auswirkungen der Symmetrie- und der Maßgenauigkeit getrennt betrachtet. Die gesamte Abweichung ist

¹Vereinigte Schmiedewerke GmbH, Hattingen

die Überlagerung beider Effekte. Die Abb. 2.9 zeigt das Resultat der Untersuchungen. Dort ist die relative Abweichung des Sextupolgradienten für den Sextupolmagneten A als Funktion der Toleranzwerte aufgetragen. Kontrollrechnungen mit dem Programm RAYTRACE

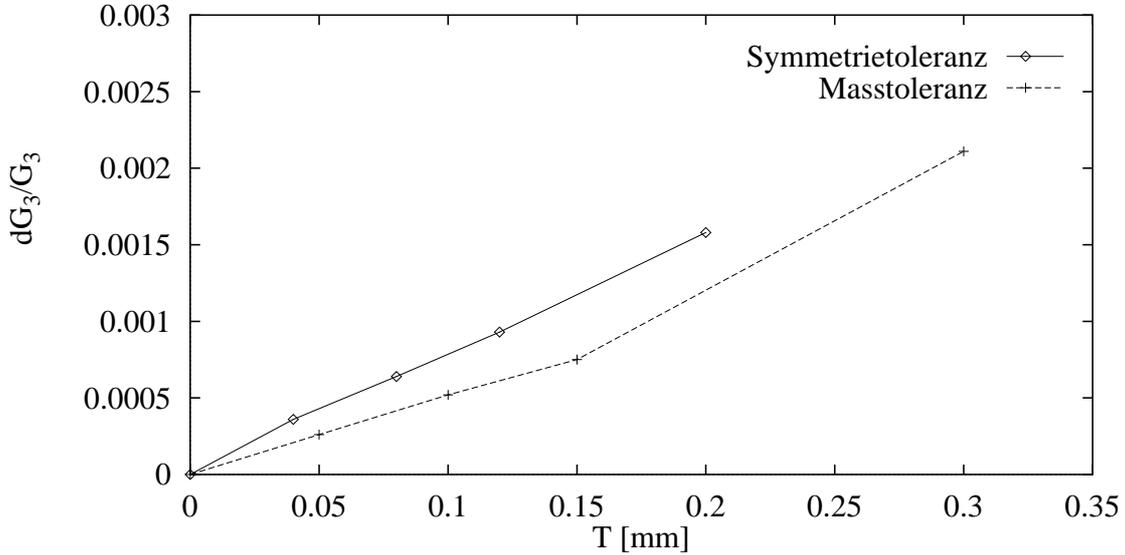


Abbildung 2.9: Störung des Feldgradienten zweiter Ordnung dG_3/G_3 durch die Bearbeitungsgenauigkeit T der Polschuhe von Sextupolmagnet A.

zeigten, daß die durch die Bearbeitungstoleranzen verursachten Störungen des Sextupolgradienten auf dem angestrebten Impulsauflosungsniveau von $1 \cdot 10^{-4}$ keinen Einfluß haben.

Dreidimensionale Modellrechnungen mit dem Programm PROF I

Da die magnetische Länge des Sextupolmagneten im Vergleich zur Gesamtbahnlänge des Spektrometers klein ist, sind es in guter Näherung die integralen Größen, die die Eigenschaften des Magneten beschreiben. Bisher wurde im zweidimensionalen Modell von einem idealisiert unendlich langen Magneten ausgegangen. Das ist eine gute Näherung für Magnete, deren Länge mindestens zweimal ihrer Apertur entspricht. Mit einem Verhältnis von Eisenlänge zu maximaler Apertur von 0.54 sind die Sextupolmagnete im Vergleich hierzu jedoch recht kurze Elemente, so daß in dreidimensionalen Magnetfeldrechnungen die Frage geklärt werden mußte, ob die geforderte integrale Sextupolstärke

$$\bar{G}_3 = \int_{-\infty}^{\infty} G_3(z) dz , \quad (2.16)$$

G_3 : Feldgradient zweiter Ordnung,

tatsächlich erreicht wird. Wie bisher zeigt die z -Achse des Koordinatensystems für die Gl. (2.16) entlang der optischen Achse.

Die Erstellung eines dreidimensionalen Modells für PROF I ist aufwendig, denn die Lage der Gitterlinien muß vom Anwender selbst optimiert werden, damit die vorliegenden Materialverteilung möglichst gut durch eine Anordnung von sogenannten „Elementarkörpern“ wiedergegeben wird. Hierauf wird im Anhang C im Detail eingegangen.

Die Rechnungen mit dem dort beschriebenen Modell zeigten, daß ein, wenn auch kleines, Plateau der magnetischen Induktion vorhanden ist (vergl. Abb. 2.12), und eine anschließende Multipolanalyse der integralen Induktion in der Mittelebene

$$\begin{aligned}\bar{B}_y(x) &= \sum_{n=1}^5 \bar{G}_n x^{n-1} \\ \text{mit } \bar{B}_y(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} B_y(x, y=0, z) dz\end{aligned}\tag{2.17}$$

ergab bei einem Hauptspulenstrom von 22470 A und einem Nebenspulenstrom von 2100 A eine Sextupolstärke von $\bar{G}_3 = 1.04 T/m$ im Vergleich zum Designwert von $0.99 T/m$. Des weiteren zeigte die Analyse eine Dekapolstärke von $\bar{G}_5 = -0.057 T/m^3$ und eine Dipolstärke von $\bar{G}_1 = 0.0055 Tm$. Diese Stärken entsprechen bei einem Multipolradius von $R = 35 cm$ einem Sextupolanteil von 96.8%, einem Dekapolanteil von -0.9% und einem Dipolanteil von 4.1%. Letzterer entsteht im weit ausladenden Randfeld des Magneten, in dem man Dipolfelder von bis zu $0.0075 T$ Stärke findet. Um dies zu verdeutlichen, ist in der Abb. 2.10 (links) als Resultat einer dreidimensionalen Feldberechnung ein Schnitt durch die Mittelebene des Sextupolmagneten A dargestellt. Die eingezeichneten Konturlinien sind die Linien konstanter magnetischer Induktion $|\vec{B}|$. Sie verlaufen weit in den Raum hinaus. Zwei der dargestellten Konturlinien schließen sich über die Mittelebene hinweg und zeigen an, daß dort Dipolstärke vorhanden ist, welche schon in 0. Ordnung die ideale Abbildung des Spektrometers stört und daher unerwünscht ist. Durch die Veränderung des Nebenspulenstromes ist es möglich, im Inneren des Magneten ein entgegengesetztes Dipolfeld zu erzeugen, welches den Dipolanteil des Randfeldes kompensiert. Hierdurch entsteht eine integrale Dekapolstärke von -4.8% (Multipolradius 35 cm), die jedoch erst in vierter Ordnung Abbildungsfehler hervorruft.

Die bessere Möglichkeit der Unterdrückung des Dipolfeldes besteht darin, das Randfeld durch Feldplatten (oder Spiegelplatten) aus Magnetstahl zu begrenzen (siehe Abb. 2.10 rechts). Dies bietet den Vorteil, daß die Dipolstärke nicht nur integral, sondern auch lokal im Randfeld verkleinert wird, so daß ein gleichmäßigerer Verlauf der integralen Länge

$$L_{int}(x, y) = \frac{1}{B(x, y, 0)} \int_{-\infty}^{\infty} B(x, y, z) dz\tag{2.18}$$

als Funktion des Abstandes vom Zentrum erzielt wird (Tab. 2.2). Hierbei ist $B(x, y, 0)$ die magnetische Induktion an der Stelle (x, y) im Zentrum des Magneten.

Aus Platzgründen sind die Sextupolmagnete am Joch der ersten Dipolmagnete aufgehängt. Ihre Eisenkörper ragen teilweise zwischen den Rückflußjochen in die Dipolmagnete hinein und sind nur wenig von den Feldklammern der Dipolmagnete entfernt (siehe hierzu im Anhang D Abb. D.1). Daher ist es ein nicht unwesentlicher Vorteil, daß die Spiegelplatten die Sextupolmagnete magnetisch von den Dipolmagneten abschirmen.

Die Dicke der verwendeten Feldplatten beträgt 35 mm für den Sextupolmagneten A und wurde so dimensioniert, daß die magnetische Induktion in ihr stets kleiner als 1.3 T bleibt, so daß keine Sättigungseffekte auftreten. Die Größe und die Form der Durchbrüche in den Platten beeinflussen den Multipolinhalt des Feldes und ihr Abstand zum Eisenjoch die magnetische Länge des Magneten. Diese Freiheitsgrade konnten jedoch nicht ausgenutzt werden, da die Größe der Durchbrüche in den Platten durch den Querschnitt der

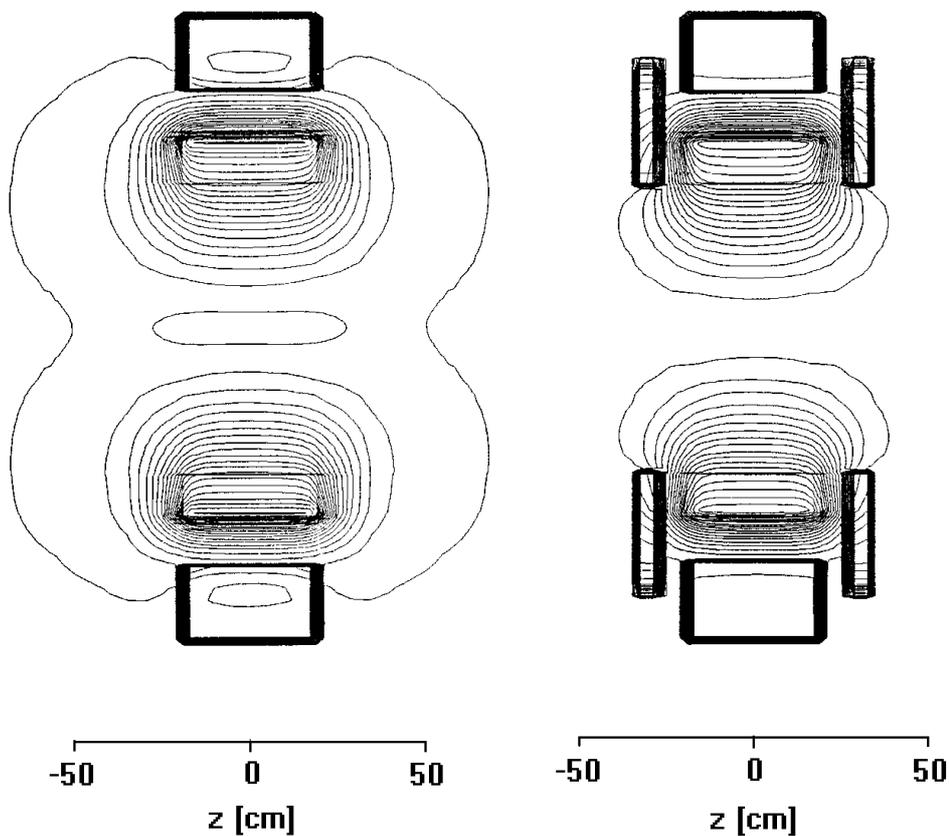


Abbildung 2.10: *PROFI*-Rechnung für den Sextupolmagneten A ohne (links) und mit (rechts) Spiegelplatten. Die Abbildung zeigt einen Schnitt durch die Mittelebene (x - z -Ebene) des Magneten. Dargestellt sind die Linien konstanten Betrages von \vec{B} . Der Abstand der Konturlinien beträgt 0.0267 T.

x [mm]	50.8	80.4	109.0	129.1	152.2	203.0	257.3	299.8	339.0
ohne Spiegelplatten									
L_{int} [mm]	1058	1116	845	754	697	627	592	575	562
mit Spiegelplatten									
L_{int} [mm]	576	511	485	476	472	469	469	468	464

Tabelle 2.2: Mit *PROFI* berechnete integrale Längen des Sextupolmagneten A ohne und mit Spiegelplatten in der Mittelebene $y = 0$.

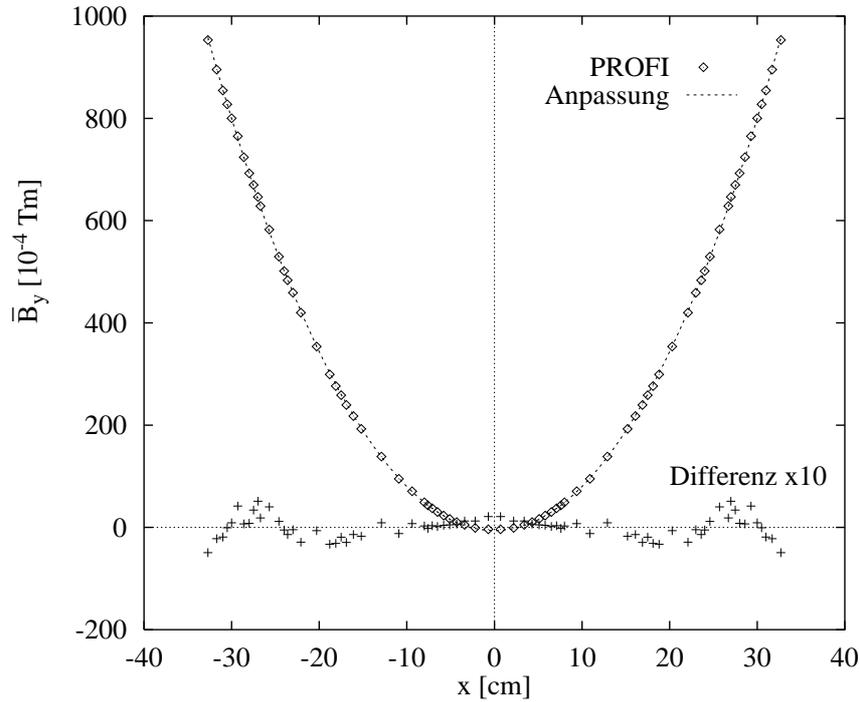


Abbildung 2.11: Mit *PROFI* berechnete integrale Feldstärke in der Mittelebene für den Sextupolmagneten A mit Spiegelplatten.

Vakuummutter und ihr Abstand vom Eisenjoch durch den verfügbaren Raum zwischen Sextupolmagnet und Dipolmagnet bzw. Quadrupolmagnet festgelegt ist. Bei Sextupolmagnet A beträgt der Abstand der Spiegelplatten zum Eisenjoch 90 mm . Hiermit erzielt man eine effektive Länge der Sextupolkomponente

$$L_{eff} = \frac{1}{G_3(0)} \int_{-\infty}^{\infty} G_3(z) dz \quad (2.19)$$

von $L_{eff} = 464\text{ mm}$. Das ist ca. 6.5% weniger als der Designwert von 500 mm , jedoch zeigten *RAYTRACE*-Rechnungen, daß die fehlende effektive Länge durch eine entsprechende Erhöhung des Feldes ohne Verlust an Auflösungsvermögen ausgeglichen werden kann. Ausreichende Leistungsreserven sind vorhanden. Bei gleichem Verhältnis von Haupt- und Nebenspulenstrom wie in den zweidimensionalen Feldrechnungen ergibt die Multipolanalyse der integralen Induktion (Abb. 2.11) für den Sextupolmagneten mit Spiegelplatten einen Dipolanteil von -0.5% , einen Sextupolanteil von 95.1% und einen Dekapolanteil von 5.4% bei einem Multipolradius von $R = 35\text{ cm}$. Eine weitere Kontrollrechnung mit *RAYTRACE* zeigte, daß mit diesen Werten der Bildfleckdurchmesser für ein nicht ausgedehntes Target in tolerierbarem Maß vergrößert wird. Variiert man von dieser Einstellung ausgehend den Nebenspulenstrom um $\pm 20\%$, so erhält man die in Tab. 2.3 angegebene Werte, aus denen hervorgeht, daß der integrale Dipolanteil bei einem um 9% reduzierten Nebenspulenstrom ganz verschwindet. Der Dekapolanteil steigt dabei allerdings leicht auf 6% an.

Die Abb. 2.12 zeigt den Verlauf der B_y Feldkomponente für jeweils feste Werte von x und y als Funktion der Tiefe z beim Durchqueren des Sextupolmagneten A. Die ausgewählten x - y -Werte liegen (in etwa) auf der Berandung des von den Teilchenbahnen durchquerten

$I_{aux} [A]$	$\overline{G}_{10} [Tm]$	$\overline{G}_{30} [T/m]$	$\overline{G}_{50} [T/m^3]$	$\frac{\overline{B}_{10}}{B} [\%]$	$\frac{\overline{B}_{30}}{B} [\%]$	$\frac{\overline{B}_{50}}{B} [\%]$
1680	$6.7 \cdot 10^{-4}$	0.840	0.504	0.6	92.6	6.8
2100	$-6.3 \cdot 10^{-4}$	0.859	0.403	-0.5	95.1	5.4
2520	$-17.7 \cdot 10^{-4}$	0.888	0.216	-1.6	98.7	2.9

Tabelle 2.3: *Integrale und relative integrale Multipolstärken aus PROFI-Rechnung mit Spiegelplatten für Sextupolmagnet A bei einem Multipolradius von $R = 35$ cm. Der Hauptspulenstrom beträgt 22470 A, der Nebenspulenstrom 2100 A bei der 0% Einstellung.*

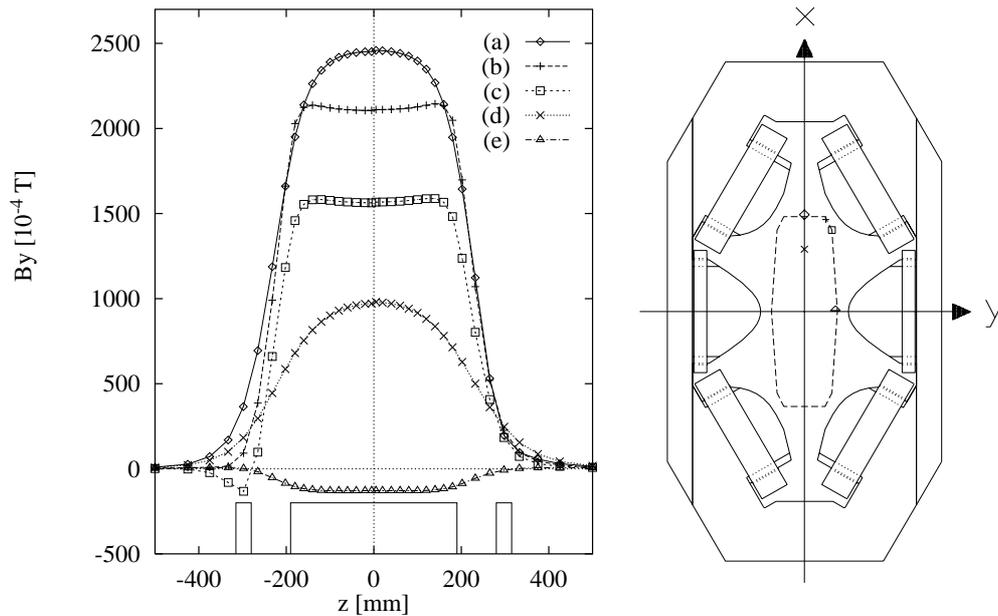


Abbildung 2.12: *Die linke Abbildung zeigt den berechneten Verlauf der Feldkomponente B_y für jeweils feste Werte von x und y in Richtung der z -Achse für den Sextupolmagnet A: (a) $x = 357$ mm, $y = 0$ mm, (b) $x = 339$ mm, $y = 78$ mm, (c) $x = 300$ mm, $y = 100$ mm, (d) $x = 230$ mm, $y = 0$ mm, (e) $x = 7$ mm, $y = 118$ mm. Der Quadrupolmagnet befindet sich in Richtung der positiven Werte von z . Ebenfalls eingezeichnet ist die Lage des Stahlkörpers und der Spiegelplatten. Die rechte Abbildung zeigt den Querschnitt des Sextupolmagneten mit eingezeichneter maximaler Apertur und den x - y -Positionen, die zu den Kurven der linken Abbildung gehören.*

Gebietes (mit Ausnahme der Kurve bei $x = 230 \text{ mm}, y = 0 \text{ mm}$). Je nach der Entfernung von einem Polschuh ist ein mehr oder weniger stark ausgeprägtes Feldstärkeplateau vorhanden.

Verursacht durch die Randfeldlinien, die an den Polschuhenden austreten und sich über das Rückflußjoch schließen, ist die magnetische Induktion in einem kurzen magnetischen Bauelement wie dem Sextupolmagneten höher als von der zweidimensionalen Rechnung vorhergesagt. Die Abb. 2.13 zeigt als Resultat der dreidimensionalen Rechnung die Linien konstanten Betrages der magnetischen Induktion $|\vec{B}|$ für einen Schnitt durch die Magnetmitte ($z = 0$). Der Wert von $|\vec{B}|$ im Rückflußjoch der weiter entfernten Polschuhe ist mit 1.15 T höher als der von den zweidimensionalen Rechnungen vorhergesagte Wert von 0.8 T . Das Verhältnis der beiden Werte entspricht in etwa dem Verhältnis von effektiver Länge (ohne Spiegelplatten) und Eisenlänge des Magneten. Nur an einigen wenigen Stellen überschreitet die magnetische Induktion den Wert von 1.3 T , so daß Sättigungseffekte nicht zu erwarten sind oder zumindest klein sein sollten. Dies ist wichtig, damit sich die Eigenschaften des Magneten nicht mit der Erregung ändern, zumal die beiden Polschuh Typen unterschiedliches Potential besitzen.

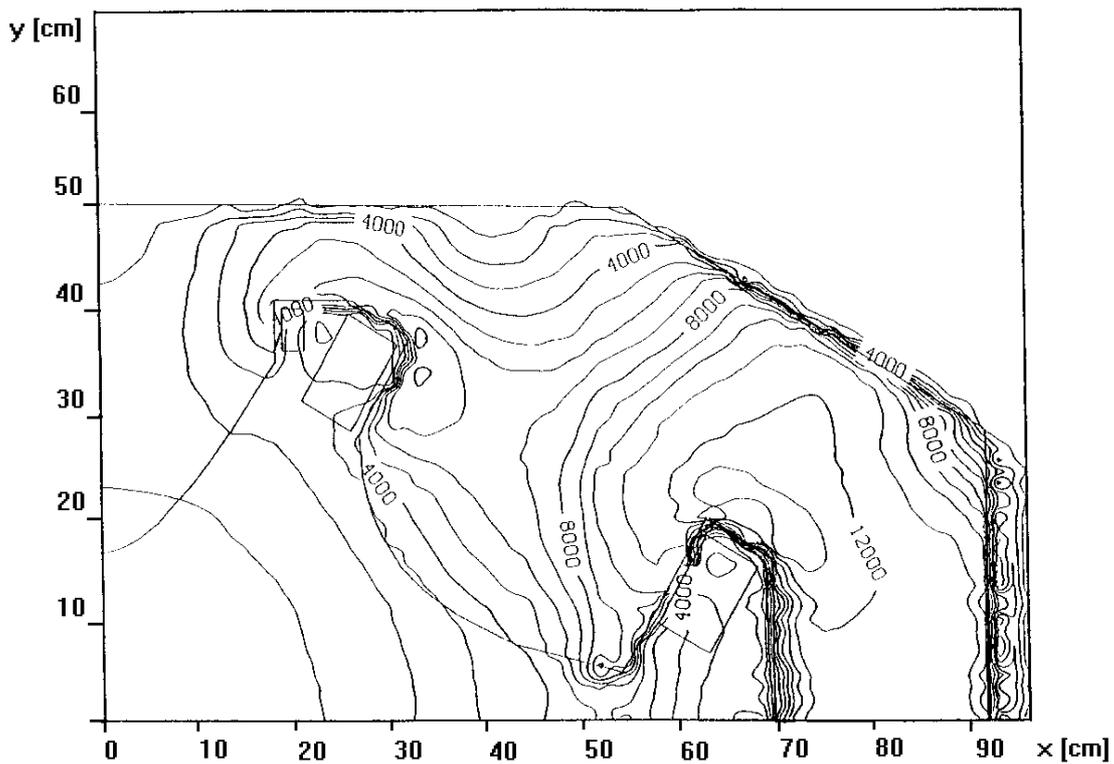


Abbildung 2.13: Mit PROFIL berechnete Konturlinien konstanten $|\vec{B}|$ -Feldes in der Ebene $z = 0$ von Sextupolmagnet A in Einheiten von 10^{-4} T .

2.3 Fertigung der Sextupolmagnete

Die Polschuhe bestehen aus geschmiedetem ZSH-Spezial Magnetstahl, die Jochteile aus der Stahlgußvariante GS-ZSH-Extra² (siehe Tab. 2.4).

H [A/m]	B [T]	
	ZSH-Spezial	GS-ZSH-Extra
500	1.325	1.31
1000	1.475	1.46
2500	1.635	1.62
5000	1.725	1.70
10000	1.835	1.81
20000	1.985	1.96
30000	2.085	2.06

Tabelle 2.4: *Magnetische Werte von ZSH-Spezial Magnetstahl (geschmiedet) und der Stahlgußvariante GS-ZSH-Extra [VSG88]. Die Koerzitivfeldstärke von ZSH-Spezial ist kleiner als 80 A/m, die von GS-ZSH-Extra ist kleiner als 90 A/m.*

Der linke Teil der Abb. 2.14 zeigt die Vorderansicht von Sextupolmagnet A mit den Polschuhen, dem Joch und den Spulen, die rechte Seite der Abb. 2.14 zeigt einen Schnitt durch die Mittelebene des Magneten. Der Sextupolmagnet ist am Joch des Dipolmagneten befestigt. Die Aufhängevorrichtung erlaubt die Ausrichtung des Magneten in jeder Richtung. Die Abb. 2.15 zeigt den Sextupolmagneten C. Da der Magnetkörper in den Dipolmagneten CD1 hineinragt, ist das Rückflußjoch mit einem Winkel von 30° angefast. Die hierdurch fehlende Querschnittsfläche wurde durch eine Erhöhung des Jochs ausgeglichen. Die Polschuhe der Sextupolmagnete sind abnehmbar und wurden vom Joch getrennt im polschuheigenen Koordinatensystem mit einer Maßgenauigkeit von $\pm 0.1 \text{ mm}$ gefertigt. Durch eine gemeinsame Bearbeitung der Polschuhe, eine gemeinsame Bearbeitung der beiden Jochhälften und eine sorgfältige Montage wurde eine Symmetriegenauigkeit von $\pm 0.04 \text{ mm}$ erzielt. Die Einhaltung dieser Toleranzwerte wurde vom Hersteller durch mechanische Vermessung überprüft.

Die Spulen³ bestehen aus wassergekühlten Hohlkupferleitern und sind mit einer Genauigkeit von 1 bis 3 mm hergestellt. Sie werden mit stromstabilisierten Gleichstromversorgungen³ [Sch94] betrieben. Die Anschlußdaten sind in der Tab. 2.5 aufgelistet.

²Herstellerfirma: Vereinigte Schmiedewerke GmbH, Hattingen

³Herstellerfirma: Danfysik AS, Jyllinge, Dänemark

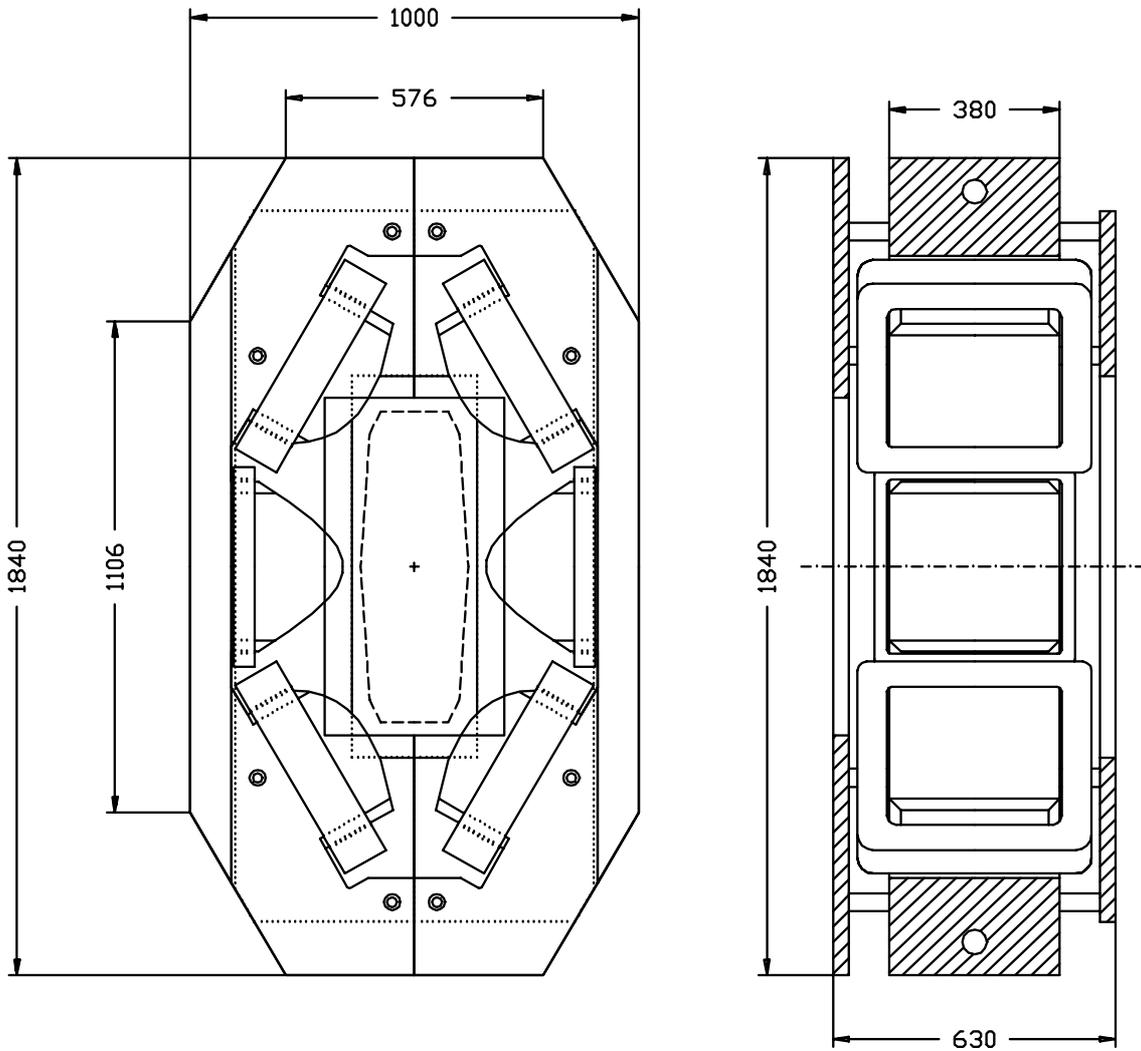


Abbildung 2.14: Vorderansicht und Schnitt durch die Mittelebene von Sextupolmagnet A. Ebenfalls eingezeichnet sind die Umrisse und die Öffnungen der beiden Spiegelplatten. Die gestrichelte Linie deutet die maximal benötigte Apertur an. Das Kreuz in der Magnetmitte kennzeichnet die Sollbahn. Alle Maßangaben in dieser Zeichnung haben die Einheit mm. Der rechte Teil der Abbildung zeigt einen Schnitt durch die Mittelebene des Magneten. In dieser Darstellung ist die rechte Seite des Magneten dem Dipolmagneten zugewendet. Die Spiegelplatte auf dieser Seite ist kleiner, da sie in den Dipolmagneten hineinragt.

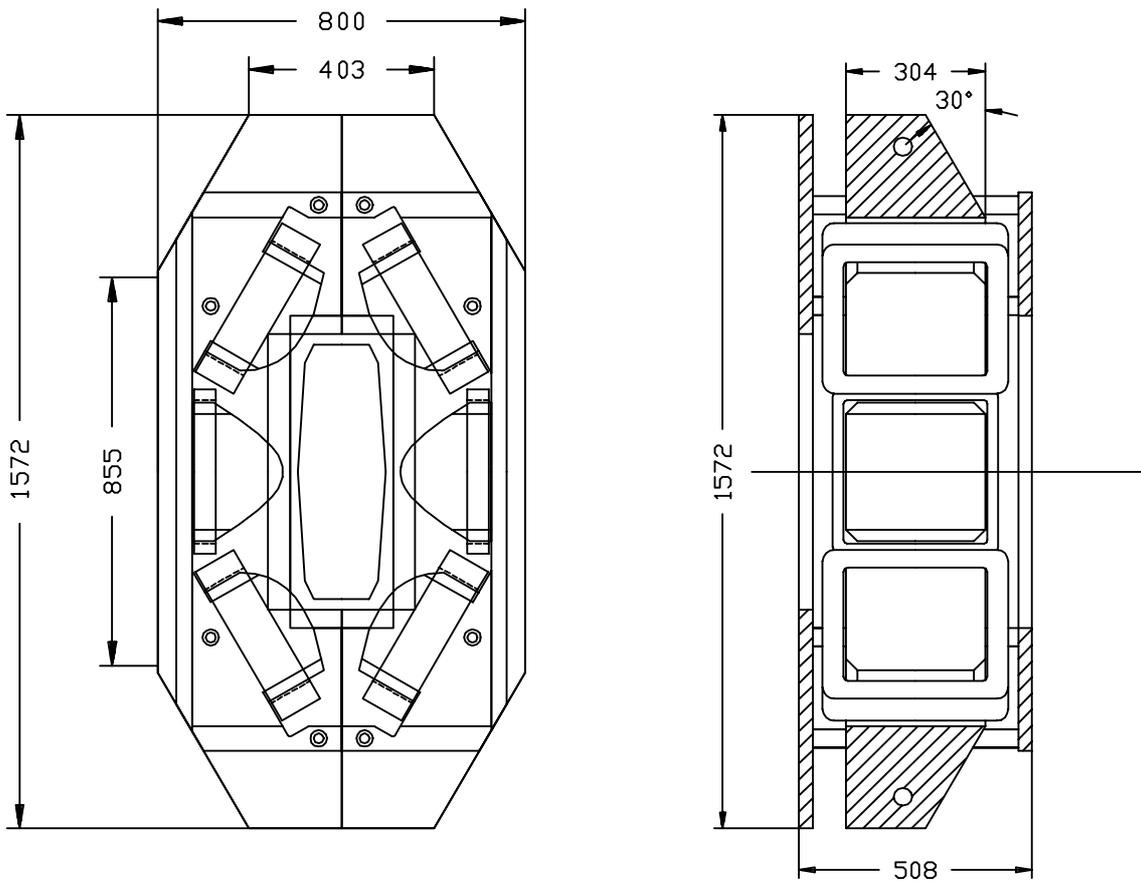


Abbildung 2.15: Vorderansicht und Schnitt durch die Mittelebene von Sextupolmagnet C.

Magnet		A	C
Mechanische Daten			
Eisenlänge	[<i>cm</i>]	38	30.4
Polschuhradius	[<i>cm</i>]		
entfernter Polschuh		35	27.5
naher Polschuh		16	12.57
Maximal benötigte Apertur	[<i>cm</i>]		
vertikal		70	56
horizontal		24	19
Gewicht Stahlkörper	[<i>kN</i>]	40.8	21.5
Anschlußdaten			
Hauptspulen			
Anzahl Spulen		4	4
Amperewindungen pro Spule		26100	20500
Windungsanzahl pro Spule		60	50
Spulenquerschnitt	[<i>mm</i>]	106 × 66	96 × 45
Mittlere Windungslänge	[<i>m</i>]	1.7	1.4
Leiterquerschnitt	[<i>mm</i>]	9 × 9 / ∅ 4.5	8 × 6.9 / ∅ 3.5
Stromstärke	[<i>A</i>]	435	410
Stromdichte	[<i>A/mm²</i>]	6.8	9.2
Spannung pro Spule	[<i>V</i>]	12.8	11.9
Leistungsaufnahme pro Spule	[<i>kW</i>]	6.2	5.4
Kühlwasserfluß pro Spule	[<i>l/min</i>]	2.9	2.5
Druckabfall	[<i>bar</i>]	0.4	0.7
Temperaturanstieg	[<i>°C</i>]	27	28
Gewicht pro Spule	[<i>N</i>]	568	275
Nebenspulen			
Anzahl Spulen		2	2
Amperewindungen pro Spule		4000	3200
Windungsanzahl pro Spule		28	21
Spulenquerschnitt	[<i>mm</i>]	47 × 29	47 × 23
Mittlere Windungslänge	[<i>m</i>]	1.7	1.4
Leiterquerschnitt	[<i>mm</i>]	5 × 5 / ∅ 3	5 × 5 / ∅ 3
Stromstärke	[<i>A</i>]	143	152
Stromdichte	[<i>A/mm²</i>]	8.1	8.6
Spannung pro Spule	[<i>V</i>]	7.2	4.7
Leistungsaufnahme pro Spule	[<i>kW</i>]	1.0	0.7
Kühlwasserfluß pro Spule	[<i>l/min</i>]	0.5	0.4
Druckabfall	[<i>bar</i>]	5.0	0.4
Temperaturanstieg	[<i>°C</i>]	29	29
Gewicht pro Spule	[<i>N</i>]	78	49

Tabelle 2.5: *Mechanische Daten und Anschlußdaten der Spulen von Sextupolmagnet A und Sextupolmagnet C gemäß den Spezifikationen.*

2.4 Magnetische Vermessung der Sextupolmagnete

Im Anschluß an die Fertigung und Auslieferung der Sextupolmagnete und der zugehörigen Stromversorgungen wurde die Qualität der Magnete in eigenen umfangreichen magnetischen Feldmessungen überprüft. Die magnetische Vermessung der Magnete erfolgte mit einer Hallsonde. Die Sonde kann mit einem motorgetriebenen x - y -Tisch positioniert werden. Die Steuerung des Tisches und die Erfassung der Feldwerte erfolgen rechnergesteuert. Der verwendete x - y -Tisch wurde vorher bereits bei der magnetischen Vermessung der Umlenkmagnete des Mainzer Mikrotrons eingesetzt [Jew87] und konnte, leicht modifiziert, für die Vermessung der Spektrometernagnete übernommen werden. Für die Steuerung und Datenerfassung wurden der Aufgabenstellung angemessene neue Steuer-, Datenerfassungs- und Auswertprogramme erstellt [Wol91].

2.4.1 Die Meßapparatur

Das Gaußmeter und die Hallsonden

Die Messung der magnetischen Induktion B erfolgte mit einem mikroprozessorgesteuertem Gaußmetersystem⁴, an das bis zu drei Hallsonden angeschlossen werden können. Bei den hier beschriebenen Messungen wurden zwei Sonden eingesetzt: Die erste Sonde diente zur Messung des jeweiligen Feldwertes, während mit der zweiten Sonde die Feldstabilität an einer festen Position im Inneren überwacht wurde. Die Gesamtgenauigkeit des Gaußmeters bei digitaler Auslese des Meßwerts beträgt $3.5 \cdot 10^{-4}$. Die Kommunikation und Datenübertragung zwischen dem Meßrechner und dem Gaußmeter erfolgt über eine serielle Schnittstelle.

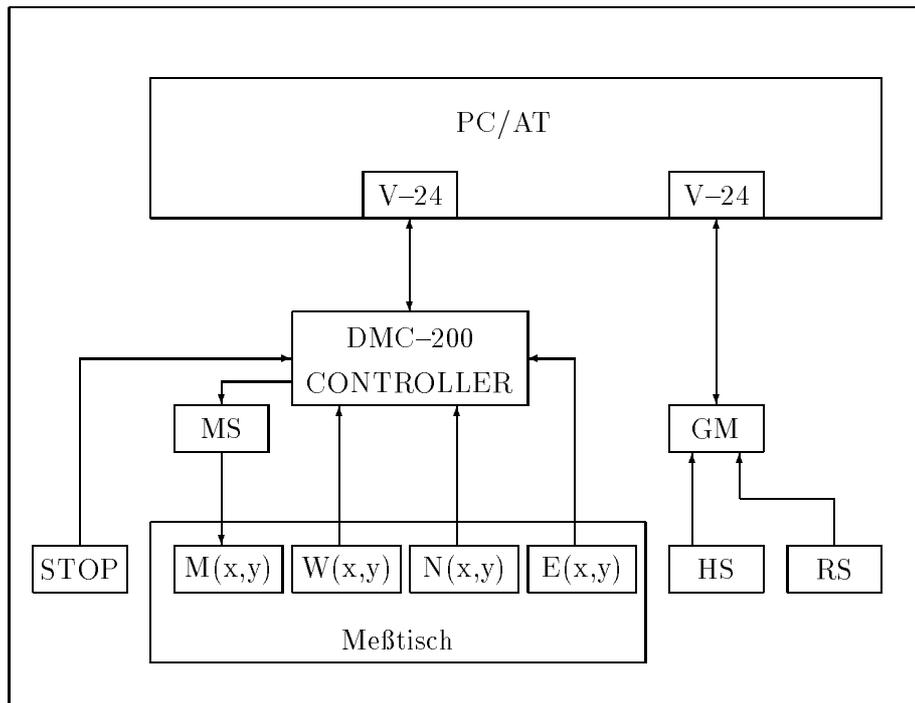
Der Meßtisch

Der Fahrbereich des x - y -Tisches beträgt $3 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}$. Er besteht aus einem rechtwinkligen Rahmen aus T-Trägern, auf dem parallel zwei Linearführungen (x -Richtung) montiert sind, entlang denen je zwei Gleitlager nahezu spielfrei bewegt werden können. Die Gleitlager tragen eine Grundplatte, auf der eine weitere Linearführung (y -Richtung) im rechten Winkel befestigt ist. Auf deren Gleitlager ist die Halterung für die Meßstange angebracht, an deren Ende sich die Hallsonde befindet. Diese ist mit einer speziellen Halterung befestigt, die eine Feinausrichtung der Sonde erlaubt. Die Haltevorrichtung besitzt eine einstellbare Justierspitze zur Markierung der sensitiven Fläche der Sonde, mit deren Hilfe die Sonde in bezug auf den Magneten eingerichtet werden kann. Die beiden Achsen des Meßtisches werden über Zahnriemen von jeweils einem Gleichstrommotor angetrieben.

Die Steuerung des Meßtisches ist schematisch in der Abb 2.16 dargestellt. Die Position des Meßschlittens wird mit optischen Inkrementalwinkelschrittteilern gemessen, die durch separate Zahnriemen bewegt werden. Die reproduzierbare Nullposition des Meßtisches auf beiden Achsen wird durch jeweils einen Nullwertschalter definiert. In jeder Fahrtrichtung begrenzen zwei versetzbare Endabschalter den zulässigen Fahrbereich. Die Steuerung des Meßtisches geschieht mit Hilfe eines Zwei-Achsen-Controllers⁵, der seinerseits über eine serielle Schnittstelle vom Meßrechner durch Makrobefehle angesprochen wird.

⁴Herstellerfirma: F.W. Bell, Orlando, Florida

⁵Herstellerfirma: Galil Motion Control, Palo Alto



STOP	Notaus
MS	Motorschrittgeber
M(x,y)	Gleichstrommotoren für die x- und y-Richtung
W(x,y)	Inkremental-Winkelgeber
N(x,y)	Nullwertschalter
E(x,y)	Endabschalter
HS	Hallsonde
RS	Referenzsonde
GM	Gaußmeter

Abbildung 2.16: Blockschaltbild der Steuerung der Meßmaschine.

Die Information über den Ort des Meßschlittens relativ zur Nullposition liegt zunächst in Form der Anzahl der registrierten Winkelschrittgeberpulse vor. Die Umrechnung in die räumlichen Koordinaten geschieht mit Hilfe von zweidimensionalen Eichpolynomen, die auch eventuelle Verkopplungen zwischen den Fahrrichtungen berücksichtigen. Die Koeffizienten der Polynome wurden durch optische Vermessungen in einer Eichprozedur bestimmt, auf welche im Anhang E ausführlicher eingegangen wird.

2.4.2 Erregungskurven

Zunächst wurde die Hallsonde auf der optischen Achse im Zentrum des Magneten positioniert und der Strom der Hilfsspulen so eingestellt, daß dort kein Feld vorhanden war. Die Abb. 2.17 zeigt den eingestellten Hilfsspulenstrom I_{Aux} als Funktion des Hauptspulenstroms I_{Main} für beide Sextupolmagnete. Der Verlauf ist im wesentlichen linear. Erst

bei den hohen Stromstärken treten leichte Abweichungen vom linearen Verlauf auf, die auf beginnende Sättigungseffekte in den weiter entfernten, stärker magnetisierten Polschuhen hindeuten, so daß ein etwas kleinerer Hilfsspulenstrom ausreicht, um das Feld im Zentrum zu kompensieren. In der Tab. 2.6 sind die Koeffizienten von Polynomen zur Beschreibung der Daten aufgeführt.

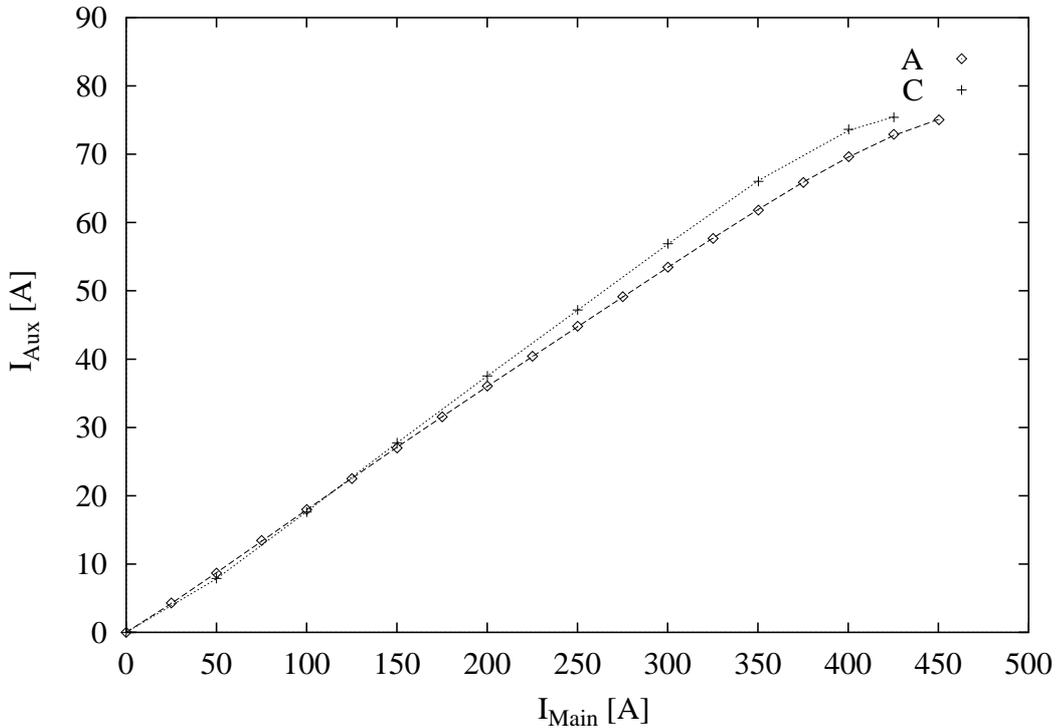


Abbildung 2.17: Nebenspulenstrom als Funktion des Hauptspulenstroms für die Sextupolmagnete A und C. Die durchgezogenen Linien sind das Ergebnis einer Polynom Anpassung an die Daten.

		Sextupolmagnet			
		A		C	
a_1	[1]	+0.17047	$\pm 0.24 \cdot 10^{-3}$	+0.15009	$\pm 0.43 \cdot 10^{-3}$
a_2	[1/A]	$+0.9260 \cdot 10^{-4}$	$\pm 0.66 \cdot 10^{-6}$	$+0.2955 \cdot 10^{-3}$	$\pm 0.12 \cdot 10^{-5}$
a_3	[1/A ²]	$-0.2171 \cdot 10^{-6}$	$\pm 0.17 \cdot 10^{-8}$	$-0.5372 \cdot 10^{-6}$	$\pm 0.32 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 2.6: Koeffizienten der Polynom Anpassung an den Hilfsspulenstrom als Funktion des Hauptspulenstroms. Der Hilfsspulenstrom wurde so eingestellt, daß im Zentrum des Magneten kein Feld vorhanden war.

Die Erregungskurven der Sextupolmagnete wurden mit einer Hallsonde vermessen, die sich in der Magnetmitte und in der Mittelebene des jeweiligen Magneten an der Position $x = (349.4 \pm 0.2) \text{ mm}$ für Magnet A bzw. $x = (280.0 \pm 0.2) \text{ mm}$ für Magnet C befand. Die Stromstärke wurde von 0 A bis 450 A bei Sextupolmagnet A und von 0 A bis 425 A bei

Sextupolmagnet C variiert. Die Felder wurden sowohl von kleineren als auch von größeren Stromstärken her kommend eingestellt. Die beobachtete Hysterese betrug bei beiden Magneten $3 \cdot 10^{-4} T$ bis $5 \cdot 10^{-4} T$. An die gemessenen Daten wurden Polynome angepaßt, deren Koeffizienten in der Tab. 2.7 aufgelistet sind. Die Abb. 2.18 zeigt die Abweichung der ge-

		Sextupolmagnet			
		A		C	
a_0	[T]	$+0.14749 \cdot 10^{-3}$	$\pm 0.95 \cdot 10^{-6}$	+0.89565	$\pm 0.43 \cdot 10^{-5}$
a_1	[T/A]	$+0.6306609 \cdot 10^{-3}$	$\pm 0.71 \cdot 10^{-9}$	$+0.654482 \cdot 10^{-3}$	$\pm 0.31 \cdot 10^{-7}$
a_2	[T/A ²]	$-0.8699 \cdot 10^{-8}$	$\pm 0.72 \cdot 10^{-10}$	$-0.18036 \cdot 10^{-7}$	$\pm 0.29 \cdot 10^{-10}$
a_3	[T/A ³]	$+0.7380 \cdot 10^{-10}$	$\pm 0.19 \cdot 10^{-12}$	$+0.149616 \cdot 10^{-9}$	$\pm 0.75 \cdot 10^{-13}$
a_4	[T/A ⁴]	$-0.16299 \cdot 10^{-12}$	$\pm 0.46 \cdot 10^{-15}$	$-0.31344 \cdot 10^{-12}$	$\pm 0.19 \cdot 10^{-15}$

Tabelle 2.7: *Koeffizienten von Polynomanpassungen an die Erregungskurven der Sextupolmagnete als Funktion des Hauptspulenstroms. Die Felder wurden von kleineren Strömen her kommend eingestellt. Die Hallsonde befand sich im Zentrum und in der Mittelebene an der Position $x = (349.4 \pm 0.2) \text{ mm}$ bei Sextupolmagnet A bzw. $x = (280.0 \pm 0.2) \text{ mm}$ bei Sextupolmagnet C.*

messenen Feldwerte vom linearen Verlauf aus Tab. 2.7 als Funktion des Hauptspulenstroms. Die Sättigungseffekte, d.h. die relative Abweichungen von der Linearität $(B - B_{lin})/B$, sind für beide Magnete kleiner als 0.8%.

2.4.3 Aufnahme von Feldkarten und Analyse der magnetischen Eigenschaften der Sextupolmagnete

Zur magnetischen Vermessung wurde die x - z -Ebene des Sextupolmagneten horizontal ausgerichtet und die Meßmaschine vor dem Magneten aufgebaut. Die Hallsonde wurde mit einer Genauigkeit von $\pm 0.2 \text{ mm}$ auf die Höhe der Mittelebene und mit einer Genauigkeit von $\pm 0.3 \text{ mm}$ in der x - z -Ebene des Magneten eingerichtet. Der Ursprung des Meßkoordinatensystems wurde in das Zentrum des Magneten gelegt (siehe Abb. 2.19). Bei Sextupolmagnet A wurde ein Bereich von $660 \text{ mm} \times 1000 \text{ mm}$ und bei Sextupolmagnet C ein Bereich von $520 \text{ mm} \times 1000 \text{ mm}$ vermessen. Für Sextupolmagnet A wurden pro Feldkarte 3417 Punkte und für Sextupolmagnet C 2703 Punkte im Abstand von $\Delta x = 10 \text{ mm}$ und $\Delta z = 20 \text{ mm}$ angefahren. Die mittlere Aufnahmezeit pro Meßpunkt betrug dabei ca. 4 sec. Zusätzlich wurden Messungen entlang einzelner Linien im Magnetzentrum und parallel zur optischen Achse durchgeführt.

Die Feldkarten wurden bei drei verschiedenen Erregungen, d.h. Stromstärken von $I_{Main} = 125.1 \text{ A}$, 250.2 A und 375.3 A , aufgenommen. In weiteren Messungen wurde der Einfluß unterschiedlicher Stromeinstellungen der Hilfsspulen auf den Multipolgehalt des Feldes untersucht. In den Abb. 2.20 und 2.21 sind die bei einem Hauptspulenstrom von $I_{Main} = 375.3 \text{ A}$ aufgenommenen Feldkarten dargestellt. Für konstantes z steigt die magnetische Induktion in der x -Richtung parabelförmig an, während sie entlang einer Linie mit konstantem x ihr Maximum in der Magnetmitte erreicht.

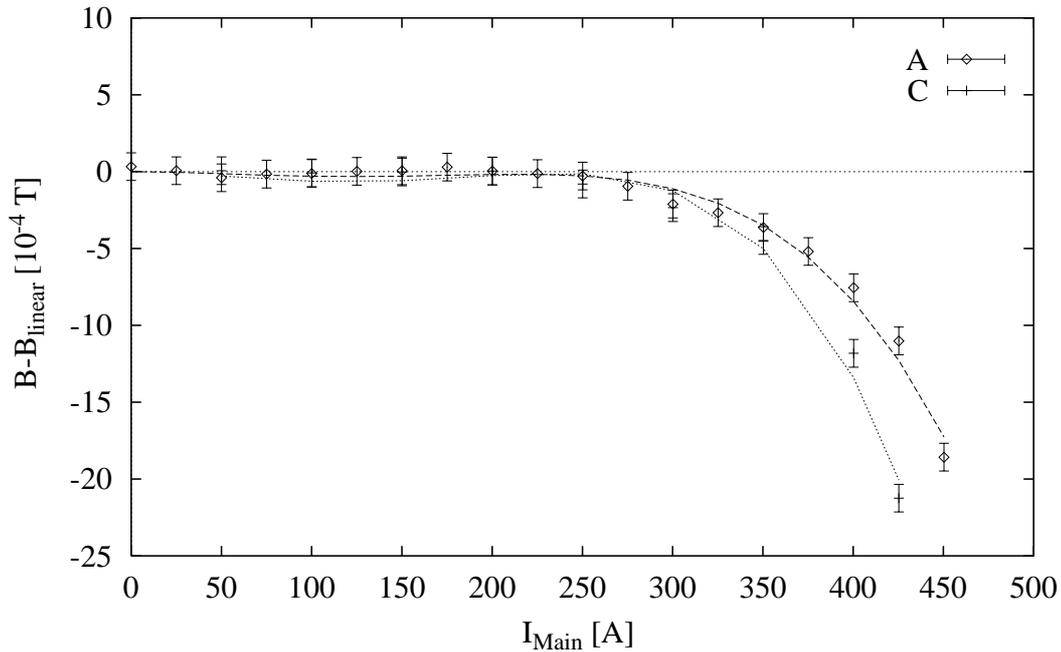


Abbildung 2.18: Abweichung des gemessenen Feldes vom linearen Verlauf als Funktion des Hauptspulenstroms für die Sextupolmagnete A und C. Die durchgezogenen Linien sind das Ergebnis einer Polynom Anpassung an die Daten. Die Hallsonde befand sich im Zentrum und in der Mittelebene an der Position $x = (349.4 \pm 0.2)$ mm bei Sextupolmagnet A bzw. $x = (280.0 \pm 0.2)$ mm bei Sextupolmagnet C. Das gemessene Feld beträgt (0.2828 ± 0.0001) T bei $I_{Main} = 450$ A für Sextupolmagnet A und (0.2763 ± 0.0001) T bei $I_{Main} = 425$ A für Sextupolmagnet C. Die Felder wurden von kleineren Werten her kommend eingestellt.

Integrale Eigenschaften der Sextupolmagnete

Bei solch kurzen Bauelementen wie den Sextupolmagneten der Drei-Spektrometer-Anlage sind in erster Linie die integralen Eigenschaften von Interesse, wie die integrale magnetische Induktion, die integralen Multipolanteile und die effektive Länge. Die integrale magnetische Induktion erhält man durch die Integration des \vec{B} -Feldes entlang der z -Achse. Man kann zeigen, daß deren Multipolanteile die Form der zweidimensionalen Multipolfelder besitzen, falls die Ableitungen der Multipolgradienten an den Integrationsgrenzen verschwinden. Dies ist in diesem Fall gegeben, da der vermessene Bereich im feldfreien Raum beginnt und endet. Für die x - und y -Komponente des integralen Feldes lauten die Multipolfelder für ein Feld mit Mittelebenensymmetrie:

$$\overline{B}_{nx}(x, y) = \overline{G}_n v_{n-1}(x, y), \quad (2.20)$$

$$\overline{B}_{ny}(x, y) = \overline{G}_n u_{n-1}(x, y), \quad (2.21)$$

mit $n = 1$: Dipolfeld,
 $n = 2$: Quadrupolfeld,
 $n = 3$: Sextupolfeld, usw.

$$(2.22)$$

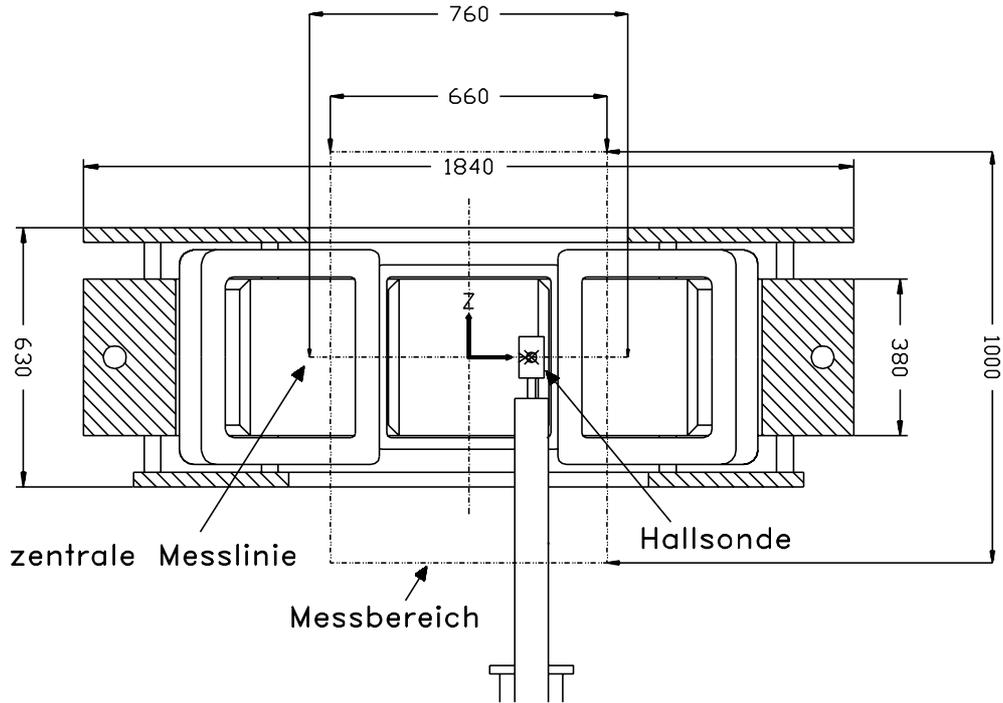


Abbildung 2.19: Aufbau zur magnetischen Vermessung von Sextupolmagnet A.

Hierbei sind die v_{n-1} und u_{n-1} die harmonischen Polynome der Ordnung $(n - 1)$ und die \overline{G}_n die integralen Gradienten von der Ordnung $(n - 1)$. Die integrale z -Komponente der magnetischen Induktion verschwindet. Die in der Mittelebene $y = 0$ gemessene integrale magnetische Induktion $\overline{B}_y(x, y = 0)$ ist die Summe ihrer Multipolkomponenten:

$$\begin{aligned} \overline{B}_y(x, y = 0) &= \sum_{i=1}^n \overline{B}_{yi}(x, 0) \\ &= \sum_{i=1}^n \overline{G}_i x^{i-1} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Die integralen Multipolanteile wurden aus den gemessenen Daten durch eine Anpassung bestimmt, wobei sich zeigte, daß die Multipolkomponenten bis 4. Ordnung ausreichen, um die Meßwerte gut zu beschreiben (siehe Abb. 2.22). In der Tab. 2.8 sind die integralen Multipolstärken für Sextupolmagnet A für verschiedene Haupt- und Nebenspulenströme aufgelistet. Die integralen Gradienten sind dort durch die integralen Felder

$$\overline{B}_n = R^{n-1} \overline{G}_n \quad (2.24)$$

bei einem Multipolradius von $R = 350 \text{ mm}$ angegeben.

Sextupolmagnet A, $I=375A$

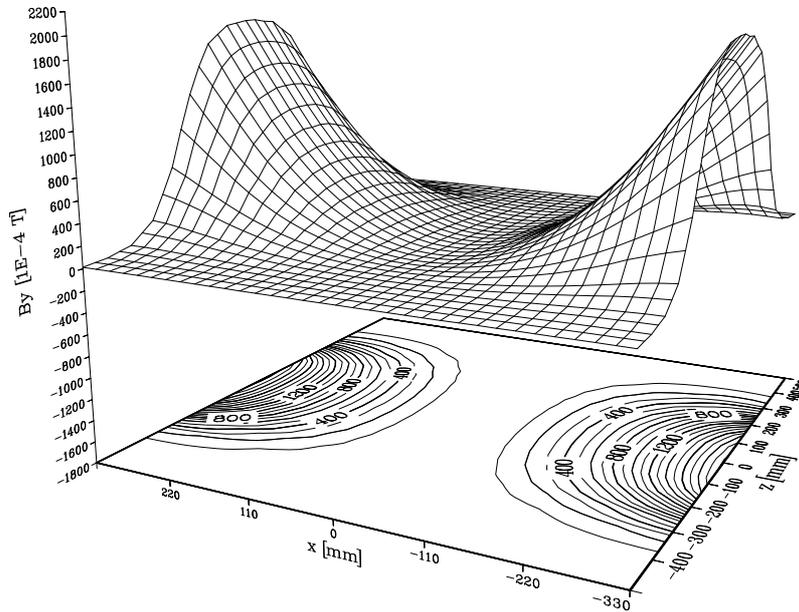


Abbildung 2.20: Feldkarte von Sextupolmagnet A bei einem Hauptspulenstrom von $I_{Main} = 375.3 A$. Der Hilfsspulenstrom beträgt $I_{Aux} = 65.9 A$ und ist so eingestellt, daß der Dipolanteil im Zentrum des Magneten verschwindet.

Sextupolmagnet C, $I=375A$

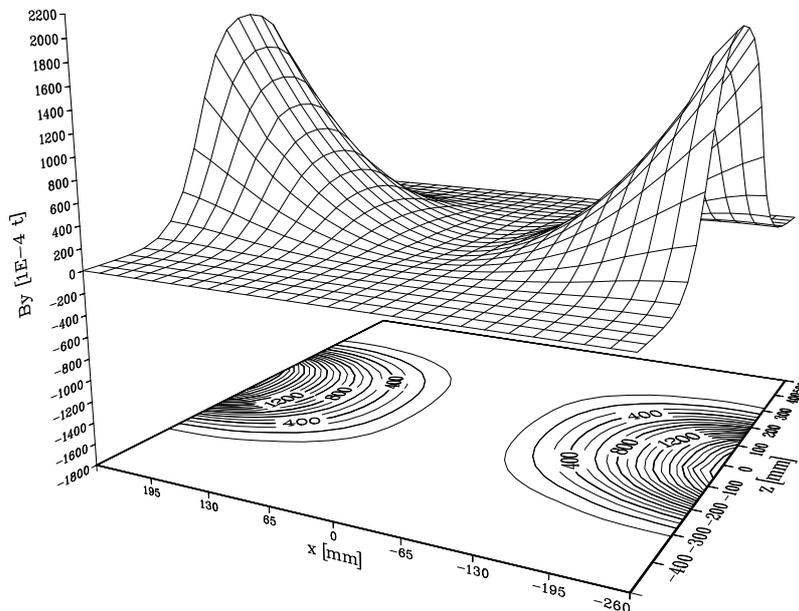


Abbildung 2.21: Feldkarte von Sextupolmagnet C bei einem Hauptspulenstrom von $I_{Main} = 375.3 A$. Der Hilfsspulenstrom beträgt $I_{Aux} = 72.6 A$ und ist so eingestellt, daß der Dipolanteil im Zentrum des Magneten verschwindet.

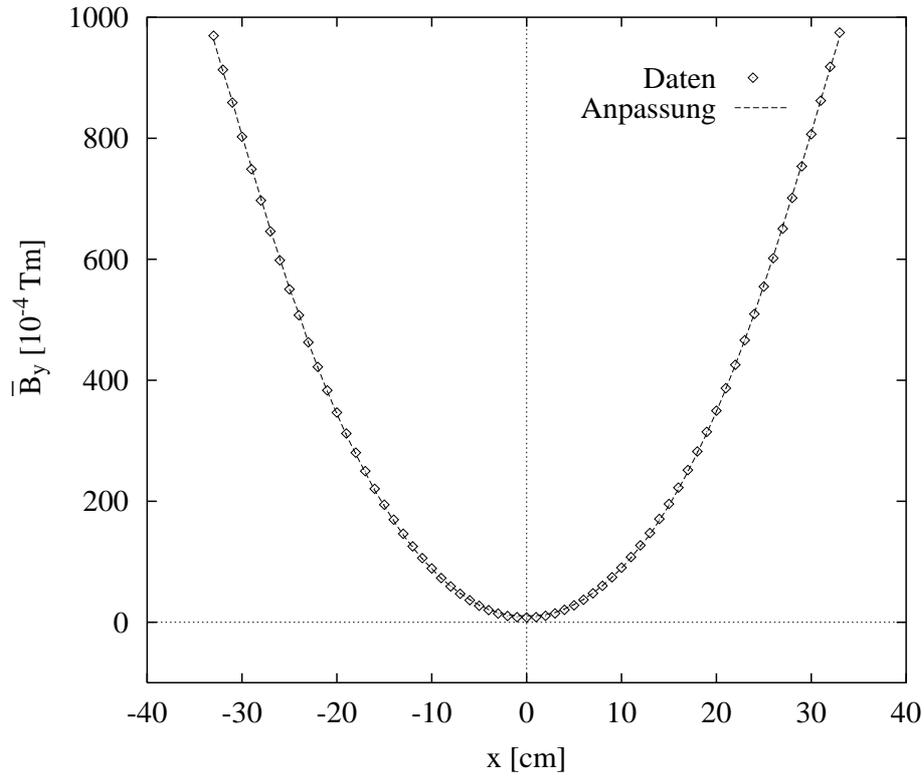


Abbildung 2.22: *Integrale magnetische Induktion von Sextupolmagnet A in der Mittelebene.*

Die Auswertung der Daten zeigt:

- Die benötigte integrale Stärke wird erreicht. Die erreichte integrale Sextupolstärke von $\overline{G}_3 = (0.8436 \pm 0.0022) T/m$ bei einem Hauptspulenstrom von $I_{Main} = 375.3 A$ und einem Nebenspulenstrom von $I_{Aux} = 65.9 A$ ist nur geringfügig kleiner als der von den dreidimensionalen Rechnungen vorhergesagte Wert von $0.8490 T/m$ (bestimmt aus Tab. 2.3). Die vorhandenen Leistungsreserven sind ausreichend, um die benötigte Sextupolstärke zu erreichen.
- Quadrupol- und Oktupolkomponenten sind innerhalb des Meßfehlers nicht vorhanden.
- Es existiert ein nicht verschwindender integraler Dekapolgradient der Stärke $\overline{G}_5 = (0.468 \pm 0.023) T/m^3$ und ein kleiner integraler Dipolanteil von $\overline{G}_1 = (5.3 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} Tm$ bei einem Hauptspulenstrom von $I_{Main} = 375.3 A$ und einen Nebenspulenstrom von $I_{Aux} = 65.9 A$. Diese Werte stimmen ebenfalls recht gut mit den berechneten Stärken von $0.464 T/m^3$ und $1.7 \cdot 10^{-4} Tm$ überein. Bezogen auf die Summe aller Multipolanteile der integralen magnetischen Induktion beträgt der Anteil der Dekapolkomponente 6.3% und der Anteil der Dipolkomponente 0.5% bei einem Multipolradius von $R = 350 mm$.
- Die Auswertung der Messungen bei verschiedenen Erregungen zeigt innerhalb des Meßfehlers keine Sättigungseffekte. Die relativen Multipolanteile ändern sich nicht als Funktion der Erregung.
- Die Dipol- und Dekapolstärken können durch Variation des Hilfsspulenstroms beeinflusst werden. Jedoch hat z.B. eine Verkleinerung des Dekapolanteils eine Vergröße-

rung des Dipolanteils zur Folge. In der Abb. 2.23 sind für einen Multipolradius von $R = 350 \text{ mm}$ die relativen, d.h. die auf den Gesamtwert der integralen magnetischen Induktion bezogenen, integralen Dipol- und Dekapolanteile für Sextupolmagnet A bei Variation des Verhältnisses von Neben- zu Hauptspulenstrom dargestellt. Ihre Abhängigkeit vom eingestellten Nebenspulenstrom ist nahezu linear. Die Kurven von Dipol- und Dekapolstärke verlaufen parallel. Der integrale Dipolanteil verschwindet bei $I_{Aux} = 73.2 \text{ A}$, und der integrale Dekapolanteil beträgt dort 6%.

Ströme [A]		Integrale magnetische Induktionen [$10^{-4} Tm$]				
I_{Main}	I_{Aux}	\bar{B}_1	\bar{B}_2	\bar{B}_3	\bar{B}_4	\bar{B}_5
		Dipol	Quadrupol	Sextupol	Oktupol	Dekapol
125.1	22.5	0.8 ± 0.1	0.6 ± 0.9	344.9 ± 0.9	0.4 ± 0.5	24.1 ± 1.1
250.2	45.0	3.1 ± 0.3	1.1 ± 0.7	687.1 ± 1.7	1.7 ± 1.1	51.4 ± 2.4
375.3	65.9	5.3 ± 0.4	2.5 ± 1.0	1033.4 ± 2.7	0.3 ± 1.6	70.3 ± 3.4
I_{Aux} um 20% erhöht						
125.1	27.3	-2.2 ± 0.1	0.3 ± 0.3	351.1 ± 0.9	0.5 ± 0.6	21.7 ± 1.2
250.2	53.8	-4.0 ± 0.2	0.9 ± 0.6	700.5 ± 1.6	-1.4 ± 1.0	44.0 ± 2.1
375.3	79.2	-4.3 ± 0.4	1.6 ± 1.0	1050.2 ± 2.8	2.0 ± 1.7	64.2 ± 3.6
I_{Aux} um 20% erniedrigt						
375.3	52.7	17.2 ± 0.5	0.6 ± 1.3	1006.5 ± 3.8	0.0 ± 2.3	89.9 ± 4.8
I_{Aux} um 56% erhöht						
375.3	103.1	-23.2 ± 0.5	0.4 ± 1.3	1085.3 ± 3.8	0.8 ± 2.3	43.7 ± 4.8

Tabelle 2.8: *Gemessene integrale magnetische Induktionen für Sextupolmagnet A bei einem Multipolradius von $R = 350 \text{ mm}$ für verschiedene Haupt- und Nebenspulenströme. Der Nebenspulenstrom wurde von dem Wert ausgehend variiert, bei dem der Dipolanteil im Zentrum des Magneten verschwindet.*

Die für Sextupolmagnet A getroffenen Aussagen lassen sich auch auf Sextupolmagnet C übertragen, dessen integrale Multipolanteile für verschiedene Haupt- und Nebenspulenströme in der Tab. 2.9 zusammengefaßt sind. In der Abb. 2.23 sind die relativen Dipol- und Dekapolstärken von Sextupolmagnet C bei Variation von I_{Aux} dargestellt. Die Kurven für Magnet C zeigen ein analoges Verhalten zu den Kurven von Magnet A.

Randfeld

Analysiert man die dem Quadrupolmagneten und die dem Dipolmagneten zugewendete Hälfte des Sextupolmagneten getrennt, so findet man, daß der größte Beitrag zur integralen Dekapolkomponente in der dem Dipolmagneten zugewendeten Hälfte entsteht. Auf dieser Seite muß der Durchbruch in der Spiegelplatte aufgrund des Querschnitts der Vakuumkammer deutlich größer sein als auf Quadrupolseite. Entwickelt man das statische magnetische Feld mit Mittelebenensymmetrie in drei Dimensionen bis zur 4. Ordnung nach seinen Multipolen, so erhält man für die Sextupolkomponente

$$B_{3x}(x, y, z) = G_3(z)(2xy) - \frac{1}{48}G_3^{(2)}(z)(12x^3y + 4xy^3), \quad (2.25)$$

$$B_{3y}(x, y, z) = G_3(z)(x^2 - y^2) - \frac{1}{48}G_3^{(2)}(z)(3x^4 + 6x^2y^2 - 5y^4), \quad (2.26)$$

Ströme [A]		Integrale magnetische Induktion [$10^{-4}Tm$]				
I_{Main}	I_{Aux}	\overline{B}_1	\overline{B}_2	\overline{B}_3	\overline{B}_4	\overline{B}_5
		Dipol	Quadrupol	Sextupol	Oktupol	Dekapol
125.1	25.3	1.1 ± 0.2	-0.2 ± 0.4	276.5 ± 1.0	0.3 ± 0.6	19.7 ± 1.2
250.2	49.7	3.6 ± 0.3	-0.3 ± 0.7	552.1 ± 2.0	0.5 ± 1.2	38.6 ± 2.5
375.3	72.6	5.8 ± 0.5	0.1 ± 1.1	824.1 ± 3.1	-0.1 ± 1.8	59.9 ± 3.7
I_{Aux} um 40% erniedrigt (nur bedingt brauchbar)						
375.3	43.5	23.2 ± 0.4	0.9 ± 0.9	782.8 ± 2.4	0.4 ± 1.4	70.2 ± 2.8
I_{Aux} um 13.5% erhöht						
375.3	82.3	-0.2 ± 0.6	0.1 ± 1.5	839.5 ± 4.2	0.4 ± 2.4	46.6 ± 4.9
I_{Aux} um 40% erhöht						
375.3	101.6	-11.3 ± 0.6	0.3 ± 1.5	861.7 ± 4.2	0.4 ± 2.4	34.7 ± 4.9
I_{Aux} um 70% erhöht						
1375.3	123.3	-24.3 ± 0.6	0.6 ± 1.5	889.1 ± 4.2	-0.1 ± 2.4	19.3 ± 4.8

Tabelle 2.9: Gemessene integrale magnetische Induktion für Sextupolmagnet C bei einem Multipolradius von $R = 275$ mm für verschiedene Haupt- und Nebenspulenströme. Der Nebenspulenstrom wurde von dem Wert ausgehend variiert, bei dem der Dipolanteil im Zentrum des Magneten verschwindet.

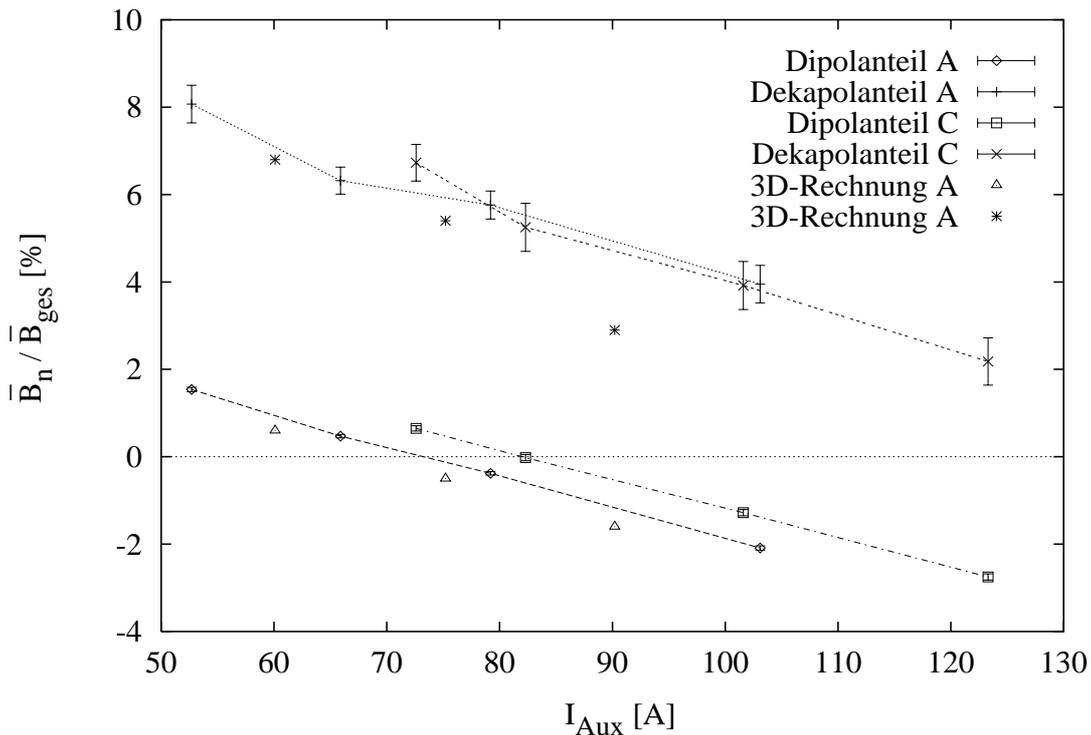


Abbildung 2.23: Relative integrale Dipol- und Dekapolanteile für die Sextupolmagnete A und C bei einem Hauptspulenstrom von $I_{Main} = 375.3$ A und einem Multipolradius von $R = 350$ mm. Der integrale Dipolanteil verschwindet bei Sextupolmagnet A bei $I_{Aux} = 73.2$ A und bei Sextupolmagnet C bei $I_{Aux} = 82.3$ A. Ebenfalls eingezeichnet sind die Resultate von dreidimensionalen Berechnungen mit dem Programm PROF1.

$$B_{3z}(x, y, z) = G_3^{(1)}(z)(x^2y - \frac{y^3}{3}) - \frac{1}{48}G_3^{(3)}(z)(3x^4y + 2x^2y^3 - y^5) \quad (2.27)$$

und für die Dekapolkomponente

$$B_{5x}(x, y, z) = G_5(z)(4x^3y - 4xy^3) , \quad (2.28)$$

$$B_{5y}(x, y, z) = G_5(z)(x^4 - 6x^2y^2 + y^4) , \quad (2.29)$$

$$B_{5z}(x, y, z) = G_5^{(1)}(z)(x^4y - 2x^2y^3 + \frac{y^5}{5}) , \quad (2.30)$$

wobei die Gradienten Funktionen der Koordinate z sind. Die gebräuchliche Parametrisierung beschreibt das Randfeldverhalten der Gradienten mit einer Fermi-Funktion [RAY88]

$$G_n(z) = \frac{G_{n0}}{1 + e^{p(s)}} , \quad (2.31)$$

wobei

$$p(s) = C_0 + C_1s + C_2s^2 + C_3s^3 + C_4s^4 + C_5s^5 \quad (2.32)$$

ein Polynom in

$$s = \frac{z - L_{eff}}{2R} \quad (2.33)$$

ist. Hierbei zeigt die z -Achse aus dem Magneten heraus. R ist der Multipolradius und L_{eff} die effektive Länge. Diese gibt an, wie lange ein idealer Magnet sein muß, dessen Gradient an der Stelle $z = L_{eff}$ sprunghaft von G_{n0} nach 0 wechselt, damit die integralen Stärken von idealem und realem Magneten übereinstimmen. Befindet man sich in der Mittelebene, so verschwinden die B_x - und die B_z -Komponenten der magnetischen Induktion. Die in der Mittelebene gemessenen Felder besitzen innerhalb der Meßgenauigkeit keine Quadrupol- oder Oktupolkomponenten, und der Dipolanteil ist sehr klein. Analysiert man für fortschreitendes z die Felder nach den Potenzen von x , so kann man den Sextupolgradienten $G_3(z)$ mit der für die jeweilige z -Position ermittelten x^2 -Komponente identifizieren. In der Abb. 2.24 ist der Verlauf der B_y -Komponente der magnetischen Induktion in der Mittelebene von Sextupolmagnet A bei einem Multipolradius von $R = 350 \text{ mm}$, einem Hauptspulenstrom von $I_{Main} = 375.3 \text{ A}$ und einem Nebenspulenstrom von $I_{Aux} = 65.9 \text{ A}$ als Funktion der z -Koordinate dargestellt. Die Zerlegung des Feldes liefert den in der Abb. 2.25 dargestellten Verlauf des Sextupolgradienten. Die effektive Länge L_{eff} ist für die Quadrupol- bzw. Dipolseite:

$$L_{eff,Q} = \frac{1}{G_3(0)} \int_0^\infty G_3(z) dz , \quad L_{eff,D} = \frac{1}{G_3(0)} \int_{-\infty}^0 G_3(z) dz \quad (2.34)$$

Wegen der unterschiedlichen Öffnungen in den Spiegelplatten ist die effektive Länge auf der Quadrupolseite mit $L_{eff,Q} = (244 \pm 1) \text{ mm}$ größer als auf der Dipolseite mit $L_{eff,D} = (218 \pm 1) \text{ mm}$. Die gesamte effektive Länge beträgt somit $L_{eff} = (462 \pm 2) \text{ mm}$ und stimmt recht gut mit dem in den dreidimensionalen Rechnungen ermittelten Wert von 464 mm überein. Die effektive Länge bleibt bei Variation des Verhältnisses von Neben- zu Hauptspulenstrom im untersuchten Bereich unverändert. Zur analytischen Beschreibung

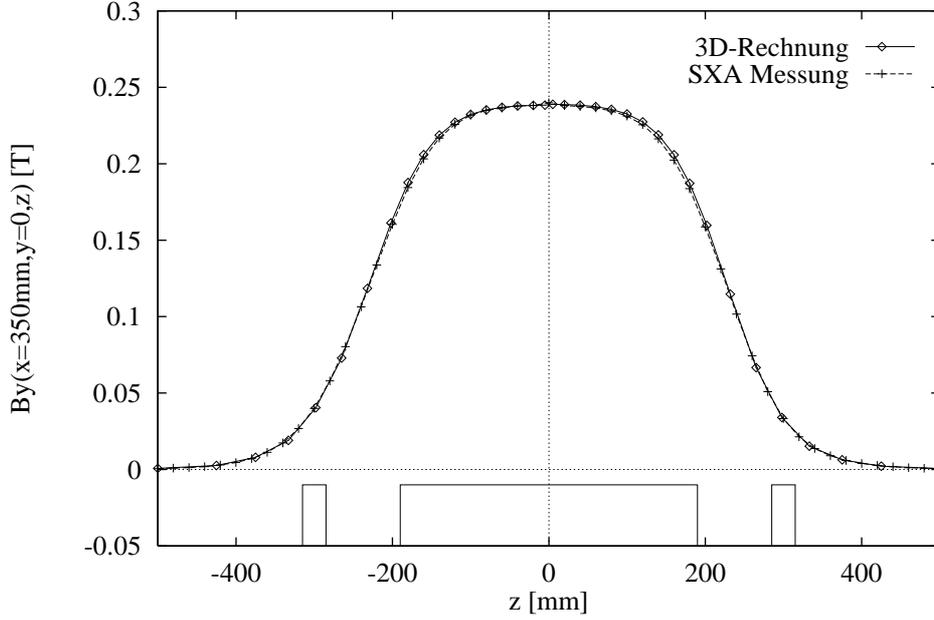


Abbildung 2.24: Randfeldverlauf für Sextupolmagnet A bei $I_{Main} = 375.3$ A und $I_{Aux} = 65.9$ A. Dargestellt ist B_y in der Mittelebene bei $x = 350$ mm als Funktion von z . Die z -Achse zeigt in Richtung des Quadrupolmagneten. Ebenfalls eingezeichnet ist das Resultat einer dreidimensionalen Feldberechnung sowie die Positionen von Joch und Spiegelplatten.

des gemessenen Verlaufes des Sextupolgradienten über den gesamten Bereich wurde ein Produktansatz von zwei Fermi-Funktionen verwendet:

$$G_3(z) = G_{30} \frac{1}{1 + \exp(p_Q(s_Q))} \cdot \frac{1}{1 + \exp(p_D(s_D))} \quad (2.35)$$

mit

$$p_Q(s_Q) = \sum_{i=0}^5 C_{i,Q} \cdot s_Q^i, \quad p_D(s_D) = \sum_{i=0}^5 C_{i,D} \cdot s_D^i \quad (2.36)$$

und

$$s_Q = \frac{z - L_{eff,Q}}{2R}, \quad s_D = \frac{-z - L_{eff,D}}{2R} \quad (2.37)$$

Die erhaltenen Koeffizienten $C_{i,Q}$ bzw. $C_{i,D}$ sowie G_{30} sind in der Tab. 2.10 aufgelistet.

Der Dekapolanteil kann nicht wie im zweidimensionalen Fall oder bei der Betrachtung des integralen Feldes mit der x^4 -Komponente der Analyse identifiziert werden. Die gemessene x^4 -Komponente (Abb. 2.26) ist vielmehr die Summe aus dem Dekapolanteil und einem von der zweiten Ableitung des Sextupolgradienten $G_3^{(2)}(z)$ hervorgerufenen Anteil. Besonders ausgeprägte Maxima dieser Komponente sind an den Polschuhenden und am Ort der Spiegelplatte auf der Quadrupolseite zu erkennen. Der Verlauf auf der Dipol- und der Quadrupolseite unterscheidet sich aufgrund der unterschiedlichen Größen der Durchbrüche in den Spiegelplatten, die durch den Querschnitt der Vakuumkammer weitestgehend vorgegeben sind. Integriert man die Kurve der Abb. 2.26 für beide Seiten getrennt auf, so findet man, daß auf der Quadrupolseite integral keine Dekapolstärke vorhanden ist und daß der integrale Dekapolanteil auf der dem Dipolmagneten zugewendeten Seite entsteht. In Vergleich

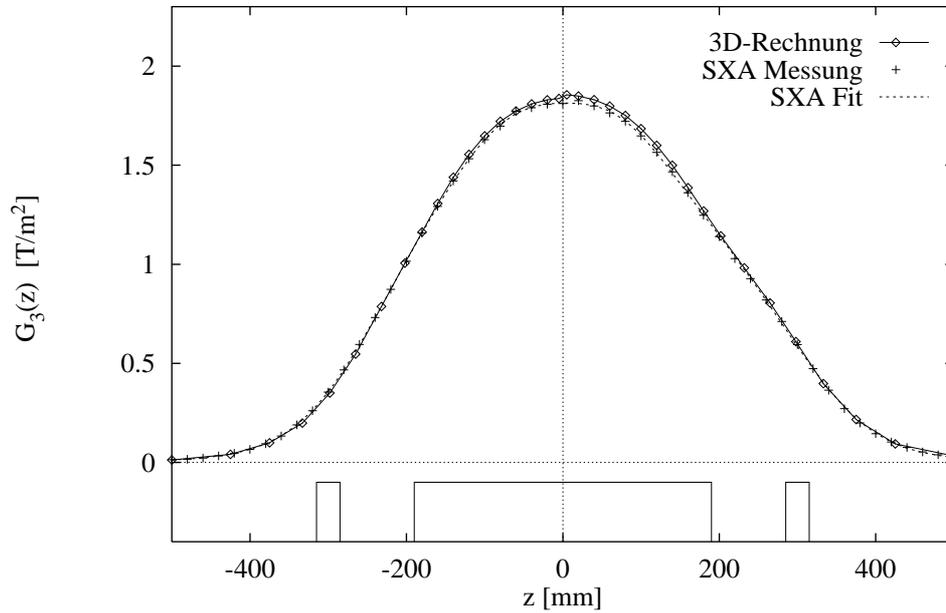


Abbildung 2.25: Sextupolgradient $G_3(z)$ von Sextupolmagnet A bei $I_{Main} = 375.3$ A und $I_{Aux} = 65.9$ A. Die z -Achse zeigt in Richtung des Quadrupolmagneten. Die durchgezogene Linie ist das Resultat einer Anpassung mit der im Text beschriebenen Funktion. Ebenfalls eingezeichnet ist das Resultat einer dreidimensionalen Feldberechnung.

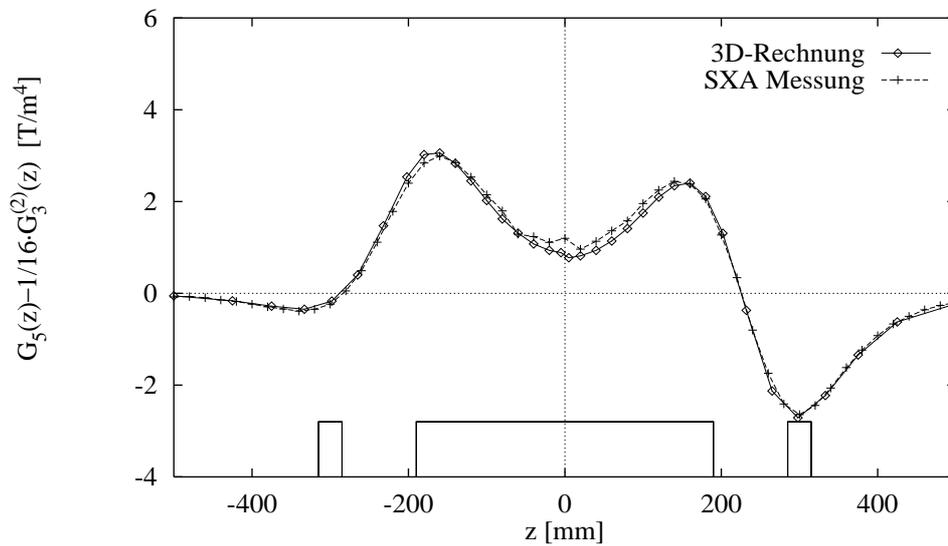


Abbildung 2.26: Zu x^4 proportionaler Anteil $G_5(z) - 1/16 \cdot G_3^{(2)}(z)$ von B_y in der Mittelebene von Sextupolmagnet A bei $I_{Main} = 375.3$ A und $I_{Aux} = 65.9$ A. Ebenfalls eingezeichnet ist das Resultat einer dreidimensionalen Feldberechnung, welches gute Übereinstimmung mit den experimentellen Werten zeigt.

		Sextupolmagnet A		Sextupolmagnet C	
R	[mm]	350		275	
G_{30}	[T/m ²]	1.8180	±0.0002	2.9425	±0.0004
$L_{eff,Q}$	[mm]	244	±1	196	±1
$C_{0,Q}$		0.0032	±0.0007	0.0325	±0.0002
$C_{1,Q}$		8.580	±0.007	8.538	±0.002
$C_{2,Q}$		5.45	±0.04	4.44	±0.01
$C_{3,Q}$		51.9	±0.2	46.8	±0.1
$C_{4,Q}$		-152.9	±0.5	-130.5	±0.5
$C_{5,Q}$		98.6	±0.6	80.8	±0.7
$L_{eff,D}$	[mm]	218	±1	174	±1
$C_{0,D}$		0.0749	±0.0004	0.0520	±0.0002
$C_{1,D}$		11.094	±0.009	10.862	±0.002
$C_{2,D}$		1.95	±0.06	3.24	±0.01
$C_{3,D}$		46.6	±0.3	41.5	±0.4
$C_{4,D}$		-159.6	±1.1	-166.6	±0.7
$C_{5,D}$		119.5	±3.6	157.8	±1.7

Tabelle 2.10: *Effektive Längen und Randfeldkoeffizienten von Sextupolmagnet A ($I_{Main} = 375.3$ A, $I_{Aux} = 65.9$ A) und C ($I_{Main} = 375.3$ A, $I_{Aux} = 72.6$ A).*

zur Quadrupolseite fehlt auf dieser Seite die kompensierende negative Stärke im Bereich der Spiegelplatte. Deren Öffnung muß hier aufgrund des unterschiedlichen Querschnitts der Vakuumkammer höher sein als auf der Quadrupolseite, so daß eine Reduzierung des Dekapolanteils durch eine Verkleinerung der Öffnung nicht möglich ist. Auf die Spiegelplatte zu verzichten ist keine Alternative, da sie an dieser Stelle nicht zuletzt die Aufgabe erfüllt, den Sextupolmagneten magnetisch vom Dipolmagneten zu trennen, dessen Feldklammern sich in unmittelbarer Nähe der Spiegelplatte befinden.

Die Ergebnisse für Sextupolmagnet A lassen sich, unter Berücksichtigung des Skalierungsfaktors 0.8, auf den Magneten C übertragen. Dessen effektive Längen und Randfeldkoeffizienten sind ebenfalls in der Tab. 2.10 aufgeführt. Die effektiven Längen skalieren mit den Eisenlängen der Magnete. In der Abb. 2.27 sind die Randfeldformen vom Eintritt bzw. Austritt beider Magnete bis zum Zentrum als Funktion der oben definierten Koordinate s dargestellt. Der Unterschied in den Randfeldformen beider Magnete von maximal 0.8% ist gering, d.h. der Sextupolmagnet C ist auch die magnetischen Eigenschaften betreffend eine verkleinerte Version des Magneten A.

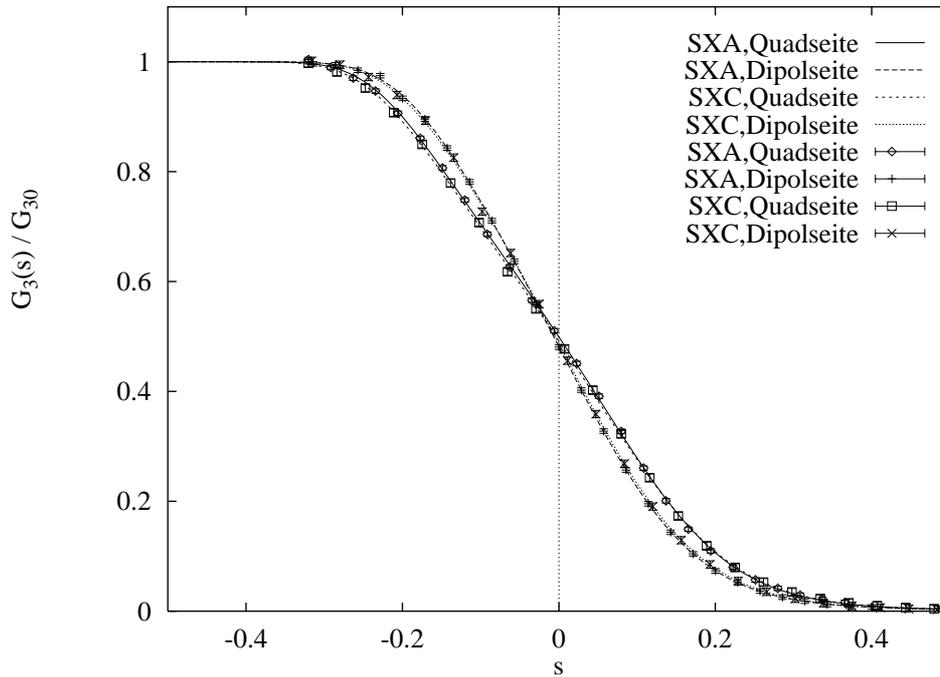


Abbildung 2.27: Randfeldformen der Sextupolmagnete A und C als Funktion von s .

Beeinflussung des Auflösungsvermögens durch die Eigenschaften des realen Sextupolmagneten

Um den Einfluß der gemessenen Eigenschaften der Sextupolmagnete auf die Abbildungseigenschaften der Spektrometer im Vergleich zu den Designwerten zu beurteilen, wurden, ausgehend vom optimierten Entwurf für Spektrometer A und gemäß den Spezifikationen vom Sommer 1988, Modellrechnungen mit dem Programm RAYTRACE durchgeführt.

In den Eingabedaten wurden die gemessenen Eigenschaften des Sextupolmagneten A, d.h. seine effektive Länge, die Randfeldkoeffizienten und der integrale Dekapolanteil berücksichtigt. Die integrale Sextupolstärke wurde auf einen Wert von $0.9794 T/m$ im Vergleich zum Designwert von $0.9875 T/m$ nachoptimiert, so daß die Bildfleckgröße minimal wird. Bei diesen Rechnungen wurden ein gaußförmiges Strahlfleckprofil mit $\sigma = 0.25 mm$ und gleichmäßig verteilte Startwinkel angenommen [Rie91]. Die Detektorfehler wurden nicht berücksichtigt. Für eine Impulsablage von $\delta = 0\%$, dort ist das Spektrometer besonders gut optimiert, zeigt die Abb. 2.28 einen Vergleich der Rechnungen mit den idealen und den gemessenen Eigenschaften des Sextupolmagneten.

Die Abb. 2.28 (a) und (b) zeigen den Bildfleck, d.h. die Häufigkeitsverteilung der für das Impulsaufhebungsvermögen wichtigen Koordinate x am Detektorort. Die Halbwertsbreite des Bildflecks vergrößert sich gegenüber dem ursprünglichen Entwurf von $0.5 mm$ auf $1.4 mm$. Das entspricht, unter Berücksichtigung der Dispersion des Spektrometers von $5.9 cm/\%$, einer Verschlechterung des „Hardware“-Impulsaufhebungsvermögens $\delta p/p$ von $0.85 \cdot 10^{-4}$ auf $2.37 \cdot 10^{-4}$. Die Ursache hierfür sind Abbildungsfehler, die durch die Abweichung der Eigenschaften des Sextupolmagneten von den Designwerten, insbesondere durch den Dekapolanteil, verursacht werden. Sie zeigen sich in der Abb. 2.28 (d) als Krümmungen in der

x - Θ -Linie, die in der Abb. 2.28 (c) nicht vorhanden sind. Hierauf wird später detaillierter eingegangen.

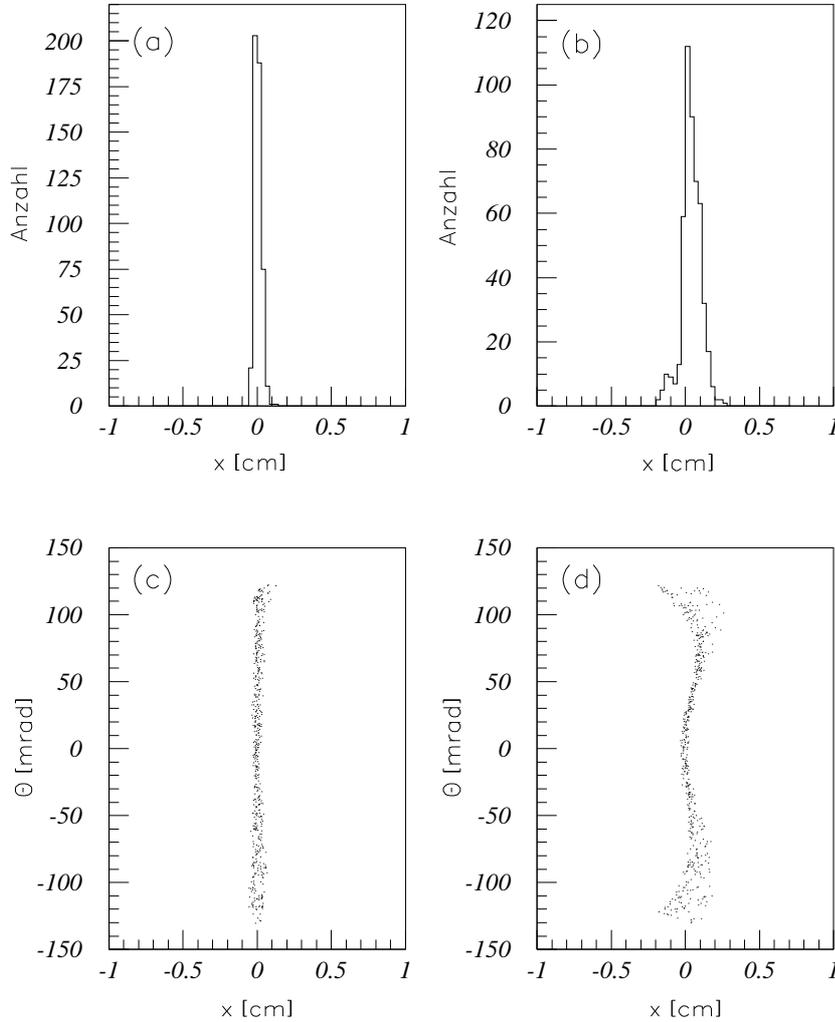


Abbildung 2.28: Vergleichende Rechnungen mit dem Programm RAYTRACE für Spektrometer A mit den Designwerten ((a),(c)) und den gemessenen Eigenschaften ((b),(d)) des Sextupolmagneten.

Der Sextupolmagnet beeinflusst, die Koordinate x betreffend, mit seinem Sextupolanteil die Matrixelemente⁶ $\langle x|\Theta_0^2\rangle$ und $\langle x|\Phi_0^2\rangle$ und mit seinem Dekapolanteil die Matrixelemente $\langle x|\Theta_0^4\rangle$, $\langle x|\Theta_0^2\Phi_0^2\rangle$ und $\langle x|\Phi_0^4\rangle$. Im Falle eines ideal „Hardware“-korrigierten Spektrometers, bei dem der Impuls des nachgewiesenen Teilchens nur durch die Messung der x -Koordinate bestimmt wird, verschwinden alle diese Matrixelemente. Durch die Abweichungen der gemessenen Eigenschaften des Sextupolmagneten von den beim Entwurf angenommenen Eigenschaften sind solche Matrixelemente jedoch vorhanden und bewirken eine Vergrößerung

⁶Zur Definition der Matrixelemente siehe Abschnitt 5.

des Bildflecks um

$$\begin{aligned} \Delta x = & \langle x | \Theta_0^2 \rangle \Theta_0^2 + \langle x | \Phi_0^2 \rangle \Phi_0^2 + \\ & \langle x | \Theta_0^4 \rangle \Theta_0^4 + \langle x | \Theta_0^2 \Phi_0^2 \rangle \Theta_0^2 \Phi_0^2 + \langle x | \Phi_0^4 \rangle \Phi_0^4 . \end{aligned} \quad (2.38)$$

Durch die zusätzliche Bestimmung der Winkel kann dieser Beitrag zur Bildfleckgröße bei der Berechnung des Teilchenimpulses berücksichtigt werden, jedoch wird durch die Ungenauigkeiten $\delta\Theta_0$ und $\delta\Phi_0$ in der Winkelbestimmung eine nicht korrigierbare Ungenauigkeit im Ankunftsort δx und damit eine nicht korrigierbare Unsicherheit in der Impulsablage $\delta(\Delta p/p) = \delta x / \langle x | \delta \rangle$ verursacht, deren Größe mit Hilfe von Gl. (2.38) berechnet werden kann. Beachtet man, daß die Bestimmung der Startwinkel bei Spektrometer A in erster Ordnung durch die Messung des Winkels Θ und der Koordinate y am Austritt des Spektrometers erfolgt, welche durch die Winkelvergrößerung $\langle \Theta | \Theta_0 \rangle$ bzw. das Matrixelement $\langle y | \Phi_0 \rangle$ mit den Startwinkeln verknüpft sind, so erhält man mit Meßfehlern von $\delta\Theta = 1 \text{ mrad}$ und $\delta y = 0.01 \text{ cm}$ für die maximale nicht korrigierbare Unsicherheit in der Impulsablage einen Wert von $\delta(\Delta p/p)_{max} = 0.10 \cdot 10^{-4}$. Der mittlere Restfehler, bei gleichmäßiger Ausleuchtung der Winkelakzeptanz, ist sogar um einen Faktor 10 kleiner. Der mit den ursprünglichen Designwerten ermittelte maximale Restfehler ist im Vergleich hierzu nur unwesentlich kleiner, er beträgt $0.09 \cdot 10^{-4}$. Dies zeigt, daß die leichte Verschlechterung des „Hardware“-Auflösungsvermögens durch die Messung weiterer Bildebenenkoordinaten voll korrigiert werden kann.

Kapitel 3

Optimierungen an den Dipolmagneten

3.1 Shims für Spektrometer A, B und C

3.1.1 Spektrometer A

Im inneren Bereich des Luftspaltes der Dipolmagnete unterscheidet sich die magnetische Flußdichte kaum von derjenigen, die man für den idealisierten Fall eines unendlich ausgedehnten Magneten erwartet. An den radialen Polschuh­rändern jedoch nimmt die magnetische Flußdichte zwangsläufig ab, und es entstehen Abweichungen vom idealen Feldverlauf, wodurch Abbildungsfehler für Teilchenbahnen auftreten, die durch diese Feldbereiche laufen.

Gibt man die relative Feldgenauigkeit $\Delta B/B$ vor, so kann der nutzbare Feldbereich für eine rechteckige, nicht optimierte Polschuhkante mittels der Regel

$$X = \frac{2a}{h} = 0.75 - 0.36 \cdot \ln \left(100 \cdot \frac{\Delta B}{B} \right) \quad (3.1)$$

berechnet werden. Hierbei ist h der Polschuhabstand und a der radiale Abstand von der Polschuhkante bis zu dem Punkt, an dem die Feldhomogenität schlechter als $\Delta B/B$ ist. Verlangt man, daß $\Delta B/B \leq 10^{-4}$ sei, so erhält man $2a/h = 2.4$, d.h. der ausnutzbare Feldbereich beginnt in einer Entfernung von 1.2 mal dem Polschuhabstand von der Polschuhkante.

Bei einem Polschuh, der mit einer scharfen Kante endet, ist der magnetische Fluß in der Kante aufgrund der austretenden Randfeldlinien besonders hoch, so daß der Magnetstahl dort früher als im inneren Bereich des Polschuhs Sättigungseffekte zeigt. Die Tiefe der Sättigungszone und in der Folge die Feldhomogenität und der Randfeldverlauf hängen daher stark von der Erregung des Magneten ab. Eine gleichmäßige Verteilung der magnetischen Flußdichte erreicht man, indem man die Eisenkontur der Polschuhenden als Rogowski-Profil [Bra63] ausbildet. Im Fall der Dipolmagnete von Spektrometer A, B und C wurde das Rogowski-Profil durch zwei Schrägen mit Winkeln von 30° bzw. 65° angenähert, die durch Abfräsen der vormals rechtwinkligen Polschuhkante entstanden sind (Abb. 3.1). Durch die Wegnahme von Magnetstahl wird jedoch der nutzbare Polschuhbereich im Vergleich zum rechtwinkligen Polschuhprofil (Gl.(3.1)) verkleinert.

Eine Möglichkeit zur Kompensation dieses Effektes ist die Verkleinerung des Polschuhabstandes im Randbereich durch Aufbringen von zusätzlichem Material, eines sogenannten Shims. Größe und Form des Shims müssen so gewählt sein, daß auf der einen Seite die Störung der Feldhomogenität im Inneren klein bleibt, während auf der anderen Seite der Feldabfall über einen möglichst großen Feldstärkebereich möglichst lange verzögert wird. Ist die Feldhomogenität gestört, so ist ein Feldgradient dB/dx vorhanden. Der maximal zulässige Wert von dB/dx , dessen Auswirkungen nicht durch die Messung der Bildebenenkoordinaten kompensiert werden können, soll durch die folgende Betrachtung [Nol81]

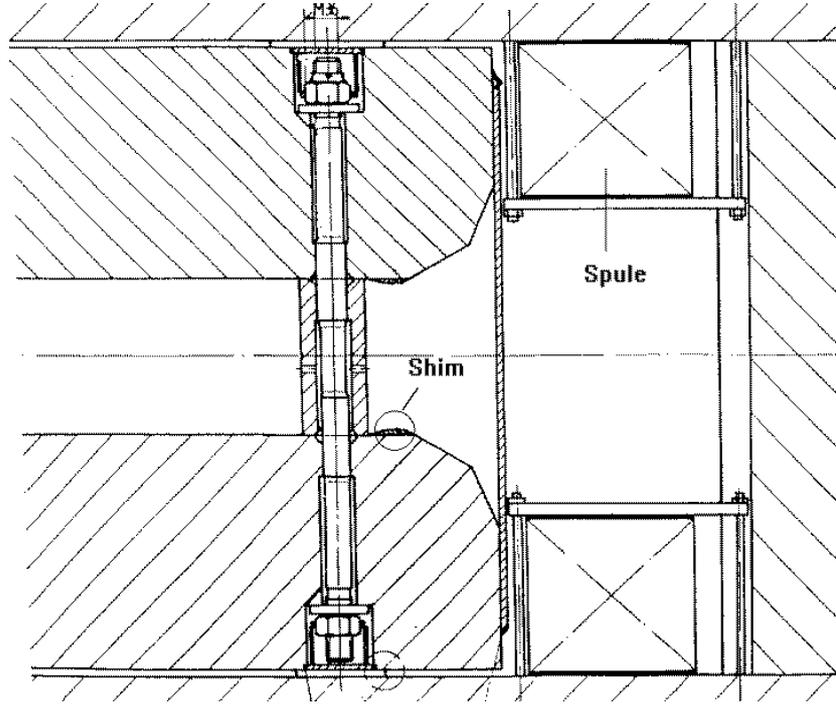


Abbildung 3.1: Schnittzeichnung in radialer Richtung durch den Dipolmagneten D1 von Spektrometer A.

abgeschätzt werden:

Ein Teilchenstrahl mit Sollimpuls und Startwinkel Θ_0 kreuzt die Bildebene im Punkt x mit dem Winkel Θ . Dieser Strahl durchquert die Dipolmagnete mit einer mittleren radialen Ablage von

$$\bar{x}_A = \overline{\langle x | \Theta_0 \rangle} \Theta_0 \quad , \quad (3.2)$$

wobei $\overline{\langle x | \Theta_0 \rangle}$ der mittlere Wert des Matrixelements $\langle x | \Theta_0 \rangle$ innerhalb der Dipolmagnete ist. Da eine relative Änderung des Magnetfeldes $\Delta B/B$ gleichbedeutend mit einer Impulsablage $\delta = \Delta p/p$ des Teilchenstrahls ist, bewirkt eine Änderung des Magnetfeldes von ΔB eine Verschiebung der x -Koordinate um

$$\Delta x = \langle x | \delta \rangle \frac{\Delta B}{B} \quad . \quad (3.3)$$

Da nun B von der radialen Ablage x_A abhängt, ist

$$\frac{dB}{d\Theta_0} = \langle x | \Theta_0 \rangle \frac{dB}{dx}(x_A) \quad . \quad (3.4)$$

Kombiniert man die beiden Gleichungen, so erhält man für die Ungenauigkeit der Bildebenenkoordinate δx als Funktion der Unsicherheit des Startwinkels $\delta\Theta_0$:

$$\delta x = \left(\frac{1}{B} \frac{dB}{dx} \right) \overline{\langle x | \Theta_0 \rangle} \langle x | \delta \rangle \delta\Theta_0 \quad (3.5)$$

Schließlich ergibt sich der Fehler der Impulsablage $\delta\left(\frac{\Delta p}{p}\right)$ zu

$$\delta\left(\frac{\Delta p}{p}\right) = M_x \overline{\langle x | \Theta_0 \rangle} \left(\frac{1}{B} \frac{dB}{dx} \right) \delta\Theta \quad , \quad (3.6)$$

wenn man durch die Dispersion dividiert und Θ_0 mittels der Winkelvergrößerung M_Θ durch die gemessene Größe Θ unter Verwendung von $M_\Theta^{-1} = M_x$ ausdrückt. Für Spektrometer A ist $M_x = 0.53$ und $\langle x|\Theta_0 \rangle = 0.7 \text{ cm/mrad}$. Die Genauigkeit mit der Θ gemessen werden kann ist ca. 1 mrad . Daraus folgt, daß ein relativer Gradient von $dB/(Bdx) = 1 \cdot 10^{-4}$ mit $0.37 \cdot 10^{-4}$ zum Impulsaufhebungsvermögen beiträgt. Verlangt man, daß der Beitrag von $dB/(Bdx)$ zum Impulsaufhebungsvermögen kleiner als $1 \cdot 10^{-4}$ sein soll, so muß $dB/(Bdx)$ kleiner als $2.7 \cdot 10^{-4}$ sein. Beispielsweise verursacht ein Gradient von $1 \cdot 10^{-4} \text{ T/cm}$ bei einem Feld von 1.5 T eine Unsicherheit von ca. $0.25 \cdot 10^{-4}$ und bei einem Feld von 0.35 T eine Unsicherheit von ca. $1.1 \cdot 10^{-4}$ in $\Delta p/p$, d.h. $1 \cdot 10^{-4} \text{ T/cm}$ ist eine sinnvolle obere Schranke für dB/dx .

Die Aufgabe des Shims ist es, den Bereich guten Feldes wieder bis zu einer Entfernung von 1.2 bis 1.25 mal den Polschuhabstand von der Polschuhkante auszudehnen. Dies entspricht dem Bereich guten Feldes, den man aufgrund von Gl. (3.1) für einen Polschuh mit rechtwinkliger Polschuhkante erwartet. Zur Optimierung des Shims wurden Modellrechnungen mit den Programmen POISSON und MIRT durchgeführt. Als Grundform wurde wegen der vergleichsweise einfachen Herstellbarkeit die Trapezform gewählt (Abb. 3.2). Der Shim beginnt am Anfang der ersten Abschragung des Polschuhs (Abb. 3.1). Als Optimierungsparameter wurden die Shimlänge und die Shimhöhe verwendet. In Abb. 3.2 sind die gefundenen Bestwerte für Länge und Höhe des Shims für Spektrometer A angegeben.

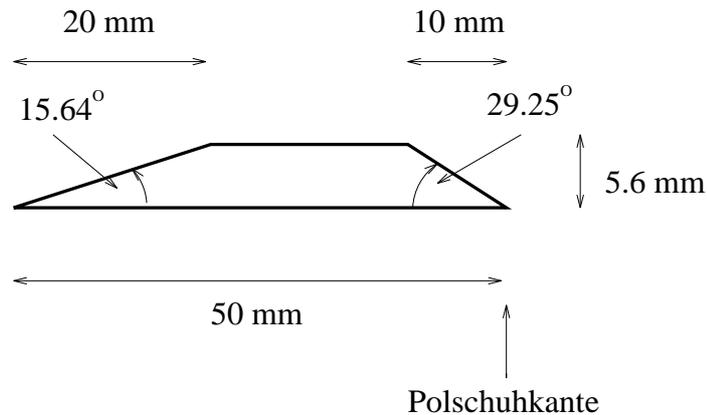


Abbildung 3.2: Form des optimierten Shims für Spektrometer A.

Abb. 3.3 zeigt den Verlauf des auf die magnetische Induktion im Inneren normierten Gradienten $dB/(Bdx)$ in der Mittelebene als Funktion der radialen Koordinate x für kleine, mittlere und hohe Feldstärken. Als Schranke für $dB/(Bdx)$ wurde ein Wert von $1 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ gewählt. Der Vergleich der Kurven mit und ohne Shim zeigt, daß der nutzbare Polschuhbereich durch die Shims um ca. 9 cm ausgedehnt wird. Durch die Anwesenheit des Shims entsteht bei kleinen und mittleren Werten der magnetischen Induktion zunächst ein Gradient in die entgegengesetzte Richtung, der jedoch immer deutlich unter $1 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ bleibt. Bei hohen magnetischen Induktionen ist schon vergleichsweise weit im Inneren des Magneten ein negativer Feldgradient vorhanden, der durch den Shim zwar nicht aufgehoben, jedoch abgeschwächt wird. Die Wirkung des Shims verändert sich bis etwa $B = 1.2 \text{ T}$ bis 1.3 T kaum. Der Vergleich der Kurven bei $B = 1.4 \text{ T}$ und $B = 1.5 \text{ T}$ zeigt, daß bei höheren magnetischen Induktionen rasch Sättigungseffekte eintreten.

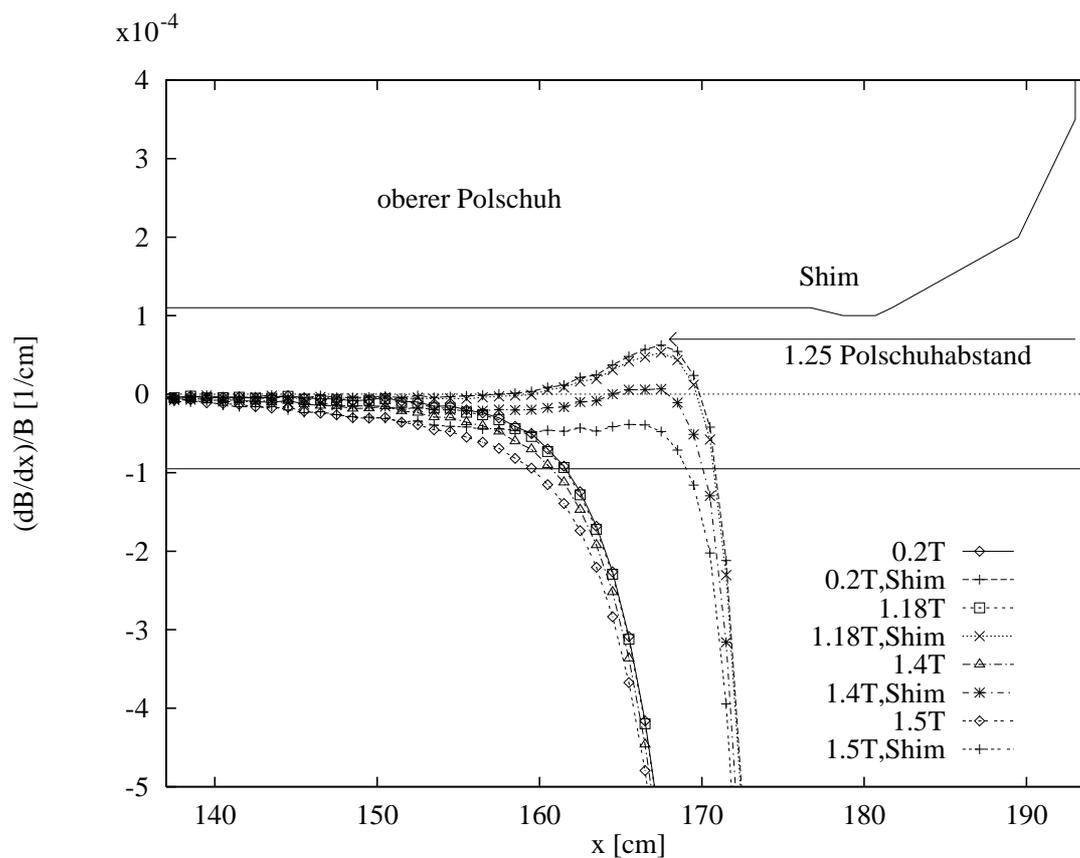


Abbildung 3.3: Mit POISSON berechneter Verlauf des auf die magnetische Induktion in der Inneren normierten Gradienten $dB/(Bdx)$ in der Mittelebene als Funktion der radialen Koordinate x für kleine, mittlere und hohe Erregungen. Aufgetragen ist jeweils die Situation mit und ohne Shim. Die Hilfslinie markiert den Wert von $dB/(Bdx) = 1 \cdot 10^{-4} cm^{-1}$.

3.1.2 Spektrometer C

Spektrometer C ist in wesentlichen Teilen eine verkleinerte Version von Spektrometer A. Insbesondere ist der Polschuhabstand der Dipolmagnete im Vergleich zu Spektrometer A um den Faktor 0.8 skaliert. Die geforderten Feldstärken unterscheiden sich dagegen nicht. Aus diesem Grund konnte die für Spektrometer A gefundene Form des Shims, verkleinert um den Faktor 0.8, für Spektrometer C übernommen werden.

3.1.3 Spektrometer B

Spektrometer B besteht aus einem „clamshell“-Dipolmagneten, d.h. die Polschuhe sind zwar eben, jedoch nicht planparallel, sondern um eine Bezugslinie, welche im weiteren als „1.5 T-Linie“ bezeichnet wird (siehe Abb. 3.4), gegeneinander geneigt. Ausgehend von der Geometrie eines Kegelstumpfs ist diese Bezugslinie Teil eines Kreisbogens auf dem Kegelmantel mit Krümmungsradius R_0 . Jedoch ist beim „clamshell“-Spektrometer B der Krümmungsradius mit $R_0 = 1 \cdot 10^5 cm$ im Vergleich zu den Abmessungen des Magneten sehr groß, so daß der Kreisbogenschnitt in sehr guter Näherung als Gerade angesehen werden

kann. Der Polschuhabstand ist $h_0 = 20 \text{ cm}$ auf der 1.5 T -Linie und nimmt in Richtung auf das äußere radiale Polschuhende hin zu. Der Öffnungswinkel der Polschuhplatten ist $\alpha = 3.480^\circ$ (Abschnitt 4.3). Im Inneren des Magneten hängt das Magnetfeld nur vom senkrechten Abstand Δr von der 1.5 T -Linie ab. Die Feldlinien zwischen den Polschuhen sind Kreisbögen, die für ein Material unendlich hoher Permeabilität senkrecht auf den Polplatten beginnen bzw. enden. Für das Feld in der Mittelebene findet man

$$B(\Delta r) = \frac{B_0}{1 + \frac{n}{R_0} \Delta r}, \quad (3.7)$$

wobei B_0 den Feldwert auf der 1.5 T -Linie bezeichnet. Der Parameter n bestimmt die Stärke des Feldabfalls und ist durch die Neigung der Polschuhflächen festgelegt:

$$n = \frac{2R_0}{h_0} \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (3.8)$$

Für die vorliegende Geometrie ist $n = 303.8$.

Die radialen Polschuhbegrenzungen sind Kreisbögen, entlang denen sich der Polschuhabstand und damit die magnetische Induktion aufgrund der Neigung der Polplatten verändert. Die Position entlang des Bogens wird wie in Zylinderkoordinaten durch einen Winkel (hier bezeichnet als γ , siehe Abb. 3.4) angegeben, wobei sich die Nullrichtung dort befindet, wo der Radiusvektor die 1.5 T -Linie unter einem Winkel von 90° kreuzt. Betrachtet man einen Schnitt senkrecht zur Polschuhkante, so erhält man ein Polschuhprofil, dessen lokaler Öffnungswinkel und dessen lokaler Polschuhabstand an der Außenkante von γ abhängen. Der Verlauf des Feldgradienten entlang eines solchen Schnittes läßt sich aus Gl. (3.7) ableiten. Die Aufgabe des Shims ist es, den Sollverlauf des Gradienten bis zu einem Abstand a von wiederum 1.25 mal den lokalen Polschuhabstand auszudehnen. Eine analoge Abschätzung wie im Fall von Spektrometer A zeigt, daß hier ein Wert von $1 \cdot 10^{-4} T/cm$ ebenfalls eine sinnvolle obere Schranke für die Abweichung des Gradienten vom Sollverlauf darstellt. Für Spektrometer B wurde die Form des Shims von A übernommen, da die mit POISSON durchgeführten Rechnungen für C gezeigt hatten, daß man gute Resultate erzielt, wenn man die Größe des Shims mit dem Verhältnis der Polschuhabstände skaliert. Allerdings unterscheidet sich die Situation bei Spektrometer B im Vergleich zu C dadurch, daß sich neben dem Polschuhabstand auch die lokale Feldstärke und der lokale Feldgradient für einen Schnitt senkrecht zur Polschuhkante als Funktion der Position entlang der Polschuhkante verändern. Eine kontinuierliche Anpassung der Größe des Shims war aus Fertigungsgründen nicht möglich. Deshalb sollte er aus Stücken mit konstantem Querschnitt zusammengesetzt werden, wobei die Querschnittsgröße und die Position der Stoßstellen der einzelnen Abschnitte so gewählt werden mußten, daß nach wie vor die Abweichung des Feldgradienten vom Sollwert im angegebenen Polschuhbereich kleiner als $1 \cdot 10^{-4} T/cm$ bleiben sollte. Für diese Aufgabe wurde ein Rahmenprogramm für POISSON erstellt. Die Modellrechnungen zur Segmentierung der Shims sind im Abschnitt B.2 beschrieben, und die Resultate sind dort tabelliert.

Im Zuge des Abnahmeverfahrens der Spektrometer wurden umfangreiche magnetische Feldvermessungen an den Dipolmagneten noch vor dem Einbau der Vakuumkammern bei der Herstellerfirma¹ durchgeführt. Die Messungen dienten in erster Linie zur Kontrolle der

¹Vereinigte Schmiedewerke GmbH, Hattingen

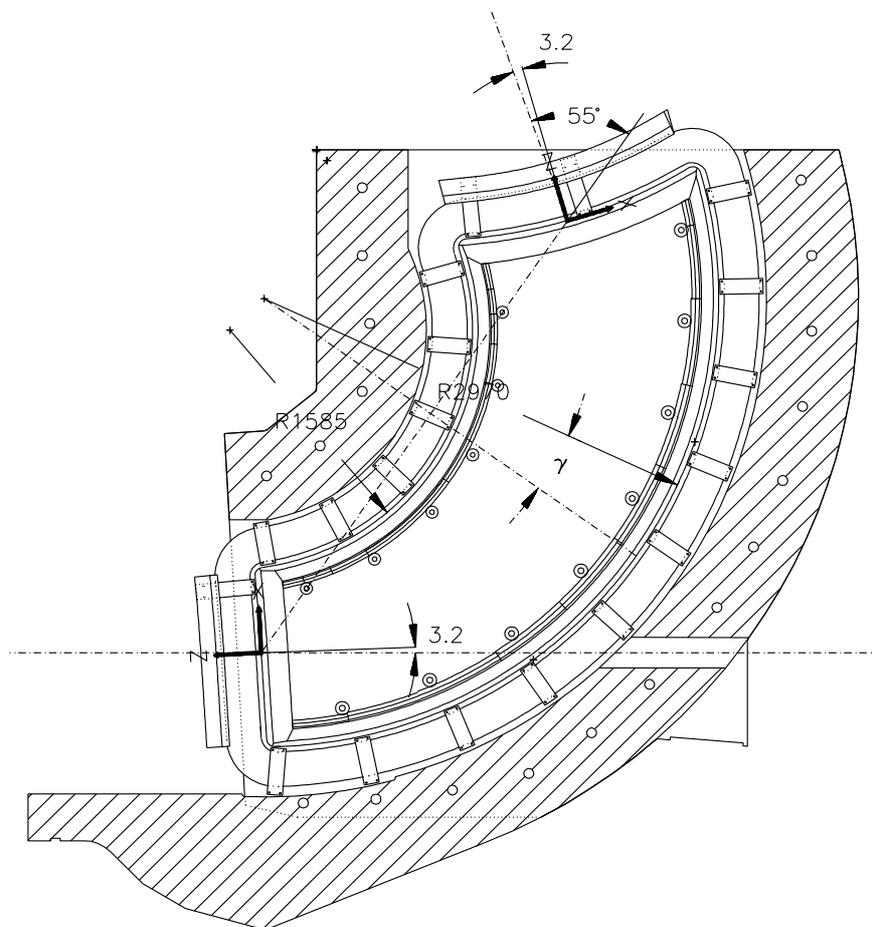


Abbildung 3.4: Schnitt durch die Mittelebene des Dipolmagneten B. Eingezeichnet sind ebenfalls das Eintritts- und das Austrittskoordinatensystem sowie die 1.5 T-Linie (Verbindungsline zwischen Eintritts- und Austrittskoordinatensystem), entlang der der Polschuhabstand konstant $h = 20 \text{ cm}$ beträgt. Der Polschuhabstand wird senkrecht zur 1.5 T-Linie zum äußeren Polschuhrand hin größer.

geforderten Feldhomogenität bei den Dipolmagneten von Spektrometer A und C bzw. des geforderten n -Wertes bei Dipolmagnet B und der Einstellung der effektiven Feldgrenze mit Hilfe der Feldklammern [Sch94] (siehe Abschnitt 3.2). Beim Dipolmagnet B wurde daneben auch die Wirkung der Shims auf den Feldverlauf untersucht. Bei den anderen Dipolmagneten waren solche Messung mit der vorhandenen Meßausrüstung aus geometrischen Gründen nicht möglich. In Abb. 3.5 ist der Meßaufbau dargestellt: Am Austritt des Dipolmagneten B ist der x - y -Meßtisch aufgebaut. Die y -Achse der Meßapparatur ist parallel zur z -Achse des Austrittssystems des Magneten ausgerichtet. Die Hallsonde befindet sich am Ende des Meßarms auf Höhe der Mittelebene des Magneten und mißt die B_y -Komponente des Feldes. Eine gestrichelt dargestellte Linie deutet den Fahrweg des x - y -Tisches für die Untersuchung der Funktionsfähigkeit der Shims an. Die Meßgerade kreuzt den Shim am Innenradius des Polschuhs in radialer Richtung. Dort ist der Polschuhabstand klein (ca. 19 cm) und damit die lokale magnetische Feldstärke hoch, so daß die Sättigungseffekte besonders früh und stark auftreten.

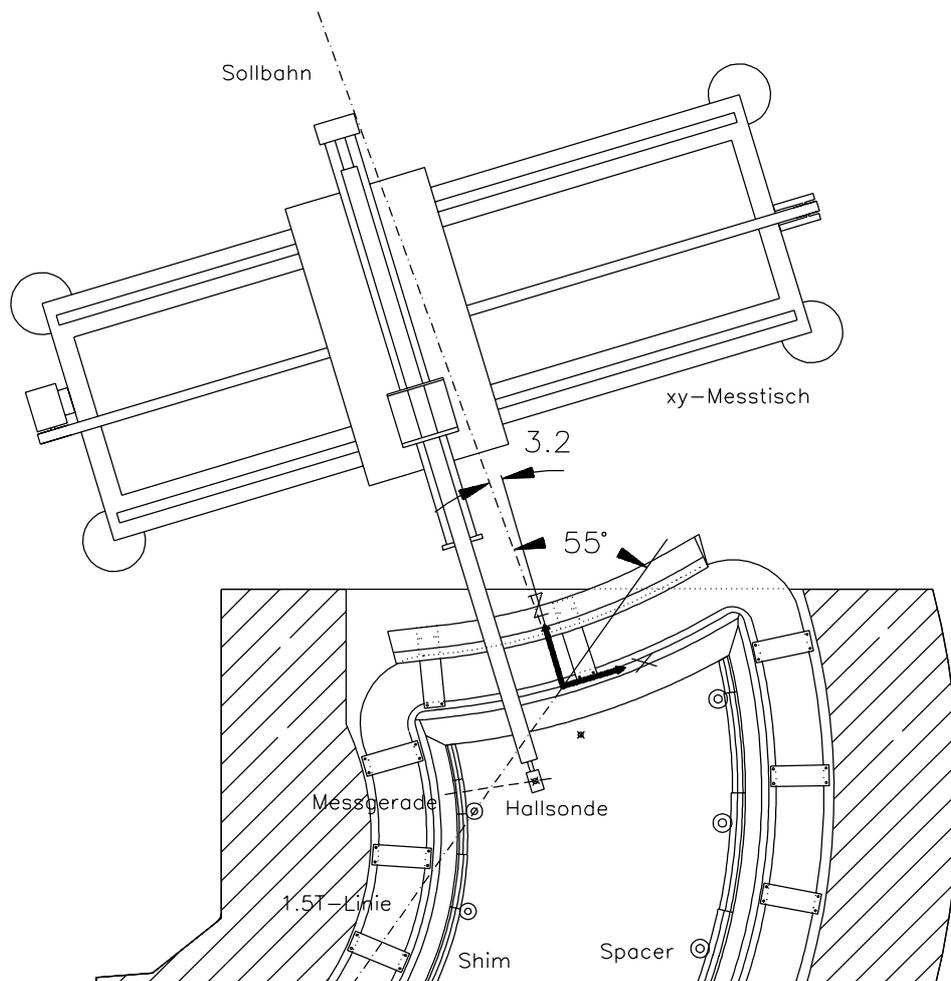


Abbildung 3.5: Vermessung der Magnetfelder am Austritt des Dipolmagneten B. Der x - y -Messtisch ist parallel zum Austrittssystem des Magneten ausgerichtet.

Das Meßergebnis zeigt die Abb. 3.6 in der für magnetische Induktionen von 1.32 T und 1.49 T die Abweichung des gemessenen Gradienten von dem aus der Geometrie berechneten Sollwert als Funktion der radialen Koordinate x aufgetragen ist. Bei einer magnetischen Induktion von 1.32 T ist der Durchstoßpunkt der Abweichungskurve durch die $1 \cdot 10^{-4}\text{ T/cm}$ -Linie 1.17 mal den lokalen Polschuhabstand von der Polschuhkante entfernt und damit kleiner als der zulässige Maximalwert von 1.25 mal den lokalen Polschuhabstand. Die gemessene Kurve zeigt eine gute Übereinstimmung mit dem von POISSON berechneten Verlauf. Der Vergleich mit einer Rechnung ohne Shim zeigt, daß der nutzbare Polschuhbereich durch den Shim um ca. 10 cm vergrößert wird. Der bei einer magnetischen Induktion von 1.49 T gemessene Gradient liegt im vermessenen Bereich systematisch $3 \cdot 10^{-4}\text{ T/cm}$ unterhalb des Sollwertes. Die lokalen Schwankungen sind jedoch nicht größer als bei 1.32 T . Die unterschiedlichen Sättigungsverluste bewirken bei den verschiedenen Polschuhabständen bei hohen magnetischen Induktionen eine Schwächung des Gradienten, so daß der n -Wert insgesamt kleiner wird. Dies bedeutet, daß sich die Bildebene leicht in Richtung auf den Magneten hin verschiebt. Diese globale Auswirkung kann jedoch bei der Bahnrückverfolgung berücksichtigt werden.

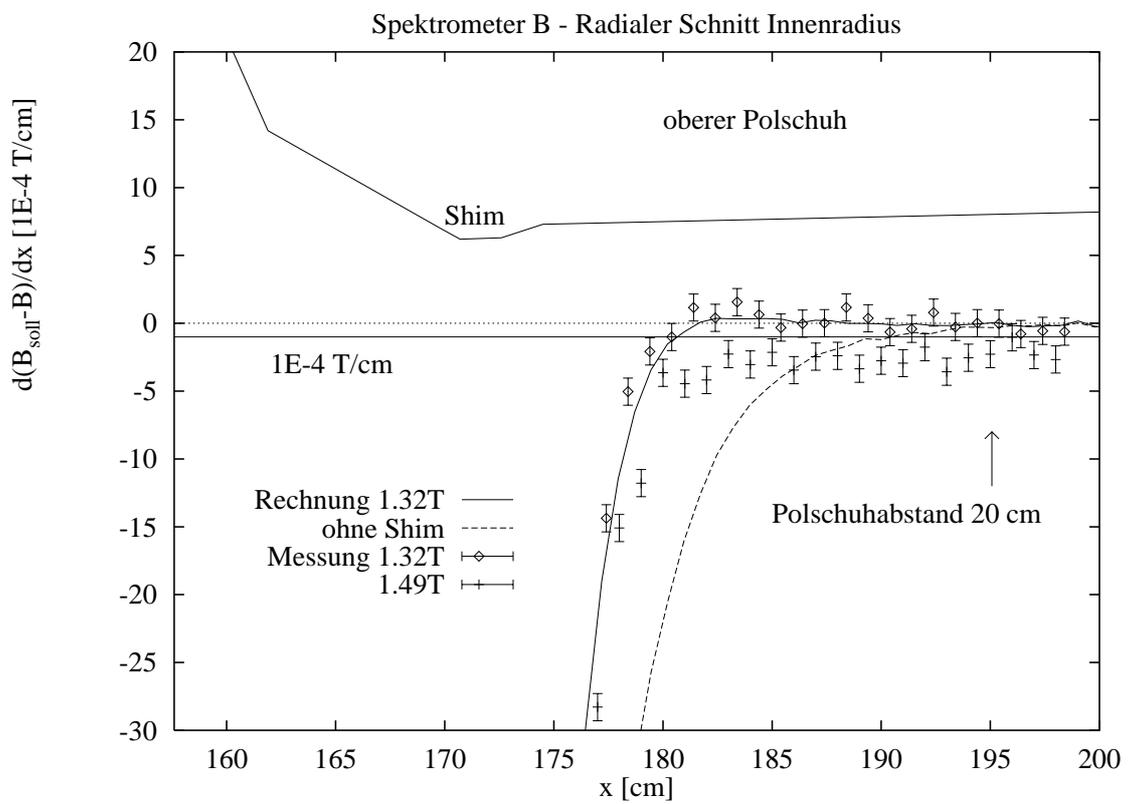


Abbildung 3.6: Gemessene Abweichungen des Gradienten entlang der Meßlinie aus Abb. 3.5, aufgenommen bei den magnetischen Induktionen 1.32 T und 1.49 T.

3.2 Vermessung der Magnetfelder der Dipolmagnete

Wie bereits im vorhergehenden Abschnitt dargestellt, wurden zur Kontrolle der geforderten Feldhomogenität besser als $1 \cdot 10^{-4}$ bei den Spektrometern A und C bzw. zur Kontrolle des n -Wertes bei Spektrometer B sowie zur experimentellen Einstellung der effektiven Feldgrenze (*EFB*) am Ein- und Austritt der Dipolmagnete umfangreiche Feldvermessungen durchgeführt. Die Eintritts- bzw. Austrittskurven der Dipolmagnete sind Polynome bis 7. Ordnung, durch die Quadrupol-, Sextupol- und höhere Multipolkomponenten eingeführt werden. Bei einem unendlich ausgedehnten Magneten mit geradliniger Eintrittskante verlaufen Eisenkurve und effektive Feldgrenze parallel. Treten dagegen Krümmungen auf, so unterscheidet sich der Verlauf der Eisenkante von der effektiven Feldgrenze. In umfangreichen Modellrechnungen wurde die Eisenkante so optimiert, daß die effektive Feldgrenze den von dem magneto-optischen Entwurf vorgegebenen Verlauf annimmt [Sch94]. Zusätzlich sind verschiebbare segmentierte Feldklammern vorhanden, die eine experimentelle Einstellung der effektiven Feldgrenze erlauben (siehe Abb. 3.7).

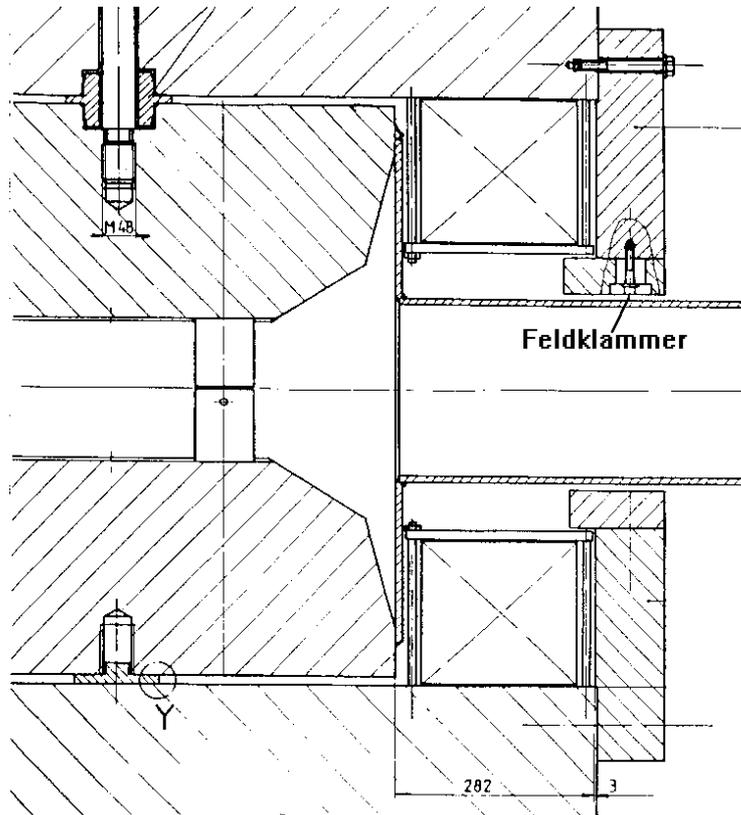


Abbildung 3.7: Schnittzeichnung des Ein- bzw. Austrittsprofils der Polschuhe der Dipolmagnete.

Die Einstellung der Feldklammern soll hier am Beispiel der Austrittskurve von Dipol AD2 erläutert werden, der in der Abb. 3.8 dargestellt ist. Das Austrittskordinatensystem von AD2, in dem der Verlauf der effektiven Feldgrenze spezifiziert ist, ist gegenüber der Referenzbahn um 14° geneigt. Durch die Messung der magnetischen Induktion in der Mitte-

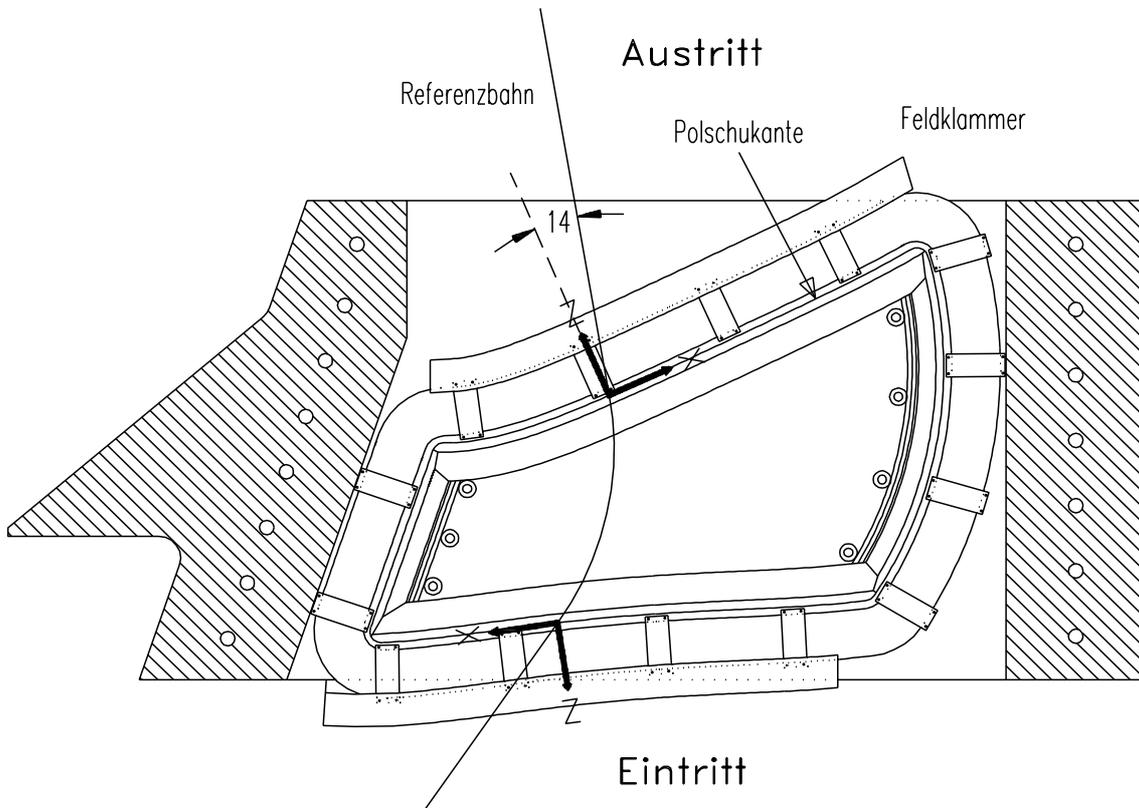


Abbildung 3.8: Schnittzeichnung von Dipolmagnet AD2 entlang der Mittelebene.

lebene des Magneten entlang einer zur Tangente der *EFB*-Kurve senkrechten Linie wurde die Abweichung der effektiven Feldgrenze von ihrem Sollwert für unterschiedliche Positionen x entlang der Austrittskurve bestimmt:

$$\Delta l_{eff} = \frac{1}{B_0} \int_{s_i}^{s_a} B_y(s) ds \quad (3.9)$$

Hierbei ist s der Abstand von der *EFB*-Sollposition entlang der senkrecht auf ihr stehenden Geraden. Die Integration beginnt im homogenen Bereich des Magneten mit dem Induktionswert B_0 und endet im feldfreien Außenbereich. In der Abb. 3.9 ist die Abweichung der gemessenen effektiven Feldgrenze vom Designwert entlang der Austrittskurve dargestellt. Die Übereinstimmung mit den Sollwerten ist recht gut. Die gemessenen Werte liegen nur leicht außerhalb der vorgegebenen Toleranz von $\pm 0.25 \text{ mm}$, wobei die größten Abweichungen an den Polschuhenden auftreten. Nach erfolgter Nachjustierung der dreigeteilten Feldklammer um -1 bis $+7 \text{ mm}$ liegen alle Werte innerhalb des Toleranzbandes. Die Daten wurden bei einer Erregung des Magneten von 0.8 T aufgenommen. Bei einer magnetischen Induktion von 1.3 T wandert die effektive Feldgrenze um 0.2 bis 0.4 mm nach innen.

Die Aufnahme von kompletten Feldkarten zeigte, daß im Inneren der Dipolmagnete die geforderte Homogenität gegeben ist. Die Analyse der Feldkarten von Spektrometer B lieferte einen im Vergleich zum Sollwert von $n = 305$ etwas zu kleinen n -Wert von $n = 303.2 \pm 1$. Dieser Wert ist in Übereinstimmung mit dem aus der optisch gemessenen Neigung der

Polplatten ermittelten Wert (Abschnitt 4.3). Der etwas zu kleine n -Wert ist unkritisch, da er lediglich eine leichte Verschiebung der Bildebene in Richtung des Magneten bewirkt.

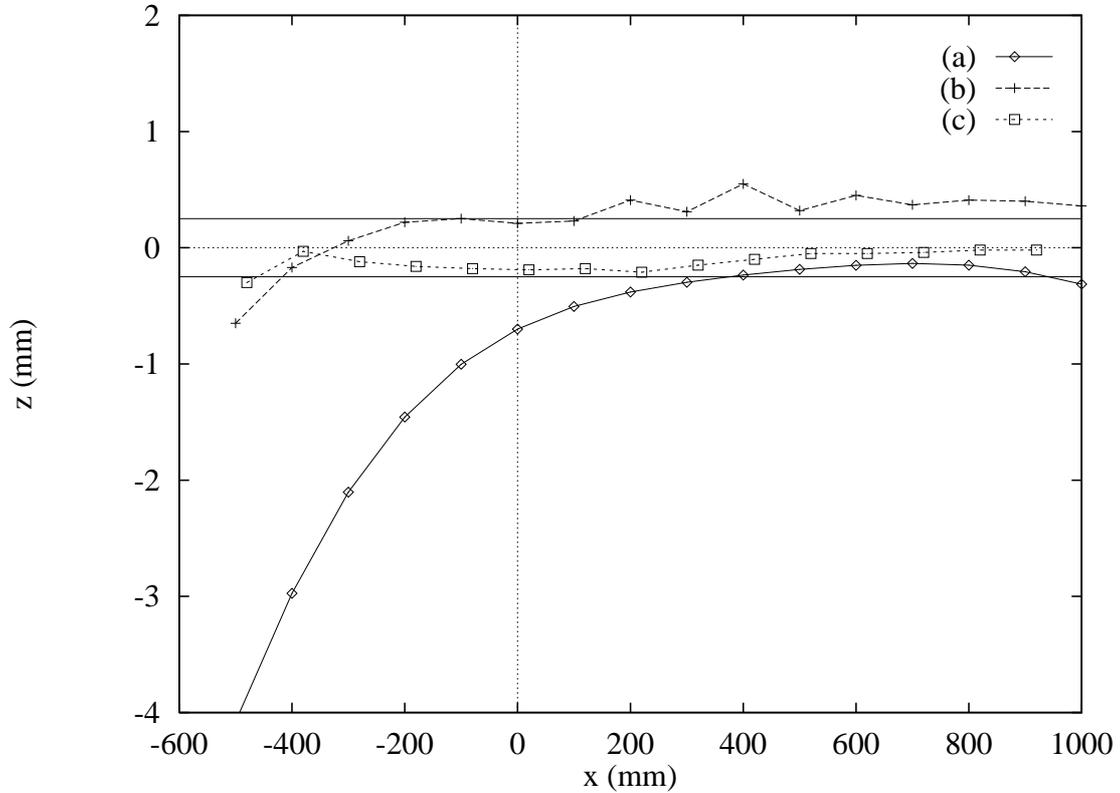


Abbildung 3.9: (a) Abweichung der Eisenkante des Polschuhs von der Sollposition der effektiven Feldgrenze. Abweichung der gemessenen effektiven Feldgrenze vom Sollwert vor (b) und nach (c) der Optimierung der Feldklammerposition. Die waagerechten, durchgezogenen Linien geben den Toleranzbereich von ± 0.25 mm an.

Kapitel 4

Optische Vermessungen und Justierung der Spektrometeranlage

4.1 Die Meßausrüstung

Für die optische Vermessung mechanischer Teile der Drei-Spektrometer-Anlage, zur Justierung der Drei-Spektrometer-Anlage sowie für Justierarbeiten im Experimentierbetrieb wurde das 3D-Meßsystem ECDS2¹ eingesetzt. Es besteht aus zwei elektronischen Sekundentheodoliten, einem Personal-Computer (PC), einer Schnittstelle für den Datenaustausch zwischen den Theodoliten und dem PC, einem Datenerfassungs- und Auswerteprogramm und einem geeichten Carbonfaser-Längenmaßstab. Das 3D-Meßsystem ECDS2 basiert auf einer mobilen Meßausrüstung, mit der Objekte am Objektstandort direkt vermessen werden können. Von mindestens zwei frei wählbaren Stationen A und B aus visiert man die Meßpunkte des Objektes an (Abb. 4.1). Die Distanz b und der Höhenunterschied h zwischen den Stationen A und B und der relative Horizontalwinkel von Station B im Vergleich zu Station A werden im ersten Arbeitsgang der Justierung, der „Orientierung“, durch gemeinsames Anvisieren von beliebigen das Meßvolumen umgebenden Punkten und des geeichten Längenmaßstabes bestimmt und abgespeichert. In der eigentlichen Meßphase von Koordinatenpunkten berechnet der Computer mit Hilfe der nun bekannten relativen Orientierung der Theodoliten aus den gemessenen Objektwinkeln (α_A , α_B , β_A , β_B) die Objektpunktkoordinaten (X , Y , Z). Diese werden auf dem Bildschirm angezeigt und für eine spätere Auswertung oder Weiterverarbeitung abgespeichert. Der Ursprung und die Orientierung des Koordinatensystems, in dem X , Y und Z angegeben werden, kann frei gewählt werden. Eine Erweiterung der Anlage durch einen weiteren im Institut für Kernphysik vorhandenen Theodoliten gleichen Typs ist ohne weiteres möglich. Durch den höheren Grad an Überbestimmung ist in diesem Fall eine noch präzisere Koordinatenbestimmung möglich. Daher wurde bei einigen Vermessungen zur Erzielung einer höheren Genauigkeit die Drei-Theodoliten-Anordnung eingesetzt. Mit diesem Meßsystem sind unter optimalen Bedingungen Genauigkeiten von $\pm 0.05 \text{ mm}$ erzielbar.

4.2 Koordinatensysteme und Justiereinrichtungen an den Magneten

Der Abstand der Polschuhe der Dipolmagnete der Spektrometer wird durch zylinderförmige Abstandsstücke („Spacer“) aus nichtmagnetischem Material (Titan) definiert, welche mit einer Längengenauigkeit von $\pm 0.01 \text{ mm}$ gefertigt sind. Die Mittelebene jedes Dipolmagneten ist durch Justierrielen auf mindestens drei seiner Spacer mit einer Genauigkeit von $\pm 0.05 \text{ mm}$ markiert.

¹Hersteller: Fa. Kern, Aarau (Schweiz)

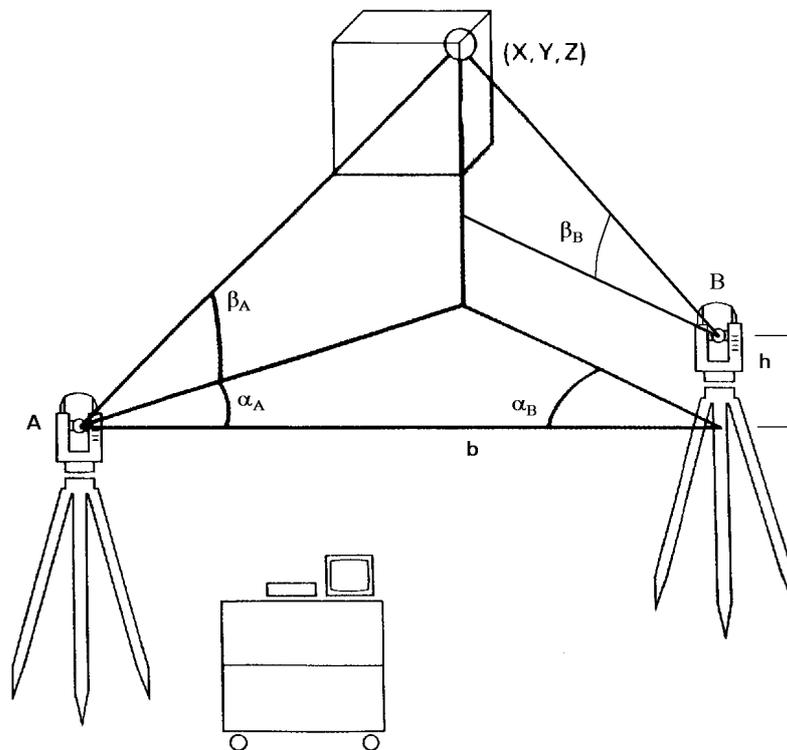


Abbildung 4.1: *Prinzip der Messung von Objektpunktkoordinaten mit dem ECDS2-System. (Diese Abbildung wurde aus der Produktbeschreibung der Firma Kern entnommen.)*

Auf den Oberflächen der Polschuhe aller Dipolmagnete wurden kegelförmige Justierstifte aus Titan angebracht, die eine Höhe von 5 mm und einen Basisdurchmesser von 7.5 mm besitzen. Jeweils zwei dieser Stifte auf einem Polschuh markieren die Richtung der einlaufenden bzw. auslaufenden Sollbahn mit Ausnahme der Stifte am Austritt der Dipolmagnete AD2 bzw. CD2. Die Genauigkeit der Positionierung der Stifte ist besser als $\pm 0.1\text{ mm}$, und die Genauigkeit der Höhe ist $\pm 0.2\text{ mm}$. Die Stifte sind auch nach dem Einbau der Vakuunkammern noch sichtbar, wodurch eine direkte Überprüfung der Justierung mit inneren Marken jederzeit möglich ist. Die Mittelebene und die Stiftpositionen wurden bei den Dipolmagneten der Spektrometer A und C mit einer Genauigkeit von $\pm 0.3\text{ mm}$ auf die Rückfluß- bzw. Seitenjoch übertragen und sind somit von außen sichtbar.

Die Eintritts- und Austrittskurven der Polschuhe der Dipolmagnete sind im jeweils eigenen Eintritts- bzw. Austrittskoordinatensystem angegeben. Der Bezug der einzelnen Systeme untereinander ist durch eine Reihe von Rotationen und Translationen gegeben. Daneben besitzt jeder Dipolmagnet noch ein sogenanntes Jochkoordinatensystem, das bei der Spezifikation der Maße für die Fertigung der Magnete verwendet wurde. Dessen Ursprung liegt für die Magnete AD1 und CD1 an der vorderen unteren Jochkante und für die Magnete AD2 und CD2 an der hinteren unteren Jochkante. Die Achsen der Jochsysteme zeigen entlang den Jochkanten. Bei Dipolmagnet B stimmt der Ursprung des Jochsystems mit dem des Eintrittssystems überein, jedoch zeigt seine x -Achse entlang der 1.5 T -Linie. In der Tab. 4.1 sind die Transformationen beschrieben, die notwendig sind, um vom Ein-

trittssystem bzw. Austrittssystem des jeweiligen Magneten in sein Jochsystem zu gelangen, bzw. die notwendig sind, um vom Jochsystem des einen Magneten in das Jochsystem des anderen Magneten zu gelangen. In einer weiteren Tabelle (Tab. 4.2) sind die Justierstift-

Spektrometer A			
Eintritt AD1	Austritt AD1	Eintritt AD2	Austritt AD2
Ry-11	Ry-22	Ry 41.6	Ry 14
Ry 90	Tx-1400	Ry 90.0	Tx-1400
Tz 1400	Ry-35	Tz 1400	Ry-45
Tz-2875	Tz-2875	Ry 55	Ry 55
Tx -490	Tz -490	Tz-1064.5	Tz-1064.5
		Tx 3797.6	Tx 3797.6
Spektrometer B			
Eintritt	Austritt		
Ry-51.8	Ry 51.8		
Ry 90	Ry-90		
	Tx-3491		
Spektrometer C			
Eintritt CD1	Austritt CD1	Eintritt CD2	Austritt CD2
Ry-11	Ry-22	Ry 41.6	Ry 14
Ry 90	Tx-1100	Ry 90.0	Tx-1100
Tz 1100	Ry-35	Tz 1100	Ry-45
Tz-2335	Tz-2335	Ry 55	Ry 55
Tx -458	Tz -458	Tz-793.23	Tz-793.22
		Tx 3192.07	Tx 3192.07
Jochsys. AD1 → Jochsys. AD2		Jochsys. CD1 → Jochsys. CD2	
Tx 5320.04	Tz 3482.97	Tx 4461.04	Tz 2700.05

Tabelle 4.1: *Koordinatentransformationen von den Ein- und Austrittssystemen der Dipolmagnete in das Jochsystem des jeweiligen Magneten und von den Jochsystemen von AD1 bzw. CD1 in die Jochsysteme von AD2 bzw. CD2. In der benutzten Schreibweise bedeutet z.B. Ry - 11 eine Rotation des Koordinatensystems um die y-Achse um den Winkel -11° und Tz1400 die Verschiebung des Koordinatensystems entlang der z-Achse um 1400 mm.*

koordinaten im jeweiligen Jochkoordinatensystem für alle Dipolmagnete zusammengestellt. Mit Hilfe der Tab. 4.1 ist die Umrechnung in jedes der anderen Systeme möglich.

Magnet	Justierstift Nr.							
	1		2		3		4	
	x	z	x	z	x	z	x	z
AD1	675	1475	1805	1475	1521	1906.6	846	942.6
AD2	-2505	469.7	-1885	1355.15	-2611	1026.1	-2168	498.15
B	143.4	-204.8	831.7	-1187.77	3347.6	-204.8	2544.6	-1351.6
CD1	608	1235	1486	1235	1264	1568.3	724	797.1
CD2	-2172	332.25	-1696	1012.05	-2256	756	-1855	355

Tabelle 4.2: *Sollpositionen der Justierstifte der Dipolmagnete im jeweiligen Jochsystem.*

4.3 Optische Messungen zur Qualitätskontrolle der magnetischen Bauelemente

Während der magnetischen Vermessung der Dipolmagnete beim Hersteller wurden die Positionen der Justierstifte optisch mit dem oben beschriebenen Theodolitensystem nachgemessen. Sie stimmen innerhalb der vorgegebenen Toleranz von $\pm 0.1 \text{ mm}$ und innerhalb des Meßfehlers mit den Sollwerten überein.

Bei Spektrometer B sind die Polplatten eben und gegeneinander geneigt. Die Längen der Abstandshalter legen den Neigungswinkel fest. Dieser wurde vor dem Einbau des Polschuhpakets in das Magnetjoch in einer Messung mit dem elektronischen Theodolitensystem nachgeprüft. Hierzu wurde eine kugelförmige Marke mit Magnetfuß an verschiedenen Orten auf beiden Polplatten aufgestellt und ihre Koordinate im Raum mit dem Theodolitensystem vermessen. Anschließend wurde durch die Meßpunkte jeder Polschuhplatte eine Ebene gelegt und schließlich der Schnittwinkel zwischen den beiden Ebenen zu $3.480^\circ \pm 0.002^\circ$ bestimmt. Das ist 0.015° weniger als der Sollwert von 3.495° . Als Folge hiervon verkleinert sich der n -Wert des Spektrometers (siehe Abschnitt 3.1.3) von 305 auf 303.8 ± 0.2 . Dieser Wert stimmt innerhalb der Fehlergrenzen mit dem später aus den magnetischen Feldmessungen extrahierten Wert [Sch94] überein.

Optische Kontrollmessungen wurden ebenfalls am Polschuhprofil des Quadrupolmagneten von Spektrometer A durchgeführt. Ähnlich wie beim Sextupolmagneten besteht sein Polschuhprofil aus Polygonzügen. Pro Geradenabschnitt wurden mit einer speziellen Magnetmarke je zwei Meßpunkte mit dem Theodolitensystem aufgenommen und durch die Bildung der Schnittpunkte der Geraden die Koordinaten der Polschuhkanten berechnet. Die erhaltenen Werte stimmen auch hier innerhalb der Maßtoleranz von $\pm 0.1 \text{ mm}$ mit den Sollwerten überein.

4.4 Ausrichtung und Justierung der Spektrometer

4.4.1 Bestimmung der Drehachsen der Spektrometer

Zur Streuwinklereinstellung ist jedes Spektrometer auf einem Drehkranz unabhängig um eine gemeinsame Drehachse verfahrbar. Die Spektrometer ruhen auf Lafetten, die im Zentrum des Drehkranzes auf einem gemeinsamen Königszapfen übereinander gelagert sind. Das Lager von Spektrometer A befindet sich am oberen Ende, das Lager von C in der Mitte und das Lager von B am unteren Ende des Zapfens. Die Mittelebenen der Spektrometer sollten im Idealfall für alle eingestellten Spektrometerwinkel auf das Streuzentrum zeigen. Dies ist nur möglich, wenn die Drehachsen der drei Spektrometer übereinstimmen. Vor Beginn der Ausrichtung der Spektrometer wurden daher zunächst ihre Drehachsen bestimmt. Hierzu wurde an Spektrometer A eine Marke befestigt und ihre Position im Raum mit einer Drei-Theodoliten-Meßanordnung an 10 verschiedenen Spektrometerpositionen innerhalb des hierbei möglichen Fahrbereichs von ca. 150° aufgenommen. Durch die Anpassung eines Kreises an die Datenpunkte wurde das Drehzentrum bestimmt (Abb. 4.2 links). Die mittlere Abweichung der Meßwerte vom angepaßten Kreis betrug 0.05 mm . Ebenso wurde die Drehachse von Spektrometer B bestimmt. Hier betrug die mittlere Abweichung der Daten vom Kreis 0.07 mm . Die als Drehachse ermittelte Position wurde jeweils durch das

Aufhängen eines Lotes am jeweiligen Spektrometer über dem berechneten Punkt und dem anschließenden Verfahren des Spektrometers überprüft, wobei das Lot mit den Theodoliten beobachtet wurde. Die Koordinaten der Drehachsen der Spektrometer A und C weichen in Richtung des einfallenden Elektronenstrahls um 0.1 mm und senkrecht dazu um 0.3 mm voneinander ab (Abb. 4.2 rechts). Da sich die Lager von Spektrometer A und B auf verschiedener Höhe befinden, kann dies durch eine leichte Schiefstellung des Königszapfens erklärt werden. In diesem Fall sollte der Drehpunkt von Spektrometer C zwischen den Drehpunkten der Spektrometer A und B liegen. Um dies zu überprüfen, wurde das Lot an Spektrometer C befestigt und auf den Mittelwert der Drehachskoordinaten der Spektrometer A und B positioniert. Anschließend wurde das Spektrometer C um ebenfalls etwa 150° verfahren. Das Lot bewegte sich hierbei um ca. 0.1 mm . Diese Position wurde als mittlere Drehachse mit drei aus jeweils drei Bodenmarken bestehenden Linien markiert, die sich am Drehpunkt schneiden. Die Ablesung des eingestellten Spektrometerwinkels erfolgt durch einen an der Spektrometerlafette angebrachten Lesekopf, der sich entlang einer am Drehkranz angebrachten Kodierschiene bewegt. Dieses Winkelkodiersystem wurde mit einem über dem Drehachsenort aufgestellten Theodolit geeicht.

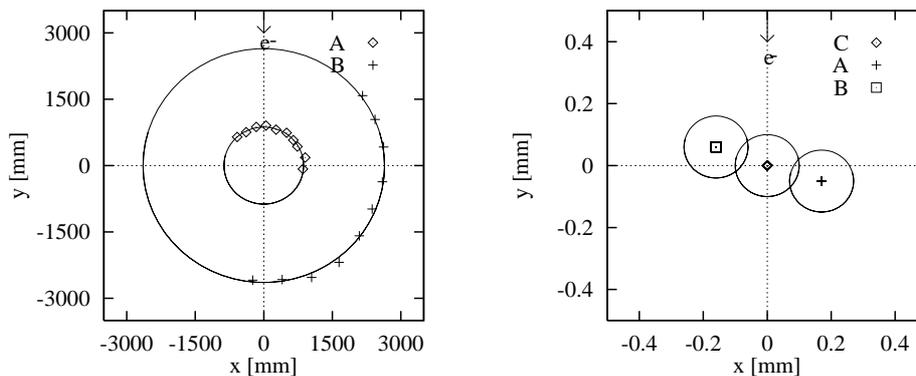


Abbildung 4.2: Meßpunkte zur Bestimmung der Drehachsen der Spektrometer A und B (links) und relative Lagen der Drehachsen der Spektrometer A, B und C (rechts). Die Abweichungen der Daten vom Kreis in der linken Abbildung sind um dem Faktor 1000 überhöht dargestellt.

4.4.2 Ausrichten und Justieren der Spektrometer A und C

Die Prozedur der Justierung der Spektrometer A und C ist identisch und wird am Beispiel von Spektrometer A mit Hilfe der Abb. 4.3 beschrieben:

Die Dipolmagnete und die Quadrupolmagnete ruhen auf je drei hydraulischen Justierfüßen, die sowohl die Höheneinstellung als auch die radiale und seitliche Verschiebung der Magnete ermöglichen. Zunächst wurde der Abstand des Magneten AD1 zur Drehachse mit einem Präzisionslineal mit einer Genauigkeit von $\pm 0.5 \text{ mm}$ eingestellt. Mit einem Theodoliten an der Position P2 am Ort der Drehachse wurden die Spacerrillen S1 und S2 sowie die Stirnmarke M1 anvisiert und die Mittelebene des Magneten senkrecht ausgerichtet. Die Strahlhöhe wird durch eine Reihe von Wandmarken angezeigt. Der Magnet AD1 wurde anhand der Eintrittsjustierstifte mit einem als Nivelliergerät eingesetzten Theodoliten auf

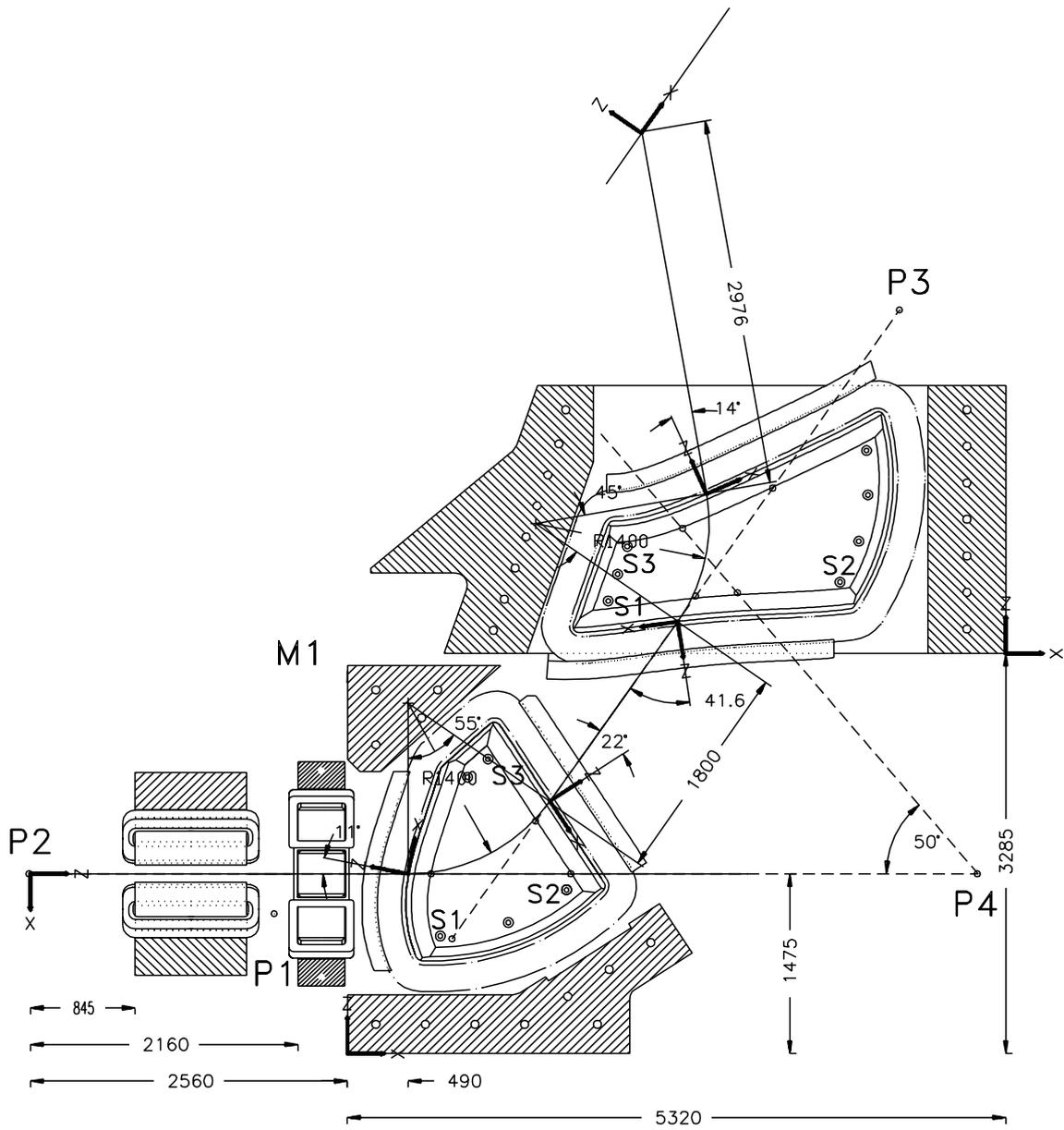


Abbildung 4.3: Theodolitenstandorte *P*, Stirnmarke *M1* und Spacerrillen *S* und Abmessungen für die Justierung von Spektrometer *A*.

der Position $P2$ mit einer Genauigkeit von $\pm 0.1 \text{ mm}$ auf Strahlhöhe gebracht. Von der Position $P1$ aus wurden dann die Spacerrillen $S1$ und $S2$ mit der Drehachsmarke mit einer Genauigkeit von $\pm 0.1 \text{ mm}$ gefluchtet.

Der zweite Dipolmagnet AD2 wurde mit einer Maschinenwasserwaage horizontal ausgerichtet und seine vertikale Position relativ zu AD1 mit Endmaßen bis auf $\pm 0.3 \text{ mm}$ eingestellt. Von der Theodolitenposition $P2$ wurden die Spacerrillen $S1$ und $S3$ von AD2 und $S3$ von AD1, von der Position $P1$ die Spacerrillen $S1$ und $S2$ von AD1 und $S2$ von AD2 anvisiert, um die Senkrechtstellung von AD2 zu kontrollieren sowie die Mittelebenen von AD1 und AD2 durch seitliches Verschieben von AD2 in Übereinstimmung zu bringen. Von der Position $P3$ aus wurden sodann die Eintrittsjustierstifte von AD2 mit den Austrittsjustierstiften von AD1 durch radiales Verschieben von AD2 gefluchtet. Die Justierstifte lagen hierbei mit einer Genauigkeit besser als $\pm 0.1 \text{ mm}$ auf einer Geraden. Anschließend wurde der Abstand der Magnete entlang der Geraden von der Position $P4$ aus überprüft. Fluchtet man von dort die Eintrittsjustierstifte von AD1, so erschienen die Austrittsjustierstifte von AD2 exakt unter einem Winkel von 50° . Die beobachtete Restabweichung von diesem Wert betrug $\pm 0.0005^\circ$.

Zur Justierung des Sextupolmagneten wurden zwei gedrehte Justierrohre mit je zwei Fadenkreuzen am Anfang und Ende der Röhren verwendet, die die Mitten mit einer Genauigkeit von $\pm 0.1 \text{ mm}$ markieren. Der Sextupolmagnet ist am Dipolmagneten AD1 aufgehängt. Er wurde mit Hilfe einer Maschinenwasserwaage senkrecht aufgestellt und sein Abstand zu AD1 mit einem Endmaß mit einer Genauigkeit von $\pm 0.3 \text{ mm}$ eingestellt. Die Justierrohre wurden zwischen den Polschuhen eingelegt, so daß sie sich selbst zentrierten und die Fadenkreuze die Mittelebene des Magneten anzeigten. Der Theodolit auf der Position $P2$ wurde auf Höhe der Eintrittsjustierstifte von AD1 gebracht. Von dort wurden die Spacerrillen $S1$ und $S2$ von AD1 gefluchtet. Sodann wurde die Mittelebene des Sextupolmagneten durch seitliches Verschieben mit der Mittelebene von AD1 mit einer Genauigkeit von $\pm 0.15 \text{ mm}$ in Übereinstimmung gebracht. Die korrekte Höhe wurde eingestellt, indem die Winkel von der Strahlhöhe aus zu den beiden Justierrohren gemessen wurden. Die Höhe des Sextupolmagneten wurde soweit verändert, bis die gemessenen Winkel gleich waren. Der Meßfehler betrug hierbei $\pm 0.15 \text{ mm}$.

Zur Bestimmung der mechanischen Mitte des Quadrupolmagneten wurden zwei gedrehte Justierscheiben mit einem zentralen Fadenkreuz verwendet, die passend in die Apertur des Magneten eingesetzt werden können. Die Übereinstimmung von mechanischer und magnetischer Mitte des Quadrupolmagneten wurde mit Hilfe des Cotton–Mouton–Effekts überprüft, wobei innerhalb des Meßfehlers von $\pm 0.1 \text{ mm}$ keine Abweichung gefunden wurde [Her92]. Da das Magnetinnere wegen der Vakuumkammer bei der eigentlichen Justierung des Magneten nicht zugänglich war, wurde die Magnetmitte und die Mittelebene auf Außenmarken übertragen. Bei der Justierung wurde zunächst der Abstand des Quadrupolmagneten zum Dipolmagneten AD1 mit einem Präzisionslineal auf $\pm 0.3 \text{ mm}$ genau eingestellt. Gegenüber dem ursprünglichen Wert wurde der Quadrupolmagnet aufgrund der Resultate der magnetischen Feldmessungen [Sch94] um 5 mm weiter zur Drehachse hin verschoben. Anschließend wurden der Magnet vom Theodolitenstandort $P2$ aus mit Hilfe der Außenmarken mit einer Genauigkeit von $\pm 0.1 \text{ mm}$ auf Strahlhöhe und in die Mittelebene gebracht.

Abschließend wurden zur Sicherung der Justierung die Koordinaten der Justiermarken an den Seitenjochen der Magnete AD1 und AD2 mit dem ECDS2–System vermessen. Die

Außenmarken stimmen innerhalb von $\pm 0.3 \text{ mm}$ mit den Sollpositionen der Justierstifte im Inneren überein. Anhand der Lage der Marken von AD2 relativ zu AD1 konnte zudem die Position von AD2 zu AD1 überprüft werden. Es wurde keine Abweichung vom Sollwert innerhalb der Meßgenauigkeit von $\pm 0.56 \text{ mm}$ (unter Berücksichtigung der Positionsgenauigkeit der Außenmarken) gefunden.

Nach erfolgter Fertigstellung und Probemontage wurde das 1100 kN schwere Abschirmhaus für das Detektorsystem auf den Dipolmagneten AD2 aufgesetzt. Durch dessen Gewicht wurde die aus T-Trägern bestehende Tragekonstruktion der Magnete elastisch deformiert, so daß eine Nachjustierung des Spektrometers erforderlich war. Der Dipolmagnet AD1 mußte um 0.8 mm angehoben werden, um erneut auf Strahlhöhe zu gelangen, der Dipolmagnet AD2 mußte relativ zu AD1 um 0.4 mm am vorderen Justierfuß bzw. um 1.1 mm an den hinteren Justierfüßen angehoben werden, um die Durchbiegung der Tragekonstruktion auszugleichen. Zusätzlich mußte der Magnet AD2 um 0.52 mm radial zum Targetpunkt hin verschoben werden, um die Ausgangsposition wieder zu erreichen.

4.4.3 Justierung von Spektrometer B

Das aus einem einzelnen Dipolmagneten bestehende Spektrometer B kann mit Hilfe eines mechanischen Hebesystems um bis zu 10° auf einer Kreisbahn um den Targetpunkt aus der Ebene herausgeschwenkt werden. Auf seiner Rückseite heben zwei Spindeln und auf der Vorderseite eine hebt Spindel das Spektrometer an. Die hinteren Spindeln und die vordere Spindel können unabhängig bewegt werden und erlauben so die Feinausrichtung auf den Targetpunkt. Zudem kann eine der beiden hinteren Spindeln elektromechanisch vom Antrieb abgekoppelt werden, was eine vertikale Ausrichtung des Magneten ermöglicht. Mit Hilfe eines Theodoliten am Ort der Drehachse und der Spacerrillen am Eintritt wurde Spektrometer B zunächst senkrecht aufgestellt mit einer Genauigkeit von $\pm 0.1 \text{ mrad}$ aufgestellt. Durch das Fluchten von Targetpunkt, Spacerrillen und einer Justierstange, die sich im Inneren des Magneten in der Mittelebene und auf Höhe der einlaufenden Sollbahn befindet, wurde Spektrometer B mit einer Genauigkeit von $\pm 0.2 \text{ mm}$ auf den Targetpunkt ausgerichtet. Die korrekte Höhe wurde mit Hilfe der Eintrittsjustierstifte sowie der Justierstange mit einer Genauigkeit von $\pm 0.1 \text{ mm}$ eingestellt.

Beim anschließenden Test der Hubmechanik zeigte es sich, daß sich das Spektrometer beim Schwenken von 0° auf 10° radial um ca. 4 mm auf den Targetpunkt zu bewegte und sich aufgrund des Lastwechsels aus der Flucht mit dem Targetpunkt um bis zu 1.8 mm reproduzierbar herausdrehte. Die Analyse der mit dem ECDS2-System aufgenommenen Daten zeigte, daß sich der Drehpunkt dieser Bewegung im Bereich der vorderen Spindel befand. Durch eine hier zusätzlich angebrachte Führung konnte die horizontale Drehbewegung von Spektrometer B zwar nicht unterbunden, jedoch soweit beeinflußt werden, daß die Mittelebene von Spektrometer B beim Schwenken auf 10° nicht mehr als 0.2 mm aus der Flucht mit der Drehachse herausläuft. Dabei bewegt sich allerdings der Magnetkörper am Ort der Ringschiene um 1.5 mm in Richtung des auslaufenden Strahls, so daß sich der Streuwinkel um ca. 0.25 mrad verkleinert.

Die Nachjustierung des Spektrometers B im Anschluß an das Aufsetzen des Abschirmhauses war durch einfaches Nachstellen der Hubspindeln möglich. Anschließend wurde die Schwenkbewegung mit Abschirmhaus getestet, wobei sich keine Veränderungen gegenüber

dem unbelasteten Fall zeigten. Gleichzeitig wurden die Längengeber geeicht, die die momentanen Hub der Spindeln messen und so die korrekte Winkeleinstellung erlauben.

Kapitel 5

Matrixtheorie und Bahnrückverfolgung

5.1 Bewegungsgleichung und Matrixformalismus

5.1.1 Bewegungsgleichung im Magnetfeld

Die Bewegung eines geladenen Teilchens mit der Masse m , der Ladung q und der Geschwindigkeit \vec{v} in einem Magnetfeld mit der magnetischen Induktion \vec{B} wird von der Lorentzkraft bestimmt. Sie bewirkt eine zeitliche Änderung der Richtung des Teilchenimpulses gemäß der Bewegungsgleichung

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) . \quad (5.1)$$

Bewegt sich das Teilchen in einem homogenen und statischen Magnetfeld senkrecht zur Richtung der Feldlinien, so erzeugt die Lorentzkraft eine Zentripetalbeschleunigung

$$\frac{mv^2}{\rho} = q \cdot v \cdot B, \quad (5.2)$$

und das Teilchen bewegt sich auf einer Kreisbahn mit dem Radius ρ . Aus der Gl. (5.2) folgt für den Impuls eines Teilchens

$$p = q \cdot B \cdot \rho , \quad (5.3)$$

d.h. das magnetische Feld bewirkt eine räumliche Trennung von Teilchen mit unterschiedlichen Impulsen und ermöglicht auf diese Weise die Impulsbestimmung durch Messung der Teilchenorte nach Durchlaufen des Magnetfeldes.

5.1.2 Verwendung des referenzbahnbezogenen Koordinatensystems

Das in der Magneto-optik gebräuchliche Koordinatensystem [Bro68] zur Lösung der allgemeinen Bewegungsgleichung Gl. (5.1) ist ein entlang der Soll- oder Referenzbahn mitgeführtes rechtshändiges, krummliniges, rechtwinkliges Koordinatensystem (Abb. 5.1). Die Referenzbahn ist hierbei eine geeignet ausgewählte Teilchenbahn und definitionsgemäß diejenige Bahn, die ein Teilchen nimmt, das ohne Orts-, Winkel- und Impulsablage startet. Um die Bahn eines beliebigen Teilchens zu einem bestimmten Zeitpunkt zu beschreiben, sind die folgenden Koordinatendefinitionen üblich:

x : radiale Abweichung von der Referenzbahn in der dispersiven Ebene, d.h. der Ebene der Ablenkung

Θ : Winkel zur Referenzbahn in der dispersiven Ebene, in einem rechtwinkligen, geraden Koordinatensystem definiert durch $\Theta \approx \tan \Theta = dx/dz$

y : transversale Abweichung von der Referenzbahn

Die Differentialgleichungen können für eine vorgegebene Geometrie und Feldkonfiguration mit Hilfe der Green'schen Methode gelöst werden, und die Entwicklungskoeffizienten können berechnet werden. Diese sind Funktionen von s . Mit ihnen kann insbesondere die Abbildung der Teilchenkoordinaten vom Targetort $s = 0$ zum Detektorort $s = s_D$ beschrieben werden. Analog zu den Gl. (5.4) und (5.5) lautet die Taylor-Entwicklung für die Teilchenwinkel

$$\Theta(s) = \sum_{i,j,k,l,m} \langle \Theta | x_0^i \Theta_0^j y_0^k \Phi_0^l \delta^m \rangle x_0^i \Theta_0^j y_0^k \Phi_0^l \delta^m \quad (5.6)$$

$$\Phi(s) = \sum_{i,j,k,l,m} \langle \Phi | x_0^i \Theta_0^j y_0^k \Phi_0^l \delta^m \rangle x_0^i \Theta_0^j y_0^k \Phi_0^l \delta^m, \quad (5.7)$$

deren Entwicklungskoeffizienten mit der angegebenen Winkeldefinition in Beziehung zu denen der Gl. (5.4) und (5.5) gesetzt werden können.

Die in der Magnetoptik betrachteten magnetischen Felder sind fast ausschließlich statische Felder mit Mittelebenensymmetrie. Aus dieser folgt, daß für die Koordinaten der dispersiven Ebene nur gerade Elemente in $(k+l)$ und für die Koordinaten der nicht-dispersiven Ebene nur ungerade Elemente in $(k+l)$ auftreten. Insbesondere entkoppeln hierdurch die Bewegungen in der dispersiven und in der nicht-dispersiven Richtung in 1. Ordnung. Stellt man die Taylor-Entwicklung der Koordinaten in Matrizenform dar, so ergibt sich für die 1. Ordnung die folgende Abbildungsgleichung:

$$\begin{pmatrix} x \\ \Theta \\ y \\ \Phi \\ l \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle x|x_0 \rangle & \langle x|\Theta_0 \rangle & 0 & 0 & 0 & \langle x|\delta \rangle \\ \langle \Theta|x_0 \rangle & \langle \Theta|\Theta_0 \rangle & 0 & 0 & 0 & \langle \Theta|\delta \rangle \\ 0 & 0 & \langle y|y_0 \rangle & \langle y|\Phi_0 \rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle \Phi|y_0 \rangle & \langle \Phi|\Phi_0 \rangle & 0 & 0 \\ \langle l|x_0 \rangle & \langle l|\Theta_0 \rangle & 0 & 0 & 1 & \langle l|\delta \rangle \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ \Theta_0 \\ y_0 \\ \Phi_0 \\ l_0 \\ \delta \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

Besteht ein magnetoptisches System aus mehreren nacheinander folgenden magnetoptischen Elementen, so ist seine Transfermatrix das Produkt der Transfermatrizen der einzelnen Elemente.

Das Verschwinden von Matrixelementen in der Gl. (5.8) steht in Zusammenhang mit bestimmten Abbildungseigenschaften des Systems. Die wichtigsten Abbildungen sind:

Punkt-zu-Punkt-Abbildung	: $\langle x \Theta_0 \rangle = 0$	bzw. $\langle y \Phi_0 \rangle = 0$,
Parallel-zu-Parallel-Abbildung	: $\langle \Theta x_0 \rangle = 0$	bzw. $\langle \Phi y_0 \rangle = 0$,
Parallel-zu-Punkt-Abbildung	: $\langle x x_0 \rangle = 0$	bzw. $\langle y y_0 \rangle = 0$,
Punkt-zu-Parallel-Abbildung	: $\langle \Theta \Theta_0 \rangle = 0$	bzw. $\langle \Phi \Phi_0 \rangle = 0$,
Achromasie	: $\langle x \delta \rangle = 0$	und $\langle \Theta \delta \rangle = 0$,
Isochronie	: $\langle l x_0 \rangle = 0$	und $\langle l \Theta_0 \rangle = 0$ und $\langle l \delta \rangle = 0$.

5.2 Verfahren der Bahnrückverfolgung

5.2.1 Umkehrabbildung

Ziel der Bahnrückverfolgung ist die Rekonstruktion der Startkoordinaten $(x_0, \Theta_0, y_0, \Phi_0, \delta)$ ¹ aus den vom Detektorsystem am Ausgang des Spektrometers gemessenen Koordinaten.

¹Da sich der Targetbereich im feldfreien Raum befindet, kann man die Startkoordinaten von Teilchen, die mit einer Tiefe z_0 starten, durch Anwendung einer Driftstrecke in die $z_0 = 0$ -Ebene projizieren.

Dies verlangt die Kenntnis der Transfermatrizen bzw. der Transferkoeffizienten der Umkehrabbildung, die die Abbildungseigenschaften des Spektrometers beinhalten. Das Driftkammersystem befindet sich am Ort der Bildebene und mißt die vier Ausgangskordinaten (x, Θ, y, Φ) , die die Bahn im feldfreien Raum vollständig beschreiben. Aus diesen Koordinaten können jedoch nur ebenfalls vier Koordinaten am Targetort eindeutig bestimmt werden. Daher wird bei der Bestimmung der Transferkoeffizienten, gerechtfertigt durch den kleinen Strahlfleckdurchmesser, von einem in x_0 -Richtung punktförmigen Target ausgegangen, d.h. es gilt $x_0 \equiv 0$. Das erreichbare Impulsaufhebungsvermögen ist somit über die Ortsvergrößerung $\langle x|x_0 \rangle$ direkt proportional zu x_0 , und es gilt für ein ideal Punkt-zu-Punkt abbildendes Spektrometer [Bau87]:

$$\sigma_\delta^2 = \frac{1}{\langle x|\delta \rangle^2} (\sigma_x^2 + \langle x|x_0 \rangle^2 \sigma_{x_0}^2) \quad (5.9)$$

Genau wie die Abbildung *Target* \rightarrow *Detektor* kann die Umkehrabbildung *Detektor* \rightarrow *Target* mit Hilfe von Transferkoeffizienten

$$\delta = \sum_{i,j,k,l} \langle \delta|x^i \Theta^j y^k \Phi^l \rangle x^i \Theta^j y^k \Phi^l \quad (5.10)$$

$$\Theta_0 = \sum_{i,j,k,l} \langle \Theta_0|x^i \Theta^j y^k \Phi^l \rangle x^i \Theta^j y^k \Phi^l \quad (5.11)$$

$$y_0 = \sum_{i,j,k,l} \langle y_0|x^i \Theta^j y^k \Phi^l \rangle x^i \Theta^j y^k \Phi^l \quad (5.12)$$

$$\Phi_0 = \sum_{i,j,k,l} \langle \Phi_0|x^i \Theta^j y^k \Phi^l \rangle x^i \Theta^j y^k \Phi^l \quad (5.13)$$

beschrieben werden. Prinzipiell lassen sich diese mit dem obigen Formalismus aus der Spektrometereometrie und den Magnetfeldern berechnen. Trotz genauer Vermessung der magnetischen Felder weisen die so bestimmten Transferkoeffizienten Abweichungen von der Realität auf, und die genauere Methode ist daher ihre experimentelle Bestimmung in Messungen mit elastisch gestreuten Elektronen.

In diesen müssen die Targetkoordinaten zunächst bekannt sein, um aus der Verknüpfung der Koordinaten am Detektor- und am Targetort die Abbildungseigenschaften des Spektrometers ermitteln zu können. Dazu wurden mit Hilfe von Lochkollimatoren bestimmte Startwinkel Θ_0 und Φ_0 herauspräpariert. Es wurden sowohl Messungen mit dünnen als auch mit in Strahlrichtung ausgedehnten Targets durchgeführt. Im letzteren Fall wurde ein Stapel aus drei Folientargets verwendet (siehe Abschnitt 5.4.2), wobei die Startkoordinate y_0 durch die Position des jeweiligen Folientargets entlang des einfallenden Elektronenstrahls festgelegt wurde. Der Teilchenimpuls wurde durch die Betrachtung von elastisch gestreuten Elektronen bei bekannter Energie der einfallenden Elektronen bestimmt. Durch die Variation des Spektrometerfeldes wurde die elastische Linie entlang der Bildebene verschoben und auf diese Weise verschiedene Impulsablagen δ erzeugt.

5.2.2 Auswertung der Daten

Für die Datenanalyse werden aus den Driftzeiten zunächst die Kammerkoordinaten berechnet [Dis94] und abgespeichert. Mit den aus den gemessenen Feldern berechneten Transferkoeffizienten [Rie91], die insbesondere für die Targetwinkel schon recht gute Resultate

liefern, als Ausgangspunkt werden die Targetkoordinaten rekonstruiert. Dies ermöglicht es, am Targetort Schnitte in der Θ_0 – Φ_0 –Ebene um die einzelnen Kollimatorlöcher zu legen. Ereignisse, die in einem dieser Schnitte liegen, gehören (innerhalb der Winkelakzeptanz des Kollimatorlochs) zu einem bestimmten Startwinkelpaar (Θ_0, Φ_0) . Für die Ereignisse innerhalb eines Schnitts werden die Schwerpunkte bzw. Maxima in den Koordinaten x , Θ , y und Φ berechnet und den bekannten Startwinkeln Θ_0 und Φ_0 sowie der Startkoordinate y_0 und der Impulsablage δ zugeordnet. Letztere sind aufgrund der Targetposition und der Magnetfeldeinstellung bekannt. Die Anzahl M der zugeordneten Koordinatenvektoren

$$(\delta, \Theta_0, y_0, \Phi_0)_i \leftrightarrow (x, \Theta, y, \Phi)_i, \quad i = 1, 2, \dots, M$$

ist gleich dem Produkt der Zahl der Kollimatorlöcher mit der Zahl der unterschiedlichen Targetpositionen und mit der Zahl der unterschiedlichen Feldeinstellungen.

5.2.3 Bestimmung der Transferkoeffizienten

Für die Transferkoeffizienten einer Koordinate wird ein Ansatz mit einer maximalen Anzahl N von Koeffizienten getroffen. Die Verknüpfung der Koordinaten am Ort der Bildebene und am Targetort mit den Transferkoeffizienten führt auf ein Gleichungssystem der Form

$$\begin{pmatrix} x_1^{i_1} \Theta_1^{j_1} y_1^{k_1} \Phi_1^{l_1} & \cdots & x_1^{i_N} \Theta_1^{j_N} y_1^{k_N} \Phi_1^{l_N} \\ x_2^{i_1} \Theta_2^{j_1} y_2^{k_1} \Phi_2^{l_1} & \cdots & x_2^{i_N} \Theta_2^{j_N} y_2^{k_N} \Phi_2^{l_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_M^{i_1} \Theta_M^{j_1} y_M^{k_1} \Phi_M^{l_1} & \cdots & x_M^{i_N} \Theta_M^{j_N} y_M^{k_N} \Phi_M^{l_N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle q | x^{i_1} \Theta^{j_1} y^{k_1} \Phi^{l_1} \rangle \\ \langle q | x^{i_2} \Theta^{j_2} y^{k_2} \Phi^{l_2} \rangle \\ \vdots \\ \langle q | x^{i_N} \Theta^{j_N} y^{k_N} \Phi^{l_N} \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_M \end{pmatrix}, \quad (5.14)$$

wobei q stellvertretend für eine der Targetkoordinaten δ , Θ_0 , y_0 und Φ_0 steht. In Kurzschreibweise lautet Gl. (5.14):

$$A\vec{t} = \vec{q} \quad (5.15)$$

A ist eine $M \times N$ –Matrix und \vec{t} und \vec{q} sind Vektoren des \mathbb{R}^N bzw. des \mathbb{R}^M . Das überbestimmte Gleichungssystem (5.15) für die Transferkoeffizienten \vec{t} wird i.a. keine exakte Lösung besitzen. Das Ziel ist daher, einen Vektor \vec{t} zu finden, der die Größe

$$\xi = (A\vec{t} - \vec{q})^T G (A\vec{t} - \vec{q}) \quad (5.16)$$

minimiert, wobei G eine $M \times M$ –Matrix ist, die die Gewichte der einzelnen Gleichungen $i = 1, \dots, M$ beinhaltet:

$$G = \begin{pmatrix} \frac{n_{L_1}}{\sigma_q^2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{n_{L_2}}{\sigma_q^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{n_{L_M}}{\sigma_q^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{n_{L_1}}}{\sigma_q} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{n_{L_2}}}{\sigma_q} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{\sqrt{n_{L_M}}}{\sigma_q} \end{pmatrix}^2 \equiv U^T U \quad (5.17)$$

Hierbei ist σ_q der geschätzte Einzelfehler bei der Rekonstruktion der Koordinate q und n_{L_i} die Anzahl der Teilchen, denen die gleichen Startkoordinaten zugewiesen werden, d.h. deren Bahnen bei gleicher Targetposition und Impulsablage durch das gleiche Kollimatorloch

gelaufen sind.

Wie in [VoeF86] ist σ_q als für alle Ereignisse gleich angenommen und die Fehler an den Detektorkoordinaten werden im für G getroffenen Ansatz nicht berücksichtigt. Dieser übliche Ansatz kann zu systematischen Fehlern in der Bestimmung der Transferkoeffizienten führen [VeiF93]. In [Vei93] wurde jedoch gezeigt, daß durch das hier eingeführte Verfahren der Mittelwertbildung die in [VeiF93] aufgezeigten systematischen Fehler im Grenzwert unendlich vieler Ereignisse im Unterschied zu dem in [VoeF86] beschriebenen Verfahren verschwinden und für eine endliche Anzahl von Ereignissen n um den Faktor $1/n$ unterdrückt sind, so daß sie praktisch keine Rolle spielen.

Mit Hilfe der Zerlegung $G = U^T U$ kann die zu minimierende Größe ξ geschrieben werden als:

$$\begin{aligned} (A\vec{t} - \vec{q})^T U^T U (A\vec{t} - \vec{q}) &= (U A\vec{t} - U\vec{q})^T (U A\vec{t} - U\vec{q}) \\ &= (\tilde{A}\vec{t} - \tilde{q})^T (\tilde{A}\vec{t} - \tilde{q}) \end{aligned} \quad (5.18)$$

Dadurch wird das Problem darauf zurückgeführt, einen Vektor \vec{t} zu finden, der die euklidische Norm des Abweichungsvektors $(\tilde{A}\vec{t} - \tilde{q})$ minimiert :

$$\|\tilde{A}\vec{t} - \tilde{q}\| = \textit{minimum} \quad (5.19)$$

Householdertransformation

Dieses lineare Ausgleichsproblem wird hier mit Hilfe der Methode der Householder-Transformation [Sto83] gelöst:

Die $M \times N$ -Matrix $\tilde{A} \equiv \tilde{A}^{(0)}$ und der Vektor $\vec{q} \equiv \vec{q}^{(0)} \in \mathbb{R}^M$ werden durch eine geeignete Folge von unitären Transformationen P_1, \dots, P_N

$$\tilde{A}^{(i)} = P_i \tilde{A}^{(i-1)}, \quad \vec{q}^{(i)} = P_i \vec{q}^{(i-1)} \quad (5.20)$$

in eine Matrix $\tilde{A}^{(N)}$ und einen Vektor $\vec{q}^{(N)} \equiv \vec{h}$ transformiert:

$$\tilde{A}^{(N)} = \prod_{i=1}^N P_i \tilde{A} = P \tilde{A}, \quad \vec{q}^{(N)} = \prod_{i=1}^N P_i \vec{q} = P \vec{q} \quad (5.21)$$

Nach diesen Transformationen besitzen $\tilde{A}^{(N)}$ und \vec{h} die Struktur

$$\tilde{A}^{(N)} = \begin{pmatrix} R \\ \vec{0} \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad R = \begin{pmatrix} r_{11} & \cdots & r_{1N} \\ & \ddots & \vdots \\ \vec{0} & & r_{NN} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{q}^{(N)} = \vec{h} = \begin{pmatrix} \vec{h}_1 \\ \vec{h}_2 \end{pmatrix}, \quad (5.22)$$

wobei der Vektor \vec{h}_1 N und der Vektor \vec{h}_2 $(M - N)$ Elemente enthält. Die Gesamttransformationsmatrix P ist als Produkt unitärer Transformationen wiederum unitär und erhält die Norm eines Vektors, so daß gilt

$$\|\tilde{A}\vec{t} - \vec{q}\| = \|P(\tilde{A}\vec{t} - \vec{q})\| = \|\tilde{A}^{(N)}\vec{t} - \vec{q}^{(N)}\|. \quad (5.23)$$

Die Minimierung des Vektors $(\tilde{A}\vec{t} - \vec{q})$ durch geeignete Wahl von \vec{t} ist demnach gleichbedeutend mit der Minimierung des transformierten Vektors $(\tilde{A}^{(N)}\vec{t} - \vec{q}^{(N)})$, welcher nach Gl. (5.22) die Gestalt

$$\tilde{A}^{(N)}\vec{t} - \vec{q}^{(N)} = \begin{pmatrix} R\vec{t} - \vec{h}_1 \\ -\vec{h}_2 \end{pmatrix} \quad (5.24)$$

besitzt. Die Norm von $\|\tilde{A}^{(N)}\vec{t} - \vec{q}^{(N)}\|$ wird somit minimal, falls \vec{t} so gewählt wird, daß gilt:

$$\vec{h}_1 = R\vec{t}, \quad R \in \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^N, \quad \vec{h}_1, \vec{t} \in \mathbb{R}^N \quad (5.25)$$

Sind die Spalten von \tilde{A} linear unabhängig, was hier gegeben ist, so kann Gl. (5.25) eindeutig nach \vec{t} aufgelöst werden, und die Lösung des Ausgleichsproblems ist eindeutig bestimmt. Sind Spalten der Matrix dagegen linear abhängig, so ist zwar $\min\|\tilde{A}\vec{t} - \vec{q}\|$ eindeutig bestimmt, jedoch existieren mehrere Lösungen \vec{t} , die $(\tilde{A}\vec{t} - \vec{q})$ minimieren.

5.2.4 Test der Parameter

Aufgrund der Vielzahl der möglichen Transferkoeffizienten ist es, insbesondere bei Termen höherer Ordnung, schwierig von vornherein zu entscheiden, welche der angesetzten Koeffizienten tatsächlich notwendig sind, um die gemessenen Bahnen gut zu beschreiben. Um die Signifikanz der Transferkoeffizienten zu testen, wurden daher die beiden folgenden Verfahren benutzt:

- a) Bei der in [VoeF86] vorgeschlagenen Methode werden zunächst alle angesetzten Transferkoeffizienten bei der Lösung der Matrixgleichung (5.18) herangezogen. Unter der Annahme, daß mit diesem Ansatz das Problem exakt beschrieben wird, wird σ_q so gewählt, daß das reduzierte Chiquadrat $\chi_r^2 = 1$ ist (die Anzahl der Freiheitsgrade ist i.a. sehr groß). Aus den Diagonalelementen der Kovarianzmatrix $(\tilde{A}^T\tilde{A})^{-1}$ werden sodann die Fehler der Koeffizienten bestimmt. Alle Transfer-Matrixelemente, deren Fehler größer als ihr Wert ist, werden aus dem Ansatz gestrichen, und die verbleibenden Koeffizienten werden neu bestimmt. Diese Prozedur wird solange wiederholt, bis sich die Anzahl der mitgenommenen Matrixelemente nicht mehr ändert. Der Vorteil dieser Methode ist, daß sie sehr schnell, d.h. ohne hohen Rechenaufwand, zum Erfolg führt.
- b) Die Signifikanz des n -ten Koeffizienten wird anhand der χ^2 -Änderung bei seiner Hinzunahme bzw. Wegnahme mit Hilfe eines F-Tests beurteilt. Der experimentell ermittelte Wert

$$F_x = \frac{\chi^2(n-1) - \chi^2(n)}{\chi^2(n)/(N-n-1)} \quad (5.26)$$

ist ein Maß für die Verbesserung des reduzierten χ^2 -Wertes bei Hinzunahme des n -ten Parameters und sollte klein sein, wenn der Ansatz mit n Parametern die Situation

gegenüber der mit $(n - 1)$ Parametern nicht signifikant verbessert. Die Verteilung der F_x folgt, bei schon korrekter Beschreibung des Problems mit $(n - 1)$ Parametern, der F -Verteilung $P_f(f, \nu_1, \nu_2)$ für $\nu_1 = 1$ und $\nu_2 = (N - n - 1)$ Freiheitsgrade [Bev69]. Die Wahrscheinlichkeit, bei korrekter Wahl der Funktion einen F_x -Wert größer als F zu erhalten, ist:

$$P_F(F, \nu_1, \nu_2) = \int_F^\infty P_f(f, \nu_1, \nu_2) df \quad (5.27)$$

Ist für eine vorgegebene Konfidenzzahl $W = P_F(F, \nu_1, \nu_2)$ (typisch 10%) der experimentell erhaltene F_x -Wert größer als F , so kann man davon ausgehen, daß der getestete Koeffizient ungleich Null ist und berücksichtigt werden sollte. Für die Anwendung des F -Tests auf dieses Problem sind zwei Wege vorgesehen:

- Beginnend mit einem Koeffizienten werden die Matrixelemente des Ansatzes nacheinander hinzugenommen und ihre Signifikanz getestet. Diese Methode bietet den geringsten Rechenaufwand. Da die hier verwendeten Funktionen jedoch nicht orthogonal sind, hängt das Ergebnis unter Umständen von der getroffenen Wahl der Reihenfolge der Matrixelemente ab.
- Ausgehend von allen Matrixelementen des Ansatzes werden die Transferkoeffizienten nacheinander probeweise weggelassen und ihre Signifikanz getestet. Das ist die sicherere Methode, da tatsächlich benötigte Matrixelemente auf keinen Fall verworfen werden, jedoch erfordert sie einen hohen Rechenaufwand.

Als Test für beide Verfahren a) und b) mag gelten, daß sie (abgesehen von Grenzfällen) i.a. gleiche oder zumindest ähnliche Resultate liefern.

5.3 Koordinatensysteme am Target- und Detektorort

5.3.1 Das Koordinatensystem am Targetort

Der Ursprung des Koordinatensystems am Detektorort befindet sich am Ort der Spektrometerdrehachse in Strahlhöhe. Die z_0 -Achse des Targetkoordinatensystems zeigt in Richtung Spektrometer, die x_0 -Achse zeigt nach unten und die y_0 -Achse dementsprechend nach links (Blick in z_0 -Richtung). Θ_0 ist der Winkel zwischen der x_0 - und der z_0 -Komponente und Φ_0 ist der Winkel zwischen der y_0 - und der z_0 -Komponente des Teilchenimpulses (Abb.5.2). Die Spektrometer-Sollbahn wurde festgelegt als die Bahn, die ein Teilchen ohne Orts- und Winkelablagen am Target und mit Impuls $494.889 \text{ MeV}/c$ bei einem eingestellten Dipolfeld von 1.1791 T durchläuft.

5.3.2 Das Koordinatensystem am Detektorort

Die x_1 -Drahtebene des Driftkammerdetektors bildet die x - y -Ebene des *Kammerkoordinatensystems*. Dessen x -Achse zeigt entlang der x_1 -Drahtebene mit Richtung auf größere Impulse hin. Die z -Achse zeigt nach oben und die y -Achse entsprechend wiederum nach links. Die Winkel Θ und Φ sind in gleicher Weise wie am Target definiert (Abb. 5.3). Die z -Achse des Detektors ist gegenüber dem Sollstrahl um einen Winkel von 45.1° geneigt.

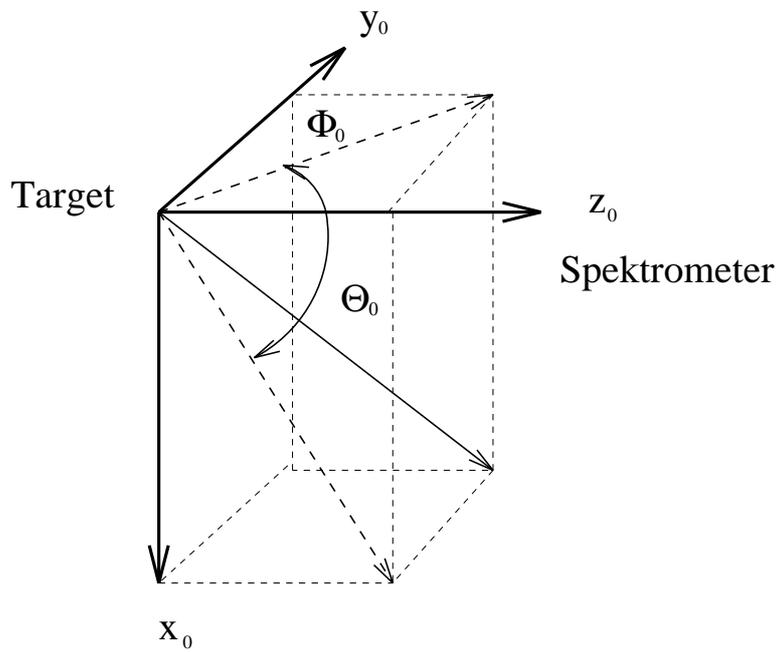


Abbildung 5.2: Definition der Orte und Winkel im Targetkoordinatensystem.

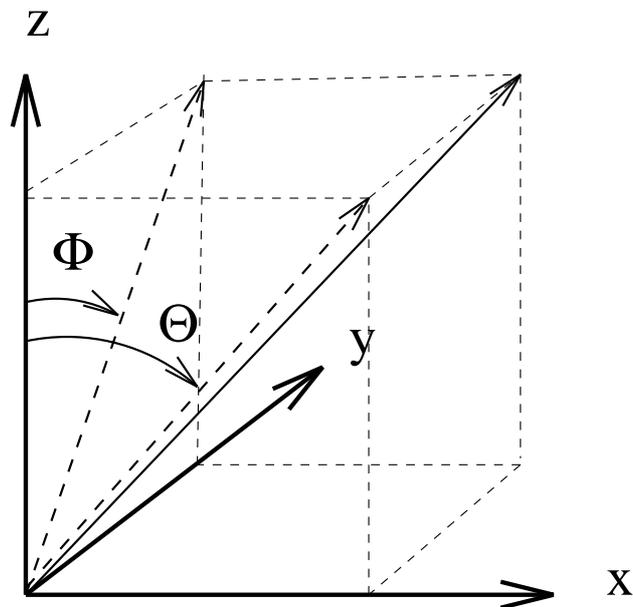


Abbildung 5.3: Definition der Orte und Winkel im Kammerkoordinatensystem.

Die Koordinaten des *Transport-Systems* gehen durch eine Koordinatentransformation aus dem Kammerssystem hervor und sind in Anlehnung an die im *TRANSPORT*-Computerprogramm [BroC80] benutzte Notation gewählt. Hierbei wird die z -Achse des Koordinatensystems in Abhängigkeit von der Position entlang der Detektorebene um die y -Achse in Richtung des Zentralstrahls gedreht. Die x -Koordinate wird im Koordinatensystem angegeben, dessen z -Achse entlang der Sollbahn zeigt (Abb. 5.4). Der Winkel Θ_{rot} für

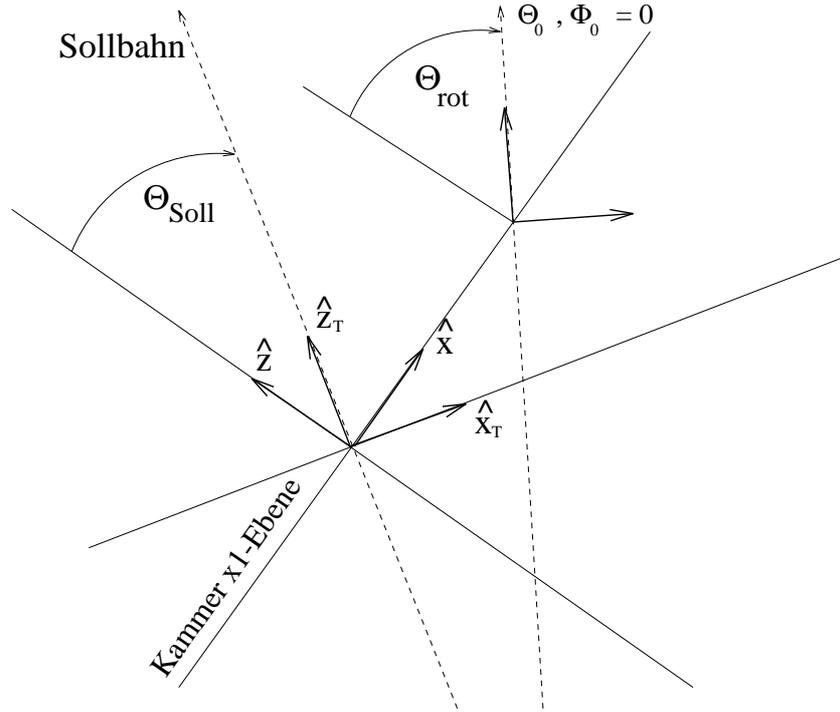


Abbildung 5.4: *Kammer- und Transportkoordinatensystem.*

Teilchenbahnen, die ohne Orts- und Winkelablagen starten, ist als Polynom parametrisiert. Im weiteren wird zur Kennzeichnung der Koordinaten im Transport-System der Index T verwendet. Bevor man die gemessenen Koordinaten in die Matrixelemente einsetzt, sind folgende Schritte auszuführen:

- a) Rotation der x -Koordinate um den Θ -Winkel der Sollbahn:

$$x_T = x \cos \Theta_{Soll} , \quad (5.28)$$

- b) Transformation der Kammerwinkel in das jeweilige entlang der Teilchenbahn mit $\Theta_0 = \Phi_0 = x_0 = y_0 = 0$ ausgerichtete Koordinatensystem :

$$\Theta_T = \Theta - \Theta_{rot}(x) \quad (5.29)$$

$$\Phi_T = \arctan \left(\frac{\tan \Phi}{\cos \Theta_{rot} + \sin \Theta_{rot} \tan \Theta} \right) \quad (5.30)$$

Prinzipiell ist man für die Bahnrückverfolgung nicht auf ein bestimmtes Koordinatensystem festgelegt. Man kann die Matrixelemente sowohl für das Kammer- als auch für

das Transport-System bestimmen. Als Vorteil des Kammer-systems kann angeführt werden, daß keine weiteren Umrechnungen benötigt werden. Das Transport-System ist in der Magnetoptik gebräuchlicher. In ihm ist die Koordinate x_T vom Winkel Θ_T entkoppelt. Es wurden für alle Datensätze Matrixelemente sowohl für das Kammer-system als auch für das Transport-System bestimmt. Die erzielten Resultate sind für beide Systeme identisch.

5.4 Korrekturen bei Verwendung ausgedehnter Targets

Die Spektrometer sind so konzipiert, daß sie in transversaler Richtung ausgedehnte Targets, wie Gas- oder Flüssigkeitstargets, von bis zu $\pm 2.5\text{ cm}$ Länge bei einer im Fall der Spektrometer A und C auf $\pm 80\text{ msr}$ eingeschränkten Streuwinkelakzeptanz handhaben können. Zur Untersuchung der Eigenschaften der Spektrometer bei Verwendung ausgedehnter Targets wurde ein Stapel aus dünnen Tantaltargets verwendet, wie in Abb. 5.5 schematisch dargestellt. Da gleichzeitig mit mehreren Targets gemessen wurde, mußte sichergestellt werden, daß die Startorte schon mit den aus den RAYTRACE-Rechnungen bestimmten Matrixelementen für y_0 genügend genau aufgelöst werden konnten, um die Teilchenbahnen den einzelnen Targets zuordnen zu können. Aus diesem Grund wurden drei Targets mit einem großen Abstand verwendet. Bei Spektrometer A betrug der Targetabstand bei der Messung mit Elektronen der Energie $E_0 = 495\text{ MeV}$ z.B. $a = 4.30\text{ cm}$, entsprechend einem Abstand von $d = 2.02\text{ cm}$ in Blickrichtung des Spektrometers ($\Theta_e = 28^\circ$).

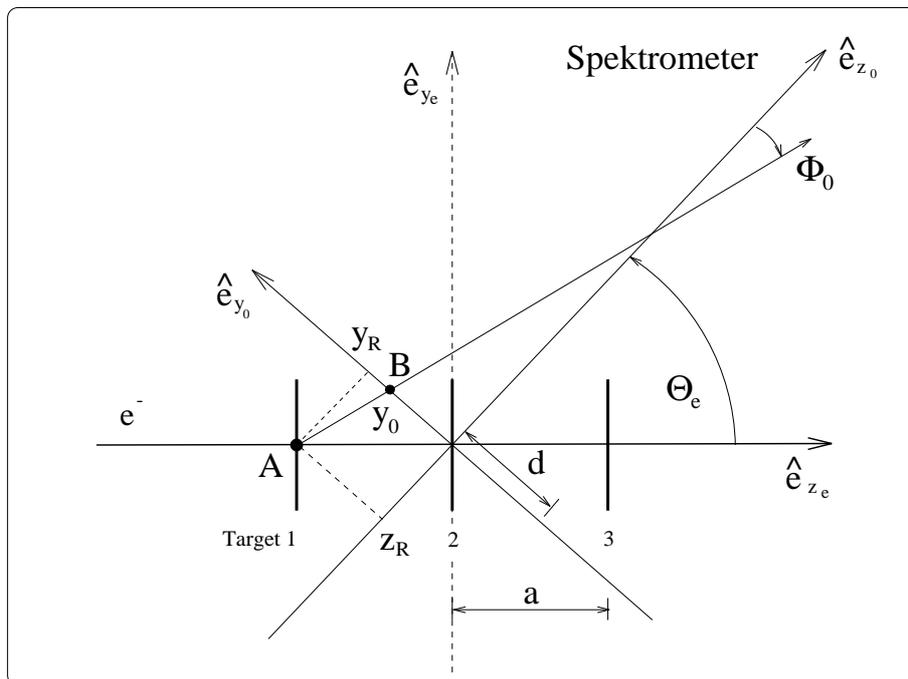


Abbildung 5.5: Koordinaten und Winkel bei Verwendung eines aus drei dünnen Targets bestehenden Targetstapels.

5.4.1 Das Tiefenschärfeproblem

Wenn das Spektrometer unter einem Winkel $\neq 90^\circ$ auf den einlaufenden Elektronenstrahl blickt, dann besitzen die einzelnen Reaktionsorte entlang des Strahls verschiedene Objektstände z_R . Dadurch ändert sich der Bildabstand in erster Ordnung um

$$z = -\langle x|x_0 \rangle^2 z_R, \quad (5.31)$$

was zu einer Aufweitung des Bildflecks am Detektorort, dem Tiefenschärfeproblem [Blo88] [Rie91], führt. Durch die Drift der Teilchen vom Reaktionsort zur Ebene $z_0 = 0$ entstehen Ortsablagen, deren Größe von der Länge der Drift, d.h. der Tiefe des Reaktionsortes, und den Startwinkeln abhängen. In der dispersiven Ebene wird durch die Ortsablage x_0 am Target ein Ortsversatz Δx und ein Winkelversatz $\Delta\Theta$ am Detektorort verursacht, welche in erster Ordnung durch

$$\Delta x = \langle x|x_0 \rangle x_0 \quad (5.32)$$

und

$$\Delta\Theta = \langle \Theta|x_0 \rangle x_0 \quad (5.33)$$

gegeben sind. Da bei der Bahnrückverfolgung von Teilchenbahnen ausgegangen wird, die mit $x_0 = 0$ gestartet sind, wird der beobachtete Ortsversatz in erster Ordnung als Impulsablage $\Delta\delta$ und der Winkelversatz als Winkelablage $\Delta\Theta_0$ interpretiert. Zur Korrektur muß x_0 bekannt sein, was die Kenntnis des Reaktionsortes voraussetzt. Die Rekonstruktion der nicht-dispersiven Koordinaten wird durch x_0 in erster Ordnung nicht beeinflusst, da disperse und nicht-dispersive Ebene in erster Ordnung entkoppelt sind.

5.4.2 Tiefenschärfekorrekturen bei Messungen mit ausgedehnten Targets

Rekonstruktion des Reaktionsortes

Bei der Rekonstruktion der Impulsablage δ und des Startwinkels Θ_0 für Messungen mit einem ausgedehnten Target sind die Reaktionsorte i.a. unbekannt und müssen zunächst bestimmt werden, um die Tiefenschärfekorrekturen anwenden zu können. Mit Hilfe der rekonstruierten Koordinaten y_0 und Φ_0 findet man im Fall eines entlang der Strahlachse einlaufenden Elektronenstrahls für die Koordinaten des Reaktionsortes (siehe Abb. 5.5):

$$y_R = y_0 \cdot \frac{\sin \Theta_e \cos \Phi_0}{\sin (\Theta_e + \Phi_0)} \quad (5.34)$$

und

$$z_R = -y_0 \cdot \frac{\cos \Theta_e \cos \Phi_0}{\sin (\Theta_e + \Phi_0)} \quad (5.35)$$

Tiefenschärfekorrekturen für δ und Θ_0

Durch die Drift vom Reaktionsort z_R zur Ebene $z_0 = 0$ hat das Teilchen am Ort $z_0 = 0$ in dispersiver Richtung die Ortsablage

$$x_0 = -z_R \tan \Theta_0. \quad (5.36)$$

Für ein transversal zur Spektrometerblickrichtung 5 cm ausgedehntes Target wird x_0 beim kleinsten Einstellwinkel des Spektrometer von 18° bis zu ± 8 mm groß². Zur Korrektur von δ in erster Ordnung berechnet man den von x_0 hervorgerufenen Ortsversatz Δx gemäß Gl. (5.32). Da bei der Rekonstruktion der Impulsablage Teilchenbahnen vorausgesetzt werden, die von $x_0 = 0$ starten, wird Δx fälschlicherweise als durch eine Impulsablage $\Delta\delta$ verursacht angesehen:

$$\Delta x = \langle x|\delta \rangle \Delta\delta \quad (5.37)$$

Die zunächst berechnete Impulsablage muß um $\Delta\delta$ korrigiert werden. Mit Hilfe der Gl. (5.32), (5.35) und (5.36) kann $\Delta\delta$ aus den rekonstruierten Koordinaten der transversalen Ebene bestimmt werden:

$$\Delta\delta = y_0 \cdot \frac{\cos \Theta_e \cos \Phi_0 \tan \Theta_0}{\sin(\Theta_e + \Phi_0)} \cdot \frac{\langle x|x_0 \rangle}{\langle x|\delta \rangle} \quad (5.38)$$

Damit wird die korrigierte Impulsablage bestimmt:

$$\delta^{korr} = \delta - \Delta\delta \quad (5.39)$$

Mit $\Delta\Theta = \langle \Theta|\Theta_0 \rangle \Delta\Theta_0$ erhält man in gleicher Weise die Korrektur für den dispersiven Winkel

$$\Delta\Theta_0 = y_0 \cdot \frac{\cos \Theta_e \cos \Phi_0 \tan \Theta_0}{\sin(\Theta_e + \Phi_0)} \cdot \frac{\langle \Theta|x_0 \rangle}{\langle \Theta|\Theta_0 \rangle} \quad (5.40)$$

und

$$\Theta_0^{korr} = \Theta_0 - \Delta\Theta_0 \quad (5.41)$$

Modifikationen für einen versetzt einlaufenden Elektronenstrahl

Läuft der Elektronenstrahl um die Ablagen x_e und y_e parallel versetzt ein, so modifiziert sich Gl. (5.34) zu

$$y_R = \left(y_0 - \frac{y_e}{\cos \Theta_e} \right) \cdot \frac{\sin \Theta_e \cos \Phi_0}{\sin(\Theta_e + \Phi_0)} + \frac{y_e}{\cos \Theta_e} \quad (5.42)$$

und Gl. (5.35) zu

$$z_R = -\left(y_0 - \frac{y_e}{\cos \Theta_e} \right) \cdot \frac{\cos \Theta_e \cos \Phi_0}{\sin(\Theta_e + \Phi_0)} \quad (5.43)$$

Für die Tiefenschärfekorrekturen erster Ordnung erhält man mit

$$x_0 = x_e - z_R \tan \Theta_0 \quad (5.44)$$

für die Impulsablage

$$\Delta\delta = \left(x_e + \left(y_0 - \frac{y_e}{\cos \Theta_e} \right) \cdot \frac{\cos \Theta_e \cos \Phi_0 \tan \Theta_0}{\sin(\Theta_e + \Phi_0)} \right) \cdot \frac{\langle x|x_0 \rangle}{\langle x|\delta \rangle} \quad (5.45)$$

und für den Winkel der dispersiven Ebene

$$\Delta\Theta_0 = \left(x_e + \left(y_0 - \frac{y_e}{\cos \Theta_e} \right) \cdot \frac{\cos \Theta_e \cos \Phi_0 \tan \Theta_0}{\sin(\Theta_e + \Phi_0)} \right) \cdot \frac{\langle \Theta|x_0 \rangle}{\langle \Theta|\Theta_0 \rangle} \quad (5.46)$$

Dieser Fall ist von Bedeutung, wenn der Elektronenstrahl in bekannter Weise über das Target bewegt wird, um z.B. die lokale Aufheizung des Targetmaterials zu vermeiden.

²Die Targetlänge in Strahlrichtung beträgt dann allerdings 23 cm – ein aller Wahrscheinlichkeit nach seltener Fall.

5.4.3 Tiefenschärfekorrekturen bei der Bestimmung der Matrixelemente in Messungen mit dem Targetstapel

Für die Messungen mit dem Targetstapel liegen die Reaktionsorte fest. Mit dem bekannten Reaktionsort und der Geometrie des Lochkollimators können die Startwinkel und mit Hilfe der Startwinkel können die Teilchenorte x_0 und y_0 in der $z_0=0$ -Ebene bestimmt werden. Die von x_0 verursachte Orts- und Winkelversätze können nach Gl. (5.32) und (5.33) berechnet und für die Bestimmung der Matrixelemente korrigiert werden, da diese sich auf den Fall $x_0 = 0$ beziehen.

Kapitel 6

Experimentelle Bestimmung der Abbildungseigenschaften von Spektrometer A mit elastischer Elektronenstreuung

6.1 Instrumentierung

6.1.1 Das magnetische Spektrometer

Das QSDD-Spektrometer A (Abb. 6.1) wurde bereits in Abschnitt 1 vorgestellt. Eine weitergehende detaillierte Beschreibung seiner magnetoptischen und mechanischen Eigenschaften befindet sich in [Sch94]. Daher sind an dieser Stelle lediglich einige wichtige Eigenschaften noch einmal zusammengefaßt (Tab. 6.1).

Gewicht der Magnete	[kN]	2110	Impulsakzeptanz	[%]	20
Gewicht Abschirmung	[kN]	1100	Bildebene		gerade
Radius Referenzbahn	[mm]	1400	Abbildungseigensch.		$\langle x \Theta_0 \rangle = 0$
Max. Teilchenimpuls	[MeV/c]	735			$\langle y y_0 \rangle = 0$
Max. magn. Induktion	[T]	1.5	Winkervergr.*		$\langle \Theta \Theta_0 \rangle = -1.9$
Ablenkwinkel	[$^\circ$]	55 + 45		[$cm/mrad$]	$\langle y \Phi_0 \rangle = -0.16$
Dip.-Polschuhabstand	[mm]	200	Vergrößerung*		0.53
Winkelakzeptanz	[$mrad$]	$\Delta\Theta_0 = 140$	Dispersion*	[$cm/\%$]	5.8
	[$mrad$]	$\Delta\Phi_0 = 200$			
Raumwinkel	[msr]	28			

* Zentralbahn

Tabelle 6.1: Zusammenstellung einiger Designeigenschaften von Spektrometer A.

6.1.2 Detektorsystem

Das Detektorsystem des Spektrometers (siehe Abb. 6.1) besteht aus

- vier Ebenen von vertikalen Driftkammern [Dis94] [Era93],
- zwei Ebenen von Plastik-Szintillationsdetektoren [Ric94] [Boh93]
- und einem Gas-Tscherenkow-Vetodetektor [Lie94].

Der Szintillationsdetektor besteht aus zwei segmentierten Ebenen, die aus jeweils 15 Plastik-Szintillationsdetektoren aufgebaut sind. Sie dienen als Triggerdetektoren und zur Teilchendifferenzierung mittels der $\Delta E-E$ -Methode. Der Szintillationsdetektor startet die Datener-

fassung, erzeugt das Zeitsignal zum Stopp der TDC¹ der Driftkammern und zur Feststellung einer Koinzidenz mit einem zweiten Spektrometer oder weiteren Detektoren. Beim Nachweis positiv geladener Teilchen ermöglicht die $\Delta E-E$ -Anordnung die Trennung von Protonen einerseits und positiv geladener Pionen oder Positronen andererseits. Die intrinsische Zeitauflösung der Szintillatorsegmente beträgt 0.26 nsec, die Ansprechwahrscheinlichkeit des Detektors ist 99.75% [Boh93].

Das Driftkammersystem dient zur Spurrekonstruktion der aus dem Spektrometer austretenden Teilchen. Je zwei der Driftkammern sind zu einem Paket zusammengefaßt, mit dem der Durchstoßpunkt durch die jeweils erste Kammerebene bestimmt wird. Die beiden Pakete sind in einem Abstand von 160 mm übereinander angeordnet, so daß aus den beiden Durchstoßpunkten die Austrittswinkel berechnet werden können. Die Kammerpakete sind in bezug zur Referenzbahn in der dispersiven Ebenen um 45.1° geneigt. Die x -Ebene des ersten Kammerpakets befindet sich am Ort der Bildebene. Die mit Elektronen der Energie $E_0 = 495 \text{ MeV}$ gemessenen intrinsischen Auflösungen [Era93] sind in der Tab. 6.2 aufgelistet.

E_0 [MeV]	σ_x [μm]	σ_y [μm]	σ_Θ [mrad]	σ_Φ [mrad]
495	94	260	0.22	1.35

Tabelle 6.2: *Intrinsische Auflösungen des Spurdetektors für Elektronen [Era93].*

Aufgrund der auftretenden Aufstreuungeffekte sind die Auflösungen von der Teilchenart und der Teilchenenergie abhängig. Berechnungen von [Sau93], die die Aufstreuungeffekte in der Vakuumabschlußfolie, den Kammerfolien und dem Gas berücksichtigen, sagen Auflösungen für Elektronen der Energie $E_0 = 180 \text{ MeV}$, 495 MeV und 600 MeV voraus, die in der Tab. 6.3 angegeben sind. Die Ansprechwahrscheinlichkeit des Driftkammerdetektors ist besser als 99.9% [Era93].

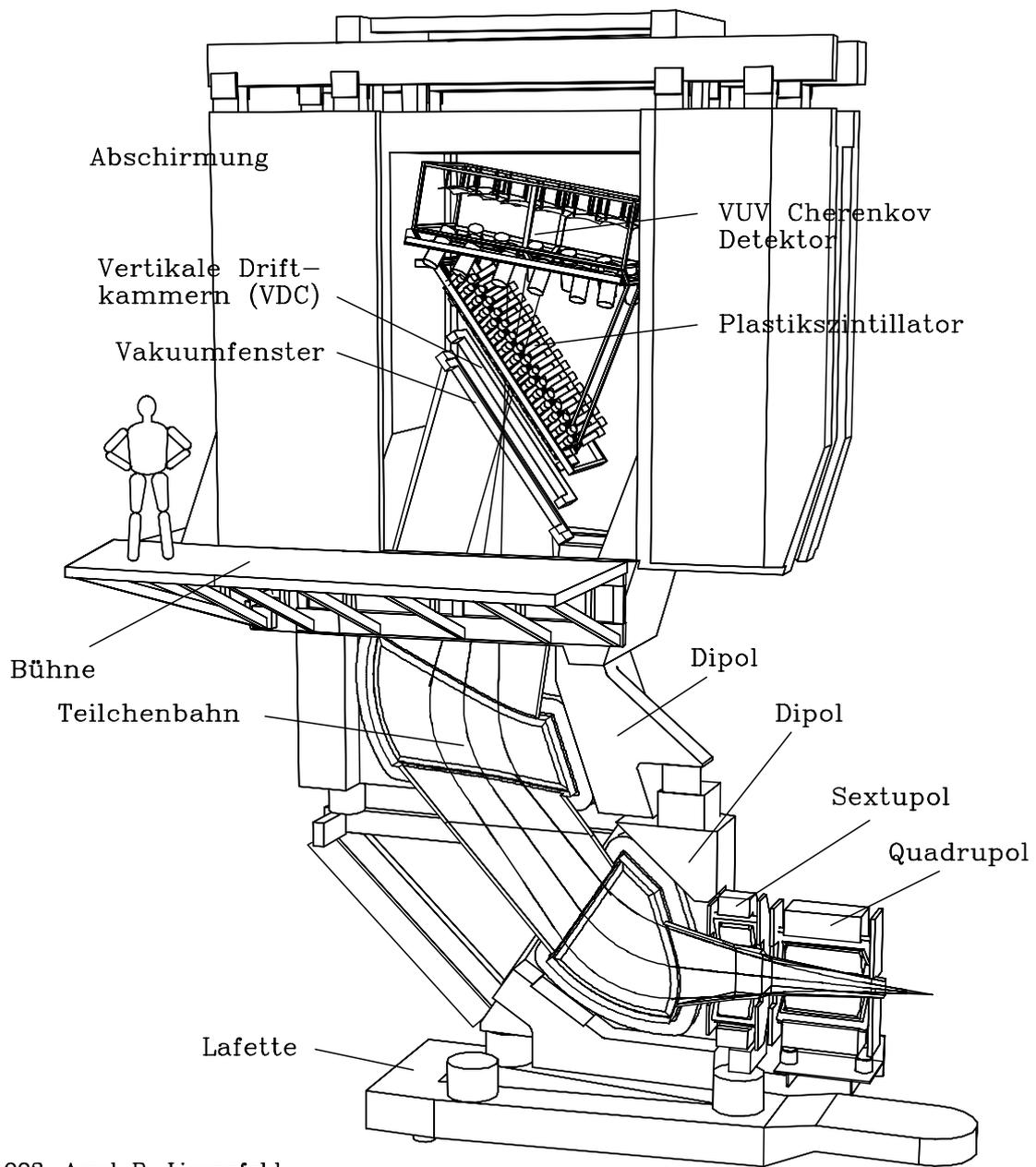
E_0 [MeV]	σ_x [μm]	σ_y [μm]	σ_Θ [mrad]	σ_Φ [mrad]
180	360	260	2.3	2.5
495	120	140	0.8	1.0
600	104	113	0.7	0.9

Tabelle 6.3: *Unter Berücksichtigung von Aufstreuungeffekten berechnete Auflösungen des Spurdetektors für Elektronen [Sau93].*

Der mit Freon114 (1 bar) gefüllte Gas-Tscherenkow-Vetodetektor dient zur Diskriminierung von negativ geladenen Pionen und Elektronen mit einer Nachweiseffizienz von 99.9% [Jb93] für Elektronen.

Alle wesentlichen Betriebsparameter des Magnetspektrometers und des Detektorsystems können computergesteuert gesetzt und überwacht werden [Kra94] [Kun94]. Die elektronische Auslese und Archivierung der Meßdaten geschieht mit dem Programmpaket MECDAS [Kry94].

¹ Time to Digital Converter



©1993, Arnd P. Liesenfeld

Abbildung 6.1: *Spektrometer A (Schnitt), Abschirmhaus und Detektorsystem.*

6.1.3 Lochkollimator

Der zur Ausblendung ausgewählter Eintrittswinkel verwendete Lochkollimator (Abb. 6.2) wurde in der feinmechanischen Werkstatt des Instituts gefertigt. Er besteht aus einem 5 mm dicken Blech einer Wolfram–Nickel–Kupfer–Legierung² und besitzt 77 Bohrungen, von denen das zentrale und ein weiteres Loch einen Durchmesser von 5 mm und alle anderen Löcher einen Durchmesser von 2.5 mm besitzen. Die Genauigkeit der Bohrungen beträgt

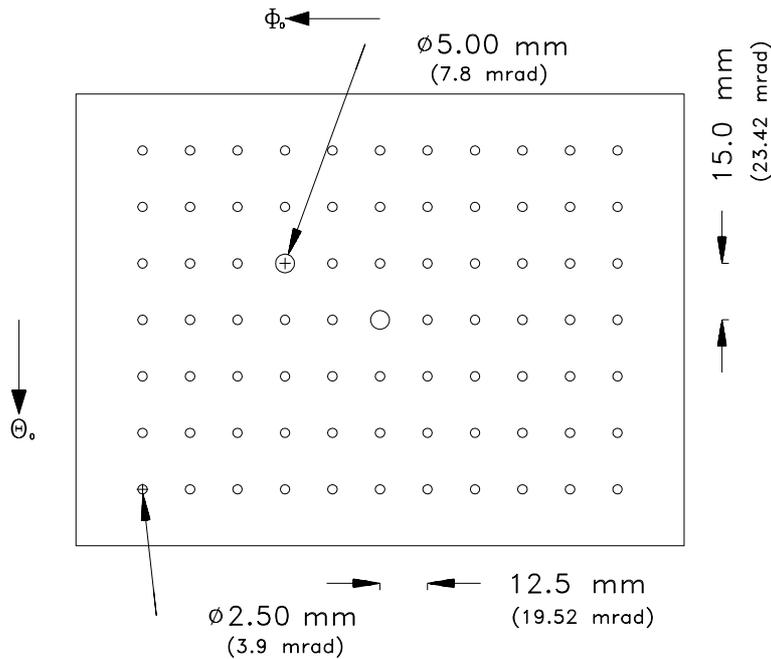


Abbildung 6.2: 77-Loch-Kollimator von Spektrometer A. Der Kollimator hat eine Dicke von 5 mm.

$\pm 0.1 \text{ mm}$. Bei einem Abstand des Kollimators von $(640.50 \pm 0.25) \text{ mm}$ vom Targetpunkt ergibt sich hierdurch eine Winkelunsicherheit von $\pm 0.15 \text{ mrad}$. Aufgrund der hohen Dichte des verwendeten Materials erleiden Teilchen, die nicht durch die Bohrungen, sondern durch das Kollimatormaterial laufen, einen genügend großen Energieverlust. So kann die Dicke des Kollimators in vergleichbarer Größe zu den Lochdurchmessern gewählt und der Anteil der an den Lochwänden gestreuten Teilchen klein gehalten werden. Zwar werden die Teilchen bei den hier verwendeten Elektronenenergien nicht im Kollimatormaterial gestoppt, jedoch verlieren sie genügend viel Energie³, um im Energiespektrum klar von den Teilchen getrennt werden zu können, die ohne Energieverlust durch die Bohrungen im Kollimatorblech gegangen sind. Da der Raumwinkel aller Löcher nur 1% der Spektrometerakzeptanz beträgt, ist die Belastung des Datenerfassungssystems durch unerwünschte Ereignisse, d.h. durch im Kollimator gebremste Teilchen, sehr hoch. Zur Unterdrückung dieser Ereignisse werden einige Szintillatorsegmente abgeschaltet.

Durch eine Bohrung mit Durchmesser 2.5 mm wird ein kegelförmiger Winkelbereich mit einem Öffnungswinkel von 3.9 mrad ausgeblendet. Dieser liegt somit in der Größen-

²95 Gewichtsprozent Wolfram, Dichte 18 g/cm^3

³Ca. 18 MeV für minimalionisierende Teilchen.

ordnung der erwarteten Winkelauflösung. Der Lochabstand ist genügend groß gewählt, um die einzelnen Löcher anhand ihres Abbildes am Detektorort identifizieren zu können.

Neben dem beschriebenen Lochkollimator stehen der weiter unten beschriebene 5-Loch-Kollimator mit 5 Bohrungen und drei weitere Kollimatoren mit Raumwinkelakzeptanzen von 28 msr , 22 msr und 15 msr für Experimente zur Verfügung.

6.2 Einstellung der Punkt-zu-Punkt Abbildung

Nach der erfolgreichen Erprobung des Detektorsystems wurden die Feldeinstellungen des Quadrupol- und des Sextupolmagneten in einem Experiment mit elastisch an ^{181}Ta gestreuten Elektronen optimiert und die Punkt-zu-Punkt Abbildung des Spektrometers in der dispersiven Ebene experimentell eingestellt. Hierzu wurden mit einem Lochkollimator fünf Teilchenbahnen in der Mittelebene mit Winkeln von 0 mrad , $\pm 20 \text{ mrad}$ und $\pm 50 \text{ mrad}$ herauspräpariert und das Bild des Kollimators am Ort der ersten Drahtebene des Driftkammersystems beobachtet. Im Fall der angestrebten Punkt-zu-Punkt Abbildung ist die Ortskoordinate x des Teilchens am Austritt des Spektrometers (d.h. am Detektorort) bei gleichem Teilchenimpuls unabhängig von seinem Startwinkel Θ_0 in der dispersiven Ebene. Da der Winkel Θ am Detektorort in erster Ordnung über die Winkelvergrößerung $\langle \Theta | \Theta_0 \rangle$ proportional zu Θ_0 ist, sollte x auch unabhängig von Θ sein. Mit den Designwerten als Einstellwerte für das Quadrupol- und das Sextupolfeld zeigte die Koordinate x eine systematische Abhängigkeit von den ausgeblendeten Startwinkeln, deren linearer Anteil $\langle x | \Theta_0 \rangle$ durch den Quadrupolmagneten beeinflusst werden kann, während der Sextupolmagnet als magnetoptisches Element zweiter Ordnung auf den quadratischen Anteil $\langle x | \theta_0^2 \rangle$, d.h. die sphärischen Aberrationen, wirkt.

In der Abb. 6.3 ist das Abbild des 5-Loch-Kollimators in der Θ - x -Ebene am Ort der ersten Drahtebene des Spurdetektors (a) für die Ausgangseinstellung und (b) nach Optimierung der Quadrupol- und der Sextupolfeldstärke dargestellt. Als Ausgangspunkt wurden die Werte der magnetischen Induktion im Inneren der Multipolmagnete gemäß den Designwerten eingestellt. Die gestreuten Elektronen durchquerten das Spektrometer im Bereich der Zentralbahn. Die Primärenergie der elastisch an ^{181}Ta gestreuten Elektronen betrug 255 MeV , der Streuwinkel 58.2° und die Erregung der Dipolmagnete 0.5757 T . Für diesen Feldwert betragen die optimierten Quadrupol- und Sextupolströme 229.29 A bzw. 165.96 A . Das entspricht einer integralen Quadrupolstärke, die in Vergleich zum Designwert um -1.5% reduziert ist. Die optimierte integrale Sextupolstärke ist um lediglich 0.4% kleiner als der unter Beachtung der gemessenen Eigenschaften des Sextupolmagneten mit RAYTRACE berechnete optimale Wert (siehe Abschnitt 2.4.3). Die Messung wurde mit Elektronen der Energien 180 MeV , 495 MeV und 600 MeV bei entsprechend höheren Erregungen der Magnete wiederholt. Bei 600 MeV wurde aufgrund der beginnenden Sättigungseffekte eine abweichende Einstellung des Quadrupolmagneten vorgenommen. Gegenüber der bei kleinerem Feld ermittelten Einstellung wurde das Quadrupolfeld um 2.5% (d.h. um 0.9625% in Vergleich zu den Designwerten) erhöht.

Die Messungen wurden an verschiedenen Punkten der Detektorebene vorgenommen, indem die elastische Linie durch Verändern der Magnetfeldeinstellung, d.h. des Referenzimpulses, entlang der Detektorebene verschoben wurde. Aus den gemessenen Orten und Winkeln wurden die Teilchenbahnen in der dispersiven Ebene berechnet und aus der Menge der

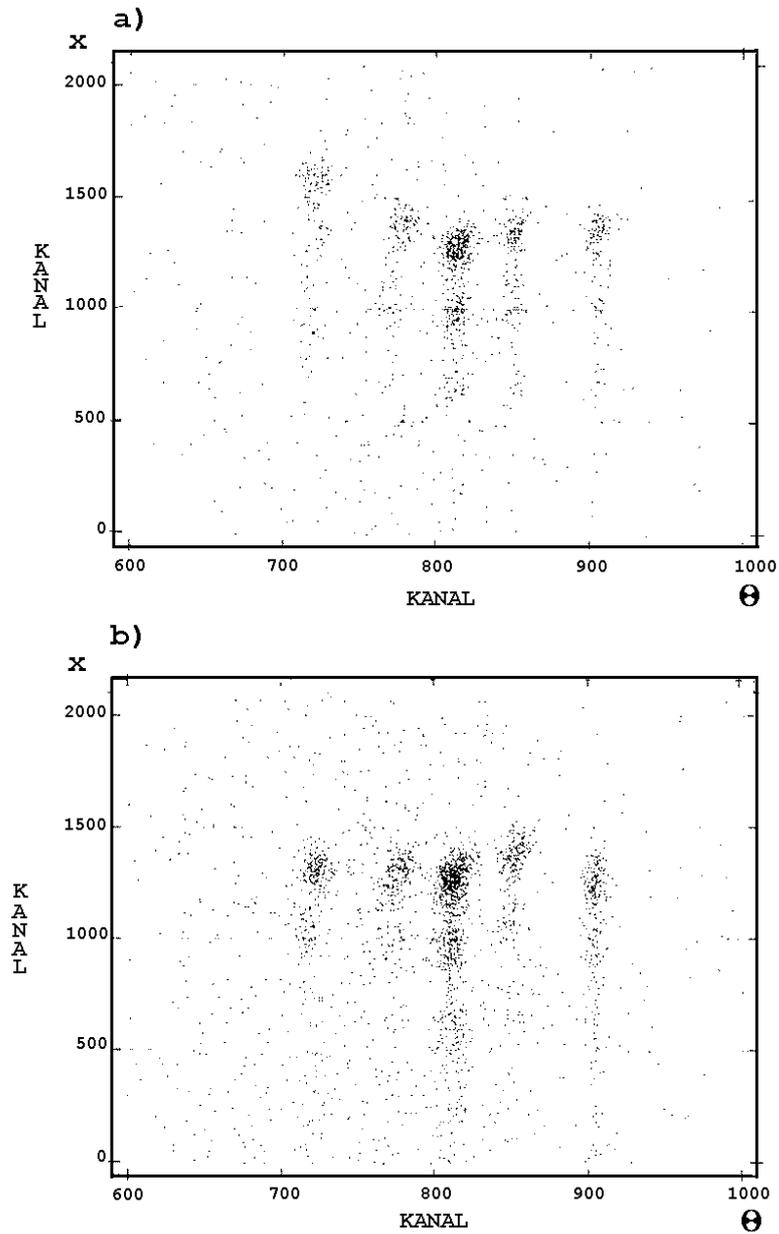


Abbildung 6.3: Abbild des 5-Loch-Kollimators am Ort der ersten Drahtebene des Spurdetektors, dargestellt in der Θ - x -Ebene, (a) für die getroffene Ausgangseinstellung, (b) bei korrigierter Quadrupol- und Sextupolfeldstärke. Für die x -Koordinate entsprechen in der Darstellung 30 Kanäle 1 mm, für die Θ -Koordinate entspricht 1 Kanal 1 mrad.

Schnittpunkte von je zwei Bahnen die Bildpunkte in bezug zum Detektorsystem bestimmt. Für die Messungen mit Elektronen der Energie 180 MeV , 495 MeV und 600 MeV sind in der Abb. 6.4 die Lagen der Bildpunkte dargestellt. Allgemein liegen die Bildpunkte zum Detektorrand hin etwas näher zum Magneten hin. Für die Messung bei $E_0 = 495\text{ MeV}$ wurde die gleiche Quadrupoleinstellung wie bei $E_0 = 180\text{ MeV}$ verwendet. Die Bildpunkte liegen insgesamt leicht unterhalb der Detektorebene, da sich die effektive Länge der Dipolmagnete bei wachsender Erregung der Magnete etwas verkürzt [Sch94]. Bei hohen Feldwerten setzt sich dies verstärkt fort, so daß eine Neueinstellung des Quadrupolmagneten vorgenommen wurde. Die Bildpunkte liegen daher wieder in der Detektorebene.

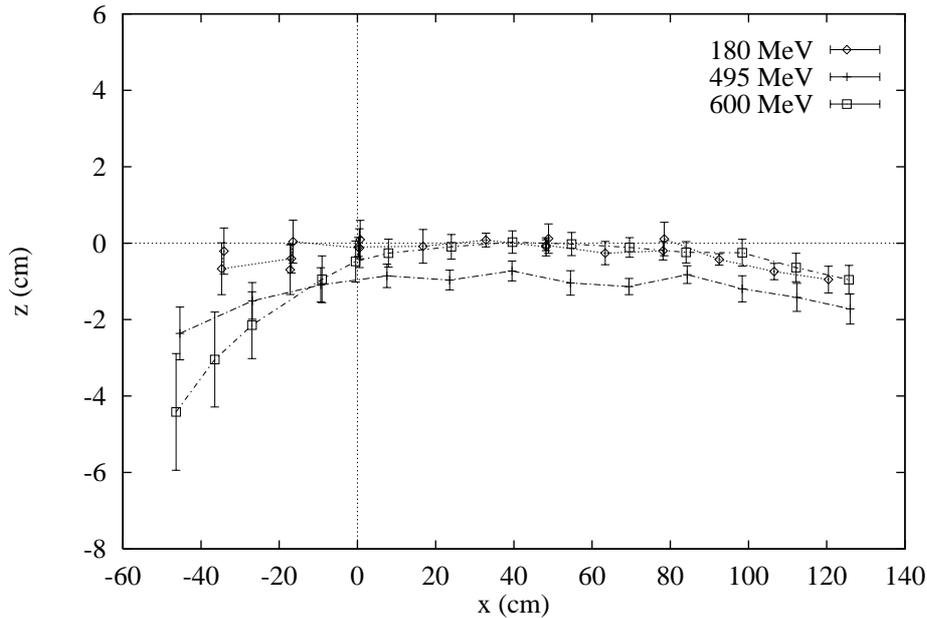


Abbildung 6.4: Lage der Bildpunkte in bezug auf die Detektorebene, ermittelt mit elastisch gestreuten Elektronen der Energien 180 MeV , 495 MeV und 600 MeV . Die Magnetfelder wurden im Bereich von 0.37 T bis 0.45 T (180 MeV), 1.02 T bis 1.24 T (495 MeV) und 1.24 T bis 1.5 T (600 MeV) variiert.

6.3 Messungen zur experimentellen Bahnrückverfolgung

Die Berechnung der Targetkoordinaten aus den vom Detektorsystem gemessenen Bahndaten am Austritt des Spektrometers verlangt die Kenntnis der Transfermatrizen, die die Abbildungseigenschaften des Spektrometers beschreiben. Da trotz sorgfältiger magnetischer Vermessungen der Spektrometernagnete die aus den Feldkarten bestimmten Transfermatrizen noch Abweichungen von der Realität aufweisen und da trotz Optimierung von Quadrupol- und SextupolfeldEinstellung bei extremen Winkeln Abweichungen von der idealen Punkt-zu-Punkt Abbildung auftreten, ist die experimentelle Bestimmung der Transfermatrizen notwendig.

Zu diesem Zweck wurden umfangreiche Testmessungen mit elastisch an ^{12}C und ^{181}Ta gestreuten Elektronen bei verschiedenen Elektronenenergien zur Untersuchung der optischen

Eigenschaften des Spektrometers durchgeführt (siehe Tab. 6.4).

Strahlzeit	E_0 [MeV]	Θ_ϵ	Target	$\rho\Delta x$ [mg/cm ²]
09.10-12.10.92	180.03	58.2°	¹⁸¹ Ta	30
			¹² C	30
16.10-19.10.92	495.11	30.6°	¹⁸¹ Ta	60
			¹² C	30
27.10-20.10.92	600.11	28.0°	¹⁸¹ Ta	90
			¹² C	30
04.11-05.11.92	495.11	30.6°	¹⁸¹ Ta	60
			¹² C	30
27.08-30.08.93	495.11	28.0°	¹⁸¹ Ta	3×30
			¹² C	30
03.09-06.09.93	180.03	58.2°	¹⁸¹ Ta	3×30
			¹² C	30

Tabelle 6.4: Bisher durchgeführte Messungen zur experimentellen Bahnrückverfolgung mit dem Spektrometer A.

6.4 Rohspektren und Abbildungsfehler

Ausgangspunkt für die Bahnrückverfolgung sind die von den vier Driftkammerebenen gemessenen Koordinaten x_1 , s_1 , x_2 und s_2 , die unter Berücksichtigung der Abstände der Driftkammerebenen in die in der Magnetoptik verwendeten Koordinaten x , Θ , y und Φ umgerechnet werden.

Für ein Experiment mit elastisch an einem dünnen ¹⁸¹Ta-Target der Massenbelegung 30 mg/cm^2 gestreuten Elektronen der Energie 180 MeV zeigt die Abb. 6.5 das Abbild des 77-Loch-Kollimators. Der eingestellte Referenzimpuls war $170 \text{ MeV}/c$. Daraus resultiert eine Impulsablage der gestreuten Elektronen von 5.8%. Aufgrund der guten optischen Eigenschaften des Spektrometers sind die einzelnen Löcher des Lochkollimators sehr gut trennbar. Eine Zuordnung von Detektorkoordinaten und Startwinkeln ist somit möglich. Zum Rand hin beobachtet man kissenförmige Verzerrungen in der Abbildung $\Theta_0 \rightarrow \Theta$ und insbesondere in der Abbildung $\Phi_0 \rightarrow y$. Dies bedeutet, daß bei der Rekonstruktion der Startwinkel Θ_0 und Φ_0 die jeweils andere Detektorkoordinate ebenfalls herangezogen werden muß. Des weiteren beobachtet man, daß die vier extremen Randstrahlen fehlen. Die Akzeptanz wird an diesen Stellen durch die Vakuumkammer im Bereich des Quadrupolmagneten begrenzt.

Die Abb. 6.6 zeigt für die gleiche Messung das Abbild der elastischen Linie dargestellt in der Θ - x -Ebene der Detektorkoordinaten, wobei durch einen Schnitt auf $y \in [-1.5 \text{ cm}, 1.5 \text{ cm}]^4$ nur die Ereignisse der in der Mittelebene liegenden Lochreihe mit $\Phi_0 = 0$ ausgewählt wurden. Für eine reine Punkt-zu-Punkt Abbildung müßte die elastische Linie für alle Winkel am gleichen Ort liegen. Für die fünf inneren Winkel ist dies aufgrund der

⁴ $\Phi_0 \in [-10 \text{ mrad}, 10 \text{ mrad}]$

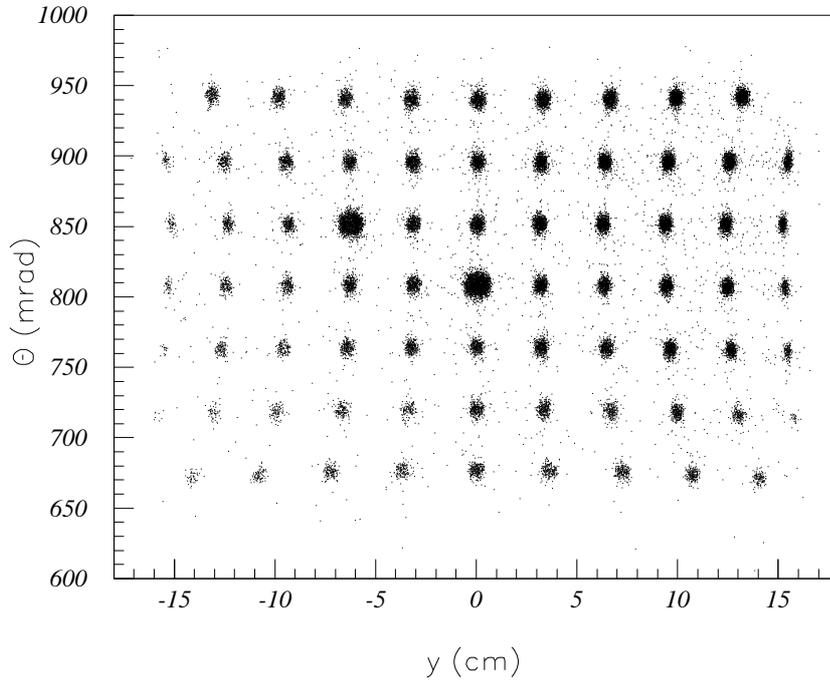


Abbildung 6.5: Abbild des Lochkollimators von Spektrometer A in der y - Θ -Ebene der Detektorkoordinaten.

optimierten Einstellung des Quadrupol- und des Sextupolmagneten der Fall, für die beiden extremen Winkel treten jedoch Abbildungsfehler der Art $\langle x | \Theta_0^j \rangle$ ($j \in \mathbb{N}$) auf. Schneidet man auf Winkel $\Phi_0 \geq 80 \text{ mrad}$ und trägt die Position der elastischen Linie in der Θ - x -Projektion auf (Abb. 6.7), so zeigt der Vergleich mit dem vorher betrachteten Fall $\Phi_0 = 0$, daß ebenfalls Aberrationsterme vom Typ $\langle x | \Theta_0^j \Phi_0^{2l} \rangle$ ($j, l \in \mathbb{N}$) vorhanden sind.

Trägt man in gleicher Weise das Bild der elastischen Linie in der y - x -Projektion für einen Schnitt auf die mittlere Lochreihe ($\Theta_0 = 0$) auf, so zeigt dies, daß die Position der elastischen Linie in nur sehr geringem Maß von der Koordinate y , also dem Startwinkel Φ_0 , abhängt. Die Abbildungsfehler von Typ $\langle x | \Phi_0^{2l} \rangle$ sind folglich sehr klein.

Für eine Messung bei gleichem Streuwinkel, gleicher Feldeinstellung und mit gleichem Target, jedoch mit dem 28 *msr*-Kollimator, ist in der Abb. 6.8 die Projektion der elastischen Linie in die Θ - x -Ebene dargestellt. Die Abb. 6.8 beinhaltet alle auftretenden Abbildungsfehler. Projiziert man die Ereignisse auf die x - bzw. Θ -Achse, so erhält man die in der Abb. 6.9 dargestellten Häufigkeitsverteilungen für die Koordinate x bzw. den Winkel Θ . Ebenfalls dargestellt sind die Häufigkeitsverteilungen der beiden verbleibenden Koordinaten y und Φ .

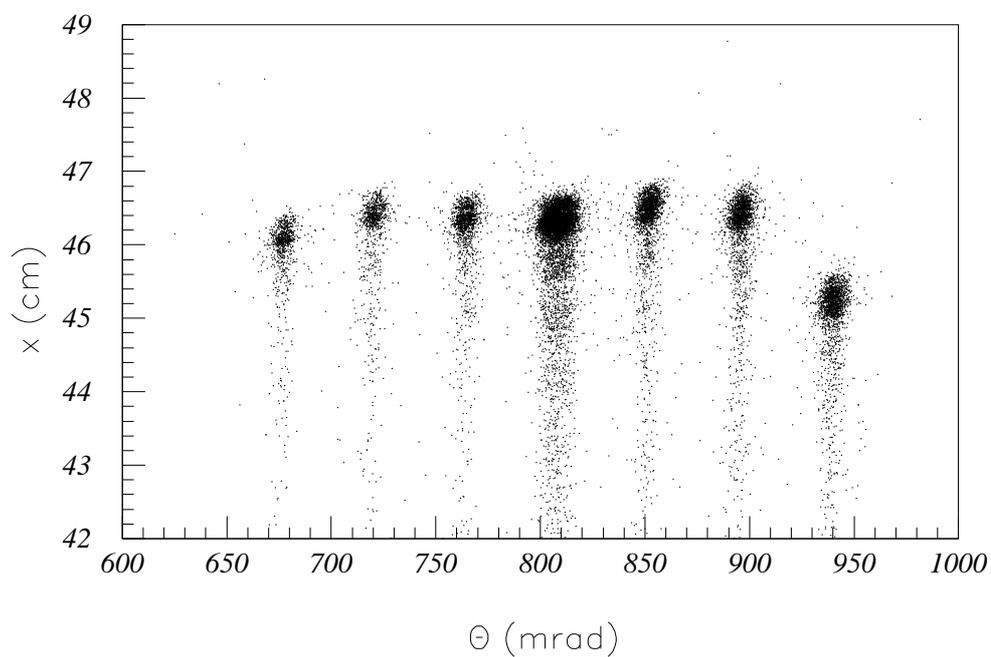


Abbildung 6.6: Θ - x -Abbild der elastischen Linie von ^{181}Ta bei einer Messung mit dem 77-Loch-Kollimator. Dargestellt sind die Ereignisse der in der Mittelebene ($\Phi_0 = 0$) liegenden Lochreihe.

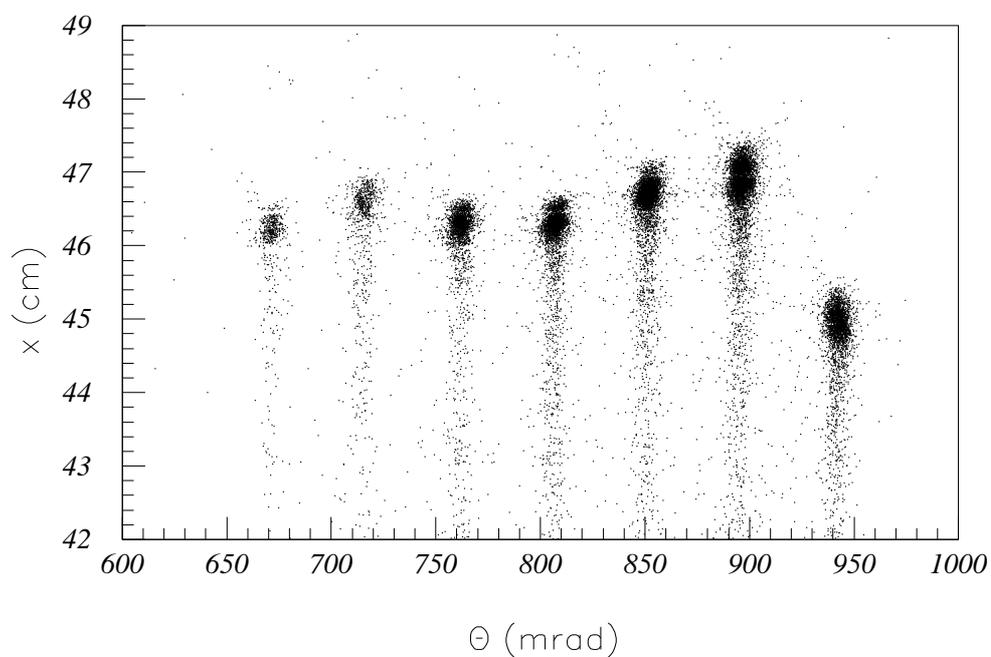


Abbildung 6.7: Θ - x -Abbild der elastischen Linie von ^{181}Ta für Φ_0 -Winkel größer als 80 mrad.

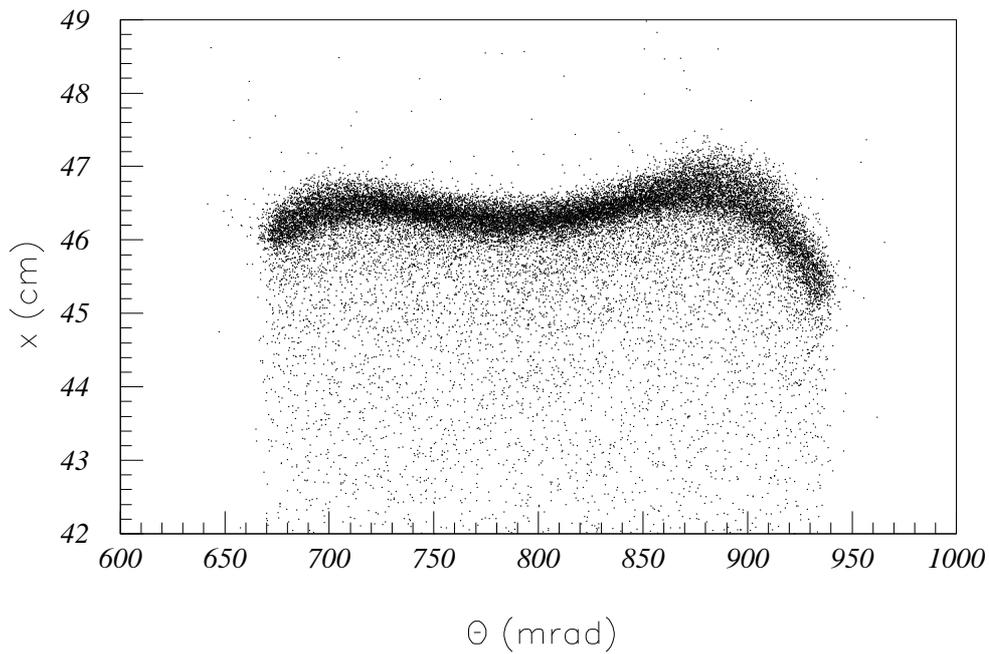


Abbildung 6.8: Θ - x -Abbild der elastischen Linie von ^{181}Ta bei einer Messung mit dem 28 msr-Kollimator.

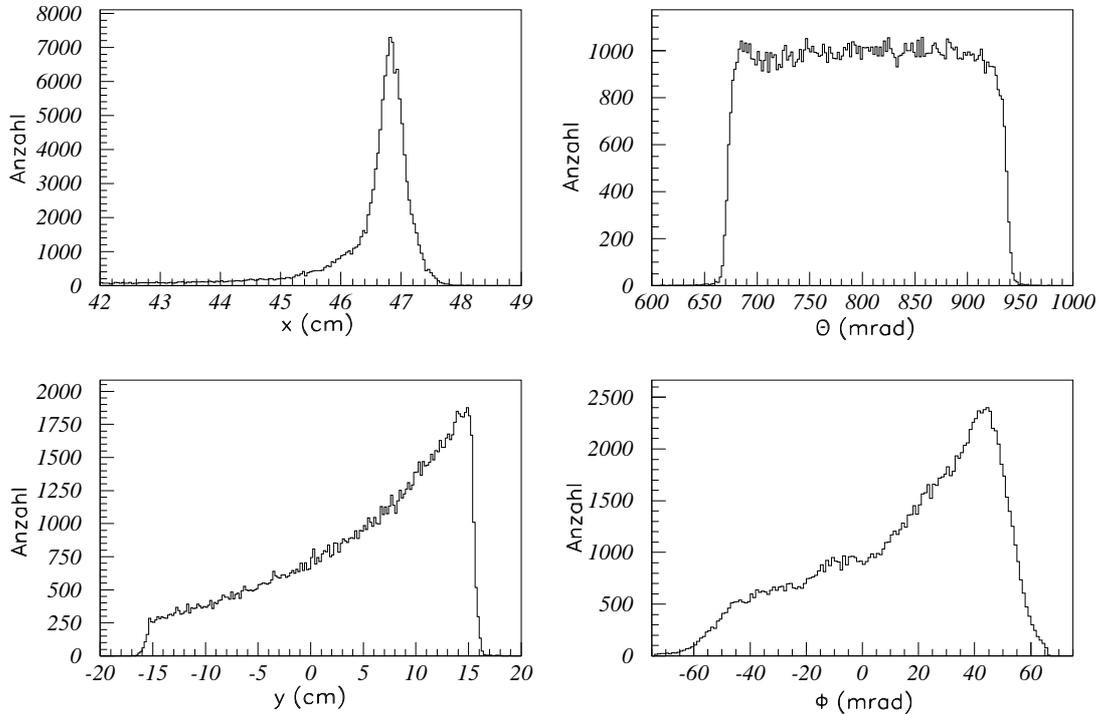


Abbildung 6.9: Häufigkeitsverteilungen für die vier Detektorkoordinaten für die elastische Linie von ^{181}Ta bei vollem Raumwinkel von 28 msr.

6.5 Bestimmung der Matrixelemente

6.5.1 Verwendung dünner Targets

Aufgrund der Abbildungseigenschaften des Spektrometers entsprechen die Koordinaten x , Θ und y in erster Ordnung der Impulsablage δ , dem Startwinkel Θ_0 und dem Startwinkel Φ_0 . Die Koordinate Φ spielt erst bei Verwendung von in Strahlrichtung ausgedehnten Targets eine Rolle. Daher wurde bei dem hier getroffenen Ansatz für die Matrixelemente keine Φ -Abhängigkeit berücksichtigt. Für die Summe der Ordnungen $j + k$ der Θ - und y -Abhängigkeiten wurden Terme bis 9. Ordnung und für die x -Abhängigkeit Terme bis 5. Ordnung berücksichtigt.

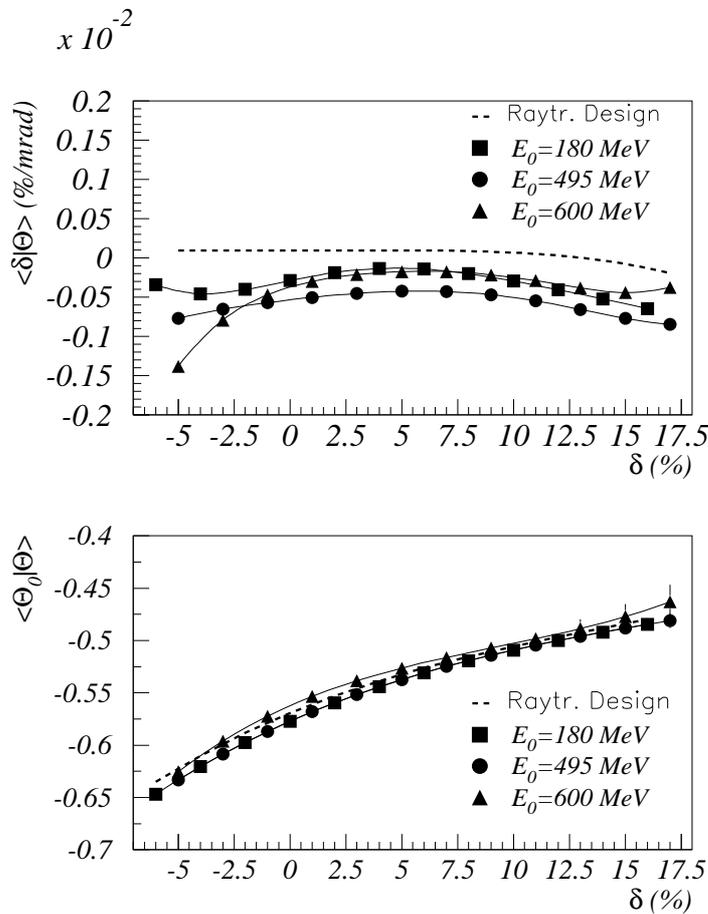


Abbildung 6.10: Matrixelemente $\langle \delta | \Theta \rangle$ und $\langle \Theta_0 | \Theta \rangle$ als Funktion der Impulsablage δ bei Verwendung von dünnen Targets.

Die Abb. 6.10 und 6.11 zeigen die Matrixelemente 1. Ordnung im Transport-System als Funktion der Impulsablage δ , ermittelt in Experimenten mit elastischer Elektronenstreuung an in Strahlrichtung dünnen Targets bei Elektronenenergien von $E_0 = 180 \text{ MeV}$, 495 MeV und 600 MeV . Zum Vergleich sind die mit Raytrace berechneten Designwerte ebenfalls eingezeichnet.

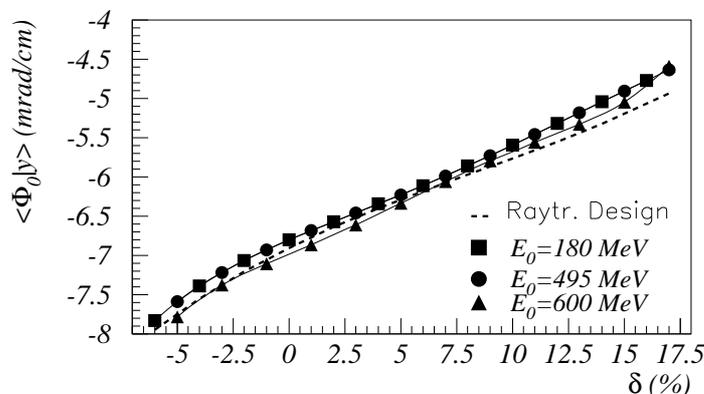


Abbildung 6.11: *Matrixelement $\langle \Phi_0 | y \rangle$ in Abhängigkeit von der Impulsablage δ bei Verwendung von dünnen Targets.*

Das Matrixelement $\langle \delta | \Theta \rangle$ zeigt, insbesondere am unteren Ende der Impulsakzeptanz, Unterschiede zu den Designwerten. Auch für die verschiedenen Referenzimpulse, d.h. Erregungen der Spektrometernagnete, ändert sich das Matrixelement. Für $E_0 = 180$ und 600 MeV zeigt sich, bei jeweils neu optimierter Quadrupoleinstellung, eine gute Übereinstimmung oberhalb von $\delta = 0$. Für $\delta < 0$ zeigen sich dagegen zunehmend Unterschiede. Die Ursache hierfür sind Sättigungseffekte der Spektrometernagnete, welche die Feldqualität verschlechtern, zumal die Teilchenbahnen für $\delta < 0$ durch einen nur schmalen homogenen Feldbereich verlaufen. Der Vergleich der Messungen bei $E_0 = 180 \text{ MeV}$ und $E_0 = 495 \text{ MeV}$, die mit gleicher Multipoleinstellung im Verhältnis zum Dipolfeld vorgenommen wurden, zeigt einen ähnlichen Verlauf. Jedoch sind die Werte von $\langle \delta | \Theta \rangle$ für $E_0 = 495 \text{ MeV}$ betragsmäßig größer. Der beobachtete Unterschied ist in Übereinstimmung mit der bei $E_0 = 495 \text{ MeV}$ um ca. 1 cm tiefer liegenden Bildebene (siehe Abb. 6.4).

Die in der Abb. 6.10 und 6.11 dargestellten Winkelmatrixelemente $\langle \Theta_0 | \Theta \rangle$ und $\langle \Phi_0 | y \rangle$ zeigen eine gute Übereinstimmung sowohl im Vergleich der Messungen bei unterschiedlichen Elektronenenergien als auch im Vergleich der Meßwerte und der Designwerte.

6.5.2 Verwendung ausgedehnter Targets

Im Fall des ausgedehnten Targets wurden auch Matrixelemente mit einer Φ -Abhängigkeit bis 2. Ordnung berücksichtigt. Für die Θ -Abhängigkeit wurden Terme bis maximal 5. Ordnung und für die y -Abhängigkeit Terme bis maximal 4. Ordnung zugelassen. Für die x -Abhängigkeit wurden Terme bis wiederum 5. Ordnung angesetzt.

Der Verlauf der für lange Targets ermittelten Matrixelemente erster Ordnung $\langle \delta | \Theta \rangle$ und $\langle \Theta_0 | \Theta \rangle$ stimmt in guter Näherung mit dem Verlauf der für das dünne Target ermittelten Matrixelemente überein.

Unterschiede zeigen sich dagegen für das Matrixelement $\langle \Phi_0 | y \rangle$ (Abb. 6.12), das beim ausgedehnten Target betragsmäßig größer ist als beim dünnen Target. Die Ursache hierfür ist die zusätzliche Berücksichtigung der Φ -Abhängigkeit, so daß in erster Ordnung zusätzlich das Matrixelement $\langle \Phi_0 | \Phi \rangle$ vorhanden ist. Da, bei fester Startposition y_0 , der Winkel Φ mit der Koordinate y korreliert ist, beeinflußt die Hinzunahme von $\langle \Phi_0 | \Phi \rangle$ den Wert des Matrixelements $\langle \Phi_0 | y \rangle$.

Ebenfalls hinzugekommen sind die in der Abb. 6.12 dargestellten beiden Matrixelemente erster Ordnung $\langle y_0 | y \rangle$ und $\langle y_0 | \Phi \rangle$, die zur Bestimmung des Startortes der Teilchen dienen. Sie stimmen für die beiden Messungen bei Elektronenenergien von $E_0 = 180 \text{ MeV}$ und $E_0 = 495 \text{ MeV}$ gut überein. Unterschiede zeigen sich im Vergleich zu den Designwerten, die sich jedoch teilweise aufheben, wenn man die Summe der Beiträge der beiden Matrixelemente betrachtet.

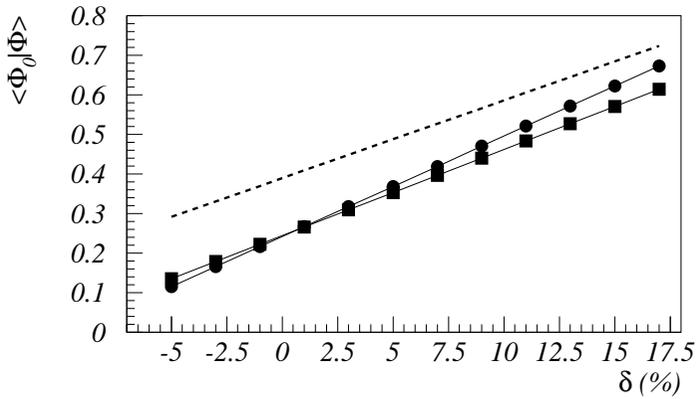
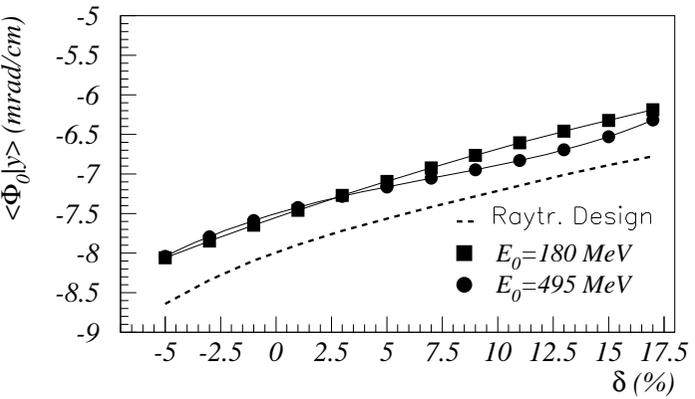
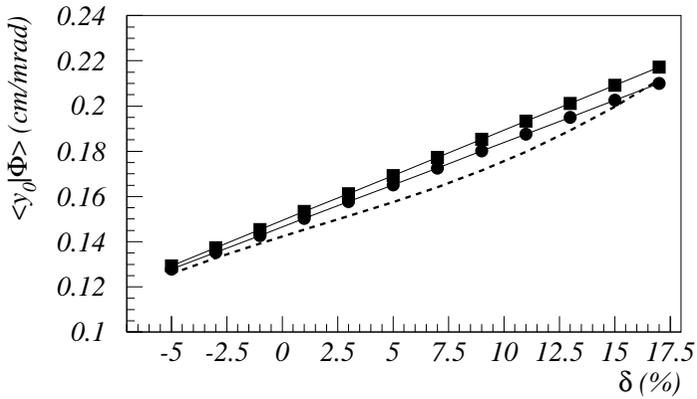
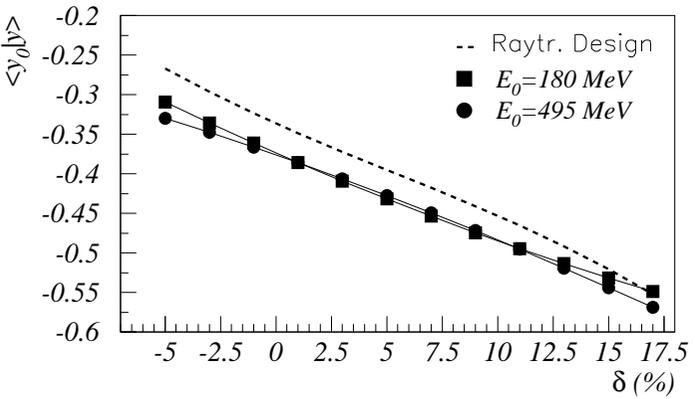


Abbildung 6.12: Matrizelemente erster Ordnung in Abhängigkeit von der Impulsablage für die nicht-dispersive Ebene bei ausgedehnten Targets.

6.6 Auflösungen bei Verwendung dünner Targets

6.6.1 Impulsauflösungsvermögen

¹⁸¹Ta–Spektren

Die Abb. 6.13 zeigt das Impulsspektrum der elastisch an einem Tantaltarget der Massenbelegung 30 mg/cm^2 gestreuten Elektronen, aufgenommen bei einer Elektronenenergie von $E_0 = 180 \text{ MeV}$, einem Streuwinkel von $\Theta_e = 58.2^\circ$ ($q = 0.89 \text{ fm}^{-1}$) und einer Impulsablage von $\delta = 6\%$. Das Impulsspektrum wurde mit Hilfe der Transferkoeffizienten aus den Detektorkoordinaten der Abb. 6.9 berechnet. Die Halbwertsbreite der elastischen Linie im Impulsspektrum beträgt $(70 \pm 1) \text{ keV/c}$ bei vollem Raumwinkel von $\Delta\Omega = 28 \text{ msr}$. Zur Impulsauflösung der Meßanordnung tragen bei:

- (a) Die Strahlfleckgröße in dispersiver Richtung am Targetort,
- (b) die Energieunschärfe des einlaufenden Elektronenstrahls,
- (c) die Energieaufstreuung im Target,
- (d) die Meßgenauigkeit der Bildebenenkoordinaten und
- (e) unkorrigierte Abbildungsfehler.

Die gemessene Breite der Linie ist in erster Näherung die quadratische Summe der genannten Beiträge. Deren Werte sind für den vorliegenden Fall im folgenden aufgeführt.

Zu (a): Für das Impulsspektrum der Abb. 6.13 trägt die Strahlfleckgröße von typischerweise 0.5 mm nach Gl. (5.9) mit 8 keV/c bei.

Zu (b): Die Energieunschärfe des Elektronenstrahls beträgt maximal $\pm 60 \text{ keV}$, kann aber auch, je nach Einstellung des Beschleunigers, kleinere Werte annehmen. Für diese Messung wurde ihr Wert zu $(47 \pm 3) \text{ keV}$ bestimmt: Schränkt man den Raumwinkel für die zur Abb. 6.13 gehörende Messung durch Schnitte auf die Startwinkel stark auf 0.4 msr ein, so erhält man eine Halbwertsbreite der elastischen Linie von $(55 \pm 2) \text{ keV/c}$. Da die Abbildungsfehler bei dem stark eingeschränkten Raumwinkel keine Rolle mehr spielen, ist die in diesem Fall gemessene Breite die quadratische Summe der ersten vier der oben genannten Beiträge, von denen lediglich die Energieunschärfe des einlaufenden Elektronenstrahls unbekannt ist. Diese kann daher aus der gemessenen Breite bestimmt werden.

Zu (c): Die Energieaufstreuung im Target kann berechnet werden [Leo87]. Sie trägt bei dem hier verwendeten Target mit 10 keV/c bei.

Zu (d): Der Beitrag der Meßgenauigkeit der Bildebenenkoordinaten wurde durch eine Fehlerfortpflanzungsrechnung anhand der Matrixelemente aus den Detektorfehlern [Sau93] bei $E_0 = 180 \text{ MeV}$ zu 26 keV/c bestimmt.

Zu (e): Mit den Werten (a) bis (d) erhält man für den Beitrag der unkorrigiert gebliebenen Aberrationsterme für die Messung bei vollem Raumwinkel einen Wert von $\delta p = (43 \pm 3) \text{ keV/c}$.

Für eine Messung gestreuter Elektronen bei einer Elektronenenergie von $E_0 = 495 \text{ MeV}$, einem Streuwinkel von $\Theta_e = 30.6^\circ$ und bei voller Raumwinkelakzeptanz von $\Delta\Omega =$

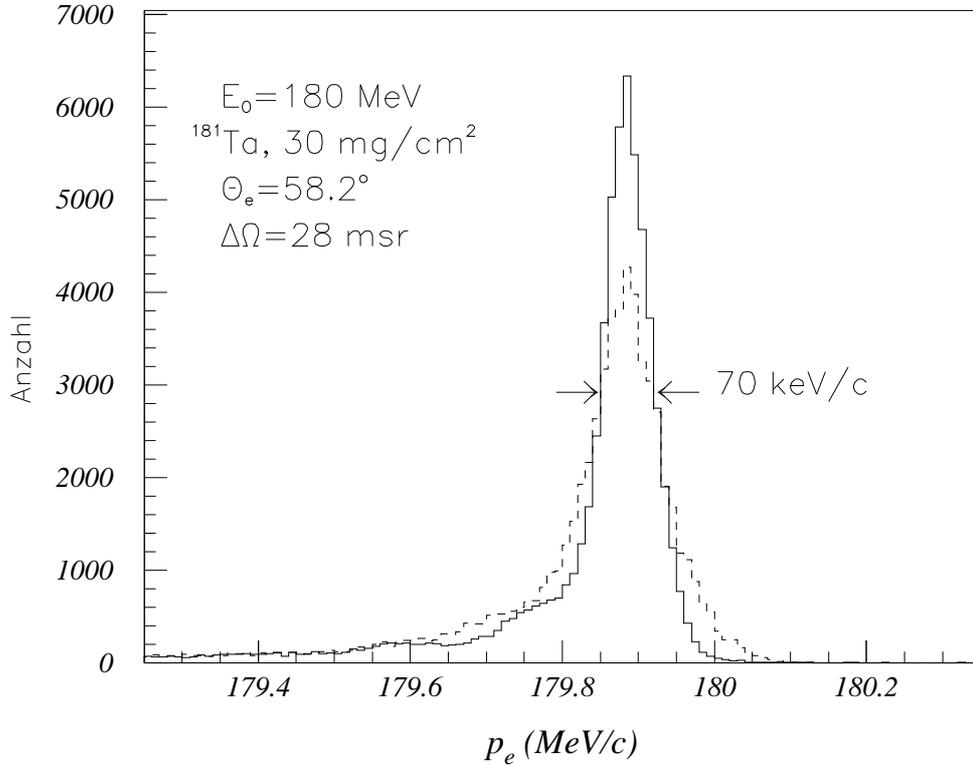


Abbildung 6.13: *Elastische Linie von an ^{181}Ta gestreuten Elektronen der Energie $E_0 = 180\text{ MeV}$ bei einem Streuwinkel von $\Theta_e = 58.2^\circ$ für den vollen Raumwinkel ohne (gestrichelte Kurve) und mit Aberrationskorrekturen (durchgezogene Kurve).*

28 *msr* ist in der Abb. 6.14 die Projektion der *Ta*-Linien in die δ - Θ -Ebene dargestellt. Die Massenbelegung des Targets betrug 60 mg/cm^2 . Anstelle des Impulses wird hier die Impulsablage δ verwendet. Der Zusammenhang zwischen Teilchenimpuls p und Impulsablage δ ist:

$$p = p_{ref} \cdot (1 + \delta) \quad (6.1)$$

Hierbei ist p_{ref} der Referenzimpuls, d.h. der Impuls von Teilchen, die sich bei vorgegebenem Magnetfeld auf der Referenzbahn bewegen. Die Abb. 6.14 (a) zeigt die *Ta*-Linien zunächst ohne Aberrationskorrekturen. Zur Berechnung der Impulsablage δ werden in diesen Fall lediglich die Bildebenenkoordinate x und die Dispersion des Spektrometers verwendet. Es zeigen sich deutlich die Auswirkungen der winkelabhängigen Abbildungsfehler. Die Abb. 6.14 (b) zeigt in der gleichen Darstellung für die gleiche Messung die *Ta*-Linien nach erfolgter Aberrationskorrektur. Die Abbildung zeigt, daß die Θ -abhängigen Aberrationen fast vollständig korrigiert sind. Die rekonstruierte Impulsablage ist nahezu unabhängig vom Startwinkel Θ_0 . Die stark hervortretende Linie ist die elastische Linie, die beiden anderen Linien gehören zu angeregten Zuständen des Tantal.

Projiziert man die Ereignisse der Abb. 6.14 (b) auf die δ -Achse, so erhält man das in der Abb. 6.15 dargestellte aberrationskorrigierte Impulsspektrum. Die gemessene Halbwertsbreite der elastischen Linie entspricht einem relativen Impulsaufhebungsvermögen von

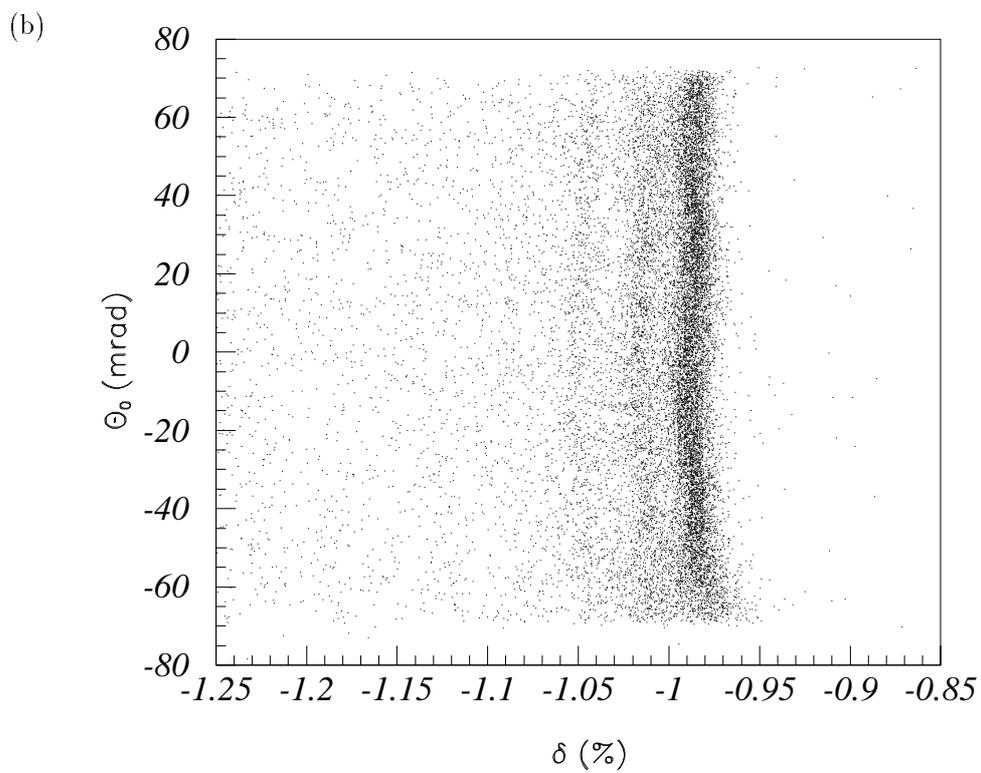
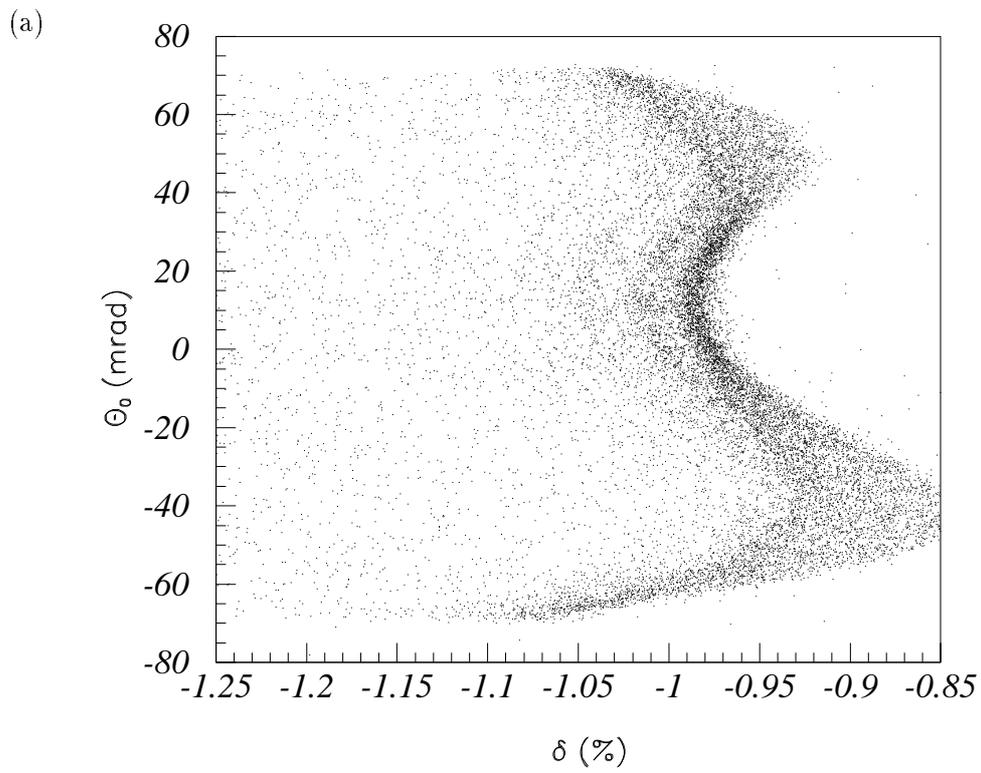


Abbildung 6.14: *Elastische und inelastische Linien der an ^{181}Ta gestreuten Elektronen in der Projektion auf die δ - Θ_0 -Ebene (a) ohne und (b) mit Korrektur der Aberrationen.*

$\delta p/p = (1.59 \pm 0.04) \cdot 10^{-4}$. Dies entspricht einer energetischen Breite von $(79 \pm 2) \text{ keV}$, so daß die beiden bei dieser Kinematik hervortretenden angeregten Zustände des Tantal mit Anregungsenergien von 136 keV ($9/2^+$) und 301 keV ($11/2^+$) deutlich von der elastischen Linie unterschieden werden können.

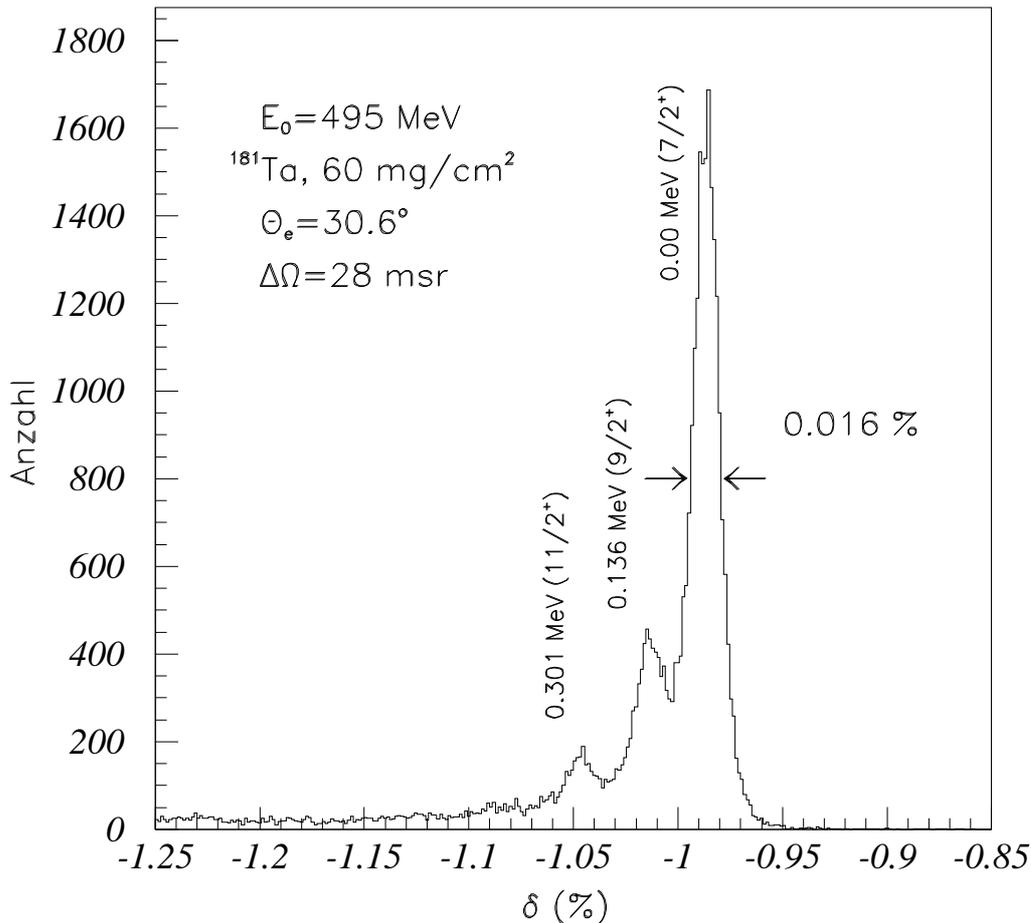


Abbildung 6.15: Elastisches Spektrum von an ^{181}Ta gestreuten Elektronen der Energie $E_0 = 495 \text{ MeV}$ bei einem Streuwinkel von $\Theta_e = 30.6^\circ$ nach Korrektur der Aberrationen.

Trägt man das gemessene relative Impulsaufhebungsvermögen $\delta p/p$ (FWHM) als Funktion der Impulsablage auf, so erhält man den in der Abb. 6.16 (a) dargestellten Verlauf. Neben der Kurve für den vollen Raumwinkel von $\Delta\Omega = 28 \text{ msr}$ ist das Impulsaufhebungsvermögen für einen eingeschränkten Raumwinkel von 2.8 msr aufgetragen. In gleicher Weise sind in der Abb. 6.16 (b) die gemessenen Auflösungsvermögen bei einer Elektronenenergie von $E_0 = 600 \text{ MeV}$ dargestellt. In beiden Fällen zeigen die Impulsaufhebungsvermögen für den vollen und den um einen Faktor zehn eingeschränkten Raumwinkel als Funktion der Impulsablage einen ähnlichen Verlauf. Daher liegt die Vermutung nahe, daß für die beobachteten Variationen im wesentlichen Änderungen der Strahlfleckgröße und/oder der Energieschärfe des Elektronenstrahls verantwortlich sind. Trägt man das Verhältnis der Impulsaufhebungen bei Raumwinkeln von $\Delta\Omega = 28 \text{ msr}$ und 2.8 msr gegen die Impulsablage

δ auf, so beobachtet man in einem weiten Bereich einen konstanten Verlauf (Abb. 6.16 (c)). Das Auflösungsvermögen verbessert sich um 10%–15% bei Einschränkung des Raumwinkels um den Faktor zehn. Dies bedeutet, daß die Aberrationskorrekturen innerhalb der Impulsakzeptanz überall nahezu gleich gut funktionieren. Lediglich am unteren Rand der Impulsakzeptanz ist das erreichte Impulsauflösungsvermögen bei vollem Raumwinkel um den Faktor 1.4 bis 1.8 schlechter.

¹²C–Spektren

Aus der Streukinematik für die Streuung von Elektronen der Energie E_0 an einem ruhenden Kern der Masse M erhält man für die Energie E_e der gestreuten Elektronen

$$E_e = \frac{E_0 - E_x \left(1 + \frac{E_x}{2Mc^2}\right)}{\eta} \quad (6.2)$$

mit dem kinematischen Faktor

$$\eta = 1 + \frac{2E_0}{Mc^2} \sin^2 \left(\frac{\Theta_e}{2}\right). \quad (6.3)$$

Hierbei ist Θ_e der Streuwinkel und E_x die Anregungsenergie des Kerns. Daher haben Elektronen, die unter verschiedenen Streuwinkeln in die Apertur des Spektrometers gestreut werden, aufgrund des an den Kern übertragenen Rückstoßes unterschiedliche Energien bzw. Impulse. Die Energie eines Elektrons, welches im Winkel $\Delta\Theta_e$ relativ zum Spektrometerwinkel Θ_e in die Spektrometerakzeptanz gestreut wird, ist um den Wert

$$\Delta E_e \approx -E_e \frac{E_0}{Mc^2} \frac{\sin \Theta_e}{\eta} \cdot \Delta\Theta_e + \dots \quad (6.4)$$

unterschiedlich im Vergleich zur Energie eines Elektrons, das unter dem Winkel Θ_e gestreut wird. Besonders groß ist dieser Effekt bei der Streuung an leichten Kernen.

In der Abb. 6.17 ist ein Ausschnitt aus einem mit Spektrometer A unter dem Winkel $\Theta_e = 65^\circ$ gemessenen Impulsspektrum von an einem ¹²C–Target der Massenbelegung 90 mg/cm^2 gestreuten Elektronen der Energie $E_0 = 495 \text{ MeV}$ dargestellt. Da ¹²C ein leichter Kern ist und der akzeptierte Streuwinkelbereich von $\pm 100 \text{ mrad}$ ($\pm 5.71^\circ$) sehr groß ist, sind die elastischen und inelastischen Niveaus stark rückstoßverbreitert. Durch die Rekonstruktion der Startwinkel kann jedoch $\Delta\Theta_e$ und damit ΔE_e berechnet und die Elektronenenergie bzw. der Elektronenimpuls auf die Spektrometermitte bezogen umgerechnet werden („kinematische Korrektur“).

Die Abb. 6.18 zeigt das auf diese Weise kinematisch korrigierte Impulsspektrum. Die elastischen und inelastischen Niveaus sind als schmale Linien zu erkennen. Die Linien der angeregten Zustände bei 7.65 MeV (0^+) und 9.64 MeV (3^-) sind deutlich getrennt. Das Überschreiten der Schwellen für die Emission von α -Teilchen bei einer Anregungsenergie von 7.37 MeV und für die Emission von Protonen bzw. Neutronen bei Anregungsenergien von 15.96 MeV bzw. 18.72 MeV führt zu dem beobachteten kontinuierlichen Anstieg des Spektrums zu kleineren Elektronenimpulsen hin.

Das vollständig korrigierte Impulsspektrum mit Linienbreiten, die durch die Aberrationskorrekturen im Vergleich zur Abb. 6.18 deutlich reduziert sind, zeigt die Abb. 6.19.

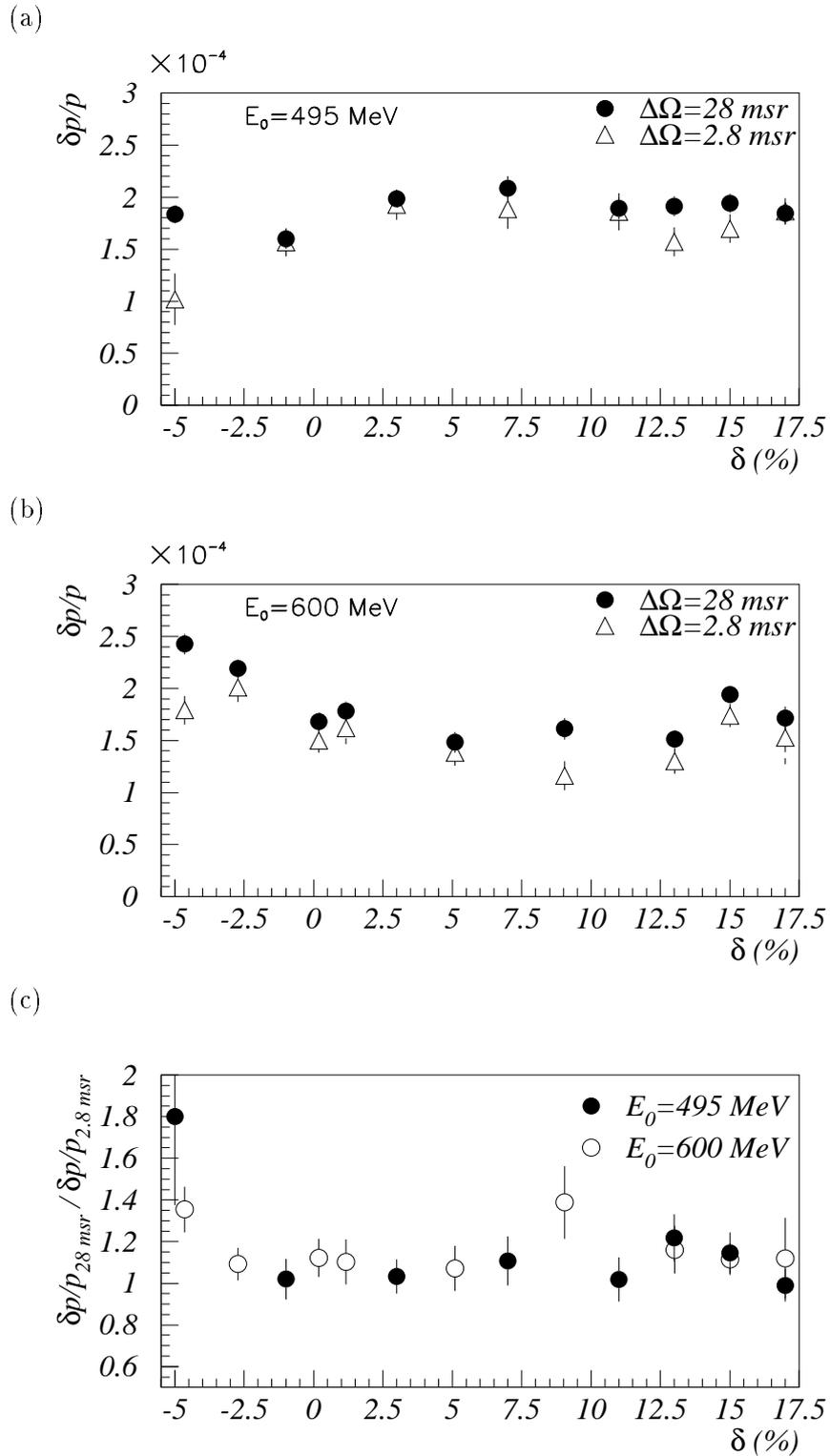


Abbildung 6.16: Halbwertsbreite der elastischen Linie von ^{181}Ta als Funktion der Impulsablage ((a) und (b)) und Verhältnis der Linienbreiten bei Raumwinkeln von 28 msr und 2.8 msr ((c)).

Die Niveaus bei 16.11 MeV (2^+) und 16.58 MeV (2^-) erscheinen nun klar getrennt. Die Halbwertsbreite der elastischen Linie beträgt $(117 \pm 3) \text{ keV}/c$. Zu deren Breite tragen bei:

- Die Strahlfleckgröße von typisch 0.5 mm mit ca. $23 \text{ keV}/c$,
- die Energieaufstreuung im Target mit $36 \text{ keV}/c$,
- die Ungenauigkeit in der Bestimmung des Streuwinkels von ca. 2 mrad (FWHM) aufgrund der endlichen Meßgenauigkeit von Spektrometer und Detektor sowie aufgrund der endlichen Ausdehnung des Strahlflecks, die über die kinematischen Korrekturen zu einem Beitrag von $37 \text{ keV}/c$ zur Linienbreite führt und
- die energetische Breite des Elektronenstrahls, deren Beitrag für diese Messung durch Einschränken des Raumwinkels auf 0.4 msr zu $(80 \pm 10) \text{ keV}/c$ bestimmt wurde.

Damit ergibt sich ein Beitrag der verbleibenden Spektrometeraberrationen u.a. von $(64 \pm 14) \text{ keV}/c$.

Ein bei gleicher Elektronenenergie, jedoch mit einem ^{12}C -Target der Massenbelegung $30 \text{ mg}/\text{cm}^2$ und bei einem Streuwinkel von $\Theta_e = 30.6^\circ$ aufgenommenes Anregungsspektrum zeigt die Abb. 6.20. Die Linienbreite von 78 keV ist deutlich kleiner im Vergleich zu Abb. 6.19. Die Ursache hierfür ist zum Teil in der geringeren Massenbelegung und in dem geringeren Beitrag des Winkelfehlers aufgrund des kleineren Streuwinkels zu finden. Diese beiden Effekte allein können jedoch nicht den Unterschied in den Linienbreiten der Abbildungen 6.19 und 6.20 erklären, so daß anzunehmen ist, daß für die beobachtete Differenz eine unterschiedlich große energetische Breite des Elektronenstrahls verantwortlich ist.

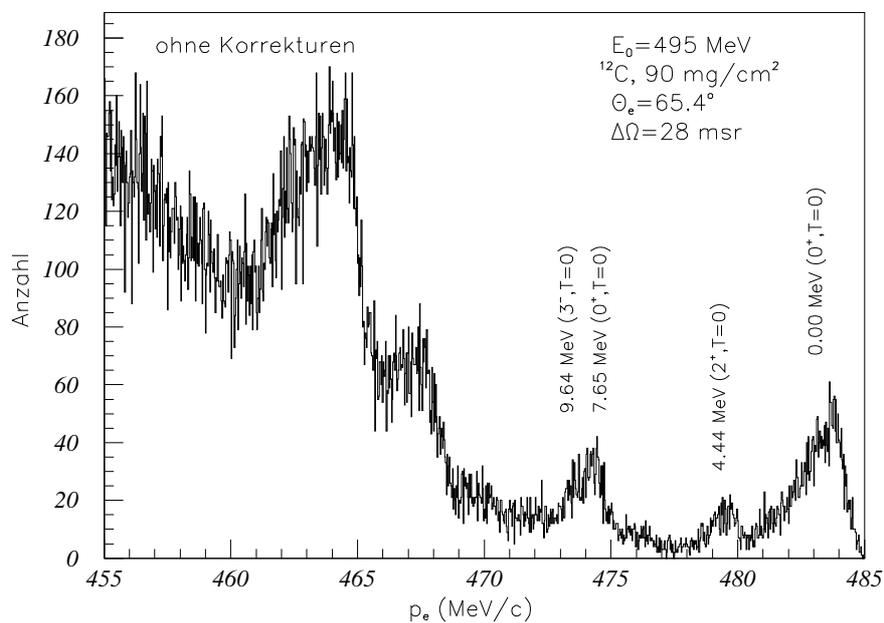


Abbildung 6.17: Ausschnitt aus einem Impulsspektrum von an ^{12}C gestreuten Elektronen der Energie 495 MeV bei einem Impulsübertrag von $q = 2.68$ fm $^{-1}$ ohne kinematische oder Aberrationskorrekturen.

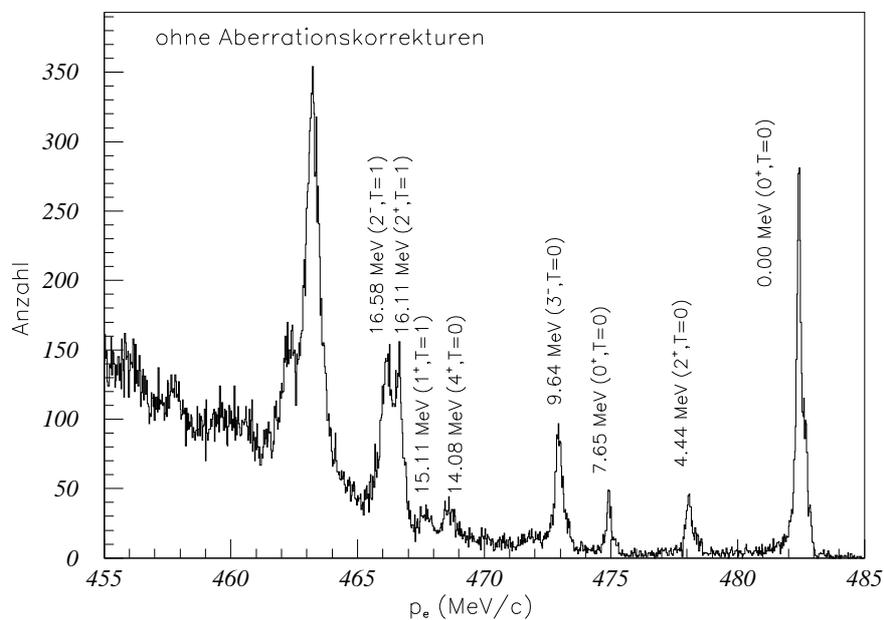


Abbildung 6.18: Impulsspektrum der Elektronen aus Abb.6.17, jedoch mit kinematischen Korrekturen.

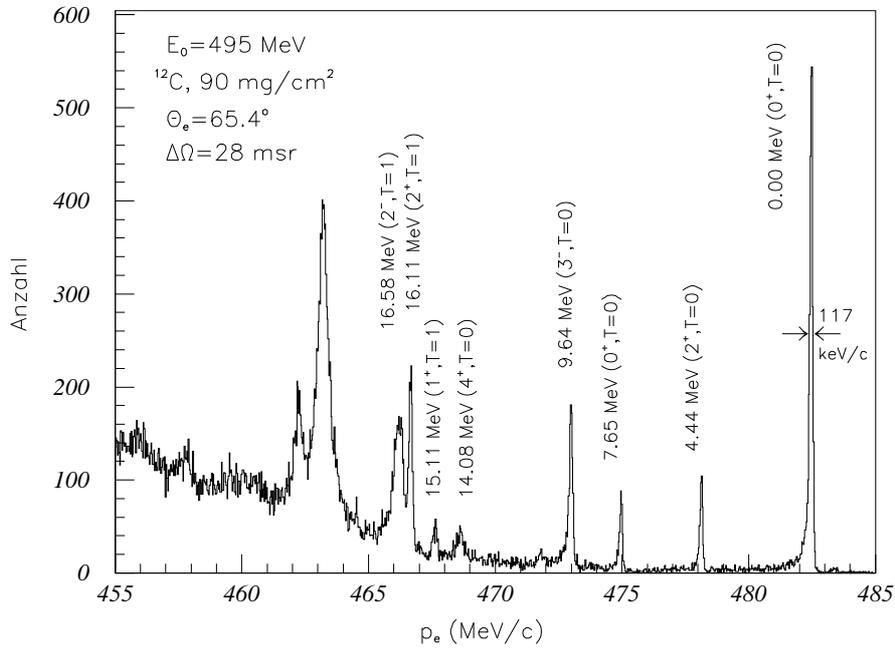


Abbildung 6.19: *Impulsspektrum der Elektronen aus Abb.6.17, jedoch mit kinematischen Korrekturen und Aberrationskorrekturen.*

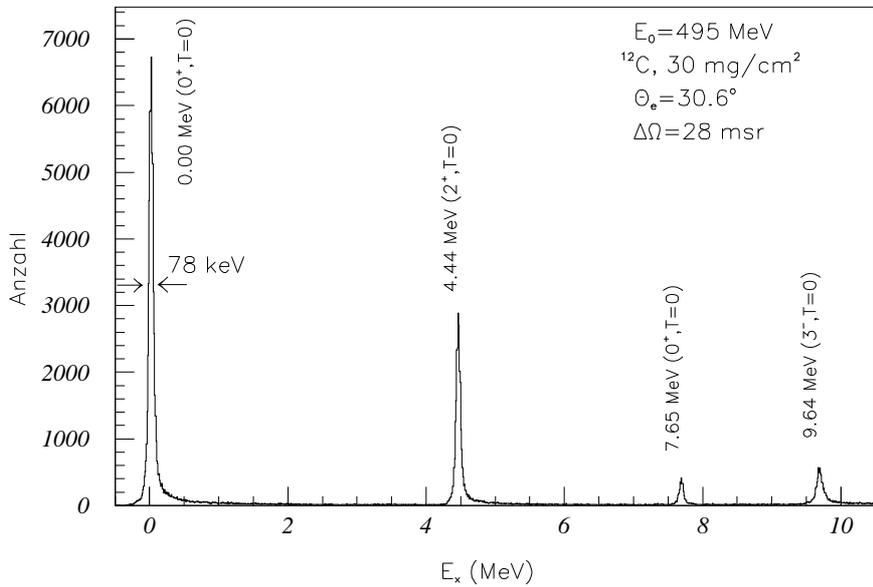


Abbildung 6.20: *Ausschnitt aus dem Anregungsspektrum von ^{12}C , aufgenommen bei einer Elektronenenergie von 495 MeV und einem Impulsübertrag von $q = 1.33 \text{ fm}^{-1}$.*

6.6.2 Winkelaufösung

Die Abb. 6.21 zeigt die rekonstruierten Startwinkel für eine Messung elastisch gestreuter Elektronen mit dem Lochkollimator. Als Target diente wiederum eine Tantalfolie der Massenbelegung 60 mg/cm^2 . Die Energie der einfallenden Elektronen betrug 495 MeV , und der Streuwinkel war 30.6° . Die Schnittpunkte der ebenfalls eingezeichneten Gitterlinien kennzeichnen die Winkelpositionen der Lochmitten. Die Anzahl der Ereignisse nimmt in Richtung größer werdender Winkel Φ_0 aufgrund des kleiner werdenden Wirkungsquerschnitts ab. Die Ecklöcher fehlen gänzlich. Die Akzeptanz wird an diesen Stellen durch die Vakuumkammer im Bereich des Quadrupolmagneten begrenzt.

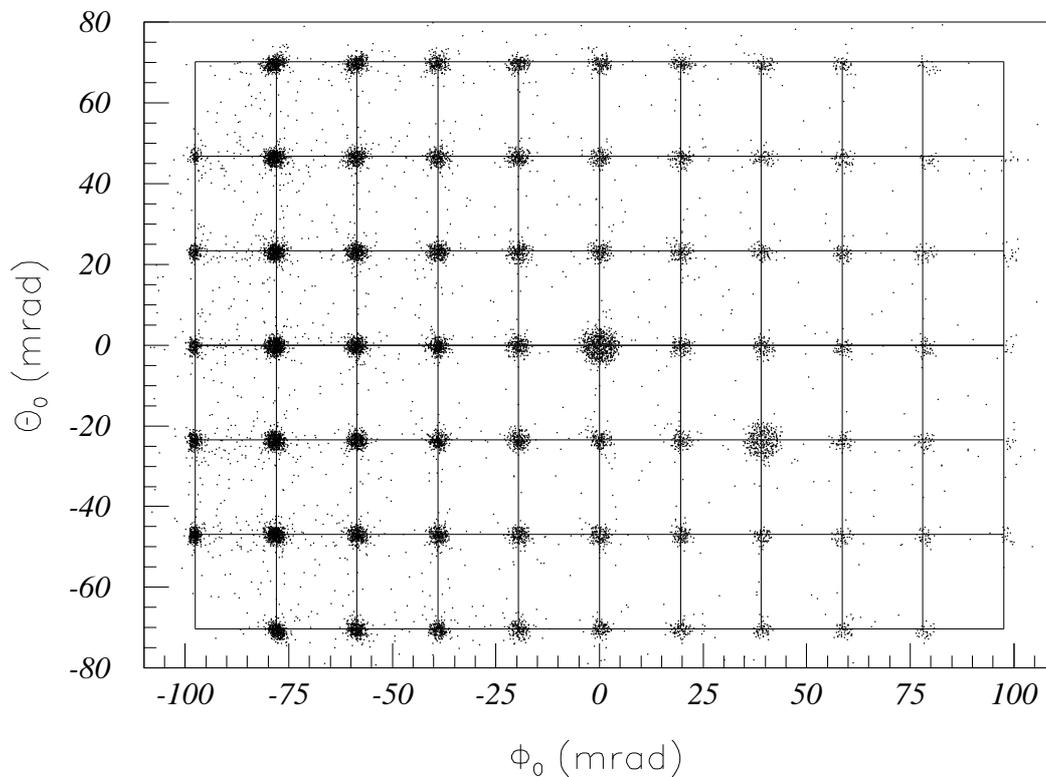


Abbildung 6.21: *Rekonstruierte Winkel für eine Lochkollimatormessung von elastisch an einem Tantal-Target (60 mg/cm^2) gestreuten Elektronen der Energie $E_0 = 495 \text{ MeV}$.*

Zur Winkelaufösung tragen hier bei:

- (a) Der geometrische Öffnungswinkel des Kollimatorlochs,
- (b) die Meßgenauigkeit des Spurdetektors und Aufstreueffekte,
- (c) die Strahlfleckausdehnung und
- (d) unkorrigierte Abbildungsfehler des Spektrometers.

Die Häufigkeitsverteilungen der Abb. 6.22 zeigen die Lochreihen in der Projektion auf die Θ_0 - bzw. Φ_0 -Koordinate. Die Halbwertsbreiten der rekonstruierten Winkelverteilungen ei-

nes Kollimatorlochs betragen $\Delta\Theta_0 = 2.8 \text{ mrad}$ und $\Delta\Phi_0 = 3 \text{ mrad}$. Diese Werte setzen sich aus den oben aufgeführten Beiträgen zusammen.

Zu (a): Der Wirkungsquerschnitt variiert mit dem Streuwinkel innerhalb der Lochbreite um maximal 5%. Geht man daher von einer gleichmäßigen Ausleuchtung eines Kollimatorlochs aus, so erhält man in der Projektion auf die Winkelachsen gaußähnliche Häufigkeitsverteilungen mit Halbwertsbreiten von 2.3 mrad für die Θ_0 - und Φ_0 -Richtung.

Entfaltet man die Winkelakzeptanz der Kollimatorbohrung, so ergeben sich Auflösungen von $\delta\Theta_0 = (1.6 \pm 0.1) \text{ mrad}$ und $\delta\Phi_0 = (1.9 \pm 0.1) \text{ mrad}$ für die Meßapparatur.

Zu (b): Aus der angenommenen Meßgenauigkeit der Detektoren (Tab. 6.3) ergibt sich ein Beitrag der Detektorauflösung zu 1.2 mrad für Θ_0 und 0.5 mrad für Φ_0 .

Zu (c): Eine recht große Unsicherheit besteht darin, den Beitrag der Strahlfleckgröße anzugeben, denn hierzu ist die genaue Kenntnis des Strahlfleckdurchmessers nötig. Der Strahlfleck besitzt im allgemeinen eine runde oder elliptische Form mit gaußförmiger Intensitätsverteilung und einer typischen Halbwertsbreite von 0.5 mm bis 1 mm . Bei einem Abstand des Kollimators von 640.5 mm entspricht dies einer Winkelunsicherheit von 0.8 mrad bis 1.6 mrad .

Zu (d): Für ein einzelnes Kollimatorloch mit kleinem Raumwinkel von 0.012 msr tragen Abbildungsfehler des Magnetspektrometers nicht zur gemessenen Breite bei. In der Tat sind die gemessenen Breiten durch die Beiträge (a) bis (c) innerhalb der Fehlergrenzen nahezu vollständig erklärbar.

In den Abbildungen 6.23 (a) und 6.23 (b) sind die über die Spektrometerakzeptanz gemittelten Winkelauflösungen als Funktion der Impulsablage δ dargestellt. Hierzu wurden für die Messungen mit dem Lochkollimator die Häufigkeitsverteilungen der Differenzen der rekonstruierten Startwinkel (Θ_0, Φ_0) zu den Winkeln der Lochmitten ($\Theta_{0,L}, \Phi_{0,L}$) gebildet und die Halbwertsbreiten $\delta\Theta_0$ und $\delta\Phi_0$ bestimmt. Der Beitrag der Winkelakzeptanz der Kollimatorlöcher wurde quadratisch subtrahiert. $\delta\Theta_0$ und $\delta\Phi_0$ beinhalten die Beiträge der Strahlfleckgröße, der Meßgenauigkeit des Detektorsystems und der Winkelauflösung des Magnetspektrometers, wie zuvor dargelegt. Θ_0 wird in erster Ordnung durch die Messung von Θ bestimmt. Dessen Meßgenauigkeit hängt von der Kleinwinkelstreuung in den Vakuumabschluß- und Kammerfolien sowie im Gas des Spurdetektors usw. ab und ist daher energieabhängig. Dies zeigt sich in der Verbesserung von $\delta\Theta_0$ für die Elektronenenergien $E_0 = 180 \text{ MeV}$ und 495 MeV . Von $E_0 = 495 \text{ MeV}$ nach $E_0 = 600 \text{ MeV}$ findet keine weitere Verbesserung mehr statt. Die gemessene Breite wird jetzt nicht mehr durch die Winkelstreuung, sondern durch die anderen genannten Effekte bestimmt. Φ_0 wird in erster Ordnung durch die Koordinate y bestimmt. Betrachtet man nur den Einfluß der Detektorfehler, so sollte Φ_0 daher genauer meßbar sein als Θ_0 . Dies ist zumindest auch für kleinere Teilchenenergien der Fall, wie der Vergleich von $\delta\Theta_0$ und $\delta\Phi_0$ für $E_0 = 180 \text{ MeV}$ zeigt. Für die höheren Energien 495 und 600 MeV sind $\delta\Theta_0$ und $\delta\Phi_0$ dagegen etwa gleich groß. Hier dominieren offenbar die anderen Beiträge zur gemessenen Winkelbreite. Interessant ist der Verlauf von $\delta\Phi_0$ für $E_0 = 495 \text{ MeV}$. Die Meßpunkte wurden mit gleichem Target, bei gleichem Streuwinkel usw., jedoch in einem zeitlichen Abstand von drei Wochen aufgenommen. Die Messungen der zweiten Serie bei $\delta = -3, -1, 1$ und 3% liegen signifikant tiefer als die restlichen Meßpunkte. Als Ursache hierfür kommt eine für die beiden Durchgänge unterschiedliche Strahlfleckgröße in Betracht.

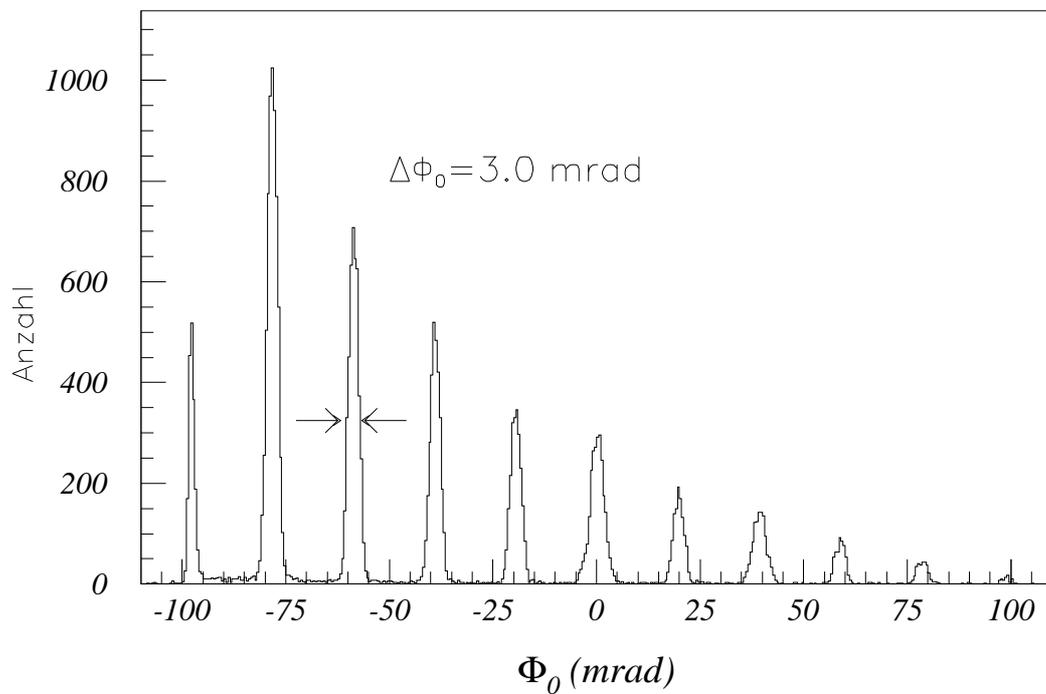
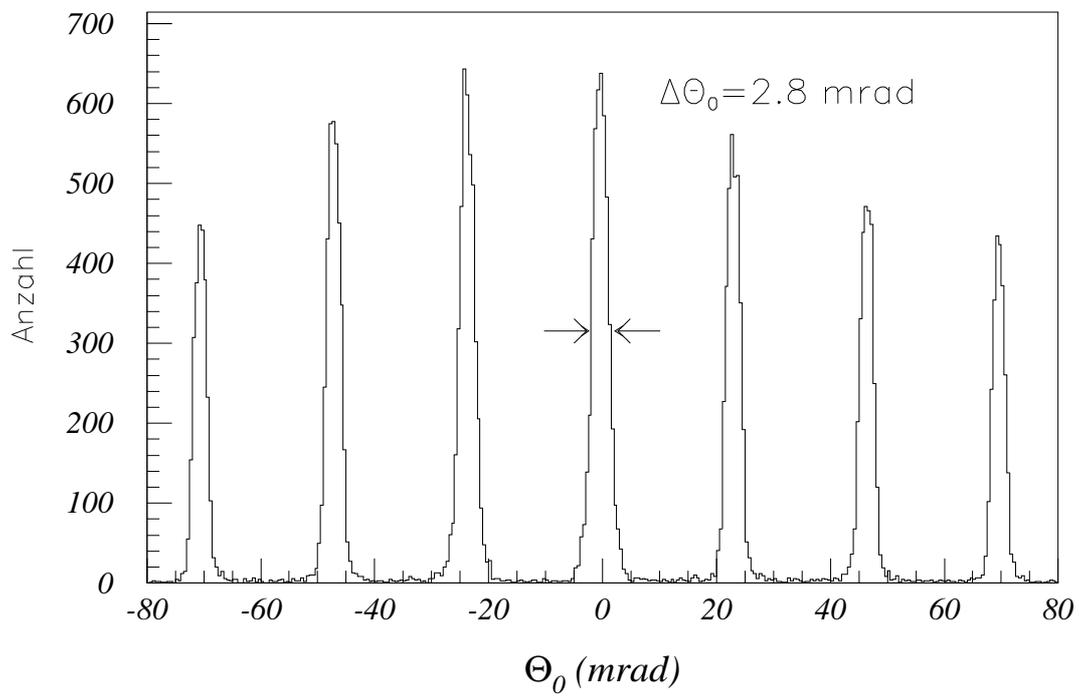


Abbildung 6.22: Θ_0 - (oben) und Φ_0 -Häufigkeitsverteilung (unten) für eine Messung mit dem Lochkollimator.

Sowohl für $\delta\Theta_0$ als auch für $\delta\Phi_0$ gilt, daß die über den gesamten Raumwinkel gemittelten Auflösungen nicht größer sind als die Winkelauflösungen für eine einzelnes Kollimatorloch. Dies bedeutet, daß Abbildungsfehler nicht wesentlich zur Winkelauflösung beitragen.

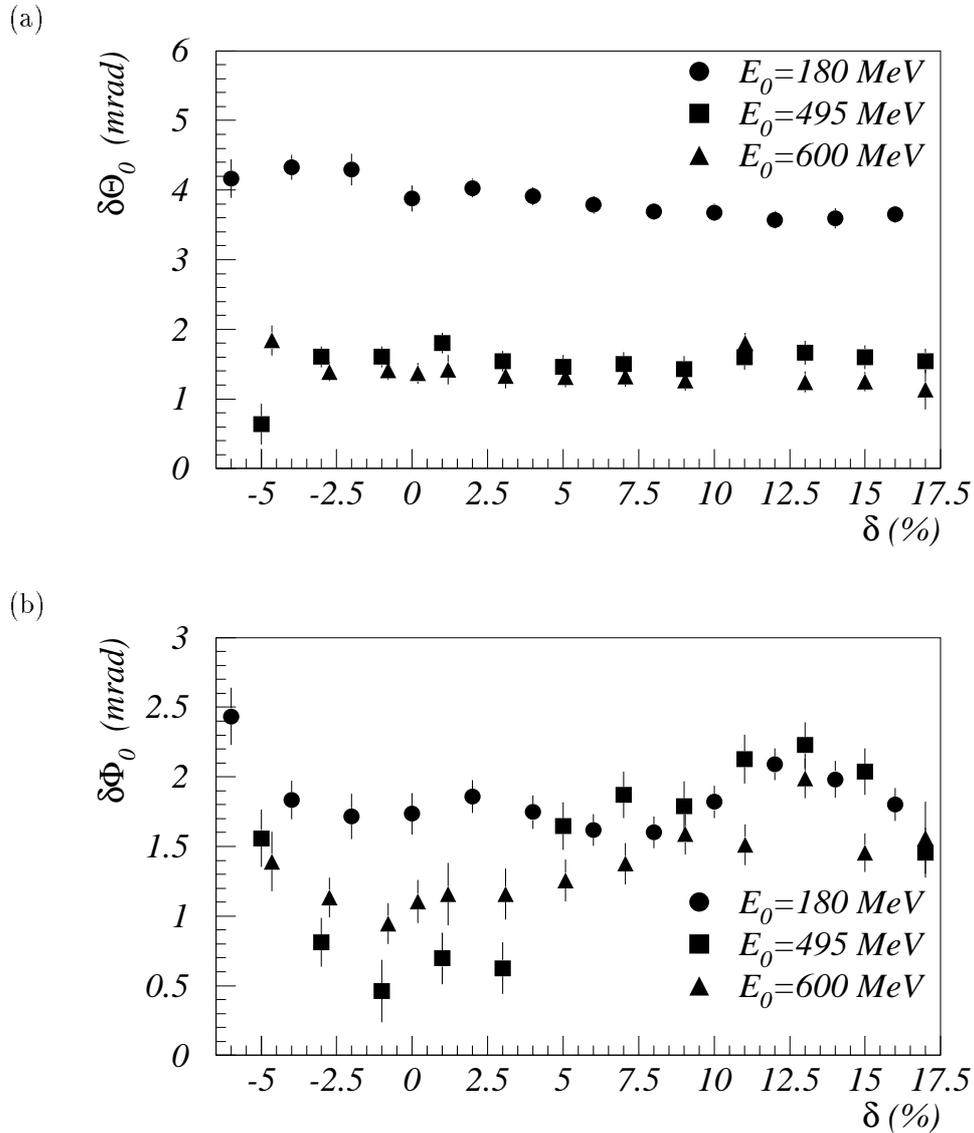


Abbildung 6.23: Halbwertsbreiten (FWHM) der Häufigkeitsverteilungen der Differenzen der rekonstruierten Startwinkel zu den Winkeln der Lochmitten für Messungen mit dem 77-Loch-Kollimator als Funktion der Impulsablage δ .

6.7 Eigenschaften bei Verwendung ausgedehnter Targets

Die Spektrometer der Drei-Spektrometer-Anlage sind so konzipiert, daß sie in transversaler Richtung ausgedehnte Targets, wie Gas- oder Flüssigkeitstargets, von bis zu $\pm 2.5 \text{ cm}$ Länge handhaben können. Im Fall von Spektrometer A ist die horizontale Streuwinkelakzeptanz bei Verwendung von langen Targets auf $\pm 80 \text{ mrad}$ eingeschränkt. Zur Untersuchung der Eigenschaften von Spektrometer A bei Verwendung ausgedehnter Targets wurde ein Stapel aus dünnen Tantaltargets verwendet (siehe Abb. 5.5).

6.7.1 Rekonstruktion des Reaktionsortes

Das linke Bild der Abb. 6.24 zeigt die Häufigkeitsverteilung des rekonstruierten Reaktionsortes y_R für eine Messung mit elastisch am Targetstapel unter einem Winkel von $\Theta_e = 28^\circ$ gestreuten Elektronen der Energie 495 MeV . Für die eingestellte Impulsablage von 7% beträgt die gemessene Halbwertsbreite 0.65 cm . Die Linien der Häufigkeitsverteilung des Ortes sind im Bereich des Maximums gaußförmig, an der Basis jedoch verbreitert. Im mittleren Bild ist für die gleiche Messung der rekonstruierte Streuwinkel Φ_0 gegen y_R aufgetragen. Die vertikalen Linien kennzeichnen die Targetpositionen, die horizontalen Linien die Φ_0 -Winkel der zentralen Bohrung des Lochkollimators, welche durch eine diagonale Linie verbunden sind. Durch die unterschiedlichen Positionen der Targets erscheinen die Bohrungen des Lochkollimators unter verschiedenen Φ_0 -Winkeln. In gleicher Weise ist im rechten Bild der rekonstruierte und tiefenschärfekorrigierte Winkel Θ_0^{kor} gegen y_R aufgetragen. Durch den unterschiedlichen Abstand der Targets zum Kollimator haben die Löcher des Lochkollimators leicht unterschiedliche Θ_0^{kor} -Winkel. Das mittlere und das rechte Bild von Abb. 6.24 zeigen, daß die Verbreiterungen an der Basis der y_R -Linien durch Fehler an Rand der Akzeptanz entstehen, d.h. bei großen negativen Φ_0 - und bei großen positiven Θ_0^{kor} -Winkeln.

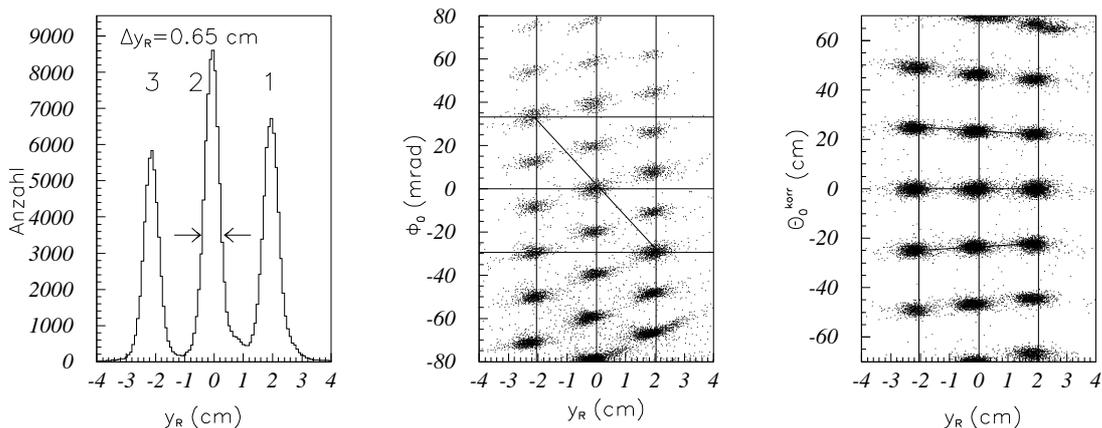


Abbildung 6.24: Häufigkeitsverteilung des rekonstruierten Reaktionsortes y_R (links) sowie Φ_0 (mitte) und Θ_0^{kor} (rechts) aufgetragen gegen y_R für eine Messung mit dem 3-er Targetstapel bei einer Elektronenenergie von $E_0 = 495 \text{ MeV}$. Die vertikalen Linien kennzeichnen die Targetpositionen. Die diagonale Linie der mittleren Abbildung verbindet die Punkte, die zum zentralen Loch des Lochkollimators gehören.

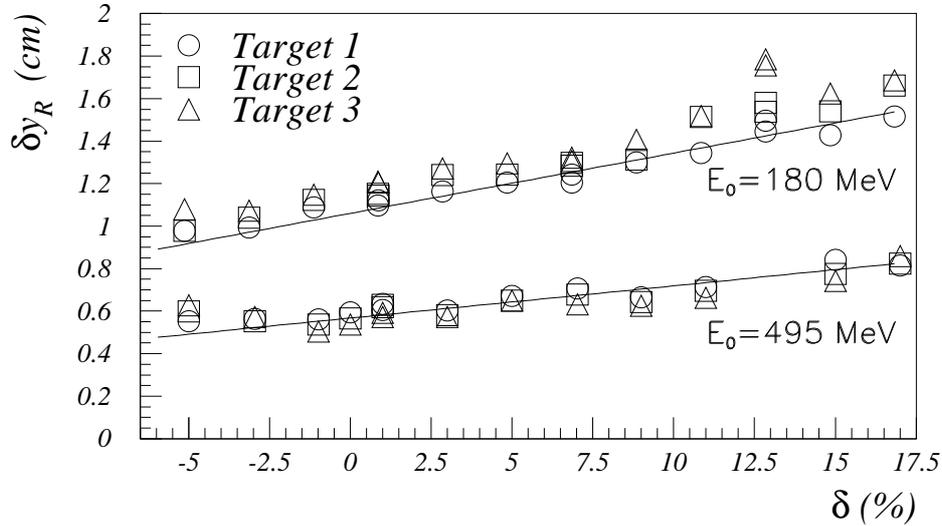


Abbildung 6.25: Halbwertsbreiten der rekonstruierten y_R -Spektren für Messungen mit dem 3-er Targetstapel als Funktion der Impulsablage.

Die Ortsauflösung wird in erster Ordnung über das Matrixelement $\langle y_0 | \Phi \rangle$ durch die Φ -Winkelauflösung des Detektors bestimmt. y ist dagegen viel genauer meßbar und trägt daher nur in geringem Maß über das Matrixelement $\langle y_0 | y \rangle$ zur Ortsauflösung bei. Betrachtet man für Messungen mit dem Lochkollimator und einem dünnen Target die Φ -Winkelverteilung für ein einzelnes Lochs, so erhält man für die Halbwertsbreite im Transport-System bei $E_0 = 180 \text{ MeV}$ einen Wert von $\Delta\Phi = (7.1 \pm 0.2) \text{ mrad}$, für 495 MeV einen Wert von $(3.8 \pm 0.1 \text{ mrad})$ und für 600 MeV einen Wert von $(3.0 \pm 0.1) \text{ mrad}$. Die Winkelakzeptanz des Kollimatorlochs und die Strahlfleckausdehnung tragen dazu über die Matrixelemente $\langle \Phi | \Phi_0 \rangle$ und $\langle \Phi | y_0 \rangle$ nur mit ca. 1.0 mrad bei. Die Φ -Auflösung wird, zumindest bei kleinen Elektronenenergien, offenbar im wesentlichen von der Kleinwinkelstreuung im Gas und in der Vakuumabschlußfolie bestimmt. Bei einer Impulsablage von $\delta = 7\%$ ist $\langle y_0 | \Phi \rangle \approx 0.18 \text{ cm/mrad}$ (Abb. 6.12). Mit $\Delta\Phi = (3.8 \pm 0.1 \text{ mrad})$ ergibt sich hiermit eine y_R -Auflösung von $(0.68 \pm 0.02) \text{ cm}$ in Übereinstimmung mit dem gemessenen Wert von 0.65 cm .

In der Abb. 6.25 sind die gemessenen Halbwertsbreiten der y_R -Spektren für die Elektronenenergien von 180 MeV und 495 MeV als Funktion der Ortsablage dargestellt. Im Verlauf von δy_R findet sich der Anstieg des Matrixelements $\langle y_0 | \Phi \rangle$ mit der Impulsablage δ wieder. Die durchgezogenen Linien sind die Kurven, die man aufgrund der δ -Abhängigkeit von $\langle y_0 | \Phi \rangle$ und der oben angegebenen Φ -Auflösung erwartet. Sie zeigen eine gute Übereinstimmung mit dem beobachteten Verlauf.

6.7.2 Impulsspektren und Tiefenschärfekorrekturen

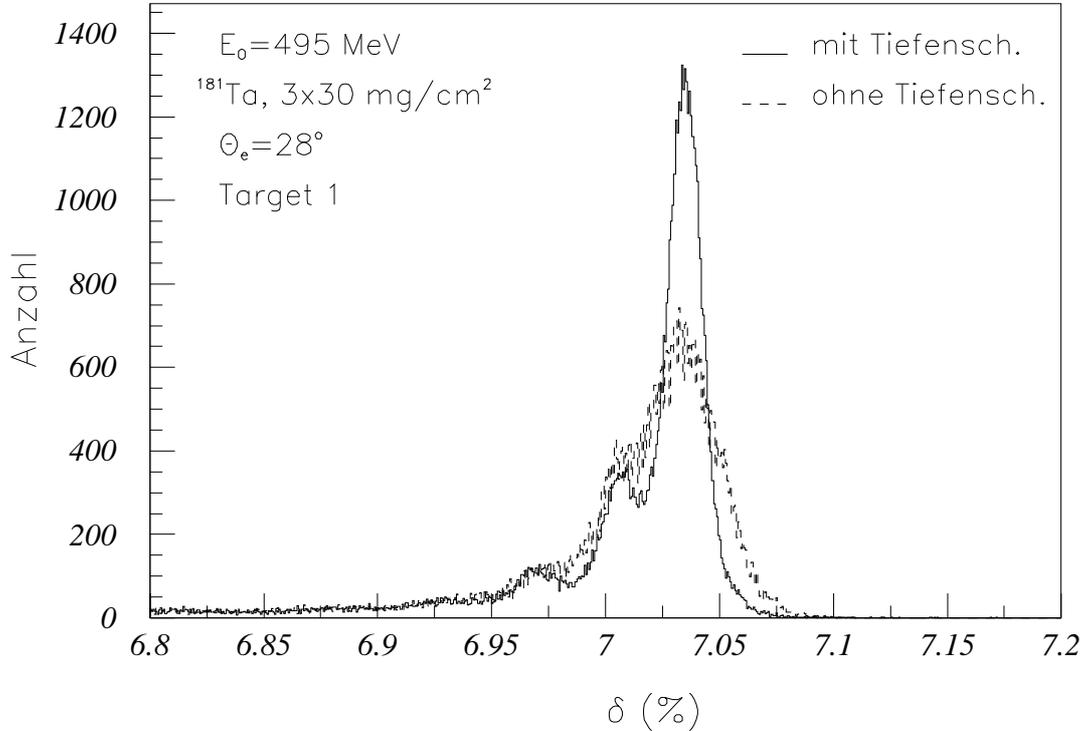


Abbildung 6.26: Impulsspektrum von elastisch an ^{181}Ta gestreuten Elektronen der Energie $E_0 = 495 \text{ MeV}$ für Target 1 bei einer Messung mit dem 3-er Targetstapel mit (durchgezogene Linie) und ohne (gestrichelte Linie) Tiefenschärfekorrektur.

In der Abb. 6.26 ist das Impulsspektrum von elastisch an ^{181}Ta gestreuten Elektronen für das Target 1 des Targetstapels dargestellt. Die Elektronenenergie betrug 495 MeV und der Streuwinkel $\Theta_e = 28^\circ$. Die Streuwinkelakzeptanz ist auf $-80 \text{ mrad} \leq \Phi_0 \leq 80 \text{ mrad}$ begrenzt. Gestrichelt dargestellt ist das Impulsspektrum vor Anwendung der Tiefenschärfekorrekturen, die durchgezogene Linie zeigt das gleiche Spektrum nach Anwendung der Tiefenschärfekorrekturen. Die Halbwertsbreite des korrigierten Spektrums beträgt $(1.85 \pm 0.04) \cdot 10^{-4}$ und ist somit von gleicher Größe wie für den Fall eines Targets bei $y_0 = z_0 = 0$. Allerdings ist eine Verbreiterung der Linienbasis zu erkennen. Sie kann durch Einschränken der Θ_0 -Winkelbereichs auf $\pm 60 \text{ mrad}$ vermieden werden.

Die Abb. 6.27 zeigt für die gleiche Messung für alle drei Targets des Targetstapels die Impulsspektren der elastischen Linie von ^{181}Ta (oben) und die Projektion der elastischen Linie in die δ - Θ_0 -Ebene (unten). Durch die Energie- und Winkelaufstreuung des einfallenden Elektronenstrahls beim Durchqueren der Targets nimmt die Linienbreite von Target 1 nach Target 3 hin zu. Darüberhinaus beobachtet man im δ - Θ_0 -Spektrum von Target 3 eine leichte Verbiegung für $\Theta_0 < 0 \text{ mrad}$, die ebenfalls zu einer Linienverbreiterung führt. Das symmetrisch aufgestellte Target 1 zeigt dieses Verhalten dagegen nicht.

Für Teilchen, die mit gleichem Impuls starten, sollte im Idealfall der rekonstruierte Im-

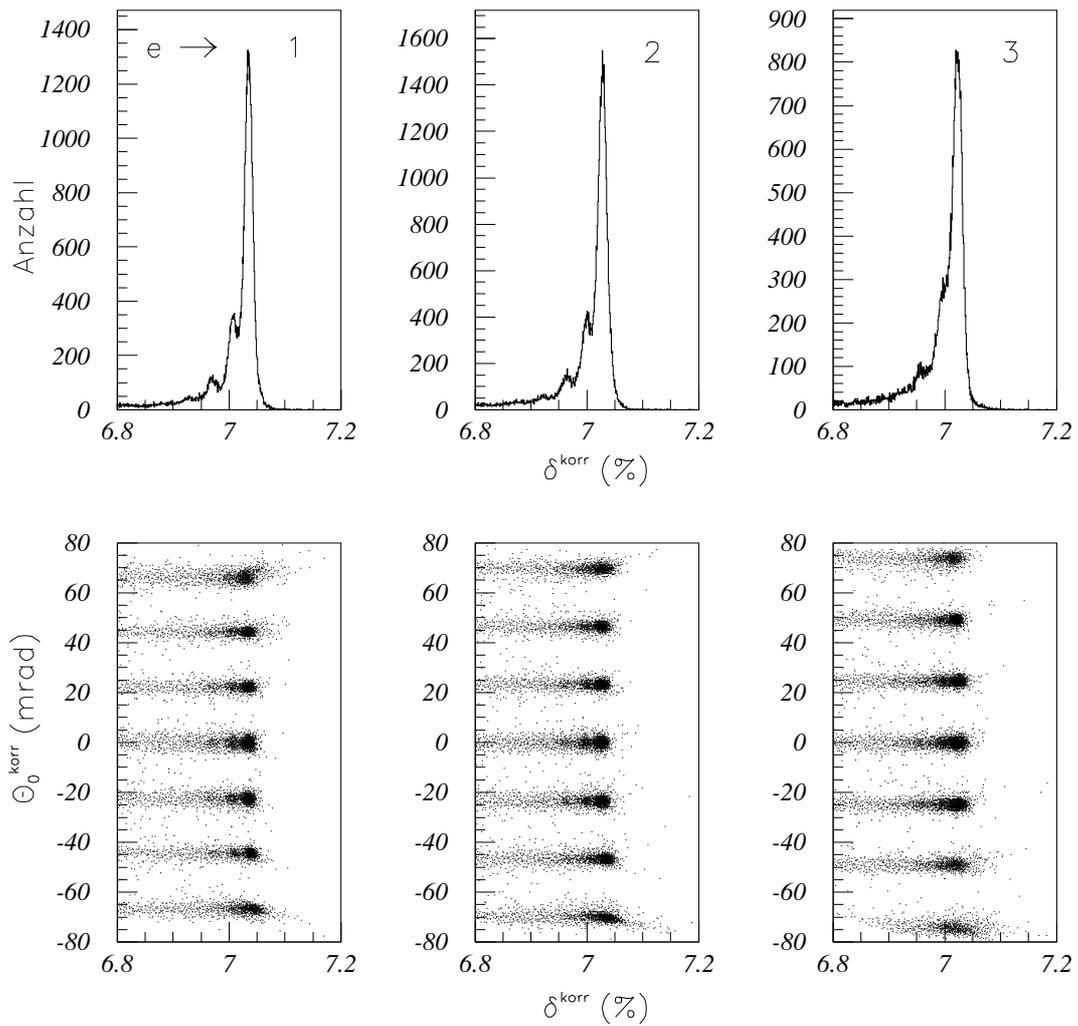


Abbildung 6.27: Tiefenschärfekorrigierte Impulsspektren von elastisch an ^{181}Ta gestreuten Elektronen der Energie $E_0 = 495$ MeV für Target 1, 2 und 3 (oben) und Abbildung der elastischen Linien in der δ^{korr} - Θ_0^{korr} -Ebene.

puls nicht von Startort y_R abhängen. Bei einer Messung mit dem Targetstapel durchqueren Elektronen, die am Target 2 gestreut werden, zunächst das Target 1, und Elektronen, die am Target 3 gestreut werden, durchqueren zunächst die Targets 1 und 2. Beim Durchqueren des Targetmaterials erleiden die Elektronen einen Energieverlust, so daß die Impulse der elastisch gestreuten Elektronen für die einzelnen Targets leicht unterschiedlich sind. Nach [Ste56] beträgt der wahrscheinlichste Energieverlust beim Durchqueren eines der hier verwendeten Tantal-Targets 26 keV . Bestimmt man zum Vergleich den energetischen Abstand der elastischen Linien aus Abb. 6.27, so erhält man für Target 1 und 2 einen Wert von $(32 \pm 1) \text{ keV}$ und für Target 2 und 3 einen Wert von $(25 \pm 1) \text{ keV}$ (angegeben ist jeweils der statistische Fehler). Diese Werte stimmen sehr gut mit dem berechneten Energieverlust überein. Die maximale Abweichung beträgt lediglich 6 keV , d.h. die rekonstruierten Impulse sind, bei gleicher Elektronenenergie, nahezu unabhängig vom Reaktionsort. In der Abb. 6.28 ist die Impulsablage δ^{korr} gegen den Reaktionsort y_R aufgetragen. Die Elektronen durchqueren den Targetstapel in dieser Darstellung von rechts nach links. Der Energieverlust der Elektronen beim Durchqueren der Targets ist anhand der leicht unterschiedlichen Positionen der elastischen Linie zu erkennen.

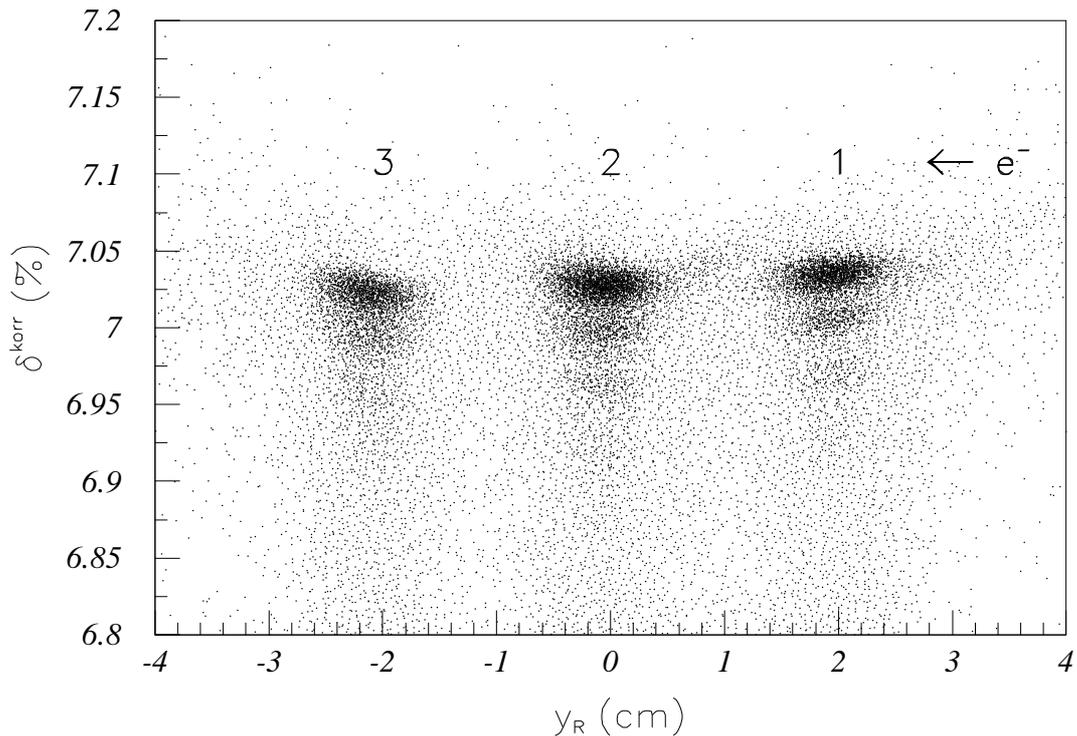


Abbildung 6.28: δ^{korr} - y_R -Darstellung von elastisch an ^{181}Ta gestreuten Elektronen der Energie $E_0 = 495 \text{ MeV}$ bei einer Messung mit dem 3-er Targetstapel.

Kapitel 7

Experimentelle Bestimmung der Abbildungseigenschaften von Spektrometer B mit elastischer Elektronenstreuung

7.1 Instrumentierung und Messungen zur experimentellen Bahnrückverfolgung

Spektrometer B besteht aus einem einzelnen „clamshell“-Dipolmagneten. Einige seiner wichtigsten mechanischen und magnetoptischen Eigenschaften sind an dieser Stelle noch einmal in der Tab. 7.1 zusammengefasst. Eine detaillierte Beschreibung des magnetoptischen und mechanischen Entwurfs findet sich in [Sch94].

Gewicht des Magneten	[kN]	1940	Impulsakzeptanz [%]	15
Gewicht Abschirmung	[kN]	824	Bildebene	konkav
Max. Teilchenimpuls	[MeV/c]	870	Abbildungseigensch.	$\langle x \Theta_0 \rangle = 0$
Max. magn. Induktion	[T]	1.5		$\langle y \Phi_0 \rangle = 0$
Ablenkwinkel	[$^\circ$]	110	Winkelvergr.*	$\langle \Theta \Theta_0 \rangle = -1.2$
Dip.-Polschuhabstand**	[mm]	200		$\langle \Phi \Phi_0 \rangle = -1.2$
Winkelakzeptanz	[$mrad$]	$\Delta\Theta_0 = 140$	Vergrößerung*	0.85
	[$mrad$]	$\Delta\Phi_0 = 40$	Dispersion*	[$cm/\%$] 8.2
Raumwinkel	[msr]	5.6		

* Zentralbahn, ** 1.5 T-Linie

Tabelle 7.1: Zusammenstellung einiger Designeigenschaften von Spektrometer B.

Im Zuge der Inbetriebnahme von Spektrometer B wurde zunächst wiederum das Detektorsystem in Betrieb genommen und getestet. Wie bei Spektrometer A besteht es aus vier vertikalen Driftkammern [Sau94], zwei Ebenen von Szintillationsdetektoren [Ric94] und einem Gas-Tscherenkow-Detektor [Lie94]. Die gemessenen intrinsischen Auflösungen des Spurdetektors [Jb93] sind in der Tab. 7.2 aufgeführt. Da der Aufbau der Driftkammern von Spektrometer A und B in weiten Teilen identisch ist, erwartet man für die Orts- und Win-

Intrinsische Auflösungen				
E_0 [MeV]	σ_x [μm]	σ_y [μm]	σ_Θ [mrad]	σ_Φ [mrad]
405	114	236	0.26	1.22

Tabelle 7.2: Intrinsische Auflösungen des Spurdetektors für Elektronen [Jb93].

kelauflösungen des Spurdetektors von Spektrometer B einschließlich von Aufstreueffekten die gleichen Werte wie im Fall von Spektrometer A (siehe Tab. 6.3).

Zur Untersuchung der Abbildungseigenschaften des Spektrometers wurde eine Reihe von Experimenten mit elastisch gestreuten Elektronen durchgeführt, die in der Tab. 7.3 aufgelistet sind.

Strahlzeit	E_0 [MeV]	Θ_e	Target	$\rho\Delta x$ [mg/cm ²]
09.07-11.07.93	405.11	40.0°	¹⁸¹ Ta	60
			¹² C	30
16.07-19.07.93	495.11	28.0°	¹⁸¹ Ta	60, 3×30
			¹² C	30
16.07-19.07.93	600.11	28.0°	¹⁸¹ Ta	60, 3×30
			¹² C	30
30.07-02.08.93	750.11	22.0°	¹⁸¹ Ta	60, 3×30
			¹² C	30

Tabelle 7.3: *Bisher durchgeführte Messungen zur experimentellen Bahnrückverfolgung mit dem Spektrometer B.*

Wie bei Spektrometer A wurde ein Lochkollimator benutzt. Dieser ist in der Abb. 7.1 dargestellt. Er besteht aus einer 10 mm dicken Edelstahlplatte mit insgesamt 95 Bohrungen, von denen 75 innerhalb der nominalen Raumwinkelakzeptanz von 5.6 msr, d.h. $\Delta\Theta_0 = \pm 70$ mrad und $\Delta\Phi_0 = \pm 20$ mrad, liegen. Die Bohrungen haben einen Durchmesser von 8 mm mit Ausnahme der zentralen und einer weiteren Bohrung, welche Durchmesser von 16 mm besitzen. Ihre Positionsgenauigkeit ist 0.1 mm und die Genauigkeit der Justierung 0.2 mm. Dies entspricht Winkelfehlern von 0.034 mrad bzw. 0.068 mrad bei einem Abstand von ≈ 2945 mm von Target und Kollimator.

7.2 Rohspektren und Abbildungsfehler

Die Abb. 7.2 zeigt für eine Messung mit elastisch gestreuten Elektronen der Energie 495 MeV, bei einem Streuwinkel von 28° und einer Impulsablage von -4%, das Abbild des Lochkollimators am Detektorort. Aufgrund der Punkt-zu-Punkt Abbildung in beiden Richtungen ist es, im Unterschied zu Spektrometer A, in der Φ - Θ -Ebene zu sehen. In erster Näherung wird Θ_0 am Target auf Θ am Detektorort und Φ_0 am Target auf Φ am Detektorort abgebildet. Jedoch ist in der Abb. 7.2 eine V-förmige Verzerrung zu erkennen, die zeigt, daß zumindest zur Rekonstruktion von Φ_0 nicht nur von Φ , sondern auch von Θ herangezogen werden muß. Von den zusätzlichen Lochreihen außerhalb des nominalen Θ_0 -Winkelbereichs ist lediglich die erste zusätzliche Lochreihe bei positiven Θ_0 -Winkeln (kleinen Θ -Winkeln) zu sehen.

Für die gleiche Messung ($\delta = -4\%$) ist in der Abb. 7.3 (a) die elastische Linie in der Θ - x -Ebene dargestellt, wobei durch Schnitte auf Φ die Ereignisse der in der Mittelebene liegenden Lochreihe ausgewählt wurden. Zum Vergleich ist in der Abb. 7.3 (b) in gleicher Weise die elastische Linie für eine eingestellte Impulsablage von 0% gezeigt. Während für $\delta = -4\%$ die Auftragung des Ortes der elastischen Linie als Funktion von Θ einen in etwa waagerechten Verlauf ergibt, zeigt die Kurve für $\delta = 0\%$ eine deutliche Neigung. Die

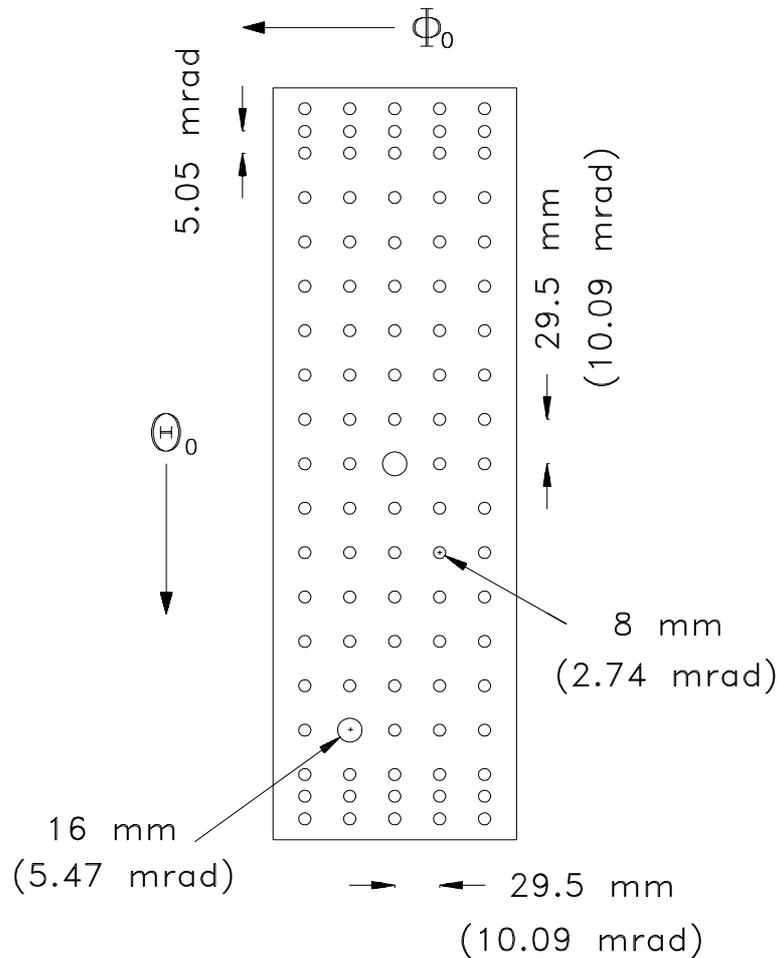


Abbildung 7.1: Lochkollimator von Spektrometer B. Die jeweils letzten beiden Lochreihen bei den extremen Θ_0 -Winkeln liegen außerhalb der nominalen Akzeptanz. Die in Klammern angegebenen Winkelabstände der Bohrungen wurden nach Einbau des Kollimators mit einem am Targetort aufgestellten Theodoliten vermessen.

Ursache hierfür ist, daß die Bildebene von Spektrometer B gekrümmt ist und daher den ebenen Spurdetektor nur an zwei Positionen schneidet, und zwar bei $\delta \approx -4\%$ und bei $\delta \approx 4\%$. Für $\delta = 0\%$ liegt der Bildpunkt dagegen oberhalb der Kammerebene (siehe Abb. 7.5). Am Rand der Θ -Akzeptanz treten Aberrationen höherer Ordnung vom Typ $\langle x | \Theta_0^j \rangle$ auf, die als Krümmungen der Θ - x -Linien in den Abb. 7.3 (a) und 7.3 (b) zu erkennen sind.

In der Abb. 7.4 ist das Bild der elastischen Linie in der Φ - x -Projektion dargestellt. Die parabelartige Krümmung der Φ - x -Linie zeigt, daß in der transversalen Ebene leichte Abbildungsfehler zweiter $\langle x | \Phi_0^2 \rangle$ und/oder vierter Ordnung $\langle x | \Phi_0^4 \rangle$ vorhanden sind.

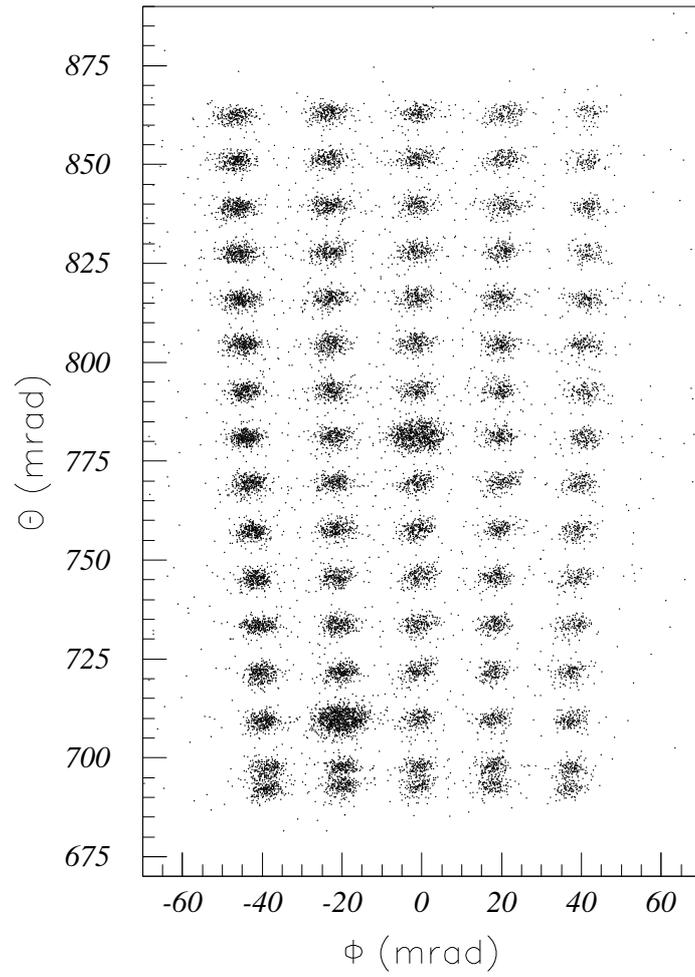
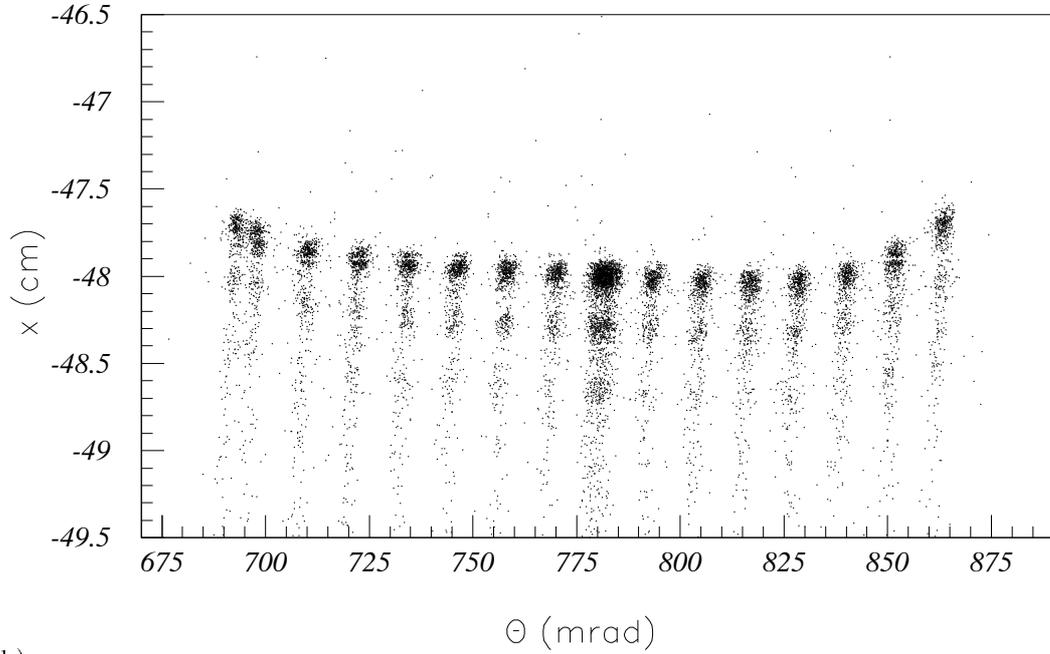


Abbildung 7.2: Abbild des Lochkollimators von Spektrometer B am Detektorort für eine Messung mit elastisch an ^{181}Ta gestreuten Elektronen der Energie $E_0 = 495 \text{ MeV}$.

(a)



(b)

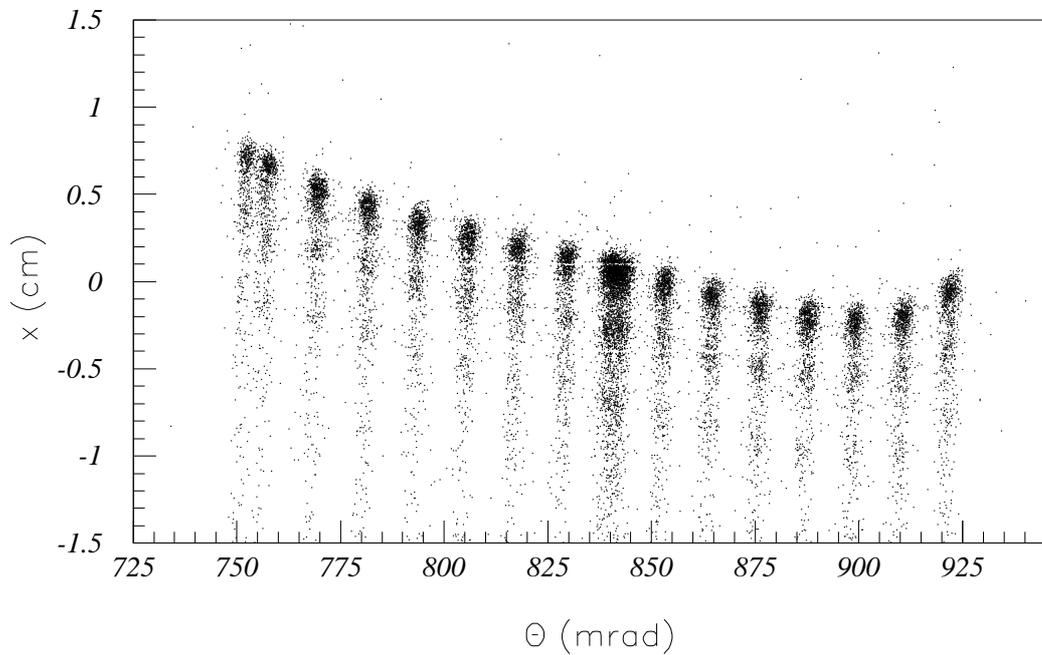


Abbildung 7.3: Abbild der elastischen Linie von ^{181}Ta in der Θ - x -Ebene für eine Messung mit dem Lochkollimator bei einer Elektronenenergie von $E_0 = 495$ MeV und einem Streuwinkel von 28° . Durch Schnitte auf Φ wurden die Ereignisse der mittleren Lochreihe ausgewählt. Die Impulsablagen sind $\delta = -4\%$ ((a)) und $\delta = 0\%$ ((b)).

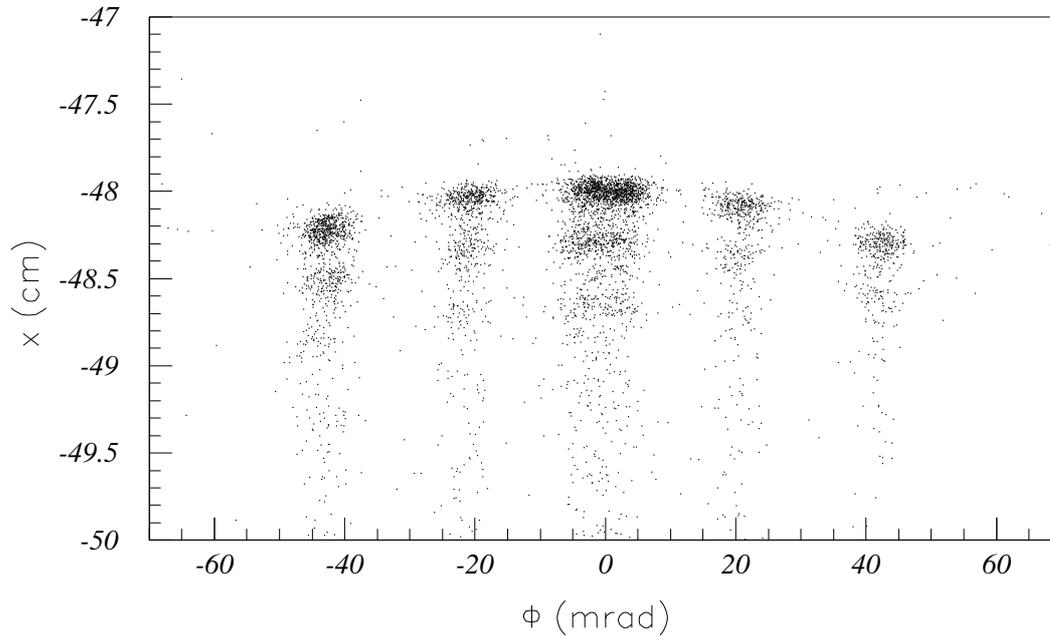


Abbildung 7.4: Abbild der elastischen Linie von ^{181}Ta in der Φ - x -Ebene für $E_0 = 495 \text{ MeV}$, $\Theta_e = 28^\circ$ und $\delta = -4\%$. Durch Schnitte auf Θ wurden die Ereignisse der zentralen Θ_0 -Lochreihe ausgewählt.

In der Abb. 7.5 ist die Lage der x -Bildebene $\langle x|\Theta_0 \rangle = 0$ von Spektrometer B in bezug auf die erste Ebene des Driftkammersystems dargestellt. Sie wurde in Lochkollimatormessungen mit elastisch gestreuten Elektronen mit Energien von 405, 495, 600 und 750 MeV ermittelt. Die zu den verschiedenen Energien gehörenden Feldbereiche sind in der Tab. 7.4 aufgeführt. Die Abb. 7.5 zeigt, daß sich die Positionen der Bildpunkte für die Messungen

E_0 [MeV]	405	495	600	750
B_T [T]	0.70 - 0.80	0.85 - 0.98	1.03 - 1.19	1.29 - 1.49

Tabelle 7.4: Werte der magnetischen Induktion B_T auf der 1.5 T-Linie von Spektrometer B für die Messungen von elastisch gestreuten Elektronen der angegebenen Energie.

mit Induktionen unterhalb von 1.2 T ($E_0 = 405, 495,$ und 600 MeV) nicht unterscheiden. Für die Messung mit Elektronen der Energie $E_0 = 750 \text{ MeV}$ liegen die Bildpunkte dagegen um mehrere Zentimeter unterhalb der bei den kleineren Energien gemessenen Positionen. Die Ursache hierfür sind Sättigungseffekte, die oberhalb von $B_T = 1.3 \text{ T}$ verstärkt auftreten. Sie bewirken eine Verkürzung der effektiven Längen und eine Verkleinerung des n -Wertes [Sch94], was zu der beobachteten Verschiebung der Bildpunkte führt. Die elastische Linie wurde durch Verändern des Sollimpulses entlang der Detektorebene verschoben, so daß das eingestellte Magnetfeld in Abb. 7.5 von großen zu kleinen x -Werten hin zunimmt. Da die Sättigungseffekte mit wachsendem B_T stärker werden, liegen für $E_0 = 750 \text{ MeV}$ die Bildpunkte für negative x -Werte deutlich tiefer als für positive x -Werte. Die Eigenschaften des Magneten ändern sich bei hohen Induktionen stark. Daher benötigt man für Spektrometer

B im Bereich $B_T > 1.3 T$ viele unterschiedliche Sätze von Matrixelementen, und es ist besser (wenn auch aufwendiger), bei der Bestimmung der Matrixelemente das Magnetfeld konstant zu halten und die elastische Linie durch Verändern der Einschußenergie entlang der Bildebene zu verschieben.

Um eine gute Rekonstruktion des Reaktionsortes zu gewährleisten, ist Spektrometer B in der transversalen Ebene ebenfalls Punkt-zu-Punkt-abbildend. Die Abb. 7.6 zeigt die Lage der Bildebene $\langle y | \Phi_0 \rangle = 0$. Sie ist um ca. 18° gegenüber der Detektorebene geneigt und schneidet diese bei $x \approx 0$. Auch hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung in den Positionen der Bildpunkte für die Energien bis 600 MeV und eine Abweichung für $E_0 = 750 \text{ MeV}$.

Für eine Messung mit einem Stapel von drei Tantal-Targetfolien der Massenbelegung 30 mg/cm^2 mit einem Abstand von 1.84 cm senkrecht zur Blickrichtung des Spektrometers ist in der Abb. 7.7 die Projektion der elastischen Linie in die Φ - y -Ebene dargestellt. Durch Schnitte auf Θ wurde der Startwinkel Θ_0 auf Werte im Bereich von -5 mrad bis $+5 \text{ mrad}$ eingeschränkt. Die Elektronenenergie betrug $E_0 = 495 \text{ MeV}$, der Streuwinkel war $\Theta_e = 28^\circ$ und die Impulsablage $\delta = 0\%$. Die an den unterschiedlichen Targetfolien gestreuten Elektronen sind deutlich in der Koordinate y getrennt. y ist nahezu unabhängig von Φ und damit von Φ_0 , da die y -Bildebene $\langle y | \Phi_0 \rangle \approx 0$ die Detektorebene bei $x \approx 0$ schneidet (siehe Abb. 7.6). Für andere Impulsablagen, entsprechend anderen Positionen entlang des Detektors, liegt die y -Bildebene dagegen unterhalb und oberhalb der Detektorebene, was sich in zur Abb. 7.7 analogen Darstellungen in einer Rotation der beobachteten Linien äußert. Wählt man andere Θ_0 -Winkelbereiche als den für die Abb. 7.7 gewählten aus, so beobachtet man ebenfalls eine Drehung der Φ - y -Linien um den y -Wert bei $\Phi = 0 \text{ mrad}$. Dies zeigt, daß Aberrationen der Art $\langle y | \Theta_0^j y_0^k \Phi_0^l \rangle$ ($k + l$ ungerade) vorhanden sind, welche bei vollem Raumwinkel zu der in der Abb. 7.8 gezeigten Verteilung führen. Hier lassen sich die Ereignisse der verschiedenen Targets nur noch für kleinere Φ -Winkel ohne zusätzliche Schnitte auf Θ unterscheiden.

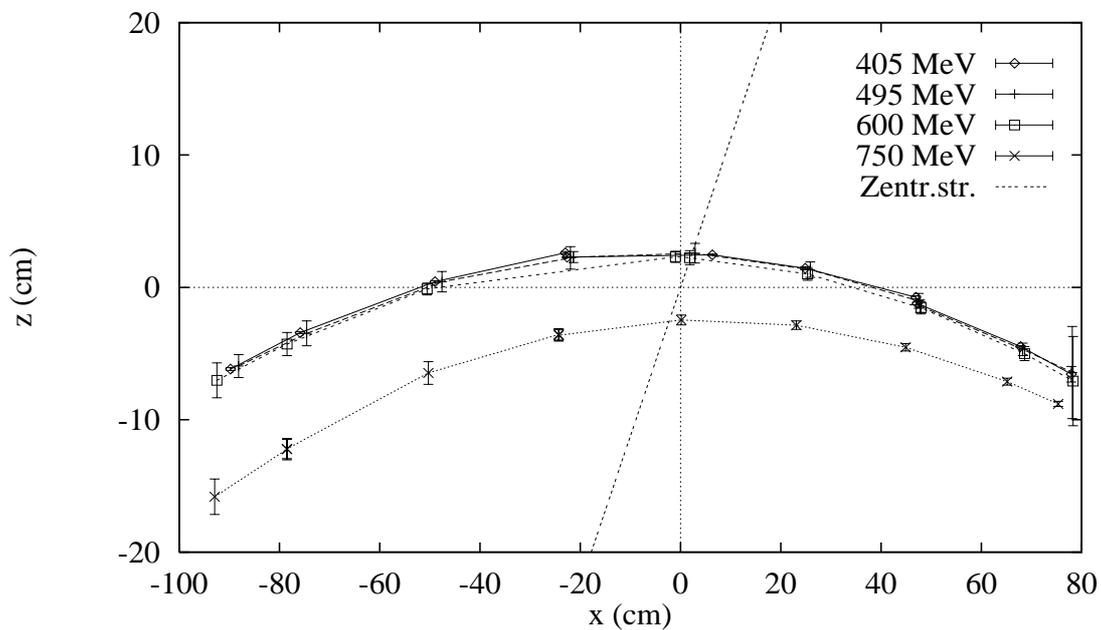


Abbildung 7.5: Lage der Bildebene $\langle x | \Theta_0 \rangle = 0$ von Spektrometer B in bezug auf die Detektorebene, ermittelt mit elastisch gestreuten Elektronen der Energien 405, 495, 600 und 750 MeV.

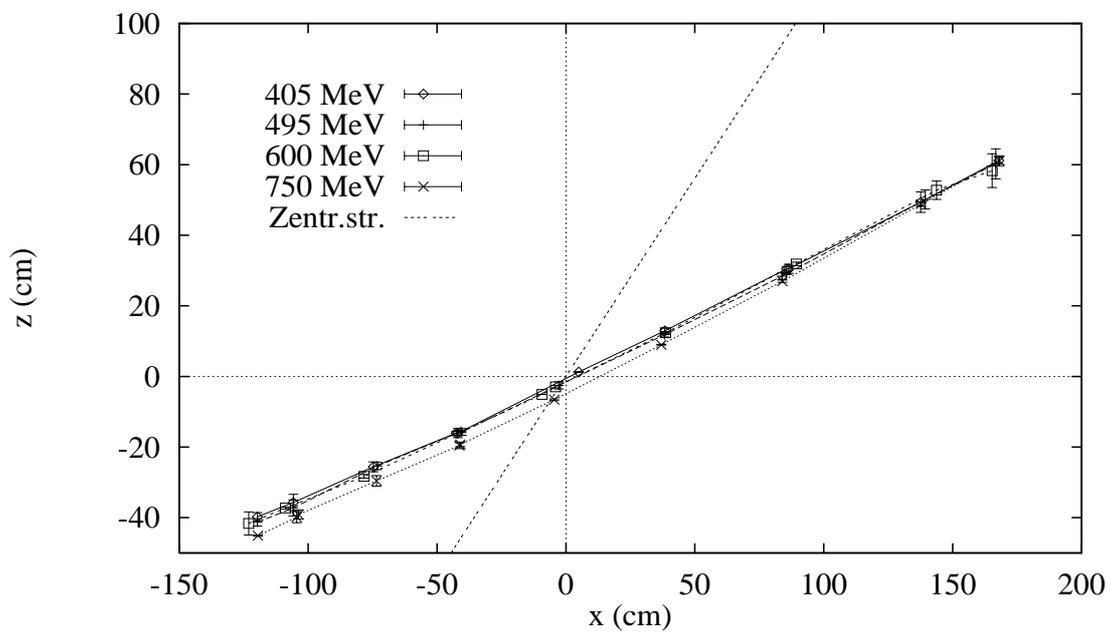


Abbildung 7.6: Lage der Bildebene $\langle y | \Phi_0 \rangle = 0$ von Spektrometer B in bezug auf die Detektorebene, ermittelt mit elastisch gestreuten Elektronen der Energien 405, 495, 600 und 750 MeV.

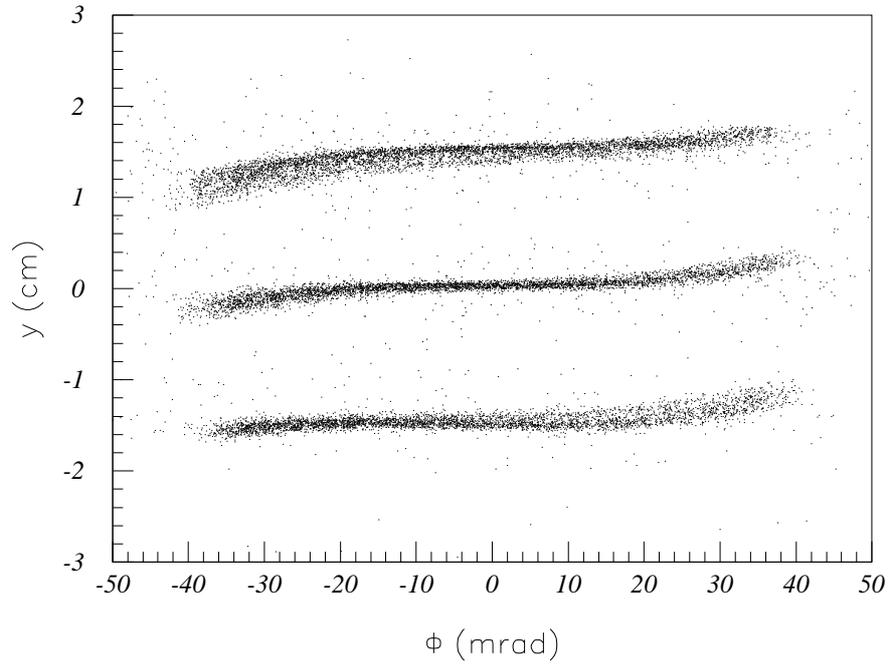


Abbildung 7.7: Projektion der elastischen Linie von ^{181}Ta in die Φ - y -Ebene für eine Messung mit dem 3-er Targetstapel bei einer Elektronenenergie von $E_0 = 495 \text{ MeV}$ und einem Streuwinkel von 28° . Durch Schnitte wurden nur Ereignisse mit $\Theta_0 \in [-5 \text{ mrad}, 5 \text{ mrad}]$ ausgewählt.

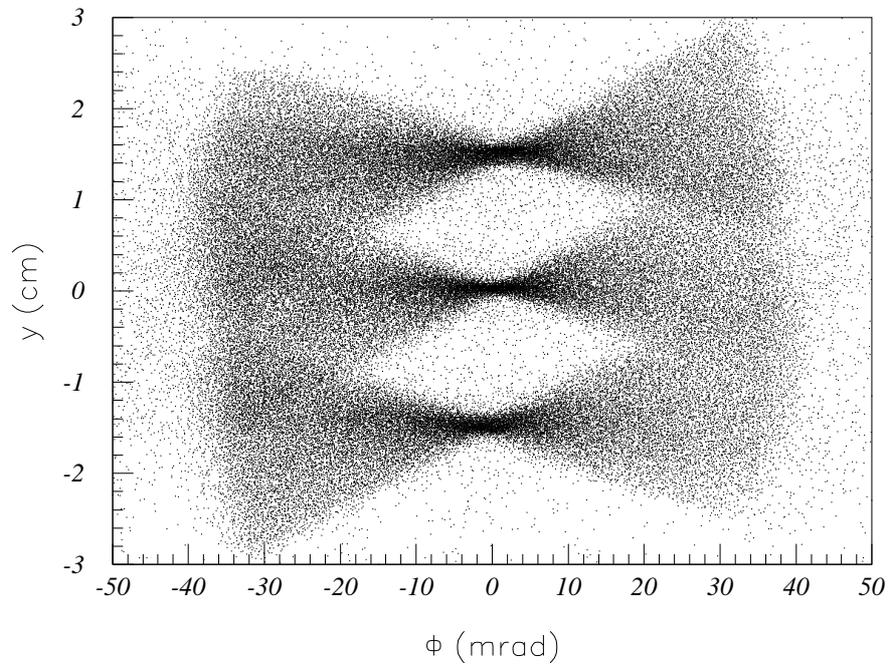


Abbildung 7.8: Projektion der elastischen Linie von ^{181}Ta in die Φ - y -Ebene wie in der Abb. 7.7, jedoch bei vollem Raumwinkel.

7.3 Bestimmung der Matrixelemente

Die Matrixelemente (oder Transferkoeffizienten), welche die Abbildungseigenschaften des Spektrometers beschreiben, wurden mit der zuvor beschriebenen Methode experimentell aus den Bahndaten elastisch gestreuter Elektronen bestimmt. Es zeigte sich, daß die bei $E_0 = 495 \text{ MeV}$ ermittelten Matrixelemente ebenfalls die Daten für $E_0 = 405 \text{ MeV}$ und $E_0 = 600 \text{ MeV}$ beschreiben. Die Eigenschaften des Spektrometers ändern sich in diesem Bereich der magnetischen Induktion nicht.

Die Abb. 7.9 und 7.10 zeigen für $E_0 = 495 \text{ MeV}$ den Verlauf aller von Null verschiedenen Matrixelemente erster Ordnung als Funktion von δ , wobei die Werte an den Meßorten als Symbole dargestellt sind. Die gestrichelte Kurve stellt den mit den Designwerten ermittelten Verlauf dar. Der Vergleich ergibt im wesentlichen eine Übereinstimmung von gemessenen Werten und Designwerten. Merkliche Abweichungen gibt es beim Matrixelement $\langle \delta | \Theta \rangle$, das die Lage der Bildebene wiedergibt, und beim Matrixelement $\langle \Phi_0 | y \rangle$.

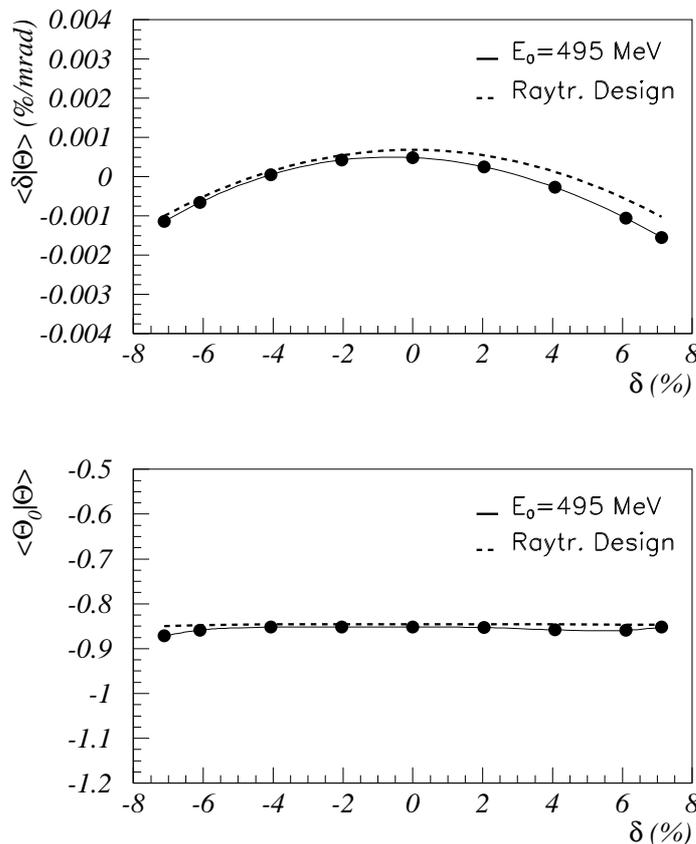
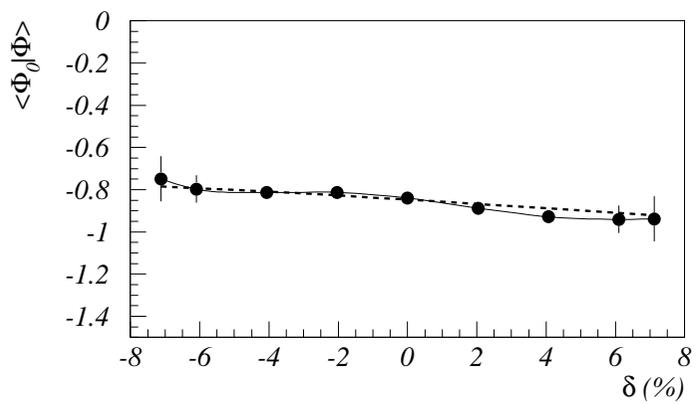
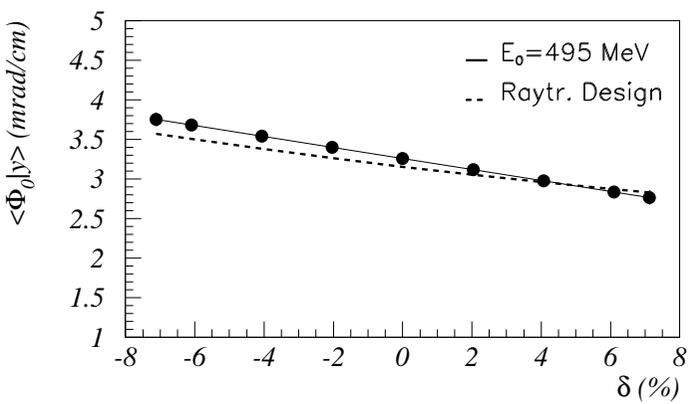
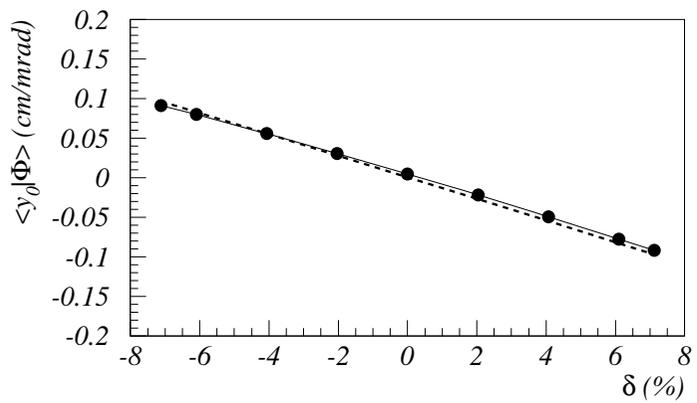
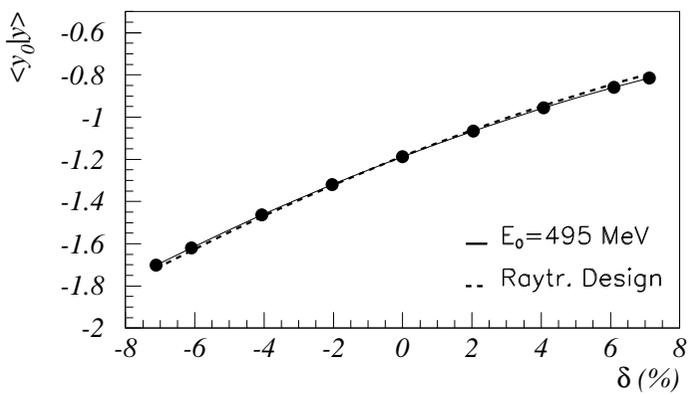


Abbildung 7.9: Matrixelemente erster Ordnung $\langle \delta | \Theta \rangle$ und $\langle \Theta_0 | \Theta \rangle$ als Funktion der Impulsablage δ .

Abbildung 7.10: Matrixelemente erster Ordnung für die nicht-dispersive Ebene als Funktion der Impulsablage δ .



7.4 Impulsaufösungsvermögen

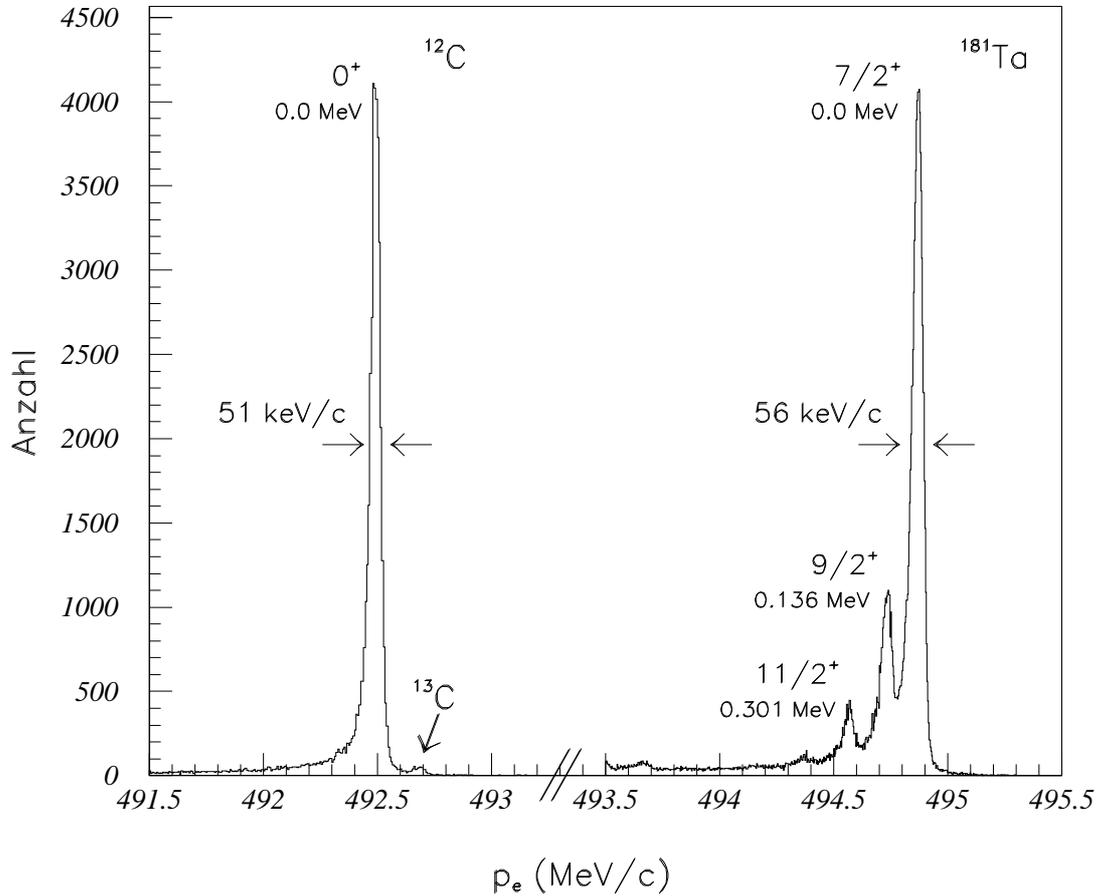


Abbildung 7.11: Elastische und inelastische Linien von ^{12}C , ^{13}C und ^{181}Ta bei einer Elektronenenergie von $E_0 = 495 \text{ MeV}$ und einem Streuwinkel von $\Theta_e = 28^\circ$. Die Massenbelegung des Kohlenstoff-Targets betrug 30 mg/cm^2 , die des Tantal-Targets 60 mg/cm^2 . Die Linien von Kohlenstoff und Tantal wurden in getrennten Messungen aufgenommen und sind hier lediglich gemeinsam dargestellt.

Für eine Primärelektronenenergie von $E_0 = 495 \text{ MeV}$, einen Streuwinkel von 28° und bei vollem Raumwinkel von $\Delta\Omega = 5.6 \text{ msr}$ zeigt die Abb. 7.11 die Impulsspektren von elastisch oder inelastisch an ^{12}C ($q = 1.16 \text{ fm}^{-1}$), ^{13}C und ^{181}Ta ($q = 1.21 \text{ fm}^{-1}$) gestreuten Elektronen. Die gemeinsam dargestellten Linien von Kohlenstoff und Tantal wurden unter gleichen Bedingungen, jedoch in getrennten Messungen aufgenommen. Die Massenbelegung des Kohlenstofftargets betrug 30 mg/cm^2 , die des Tantaltargets 60 mg/cm^2 . Die eingestellte Impulsablage war $\delta = 4\%$. Beide Spektren sind aberrations- und rückstoßkorrigiert. Die Breiten der elastischen Linien betragen $(51 \pm 1) \text{ keV/c}$ für ^{12}C und $(56 \pm 1) \text{ keV/c}$ für ^{181}Ta . Darin sind enthalten:

- Die Beiträge der Strahlfleckgröße und der energetischen Breite des Elektronenstrahls von ca. $30\text{--}50 \text{ keV/c}$,

- der Beitrag der Energieaufstreuung im Target von $11 \text{ keV}/c$ für ^{12}C bzw. $18 \text{ keV}/c$ für ^{181}Ta ,
- der Beitrag der Genauigkeit der Streuwinkelrekonstruktion von $30 \text{ keV}/c$ für ^{12}C bzw. $2 \text{ keV}/c$ für ^{181}Ta und
- der Beitrag verbleibender Aberrationen von $(24 \pm 5) \text{ keV}/c$

Das hohe Impulsaufhebungsvermogen ermoglicht eine deutliche Trennung der beiden ebenfalls in der Abb. 7.11 gezeigten angeregten Zustande von Tantal bei Anregungsenergien von 0.136 MeV und 0.301 MeV .

Die gute Trennung der Zustande ist auch in der Abb. 7.12 zu erkennen. Dort sind die elastische und die inelastischen Linien in der p_e - Θ_0 -Projektion aufgetragen. Der rekonstruierte Impuls ist nahezu unabhingig vom Startwinkel Θ_0 , d.h. die Aberrationen sind nahezu vollstandig korrigiert.

Ein etwas groBerer Ausschnitt aus dem Anregungsspektrum von ^{12}C ist in der Abb. 7.13 dargestellt. Neben der elastischen Linie zeigt die Abbildung die inelastischen Linien bei Anregungsenergien von $E_x = 4.44, 7.65$ und 9.65 MeV .

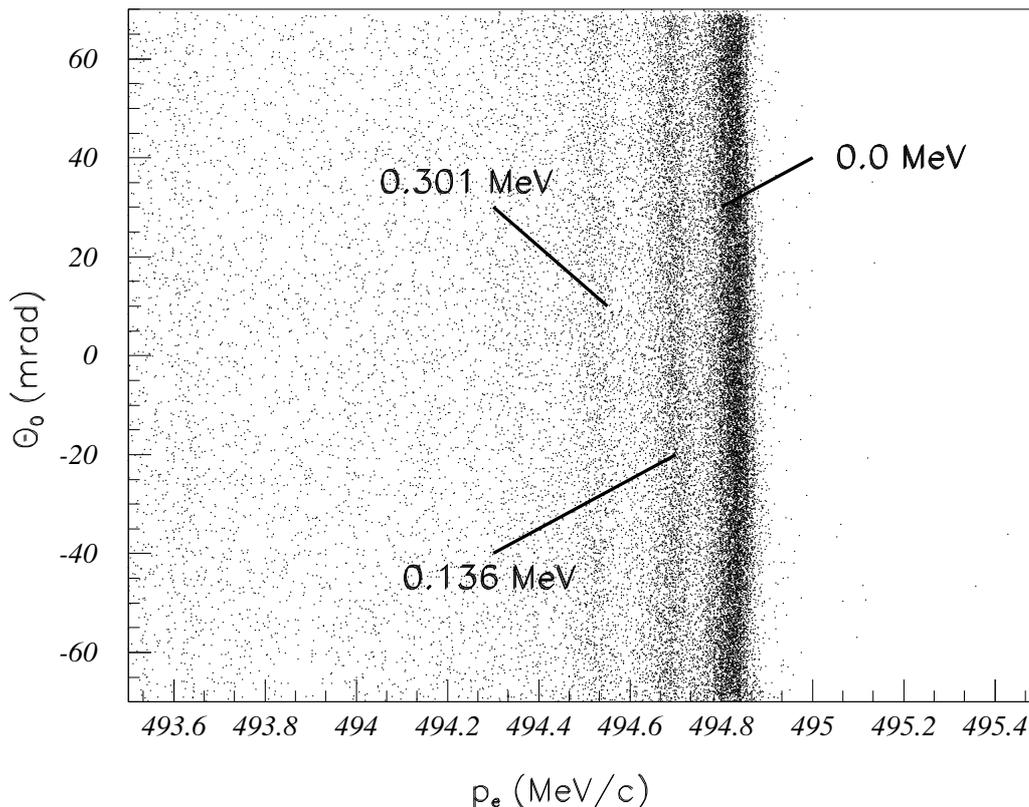


Abbildung 7.12: Elastische und inelastische Linien von ^{181}Ta in der p_e - Θ_0 -Ebene für $\delta = 4\%$.

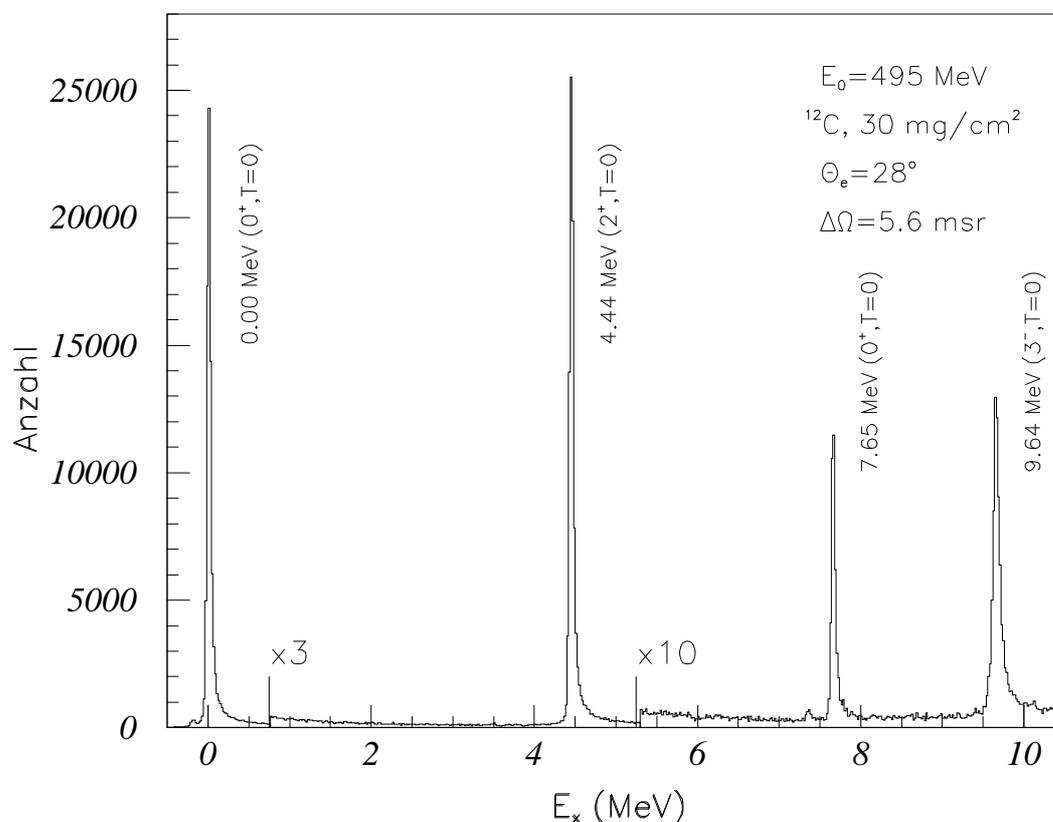


Abbildung 7.13: Anregungsspektrum von ^{12}C bei einer Elektronenenergie von $E_0 = 495 \text{ MeV}$ und einem Streuwinkel von $\Theta_e = 28^\circ$.

Trägt man die gemessene Breite der elastischen Linie von ^{181}Ta gegen die Impulsablage auf, so erhält man den in der Abb. 7.14 gezeigten Verlauf für den vollen Raumwinkel von $\Delta\Omega = 5.6 \text{ msr}$ und für den um den Faktor 10 eingeschränkten Raumwinkel von $\Delta\Omega = 0.56 \text{ msr}$. Bei stark eingeschränktem Raumwinkel spielen die Spektrometeraberrationen für das Impulsaufhebungsvermögen keine Rolle, so daß für die beobachteten Variationen aller Wahrscheinlichkeit nach Schwankungen in der Strahlfleckgröße und der Energiebreite des Elektronenstrahls verantwortlich sind. Das Verhältnis der Linienbreiten bei vollem und eingeschränktem Raumwinkel, das in der Abb. 7.15 dargestellt ist, ist daher ein Maß für die unkorrigiert gebliebenen Aberrationen des Spektrometers. In der Mitte der Impulsakzeptanz bewirkt die Verkleinerung der Raumwinkels keine Verbesserung des Auflösungsvermögens. Zum Rand hin beobachtet man dagegen einen leichten parabelförmigen Anstieg der Datenpunkte in der Abb. 7.15, entsprechend einer Verkleinerung der Linienbreite um ca. 20% bei Einschränkung des Raumwinkels von 5.6 msr auf 0.56 msr .

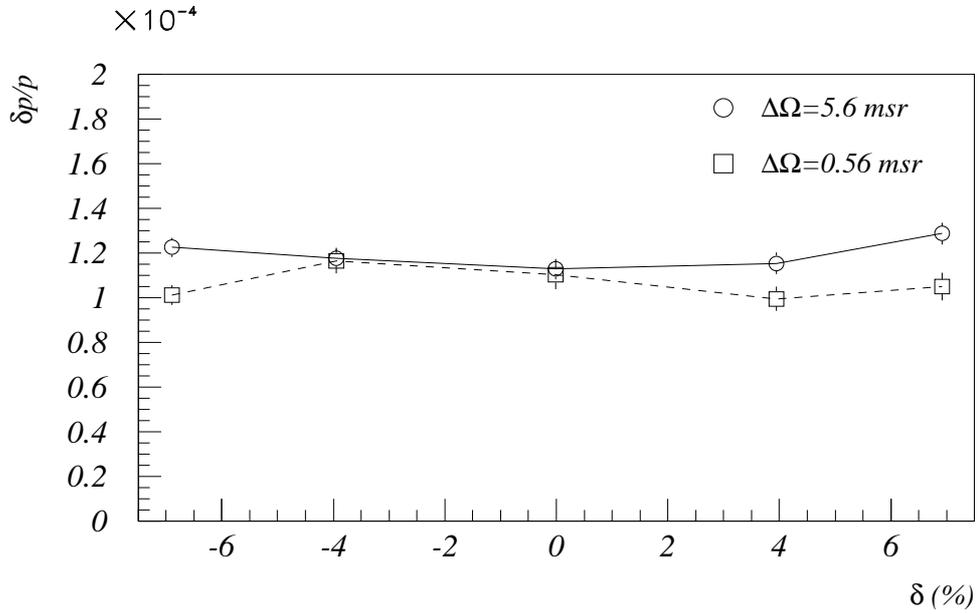


Abbildung 7.14: Breite der elastischen Linie von Tantal bei $E_0 = 495$ MeV und $\Theta_e = 28^\circ$ für Raumwinkel von 5.6 msr und 0.56 msr als Funktion der Impulsablage.

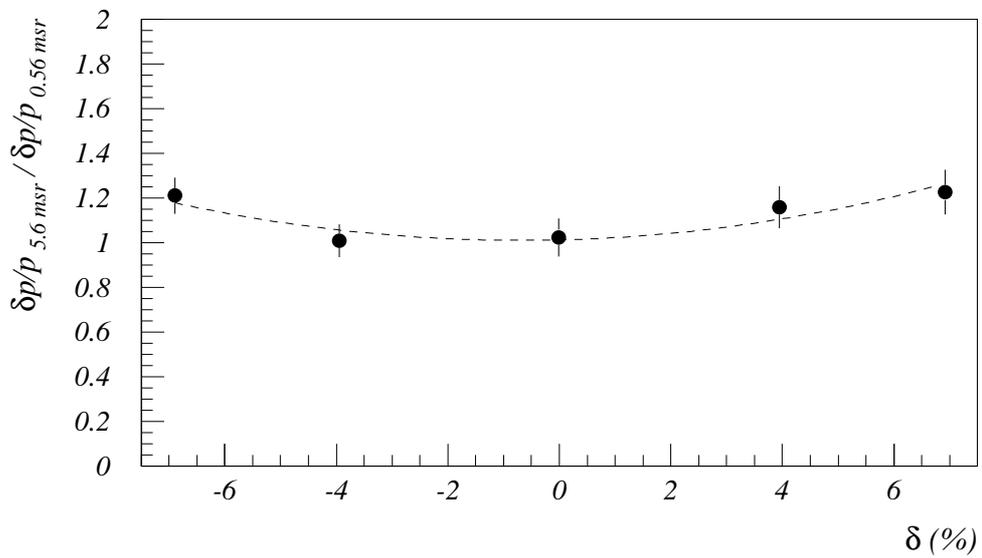


Abbildung 7.15: Verhältnis der Linienbreiten bei vollem und um den Faktor 10 eingeschränkten Raumwinkel.

7.5 Winkelauflösung

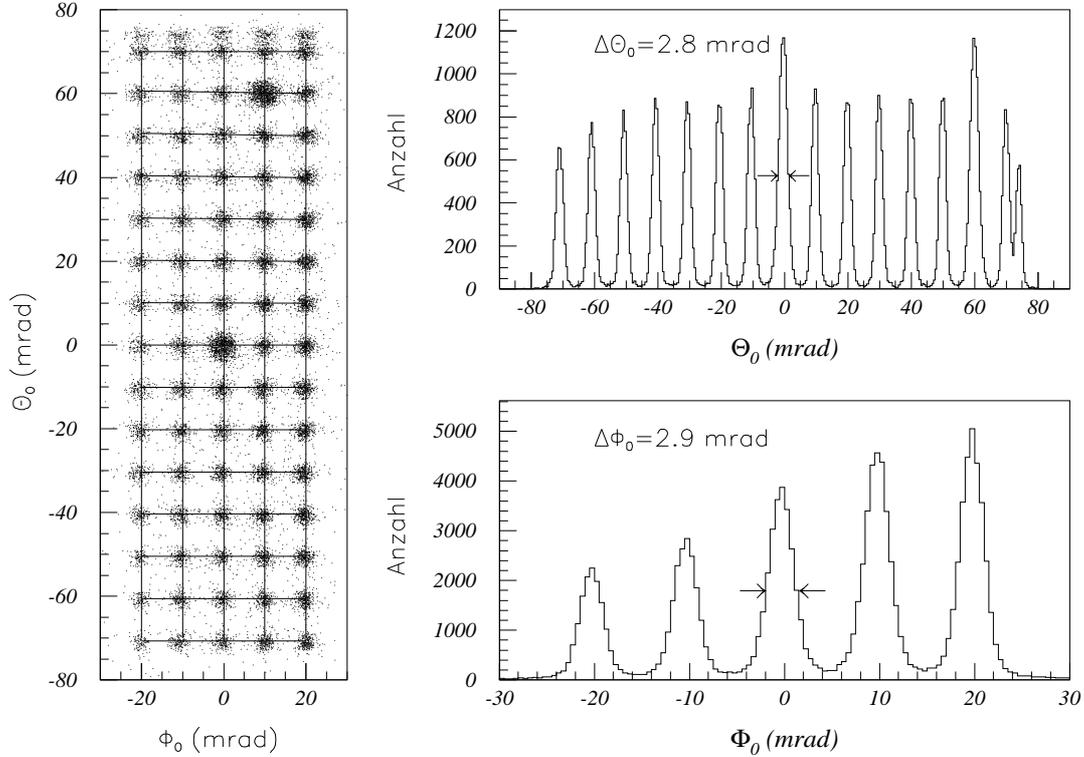


Abbildung 7.16: Rekonstruierte Teilchenwinkel am Targetort für eine Messung mit dem Lochkollimator von elastisch an ^{181}Ta gestreuten Elektronen der Energie $E_0 = 495 \text{ MeV}$ bei $\Theta_e = 28^\circ$.

Für eine Messung von elastisch an ^{181}Ta gestreuten Elektronen ($E_0 = 495 \text{ MeV}$, $\Theta_e = 28^\circ$, $\delta = 0\%$) mit dem Lochkollimator sind in der Abb. 7.16 die rekonstruierten Startwinkel dargestellt. Im linken Bild sind die Winkel in der Φ_0 – Θ_0 –Ebene aufgetragen. Die Schnittpunkte der eingezeichneten Hilfslinien markieren die Lochpositionen. Die Spektren rechts oben und rechts unten in der Abb. 7.16 zeigen die Lochreihen in der Projektion auf die Θ_0 – bzw. Φ_0 –Achse. Die Halbwertsbreiten der Winkelverteilungen für ein Kollimatorloch betragen $\Delta\Theta_0 = 2.8 \text{ mrad}$ und $\Delta\Phi_0 = 2.9 \text{ mrad}$. Darin enthalten ist der Beitrag der Winkelakzeptanz des Kollimatorlochs von 1.6 mrad (FWHM). Für die Winkelauflösung ergibt sich hiermit für Θ_0 ein Wert von $(2.3 \pm 0.1) \text{ mrad}$ und für Φ_0 ein Wert von $(2.4 \pm 0.1) \text{ mrad}$. Aufgrund des großen Abstandes von Kollimator und Target ist der Beitrag der Strahlfleckgröße vernachlässigbar klein. Daher kann man aus den oben genannten Winkelauflösungen am Targetort die Winkelauflösungen des Spurdetektors (inkl. Aufstreueffekten) mittels der Winkelvergrößerungen des Spektrometers bestimmen. Für Θ erhält man einen Wert von $\sigma_\Theta = (1.15 \pm 0.05) \text{ mrad}$ und für Φ einen Wert von $\sigma_\Phi = (1.20 \pm 0.05) \text{ mrad}$. Beide Werte sind etwas größer als die vorhergesagten Winkelfehler (Tab. 6.3).

In der Abb. 7.17 ist der Verlauf der über die Raumwinkelakzeptanz gemittelten Win-

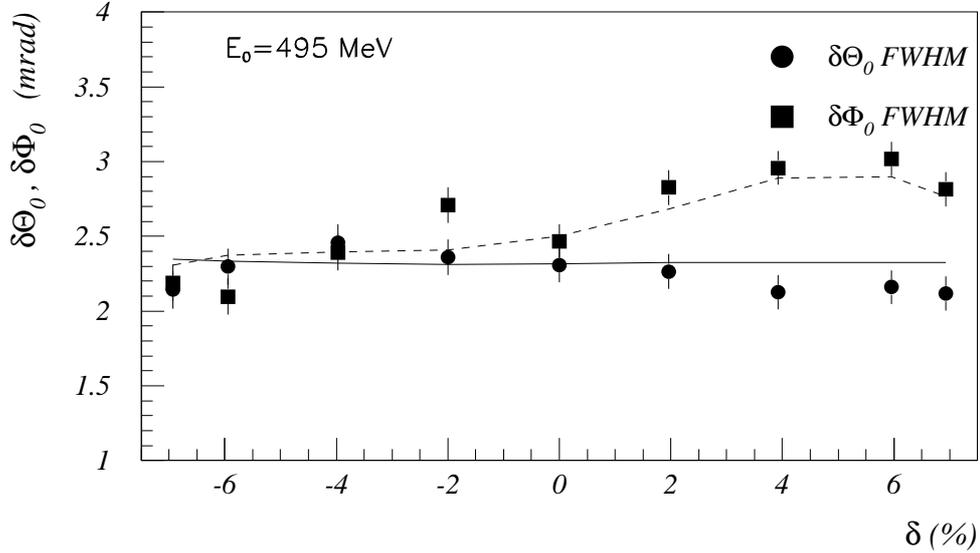


Abbildung 7.17: Winkelauflösungen (FWHM) von Spektrometer B als Funktion der Impulsablage.

kelauflösung für Θ_0 und für Φ_0 als Funktion der Impulsablage δ dargestellt. Hierzu wurden für Messungen mit dem Lochkollimator die Häufigkeitsverteilungen der Differenzen der rekonstruierten Startwinkel zu den Winkeln der Lochmitten gebildet. Von den erhaltenen Häufigkeitsverteilungen wurden die Halbwertsbreiten bestimmt, der Beitrag der Winkelakzeptanz des Kollimatorlochs quadratisch subtrahiert und das Resultat als Funktion der Impulsablage aufgetragen. Die durchgezogene und die gestrichelte Linie zeigen den aufgrund der experimentell bestimmten Winkelfehler σ_Θ und σ_Φ in erster Ordnung erwarteten Verlauf. Der Vergleich zeigt, daß das Winkelauflösung im wesentlichen durch die Winkelfehler σ_Θ und σ_Φ bestimmt wird.

7.6 Ortsauflösung

Das obere Bild in der Abb. 7.18 zeigt das Spektrum der rekonstruierten und tiefenschärfekorrigierten Ortskoordinate y_R für eine Messung elastisch gestreuter Elektronen. Als Target diente ein Stapel aus drei Tantalfolien der Massenbelegung 30 mg/cm , deren Abstand in Blickrichtung des Spektrometers 1.84 cm betrug. Die erreichte Ortsauflösung ist 0.13 cm (FWHM) für $\delta = 0\%$. Aufgrund ihrer unterschiedlichen Positionen nimmt der Streuwinkel von Target 1 nach Target 3 hin zu. Dadurch nimmt der Wirkungsquerschnitt und damit die Anzahl der Ereignisse von Target 1 nach Target 3 hin ab. Der beobachtete Abfall ist bis auf etwa 2% mit dem berechneten Abfall des Wirkungsquerschnitts vereinbar.

In den beiden unteren Bildern der Abb. 7.18 sind die rekonstruierten Teilchenwinkel Φ_0 und Θ_0^{korr} am Targetort gegen den rekonstruierten Ort y_R aufgetragen. y_R ist nahezu unabhängig von den Startwinkeln. Alle wesentlichen Abbildungsfehler sind korrigiert.

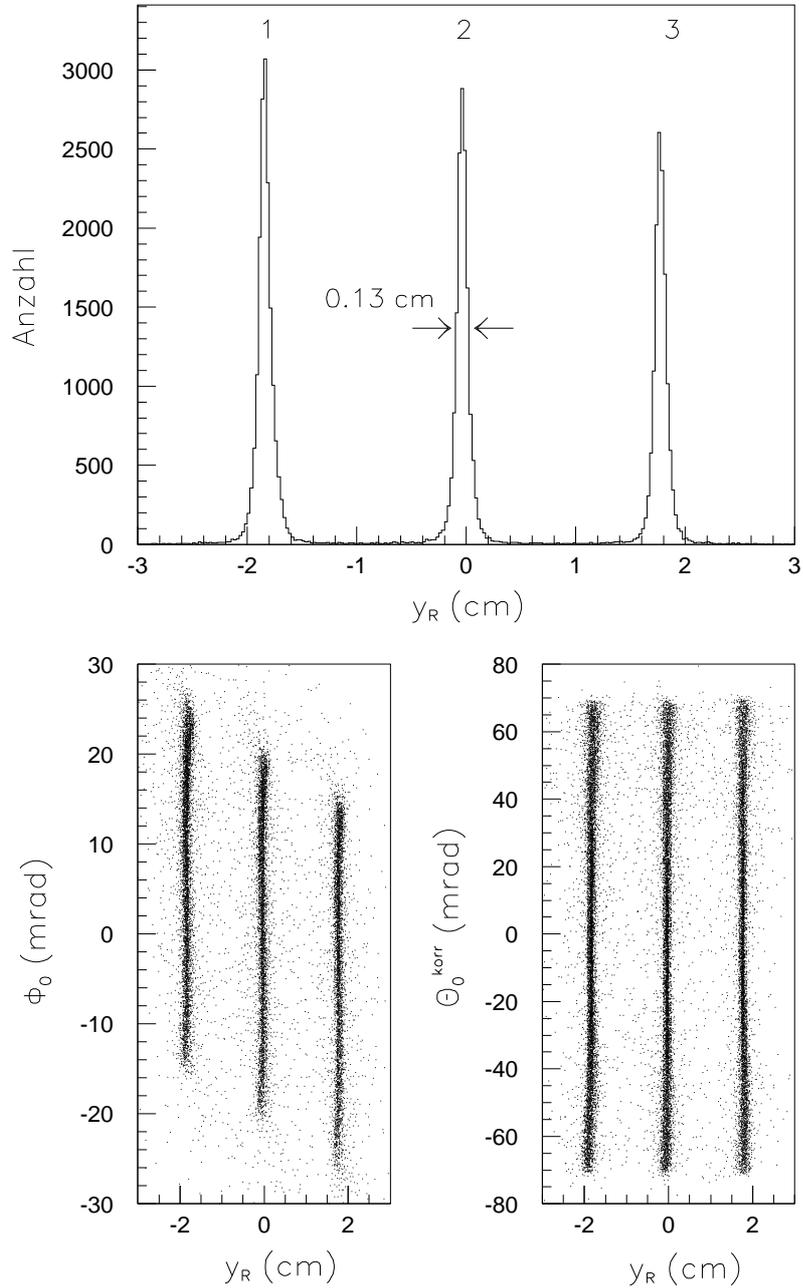


Abbildung 7.18: Rekonstruierte Startkoordinaten elastisch gestreuter Elektronen ($E_0 = 495 \text{ MeV}$, $\Theta_e = 28^\circ$, $\delta = 0\%$) für eine Messung mit einem Stapel von drei Tantal-Targets (30 mg/cm) im Abstand von 1.84 cm in Blickrichtung des Spektrometers und bei voller Raumwinkelakzeptanz von 5.6 msr .

Die Abhängigkeit der erreichten Ortsauflösung (FWHM) von der Impulsablage, ermittelt in Messungen mit dem Target–Stapel und mit elastisch gestreuten Elektronen der Energie $E_0 = 495 \text{ MeV}$, zeigt die Abb. 7.19. Dargestellt ist die Halbwertsbreite der Verteilung der Differenz der rekonstruierten und tiefenschärfekorrigierten Reaktionsorte y_R zu den bekannten Targetpositionen. Die gemessenen Werte sind für die volle und für eine stark eingeschränkte Raumwinkelakzeptanz angegeben und beinhalten den Beitrag der Strahlfleckgröße. Diese ist typischerweise von der Größe 0.05 cm (FWHM) und trägt nur wenig zur Ortsauflösung bei. Der Bestwert der Ortsauflösung wird an der Stelle $\delta = 0\%$ erzielt. Dort schneidet die $\langle y|\Phi_0 \rangle = 0$ -Bildebene die Detektorebene, d.h. der Winkel Φ wird zur Rekonstruktion von y_0 nicht benötigt, und der Meßfehler von Φ geht nicht in die Auflösung ein. Für andere Werte von δ dagegen trägt der Meßfehler von Φ in erster Ordnung über das Matrixelement $\langle y_0|\Phi \rangle$ (siehe Abb. 7.10) bei und die Ortsauflösung nimmt ab. Der Vergleich der Meßpunkte bei voller und bei stark eingeschränkter Raumwinkelakzeptanz zeigt, daß bei negativen Werten von δ noch Aberrationen vorhanden sind. Dies zeigt ebenfalls der Vergleich mit der gestrichelt eingezeichneten Kurve. Sie ist das Resultat einer Fehlerfortpflanzungsrechnung mit Detektorfehlern von $\sigma_x = 0.014 \text{ cm}$, $\sigma_y = 0.023 \text{ cm}$, $\sigma_\Theta = 1.15 \text{ mrad}$ und $\sigma_\Phi = 1.20 \text{ mrad}$ ¹ und stellt die aufgrund der Detektorfehler maximal erreichbare Auflösung dar. Als Ursache dafür, daß auch die bei stark eingeschränktem Raumwinkel gemessenen Werte in der Tendenz über dieser Kurve liegen, kommt in Betracht, daß entweder der Detektorfehler zu klein angenommen wurde oder der Strahlfleckdurchmesser größer als der oben genannte Wert war und einen merklichen Beitrag lieferte.

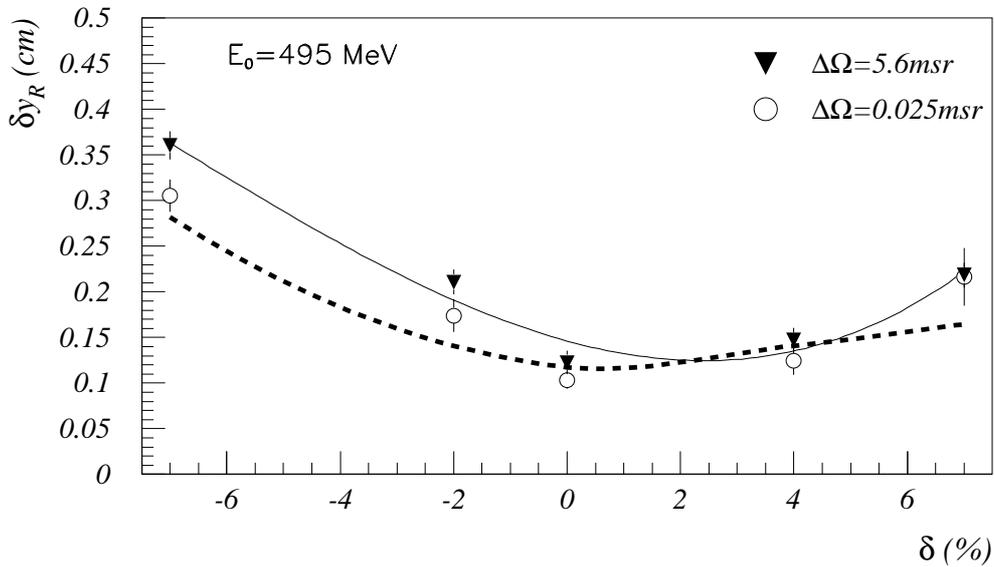


Abbildung 7.19: Ortsauflösung (FWHM) von Spektrometer B als Funktion der Impulsablage δ . Die gestrichelte Kurve ist das Resultat einer Fehlerfortpflanzungsrechnung und die durchgezogene Kurve das Resultat einer Polynomannäherung an die Daten für $\Delta\Omega = 5.6 \text{ msr}$.

¹Als Ortsfehler wurden die intrinsischen Auflösungen angenommen, und die Winkelfehler wurden aus den Lochblendenmessungen bestimmt.

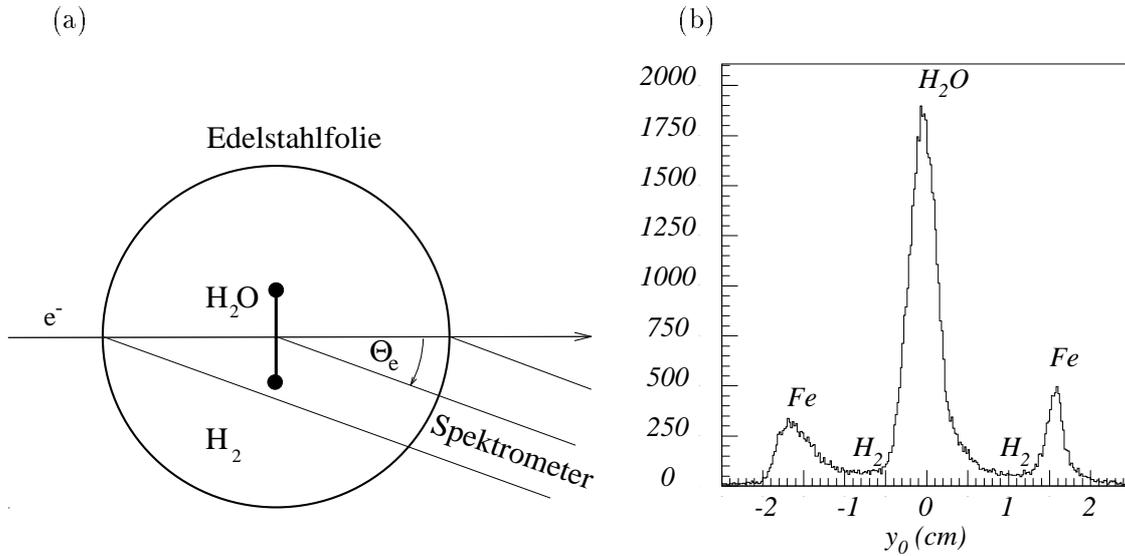


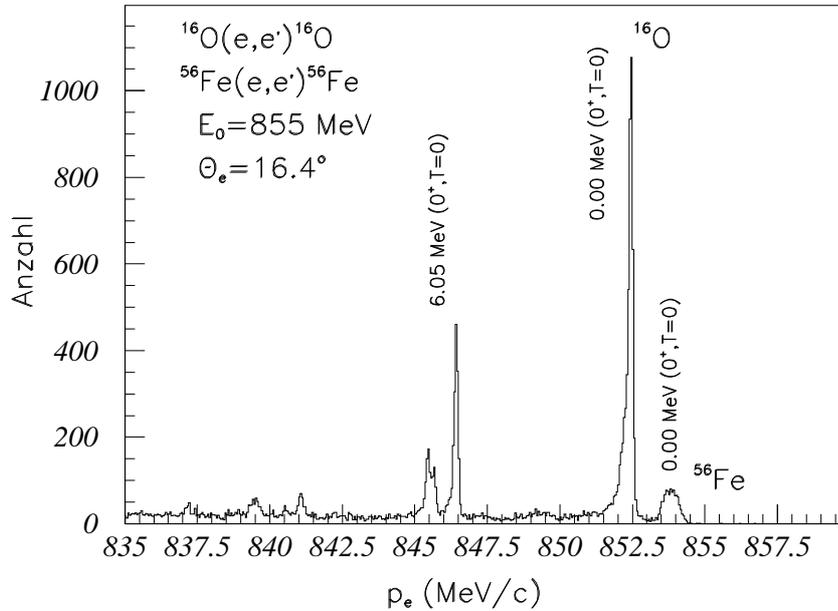
Abbildung 7.20: (a) Schematische Darstellung des Wasserfalltargets und (b) mit Spektrometer B aufgenommene Häufigkeitsverteilung des Ortes y_0 .

Ein Anwendungsbeispiel für die Rekonstruktion des Reaktionsortes mit Spektrometer B zeigt die Abb. 7.20 (a). Das dort schematisch dargestellte Wasserfalltarget wurde in ersten $^{16}\text{O}(e, e'p)^{15}\text{N}$ -Koinzidenzexperimenten [Blo94] mit den Spektrometern A und B eingesetzt. Eine Edelstahlfolie (Massenbelegung 7 mg/cm^2) bildet eine zylinderförmige Zelle mit einem Durchmesser von ca. 11 cm , die mit Wasserstoffgas mit einem Druck von 0.2 bar gefüllt ist. Im Zentrum der Zelle befindet sich das eigentliche Target. Es besteht aus einem dünnen Wasserfilm, der sich ausbildet, wenn das Wasser mit Druck durch den speziell geformten Targetrahmen gepumpt wird. Die Dicke des Wasserfilms, d.h. seine Massenbelegung, kann in gewissen Grenzen über die Pumpgeschwindigkeit eingestellt werden. Um die Massenbelegung des Wasserfilms bei gegebener Pumpgeschwindigkeit zu ermitteln, wurde mit Spektrometer B die Zählrate der elastisch an ^{16}O gestreuten Elektronen gemessen. Aus dieser wurde mit Hilfe des bekannten Wirkungsquerschnitts, des gemessenen Strahlstroms und des bekannten Spektrometerwinkels die Massenbelegung des Wasserfilms zu 38 mg/cm^2 bestimmt.

Die Abb. 7.21 (a) zeigt einen Ausschnitt aus einem mit Spektrometer B aufgenommenen Impulsspektrum der gestreuten Elektronen bei einer Elektronenenergie von $E_0 = 855 \text{ MeV}$, bei einem Streuwinkel von $\Theta_e = 16.4^\circ$ und einer Impulsablage von $\delta = 5.6\%$. Neben der elastischen Linie und weiteren inelastischen Linien des ^{16}O ist auch die elastische Linie der am ^{56}Fe der Edelstahlfolie gestreuten Elektronen zu sehen. Die elastische Linie des schwereren Eisens liegt aufgrund der kleineren Rückstoßenergie energetisch oberhalb der elastischen Linie von Sauerstoff, die daher auf dem Strahlenschwanz der Fe-Linie sitzt. Die elastische Linie des leichten Wasserstoffs liegt dagegen energetisch weit unterhalb der elastischen Linie von Sauerstoff und ist in diesem Ausschnitt nicht zu sehen. Die mit Spektrometer B aufgenommene Häufigkeitsverteilung des Ortes y_0 zeigt die Abb. 7.20 (b). Obwohl die y_0 -Verteilung durch die Aufstreuung im Gas leicht verbreitert ist, können die an den Edelstahlfolien gestreuten Elektronen leicht von den am Wasserfilm gestreuten Elektronen getrennt

werden. Die Abb. 7.21 (b) zeigt wie die Abb. 7.21 (a) das Impulsspektrum der gestreuten Elektronen, jedoch nun mit einem Schnitt auf den Wasserfilm in der y_0 -Ortsverteilung, wodurch die elastische Linie des Eisens vollständig verschwindet.

(a)



(b)

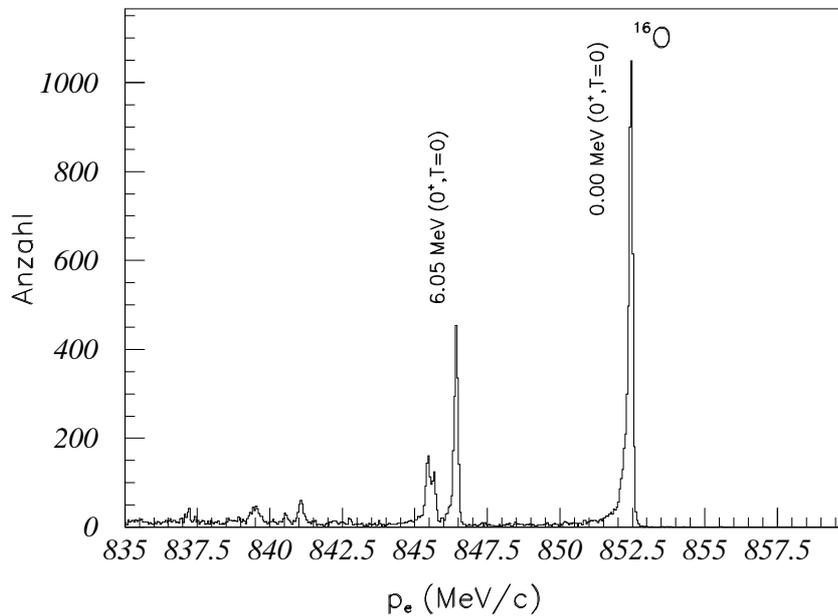


Abbildung 7.21: Mit Spektrometer B aufgenommenes Impulsspektrum der am Wasserfalltarget gestreuten Elektronen (a) ohne und (b) mit einem Schnitt auf den Wasserfilm in der y_0 -Ortsverteilung.

Kapitel 8

Zusammenfassung

Für präzise Koinzidenzexperimente mit gestreuten Elektronen und Hadronen am 855 MeV Dauerstrichbeschleuniger MAMI wurde eine aus drei hochauflösenden magnetischen Spektrometern bestehende Experimentieranlage aufgebaut. Die Spektrometer der Anlage zeichnen sich durch ihre hohe Impuls- und Raumwinkelakzeptanzen sowie ihre flexiblen Einsatzmöglichkeiten aus.

Die Spektrometer A und C besitzen in der dispersiven Ebene eine Punkt-zu-Punkt Abbildung und in der nicht-dispersiven Ebene Parallel-zu-Punkt Abbildung. Beide Spektrometer bestehen aus je einem Quadrupol-, einem Sextupol- und zwei Dipolmagneten. Spektrometer C ist im wesentlichen eine verkleinerte Version von Spektrometer A. Beide besitzen eine Raumwinkelakzeptanz von 28 msr . Ihre Impulsakzeptanzen betragen 20% (A) bzw. 25% (C) und ihre Maximalimpulse sind 735 MeV/c (A) bzw. 551 MeV/c (C).

Spektrometer B hat eine in Vergleich zu A und C kleinere Raumwinkelakzeptanz von 5.6 msr und eine Impulsakzeptanz von 15%. Mit seinem Maximalimpuls von 870 MeV/c übertrifft es den Maximalimpuls des MAMI-Elektronenstrahls. Spektrometer B besteht aus einem einzelnen „clamshell“-Dipolmagneten und ist in beiden Ebenen Punkt-zu-Punkt-abbildend. Es kann aufgrund seiner schlanken Bauweise kleine Streuwinkel bis zu 7° in bezug zum auslaufenden Elektronenstrahl erreichen. Zusätzlich kann es um den Targetpunkt um bis zu 10° aus der horizontalen Ebene gekippt werden.

Jedes der Spektrometer ist an seinem Austritt mit einem Ortsdetektor, der aus vier vertikalen Driftkammern besteht, zwei Ebenen von Plastik-Szintillatoren als Triggerdetektoren und einem Gas-Tscherenkow-Vetodetektor ausgestattet. Die vier von den Driftkammern gemessenen Bahndaten werden zur Rekonstruktion des Teilchenimpulses, der Teilchenwinkel und des Teilchenortes am Targetort verwendet.

Für die Spektrometer A und C wurden Sextupolmagnete entworfen, vermessen und erprobt. Es wurden zwei unterschiedliche Konzepte verfolgt, das eines „Strom-Sextupolmagneten“, bei dem das Sextupolfeld durch geeignete Strombelegungen auf einem Magnetstahljoch erzeugt wird, und das eines „Eisen-Sextupolmagneten“, bei dem das Feld durch geeignet geformte, magnetisierte Polschuhe erzeugt wird. Die Eigenschaften beider Typen wurden in zwei- und dreidimensionalen numerischen Feldrechnungen untersucht. Aufgrund deren Resultate wurde die Entscheidung für die Realisierung des „Eisen-Sextupolmagneten“ getroffen. Nach erfolgter Fertigung wurden die Magnete magnetisch vermessen. Die Meßdaten zeigten eine sehr gute Übereinstimmung mit den Resultaten der dreidimensionalen Magnetfeldrechnungen.

Zur Vergrößerung des für Teilchenbahnen nutzbaren Polschuhbereichs an den radialen Polschuhenden der Dipolmagnete aller drei Spektrometer wurden Shims entworfen. Ihre Form und Größe wurde in zweidimensionalen Feldrechnungen optimiert, und ihre Wirkung wurde in magnetischen Feldmessungen getestet. Die Dipolmagnete besitzen an ihren Ein-

und Austritten verschiebbare Feldklammern zur Einstellung der effektiven Feldgrenze. Zur experimentellen Einstellung der effektiven Feldgrenze und zur Kontrolle der geforderten Feldqualität wurden umfangreiche magnetische Feldmessungen durchgeführt.

Neben den magnetischen Messungen wurden auch optische Messungen zur Qualitätskontrolle der magnetischen Bauelemente vorgenommen. Nach der Auslieferung der Spektrometermagnete erfolgte der Aufbau und die Justierung der Drei-Spektrometer-Anlage. Mit Hilfe eines optischen Meßsystems wurde die gemeinsame Drehachse der Spektrometer bestimmt. Die Magnete der Spektrometer wurden zueinander, in der Höhe und in Richtung auf die Drehachse hin ausgerichtet und präzise justiert. Hierbei wurde besonders großer Wert auf die Einhaltung der Mittelebenensymmetrie gelegt. Die Genauigkeit der Bewegung von Spektrometer B um den Targetpunkt aus der horizontalen Ebene heraus wurde optisch vermessen, und die Längengeber, die diese Bewegung messen, wurden geeicht.

Nach erfolgtem Aufbau wurden die Spektrometer A und B in Betrieb genommen. Für die Spektrometer der Drei-Spektrometer-Anlage wurde ein Bahnrückverfolgungsverfahren entwickelt. Dieses wurde zur Bestimmung der Abbildungseigenschaften der Spektrometer A und B in Experimenten mit elastischer Elektronenstreuung an ^{181}Ta - und ^{12}C -Targets angewendet. Mit Spektrometer A wurden die folgenden Auflösungen erzielt:

- Für das Impulsaufhebungsvermögen (FWHM) wurde ein Wert von $\delta p/p = 1.6 \cdot 10^{-4}$ bei vollem Raumwinkel von $\Delta\Omega = 28 \text{ msr}$ erreicht.
- Für die Winkelaufhebungen (FWHM) in der dispersiven und in der nicht-dispersiven Ebene wurden Werte von $\delta\Theta_0 = 1.6 \text{ mrad}$ und $\delta\Phi_0 = 1.9 \text{ mrad}$ gemessen.
- Aufgrund der Parallel-zu-Punkt Abbildung in der nicht-dispersiven Ebene beträgt die Ortsauflösung lediglich ca. 6 mm (FWHM). Die Ortsauflösung ist zudem von der Impulsablage und der Energie der Elektronen abhängig.

Für Spektrometer B wurden die folgenden Auflösungen gemessen:

- Für das Impulsaufhebungsvermögen wurde ein Wert von $\delta p/p = 1.0 \cdot 10^{-4}$ bei vollem Raumwinkel von $\Delta\Omega = 5.6 \text{ msr}$ erzielt.
- Die Winkelaufhebungen betragen $\delta\Theta_0 = 2.3 \text{ mrad}$ und $\delta\Phi_0 = 2.4 \text{ mrad}$.
- Aufgrund der Punkt-zu-Punkt Abbildung in der nicht-dispersiven Ebene wurde eine Ortsauflösung von $\delta y_0 = 1.3 \text{ mm}$ erreicht.

Die Messungen zeigen, daß beide Spektrometer die Spezifikationen erfüllen. Mit der erfolgreichen Inbetriebnahme der Spektrometer steht eine Anlage zur Verfügung, die präzise Koinzidenzexperimente mit Elektronen erlaubt.

Die vorliegende Arbeit wurde im Zeitraum von Juli 1988 bis Dezember 1994 am Institut für Kernphysik der Johannes Gutenberg–Universität Mainz durchgeführt.

Herrn Prof. Dr. R. Neuhausen danke ich für die interessante Themenstellung, die ausgezeichnete Betreuung und die vielen wertvollen Anregungen, die wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Bei Stefan Schardt, Stefan Wolf und K.I. Blomqvist möchte ich mich für die gute und freundschaftliche Zusammenarbeit im Team der „Spektrometerbauer“ bedanken.

Bei allen meinen Kolleginnen und Kollegen aus der A1–Kollaboration möchte ich mich für die gute Zusammenarbeit beim gemeinsamen Aufbau der Drei–Spektrometer–Anlage bedanken.

Mein Dank gilt darüberhinaus den Mitarbeitern der Werkstätten für die schnelle und zuverlässige Ausführung aller anfallenden Arbeiten, der „Beschleuniger–Mannschaft“ und ihrem Leiter Herrn Dr. Kaiser für die Bereitstellung eines qualitativ ausgezeichneten Elektronenstrahls sowie den Herren Dr. P. Jennewein, Dr. G. Stephan, Dr. E. Offermann, Dr. W. Boeglin und Dr. G. Rosner für viele wichtige Vorschläge und Anregungen bei der Durchführung dieser Arbeit.

Anhang A

Grundbegriffe aus der Magnetostatik

Die Maxwell'schen Gleichungen [Jac81] reduzieren sich für den Fall, daß im betrachteten Volumen keine elektrischen Ladungen oder Felder, sondern lediglich zeitlich konstante elektrische Ströme vorhanden sind, zu den beiden Grundgleichungen der Magnetostatik :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{A.2})$$

Hinzu kommt die Materialgleichung

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) , \quad (\text{A.3})$$

wobei \vec{M} die Magnetisierung des Materials bezeichnet. Viele Materialien, wie z.B. Magnetstahl, besitzen eine isotrope Magnetisierbarkeit und ihre Magnetisierung folgt dem äußeren Feld. In diesem Fall reduziert sich Gl. (A.3) auf

$$\vec{B} = \mu(H)\mu_0\vec{H} . \quad (\text{A.4})$$

Die Größe μ ist die Permeabilität des Materials.

A.1 Potentiale in der Magnetostatik

A.1.1 Magnetisches Vektorpotential

Da $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ ist, kann die magnetische Induktion aus einem Vektorpotential \vec{A} abgeleitet werden :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (\text{A.5})$$

Das Vektorpotential muß dann die Gleichung

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{\nabla} \times \vec{A}}{\mu(H)\mu_0} \right) = \vec{j} \quad (\text{A.6})$$

erfüllen. Ist die Permeabilität μ konstant, so führt dies zusammen mit der Coulombgleichung $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ auf eine Poisson-Gleichung

$$\Delta \vec{A} = -\mu\mu_0\vec{j} , \quad (\text{A.7})$$

bzw., falls zusätzlich $\vec{j} = 0$ ist, auf eine Laplace-Gleichung für das Vektorpotential.

A.1.2 Skalares magnetisches Potential

Sind im betrachteten Raum keine Ströme vorhanden, so kann wegen $\vec{\nabla} \times \vec{H} = 0$ die magnetische Feldstärke aus einem skalaren Potential Φ abgeleitet werden:

$$\vec{H} = -\vec{\nabla}\Phi \quad (\text{A.8})$$

Die Bedingung $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ führt auf

$$\vec{\nabla} \cdot (\mu(H)\vec{\nabla}\Phi) = 0 \quad (\text{A.9})$$

und, falls μ wiederum konstant ist, eine Laplace-Gleichung für das skalare magnetische Potential:

$$\Delta\Phi = 0 \quad (\text{A.10})$$

A.2 Magnetische Bauelemente mit Mittelebenensymmetrie

In den allermeisten magneto-optischen Anwendungen sind die verwendeten magnetischen Bauelemente symmetrisch zu ihrer Mittelebene aufgebaut. Für die magnetische Induktion gilt in diesem Fall

$$\begin{aligned} B_x(x, -y, z) &= -B_x(x, y, z) , \\ B_y(x, -y, z) &= B_y(x, y, z) , \\ B_z(x, -y, z) &= -B_z(x, y, z) . \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Für das skalare magnetische Potential ist dann

$$\Phi(x, -y, z) = -\Phi(x, y, z) \quad (\text{A.12})$$

und für das magnetische Vektorpotential führt die Transformation $y \rightarrow -y$ auf die Bedingungen

$$\begin{aligned} A_x(x, -y, z) &= A_x(x, y, z) , \\ A_y(x, -y, z) &= -A_y(x, y, z) , \\ A_z(x, -y, z) &= A_z(x, y, z) . \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

A.3 Multipolentwicklung in zwei Dimensionen

Viele magnetische Bauelemente haben über ihre Länge ein in z -Richtung konstantes Profil. Dies rechtfertigt in vielen Anwendungen die Reduktion des Problems auf zwei Dimensionen, d.h. Felder und Potentiale können als von der z -Koordinate unabhängig angesehen werden.

Die Lösungen der zweidimensionalen Laplace-Gleichung für das skalare magnetische Potential in Polarkoordinaten sind die Funktionen

$$\begin{aligned} \Phi_n(r, \Theta) &= \left(C_n r^n + \frac{D_n}{r^n} \right) (a_n \sin(n\Theta) + b_n \cos(n\Theta)) , \\ n=1,2,3,\dots , \quad a_n^2 + b_n^2 &= 1 \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

wobei C_n und D_n Normierungskonstanten sind. Die Lösungen zu verschiedenem n werden als

- n=1, Dipolfeld,
- n=2, Quadrupolfeld,
- n=3, Sextupolfeld usw.

bezeichnet. Die Stahlkörper der Magnete, die hier behandelt werden, umschließen das Volumen, innerhalb dessen das gewünschte Feld erzeugt werden soll. Da Φ bei Annäherung an den Ursprung endlich bleiben muß, ist in diesem Fall $D_n = 0$. Liegt Mittelebenensymmetrie vor, so ist ferner $a_n = 1$ und $b_n = 0$.

Sind im Volumen Ströme in z -Richtung vorhanden, bietet sich das Arbeiten mit dem Vektorpotential an. Gl. (A.6) wird dann zu :

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\frac{\partial}{\partial x} A_z}{\mu(H)\mu_0} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\frac{\partial}{\partial y} A_z}{\mu(H)\mu_0} \right) = j_z \quad (\text{A.15})$$

Das ist die generalisierte Poisson-Gleichung für den zweidimensionalen Fall. Diese Gleichung wird von dem Rechnerprogramm POISSON numerisch gelöst. Für konstantes μ findet man in Gebieten ohne Stromdichten analog zum skalaren Potential die analytischen Lösungen:

$$A_{zn} = -\frac{B_{n0}}{nR^{n-1}} r^n (a_n \cos(n\Theta) - b_n \sin(n\Theta)) \quad (\text{A.16})$$

mit $a_n^2 + b_n^2 = 1$.

Falls Mittelebenensymmetrie vorliegt, ist $b_n = 0$. Für die magnetische Induktion lautet dann die Multipolentwicklung :

$$\vec{B}_n(r, \Theta) = B_{n0} \left(\frac{r}{R} \right)^{n-1} (\sin(n\Theta)\hat{e}_r + \cos(n\Theta)\hat{e}_\Theta) \quad (\text{A.17})$$

Komplexe Notation

Mathematisch gesprochen existiert ein Isomorphismus zwischen den komplexen Zahlen und der kartesischen Ebenen (x, y) . Wie vorhergehend gesehen, kann die magnetische Induktion \vec{B} sowohl aus dem skalaren magnetischen Potential als auch aus dem Vektorpotential abgeleitet werden. Sowohl Φ als auch A genügen hierbei der zweidimensionalen Laplace-Gleichung, falls im betrachteten Volumen keine Ströme vorhanden sind und die Permeabilität konstant ist. Es ist

$$B_x = \frac{\partial}{\partial y} A = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial x} \Phi \quad (\text{A.18})$$

$$\text{und } B_y = -\frac{\partial}{\partial x} A = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial y} \Phi . \quad (\text{A.19})$$

Diese Beziehungen sind aber nun gerade die Cauchy-Riemann'schen Differentialgleichungen für eine komplexe analytische Funktion. Es ist daher sinnvoll,

$$F(z) = A + i\mu_0\Phi \quad (\text{A.20})$$

als komplexes Potential zu definieren. Führt man als komplexe magnetische Induktion die Größe

$$B(z) = B_x + iB_y \quad (\text{A.21})$$

ein, so kann man diese sehr einfach aus dem komplexen Potential ableiten:

$$B^*(z) = i \frac{dF}{dz} \quad (\text{A.22})$$

B und F sind analytische Funktionen und können daher in konvergente Potenzreihen entwickelt werden. Die Potenzreihenentwicklung für das komplexe Potential lautet:

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} -\frac{B_{n0}}{nR^{n-1}} c_n z^n \quad (\text{A.23})$$

mit

$$A_n(x, y) = -\frac{B_{n0}}{nR^{n-1}} \operatorname{Re}(c_n z^n) \quad (\text{A.24})$$

und

$$\Phi_n = -\frac{B_{n0}}{\mu_0 n R^{n-1}} \operatorname{Im}(c_n z^n) \quad (\text{A.25})$$

z^n kann mit Hilfe der harmonischen Polynome $u_n(x, y)$ und $v_n(x, y)$, die ebenfalls Lösungen der Laplace-Gleichung sind, in seine Real- und Imaginärteile zerlegt werden:

$$z^n = u_n(x, y) + i v_n(x, y) \quad (\text{A.26})$$

Daraus erhält man die Multipolentwicklung des Vektorpotentials und des skalaren Potentials in kartesischen Koordinaten:

$$A_n(x, y) = -\frac{B_{n0}}{nR^{n-1}} (a_n u_n(x, y) - b_n v_n(x, y)) \quad (\text{A.27})$$

$$\Phi_n(x, y) = -\frac{B_{n0}}{\mu_0 n R^{n-1}} (a_n v_n(x, y) + b_n u_n(x, y)) \quad (\text{A.28})$$

$$\text{mit } a_n^2 + b_n^2 = 1$$

Liegt Mittelebenensymmetrie vor, so gilt wiederum $a_n = 1$ und $b_n = 0$.

n	$u_n(x, y)$	$v_n(x, y)$
1	x	y
2	$x^2 - y^2$	$2xy$
3	$x^3 - 3xy^2$	$3x^2y - y^3$
4	$x^4 - 6x^2y^2 + y^4$	$4x^3y - 4xy^3$
5	$x^5 - 10x^3y^2 + 5xy^4$	$5x^4y - 10x^2y^3 + y^5$
6	$x^6 - 15x^4y^2 + 15x^2y^4$	$6x^5y - 20x^3y^3 + 6xy^5$

Tabelle A.1: Tabelle der harmonischen Polynome bis 6. Ordnung

Für die magnetische Induktion eines Sextupolmagneten ($n = 3$) folgt damit für den zweidimensionalen Fall:

$$B_x(x, y) = \frac{B_{30}}{R^2} (2a_3xy + b_3(x^2 - y^2)) \quad (\text{A.29})$$

$$B_y(x, y) = \frac{B_{30}}{R^2} (a_3(x^2 - y^2) - 2b_3xy) \quad (\text{A.30})$$

Bemerkung: Liegt Mittelebenensymmetrie vor ($b_n = 0$), so genügt schon die Kenntnis des Feldverlaufs auf der x -Achse, um die verschiedenen Multipolaritäten voneinander unterscheiden zu können.

A.4 Multipolentwicklung in drei Dimensionen

Die Laplace-Gleichung für das skalare magnetische Potential lautet in Zylinderkoordinaten:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \Theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{A.31})$$

Der Separationsansatz $\Phi = u_\Theta(\Theta)u_r(r)u_z(z)$ führt auf die entkoppelten Differentialgleichungen

$$\frac{d^2}{d\Theta^2} u_\Theta(\Theta) + m^2 u_\Theta(\Theta) = 0 , \quad (\text{A.32})$$

$$\frac{d^2}{dr^2} u_r(r) + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} u_r(r) + \left(k^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) u_r(r) = 0 , \quad (\text{A.33})$$

$$\frac{d^2}{dz^2} u_z(z) - k^2 u_z(z) = 0 . \quad (\text{A.34})$$

Die Lösung von Gl. (A.32) ist

$$u_{\Theta,m}(\Theta) = a_m \sin(m\Theta) + b_m \cos(m\Theta) , \quad (\text{A.35})$$

wobei m wegen der Periodizität des Problems ganzzahlig ($m = 0, 1, 2, 3, \dots$) sein muß. Die Lösungen zu unterschiedlichem m entsprechen den Multipolen des zweidimensionalen Problems. Substituiert man in Gl. (A.33) r durch ξ/k , so führt dies auf die Bessel'sche Differentialgleichung. Verlangt man, daß u_r bei der Annäherung an den Ursprung beschränkt bleiben soll, so kommen als Lösungen nur die Besselfunktionen erster Art in Betracht:

$$\begin{aligned} u_{r,m}(r) &= J_m(kr) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+m)!} \left(\frac{kr}{2} \right)^{2n+m} \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

Die Lösung von Gl. (A.34) ist von der Form $e^{\pm kz}$. Da k zunächst eine beliebige Zahl ist, können in der allgemeinen Lösungen verschiedene Werte von k mit unterschiedlichen Gewichten $w(k)$ beitragen. Die Lösungen der Laplacegleichung in Zylinderkoordinaten zu einem bestimmten m lauten somit:

$$\begin{aligned} \Phi_m(r, \Theta, z) &= N_m \int_{-\infty}^{\infty} \left(w_{m,1}(k) e^{-kz} + w_{m,2}(k) e^{kz} \right) J_m(kr) dk \\ &\quad \cdot (a_m \sin(m\Theta) + b_m \cos(m\Theta)) \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

N_m ist hierbei eine Normierungskonstante. Die Bedingung, daß z.B. Φ_m für $z \rightarrow \infty$ beschränkt bleiben soll, führt dann zu Anforderungen an die Gewichtsfunktionen $w(k)$.

Entwicklung des Sextupolpotentials bis 7. Ordnung

Berücksichtigt man in der Potenzreihendarstellung der Besselfunktion J_3 nur die Terme bis 7. Ordnung in kr , so ergibt sich aus Gl. (A.37):

$$\begin{aligned} \Phi_3(r, \Theta, z) = & \\ N_3 \int_0^\infty & \left(w_{3,1}(k)e^{-kz} + w_{3,2}(k)e^{kz} \right) \frac{k^3}{48} \left(r^3 - \frac{1}{16}k^2r^5 + \frac{1}{640}k^4r^7 \right) dk \\ & \cdot (a_3 \sin(3\Theta) + b_3 \cos(3\Theta)) . \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

Es bietet sich nun an, die folgende abkürzende Schreibweise zu benutzen:

$$G_3(z) = -N_3 \int_0^\infty \left(w_{3,1}(k)e^{-kz} + w_{3,2}(k)e^{kz} \right) \frac{1}{16} k^3 dk \quad (\text{A.39})$$

Gl. (A.38) wird dann zu:

$$\begin{aligned} \Phi_3(r, \Theta, z) = & -\frac{1}{3\mu_0} \left[G_3(z)r^3 - \frac{1}{16}G_3^{(2)}(z)r^5 + \frac{1}{640}G_3^{(4)}(z)r^7 \right] \\ & \cdot (a_3 \sin(3\Theta) + b_3 \cos(3\Theta)) \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

G_3 ist der Sextupolgradient für das dreidimensionale Problem, $G_3^{(2)}$ und $G_3^{(4)}$ ist die zweite bzw. vierte Ableitung von G_3 nach z . Ist das Problem in z -Richtung konstant, d.h. verschwinden $G_3^{(2)}$ und $G_3^{(4)}$, so reduziert sich Gl. (A.40) auf die Lösung des zweidimensionalen Falls (Gl. (A.14)). Hat das betrachtete Problem Mittelebenensymmetrie ($a_3 = 1, b_3 = 0$) und verwendet man $r^3 \sin(\Theta) = v_3(x, y)$ und $r^2 = x^2 + y^2$, so erhält man für als Ausdruck für das skalare Potential in kartesischen Koordinaten:

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, z) = & -\frac{1}{3\mu_0} \left[G_3(z)(3x^2y - y^3) \right. \\ & - \frac{1}{16}G_3^{(2)}(z)(3x^4y + 2x^2y^3 - y^5) \\ & \left. + \frac{1}{640}G_3^{(4)}(z)(3x^6y + 5x^4y^3 + x^2y^5 - y^7) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

Die Komponenten der magnetischen Induktion in kartesischen Koordinaten sind dann:

$$\begin{aligned} B_x(x, y, z) = & 2G_3(z)xy \\ & - \frac{1}{12}G_3^{(2)}(z)(3x^3y + xy^3) \\ & + \frac{1}{960}G_3^{(4)}(z)(9x^5y + 10x^3y^3 + xy^5) \end{aligned} \quad (\text{A.42})$$

$$\begin{aligned} B_y(x, y, z) = & G_3(z)(x^2 - y^2) \\ & - \frac{1}{48}G_3^{(2)}(z)(3x^4 + 6x^2y^2 - 5y^4) \\ & + \frac{1}{1920}G_3^{(4)}(z)(3x^6 + 15x^4y^2 + 5x^2y^4 - 7y^6) \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

$$B_z(x, y, z) = \frac{1}{3}(G_3^{(1)}(z)(3x^2y - y^3))$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{1}{16} G_3^{(3)}(z)(3x^4y + 2x^2y^3 - y^5) \\
& + \frac{1}{640} G_3^{(5)}(z)(3x^6y + 5x^4y^3 + x^2y^5 - y^7)
\end{aligned} \tag{A.44}$$

Bildet man die Integrale der Felder über z und verschwindet der Gradient und dessen Ableitungen an den Integrationsgrenzen (idealisiert z.B. im Unendlichen), so besitzen die Komponenten der integralen Feldstärke die gleiche Form wie die Felder des zweidimensionalen Falls.

A.5 Current–Sheet–Magnete

A.5.1 Grundlagen

Die allgemeinen Übergangsbedingungen an der Grenzfläche zweier Gebiete unterschiedlicher Permeabilität lauten [Jac81]

$$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \hat{n} = 0 \quad (\text{A.45})$$

und

$$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \times \hat{n} = \vec{k} , \quad (\text{A.46})$$

wobei \vec{k} die Flächenstromdichte und \hat{n} der in das Gebiet 2 zeigende Normalenvektor ist.

Betrachtet man ein zweidimensionales Problem, d.h. eine Geometrie mit einem in z -Richtung konstanten Profil, so zeigt die Stromrichtung in Richtung von z , d.h. $\vec{k} = l\hat{e}_z$. In der Abb. 2.1 ist für einen solchen Fall der Querschnitt eines unendlich langen, von magnetischem Material der Permeabilität $\mu = \infty$ umgebenen Raumes dargestellt, in dessen Inneren $\mu = 1$ ist. Der Rand des Gebietes ist mit einer Stromschicht l belegt, und die Stromrichtung steht senkrecht auf der Zeichenebene. Da sich die Strombelegung nur auf dem Rand des Gebietes befindet, kann man im übrigen Raum \vec{H} als Gradient des skalaren Potentials Φ darstellen, und die Tangentialkomponente von \vec{H} ist die Ableitung des skalaren Potentials entlang der Grenzfläche:

$$H^t = -\frac{\partial}{\partial s}\Phi \quad (\text{A.47})$$

Speziell gilt an der inneren Grenzfläche

$$H_1^t = -\frac{\partial}{\partial s}\Phi . \quad (\text{A.48})$$

Da die äußere Grenzschicht wegen $\mu = \infty$ eine Äquipotentialfläche ist, d.h. $\Phi(s) = \text{const.}$, verschwindet dort die Tangentialkomponente \vec{H}_2 :

$$H_2^t = -\frac{\partial}{\partial s}\Phi = 0 \quad (\text{A.49})$$

Daher wird aus Gl. (A.46) in diesem Fall

$$\vec{H}_1^t = l \quad (\text{A.50})$$

und damit

$$-\frac{\partial}{\partial s}\Phi = l . \quad (\text{A.51})$$

Mit Gl. (A.51) kann man nun zu jeder gewünschten Feldverteilung im Inneren und für jede Berandungskurve die zugehörige Flächenstromdichteverteilung bestimmen. Ist bei der gewünschten Feldverteilung Mittelebenensymmetrie gegeben, so läßt sich Φ in aller Allgemeinheit durch die Entwicklung

$$\Phi(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{2m+1, n} \frac{x^n}{n!} \frac{y^{2m+1}}{(2m+1)!} \quad (\text{A.52})$$

angeben, wobei sich die Koeffizienten $A_{2m+1,n}$ aus der gewünschten Feldverteilung unter Beachtung der Laplace–Gleichung ergeben. Gl. (A.51) und Gl. (A.52) bestimmen die Stromdichteverteilung l auf der Berandungskurve. Verwendet man¹

$$dx = ds \cdot \cos \alpha \quad (\text{A.53})$$

und

$$dy = ds \cdot \sin \alpha , \quad (\text{A.54})$$

so folgt schließlich für die Strombelegung:

$$l(x, y) = - \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n y^{2m}}{n! (2m)!} \left(A_{2m+1,n+1} \frac{y}{2m+1} \cos \alpha + A_{2m+1,n} \sin \alpha \right) \quad (\text{A.55})$$

A.5.2 Multipolmagnete von Current–Sheet–Typ

In der komplexen Schreibweise ist das skalare Potential des skalaren magnetischen Multipolpotentials der Ordnung n gegeben durch

$$\Phi_n = - \frac{B_{n0}}{\mu_0 n R^{n-1}} \text{Im}(z^n) , \quad (\text{A.56})$$

wobei R der Multipolradius und B_{n0} der Betrag der magnetischen Induktion auf dem Multipolradius ist. Mit

$$ds = dz \cdot e^{-i\alpha} \quad (\text{A.57})$$

erhält man aus Gl. (A.56) für die Flächenstromdichte

$$l_n(z) = \frac{B_{n0}}{\mu_0 R^{n-1}} \left(\cos \alpha \cdot \text{Im}(z^{n-1}) + \sin \alpha \cdot \text{Re}(z^{n-1}) \right) . \quad (\text{A.58})$$

A.5.3 Sextupolmagnete

Regelmäßige Sechseckgeometrie des Jochs

Um im Inneren eines Magnetkörpers mit der Form eines regelmäßigen Sechsecks ein magnetisches Sextupolfeld zu erzeugen, benötigt man die Flächenstromdichte

$$l_3(y) = - \frac{B_{30}}{\mu_0 R^2} a^2 \left(1 - \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right) . \quad (\text{A.59})$$

Hierbei ist a der senkrechte Abstand der Sechseckseiten von Ursprung und $y \in [-a \cdot \tan(30^\circ), a \cdot \tan(30^\circ)]$, d.h. Gl. (A.59) gilt für die parallel zur y -Achse verlaufende Seite ($x = a = \text{const.}$). Für die anderen Seiten ist die Strombelegung aufgrund der regelmäßigen Sechseckgeometrie entsprechend.

¹Diese Beziehungen sind vor allem dann sinnvoll, wenn der Rand des betrachteten Gebietes von einem Polygonzug gebildet wird, d.h. α stückweise konstant ist.

Rechteckige Jochgeometrie

Hier wird eine rechteckiges Joch betrachtet, dessen Seiten im Abstand a bzw. b parallel zur y - bzw. x -Achse verlaufen. Aufgrund der Symmetrie brauchen nur zwei Seiten betrachtet zu werden. Für die Seite parallel zu y -Achse ist die Strombelegung durch die Gl. (A.59) gegeben. Für die zur x -Achse parallele Seite lautet die Stromverteilung:

$$l_3(x) = 2 \frac{B_{30}}{\mu_0 R^2} b \cdot x \quad (\text{A.60})$$

Runde Jochgeometrie

Hier bietet es sich an, anstelle von kartesischen Koordinaten Polarkoordinaten zu benutzen. Mit Hilfe von Gl. (A.58) findet man für die Strombelegung, die auf dem Innenrand eines kreisrunden Jochs notwendig ist, um ein magnetisches Sextupolfeld zu erzeugen:

$$l_3(\Theta) = \frac{B_{30}}{\mu_0 R^2} a^2 \cos(3\Theta) \quad (\text{A.61})$$

Hierbei ist a der Radius und Θ der von der x -Achse ab gemessene Polarwinkel.

Elliptische Jochgeometrie

Hier wird das Volumen von einem Joch mit elliptisch geformtem Innenrand eingeschlossen, dessen Halbachsen a und b sind, die mit der x - bzw. y -Achse zusammenfallen. Für diese Jochform lautet dann die Strombelegung:

$$l_3(\Theta) = \frac{B_{30}}{\mu_0 R^2} a^2 b \frac{\cos(3\Theta) + \frac{a^2-b^2}{2a^2} \sin \Theta \cos(2\Theta)}{\sqrt{a^2 \sin^2 \Theta + b^2 \cos^2 \Theta}} \quad (\text{A.62})$$

Vergleich der Stromaufnahmen

Typ		benötigter Strom [A] relativ		Fläche [cm ²]
6-Eck	($a = 56 \text{ cm}$)	1699767	6.4	10863
Rechteck	($a = 56 \text{ cm}, b = 17 \text{ cm}$)	660009	2.5	3808
Kreis	($a = 56 \text{ cm}$)	1104031	4.2	9852
Ellipse	($a = 56 \text{ cm}, b = 17 \text{ cm}$)	264630	1.0	2991
Current Block	($a = 56 \text{ cm}, b = 17 \text{ cm}$)	327396	1.2	3072

Tabelle A.2: Vergleich der berechneten Stromaufnahmen verschiedener Strom-Sextupol-Typen.

Anhang B

Rechnungen mit POISSON zur Optimierung der Shims

B.1 Spektrometer A

Zur Optimierung der Höhe bei gegebener Länge wurde das Programm MIRT verwendet. MIRT ist ein Postprozessor zu POISSON. Das gewünschte Feld bzw. der gewünschte Gradient wird für einen bestimmten Bereich vorgegeben. Ebenso werden die Koordinatenpunkte des Shims angegeben, die MIRT zur Optimierung verwenden soll, wobei die Angabe von oberen und unteren Schranken für die Parameter ebenfalls möglich ist. MIRT paßt die freien Parameter im Sinne der Minimierung der Abweichungsquadrate an die vorgegebenen Werte an, wobei POISSON als Funktionsgenerator verwendet wird. MIRT ist leider nicht in der Lage, auch die Länge des Shims zu optimieren. Daher wurden mehrere MIRT-Läufe mit verschiedenen Shimlängen durchgeführt und die Höhe jeweils neu optimiert. Diese Rechnungen zeigten, daß ein langer aber flacher Shim bei kleinen bis mittleren Feldstärken das Feld im Inneren des Magneten zu stark stört, während ein kurzer aber hoher Shim seine Wirkung bei hohen Feldstärken aufgrund von Sättigungseffekten verliert.

B.2 Spektrometer B

Zur Optimierung der Segmentierung der Shims von Spektrometer B wurde das Programm RADJBNZ als Rahmenprogramm zu POISSON erstellt. Die Segmentierung mit RADJBNZ beginnt an der Stelle $\gamma = 0^\circ$ (siehe Abb. 3.4). Dort ist der Abstand der Polschuhe am größten. Für jedes Shimsegment gibt es zwei Phasen der Optimierung:

- a) In der ersten Phase soll die Größe des Shims für das nächste Segment ermittelt werden. Als Startwert für die Abmessung von Shim B wird die mit dem Verhältnis der Polschuhabstände von B und A multiplizierte Größe von Shim A benutzt. Die Untersuchungen zu Spektrometer A hatten gezeigt, daß sich der Durchstoßpunkt des Gradienten durch die $1 \cdot 10^{-4} T/cm$ -Linie je weiter ins Innere des Magneten verschiebt, je höher die Erregung des Magneten ist. Der ungünstigste Fall ist offenbar der, bei dem das Feld seinen maximalen Wert erreicht. Aus diesem Grund wurden die Rechnungen zur Optimierung der Shimgröße bei maximalem Feld, d.h. mit $1.5 T$ gemessen auf der Bezugslinie, durchgeführt. Man befindet sich in dieser Phase am Anfang des Segments, und der Polschuhabstand ist hier am größten. RADJBNZ berechnet das lokale Polschuhprofil entlang des radialen Schnitts und bringt den Shim an der Polshuhkante an. Diese Daten werden für die nachfolgende Feldberechnung mit POISSON abgespeichert. RADJBNZ startet anschließend POISSON und wartet, bis die Feldberechnung beendet ist. Dann werden die Dateien mit dem Feldgradienten eingelesen, der Sollverlauf des Gradienten für diesen Schnitt wird berechnet und die Differenz von Soll- und Istwert gebildet. Danach werden die Höhe des Überschingers und der Durchstoßpunkt durch die $1 \cdot 10^{-4} T/cm$ -Linie

bestimmt und zusammen mit der Shimgröße gespeichert. In mehreren Durchläufen wird die Shimgröße iterativ verändert, bis der Abstand des Durchstoßpunktes von der Polschuhkante im Intervall $[a, a + 1 \text{ cm}]$ liegt. Der Shim ist nun gerade so groß, daß der geforderte Mindestabstand gerade erreicht wird.

- b) In der zweiten Phase wird bei konstantem Shimquerschnitt der Schnittwinkel γ vergrößert, d.h. man bewegt sich entlang der Polschuhkante, der Polschuhabstand verkleinert sich, und der vom Shim hervorgerufene Überschwinger des Feldgradienten wird höher. In Iterationsrechnungen wird γ so bestimmt, daß der Überschwinger im Intervall $[0.85 \cdot 10^{-4}T/cm, 1 \cdot 10^{-4}T/cm]$ liegt. Diese Rechnungen werden bei mittlerem Feld (1.2 T) durchgeführt, da dort der Überschwinger besonders stark ausgeprägt ist.

Shimgrößen- und Schnittwinkeloptimierung werden wiederholt, bis der gesamte Bogen in Segmente aufgeteilt ist. Die Segmentierung der Shims für Innen- und Außenradius lieferte die in Tab. B.1 aufgelisteten Werte.

Innenradius				Außenradius			
Segment		Höhe	Basisbreite	Segment		Höhe	Basisbreite
von	bis	[mm]	[mm]	von	bis	[mm]	[mm]
45.0°	38.5°	5.3 ± 0.1	47.8 ± 0.5	52.0°	44.6°	6.3 ± 0.1	56.2 ± 0.5
38.5°	32.2°	5.5 ± 0.1	49.4 ± 0.5	44.6°	34.7°	7.0 ± 0.1	62.1 ± 0.5
32.2°	23.5°	5.7 ± 0.1	51.1 ± 0.5	34.7°	23.0°	7.6 ± 0.1	67.7 ± 0.5
23.5°	-23.5°	5.9 ± 0.1	53.0 ± 0.5	23.0°	-23.0°	8.2 ± 0.1	73.0 ± 0.5
-23.5°	-32.2°	5.7 ± 0.1	51.1 ± 0.5	-23.0°	-34.7°	7.6 ± 0.1	67.7 ± 0.5
-32.2°	-38.5°	5.5 ± 0.1	49.4 ± 0.5	-34.7°	-44.6°	7.0 ± 0.1	62.1 ± 0.5
-38.5°	-44.1°	5.3 ± 0.1	47.8 ± 0.5	-44.6°	-48.0°	6.3 ± 0.1	56.2 ± 0.5
-44.1°	-50.0°	5.2 ± 0.1	46.1 ± 0.5				

Tabelle B.1: Segmentierung der Shims für den Innen- bzw. Außenradius des Polschuhs von Dipolmagnet B. Die Winkel zwischen Basislinie und Seitenlinien betragen 29.25° (Polschuhkante) und 14.28° .

Anhang C

Erstellung eines dreidimensionalen Modells des Sextupolmagneten für PROF I

Das 3D-Programm PROF I arbeitet mit einem kartesischen Gitter¹, bei dem die Positionen der Gitterlinien frei wählbar sind. Im Gegensatz zum 2D-Programm POISSON ist das Gitter nicht deformierbar, jedoch können die Gitterzellen wahlweise ganz oder teilweise mit dem angegebenen Material gefüllt werden. Die teilweise Füllung der Zellen ist an die Form von „Elementarkörpern“ (Prisma, Tetraeder und Viereckpyramide) gebunden, deren Begrenzungslinie auf den Gitterpunkten beginnen und enden. Die Erstellung eines dreidimensionalen Modells für PROF I ist aufwendig, denn die Lage der Gitterlinien muß vom Anwender selbst optimiert werden, damit die vorliegenden Materialverteilung möglichst gut durch eine Anordnung von „Elementarkörpern“ wiedergegeben wird. Im folgenden soll als Beispiel einer Berechnung mit PROF I etwas detaillierter auf die Erstellung der Eingabedatei für den Sextupolmagneten A eingegangen werden.

Der Querschnitt durch die Materialverteilung des Magneten besteht aus einer Reihe von geschlossenen Polygonzügen, die das Joch, die Polschuhe und die Spulen darstellen. Da das Profil des Magneten in z -Richtung konstant ist, können Stahlkörper und Teile der Spulen als Polygonzylinder dargestellt werden. Die Konstruktion des Gitters ist ein iterativer Prozeß. Zunächst müssen überall an den Eckpunkten der Polygonzüge Gitterlinien in x - und y -Richtung angebracht werden. Das ist das sogenannte Elementargitter. Im allgemeinen schneiden die Linien des Elementargitters eine oder mehrere Linien eines oder mehrerer Polygonzüge. Dort wo z.B. die x -Gitterlinie eine Polygonlinie schneidet, benötigt man eine weitere Gitterlinie in y -Richtung, um die Materialverteilung nach wie vor exakt wiedergeben zu können. Schneidet diese Linie ihrerseits eine weitere Polygonlinie, so erfordert dies wiederum eine zusätzliche x -Gitterlinie usw.. Zur automatischen iterativen Erzeugung der Gitterlinien wurde das Programm GITT erstellt. Seine Eingabedaten sind die Geraden der Polygonzüge, die die Materialverteilung darstellen sowie die untere Schranke für den kleinsten Abstand zweier benachbarter Gitterlinien. Eine neue Gitterlinie wird in dem oben dargestellten Iterationsverfahren *nicht* erzeugt, wenn schon eine Linie in einem kleineren Abstand als der angegebenen Schranke vorhanden ist. Die Iteration bricht ab, wenn bei einem Durchgang keine weiteren Gitterlinien mehr hinzukommen. Die Genauigkeit der Darstellung der Materialverteilung im Modell ist durch die kleinsten Abstände der Gitterlinien, d.h. deren Anzahl, bestimmt, welche ihrerseits wiederum durch den Speicherplatz und durch die Rechenleistung des Computers beschränkt ist. Zudem sollten im Verhältnis zum mittleren Gitterabstand sehr kleine Gitterabstände vermieden werden, da sich ansonsten die Konvergenz sehr verschlechtert und die Rechenzeit enorm ansteigt. Die Abb. C.1 zeigt die Gitterlinien für das 3D-Modell von Sextupolmagnet A. Auch hier braucht aufgrund der Symmetrie nur ein Quadrant betrachtet zu werden. Als minimaler Gitterabstand wurde 2.5 mm gewählt, wodurch sich eine Anzahl von 97×70 Gitterlinien in der x - y -Ebene er-

¹Die Verwendung von Zylinderkoordinaten ist ebenfalls möglich.

gibt. Multipliziert mit der Anzahl der Gitterlinien in z -Richtung (21) ergeben sich daraus 142590 Gitterpunkte und ein Speicherbedarf von ca. 9 MB. Die benötigte Rechenzeit zur dreidimensionalen Berechnung des Feldes beträgt 9 h auf einem VAX-Rechner vom Typ VAX8550.

Die Füllung der Gitterzellen mit den „Elementarfiguren“ geschieht halbautomatisch mit dem für diesen Zweck erstellten Programm MATE. Dessen Eingabedaten sind die von Programm GITT erzeugten Gitterlinien, die Polygonkurven der Materialverteilung sowie die zu jedem Geradenstück gehörende Füllziffer, die den Typ der für dieses Teilstück gewünschten Elementarfigur angibt. MATE bestimmt die von einem Geradenstück eines Polygonzuges durchquerten Gitterzellen und füllt diese mit den „Elementarfiguren“ des angegebenen Typs. Die Ausgabedaten der Programme GITT und MATE sind Teil der Eingabedaten für PROFI.

Die Stromverteilung wird durch die durch einen räumlichen Polygonzug definiert, wobei die positive Stromrichtung durch die Reihenfolge der Polygonpunkte festgelegt ist.

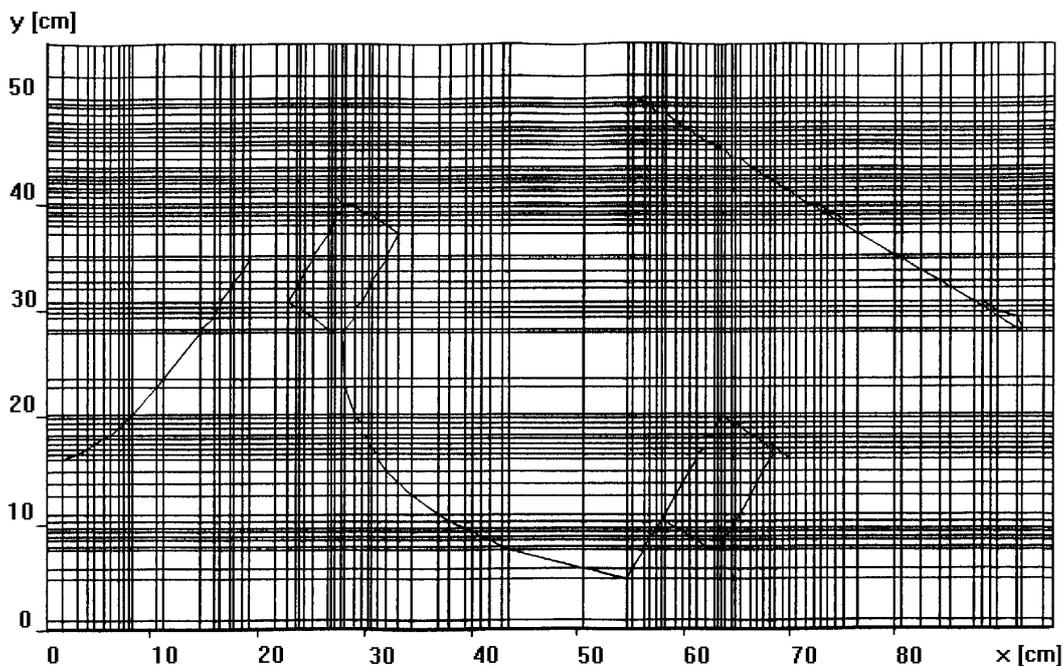


Abbildung C.1: Gitter und Materialverteilung in der x - y -Ebene für die dreidimensionalen Rechnungen mit PROFI. Dargestellt ist der Ausschnitt um den Stahlkörper.

Anhang D

Spektrometer A bei kleinstem Einstellwinkel

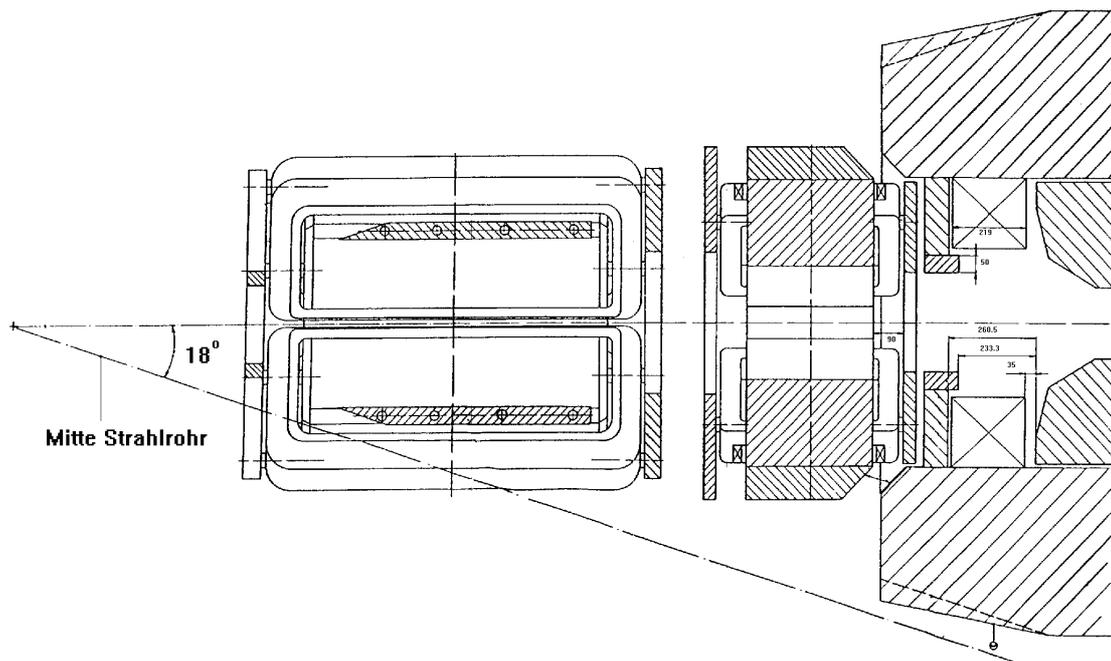


Abbildung D.1: *Spektrometer A bei kleinstem Einstellwinkel von 18° relativ zum auslaufenden Elektronenstrahl.*

Anhang E

Eichung der Meßapparatur für die magnetische Vermessung der Sextupolmagnete

E.1 Aufbau des Meßtisches

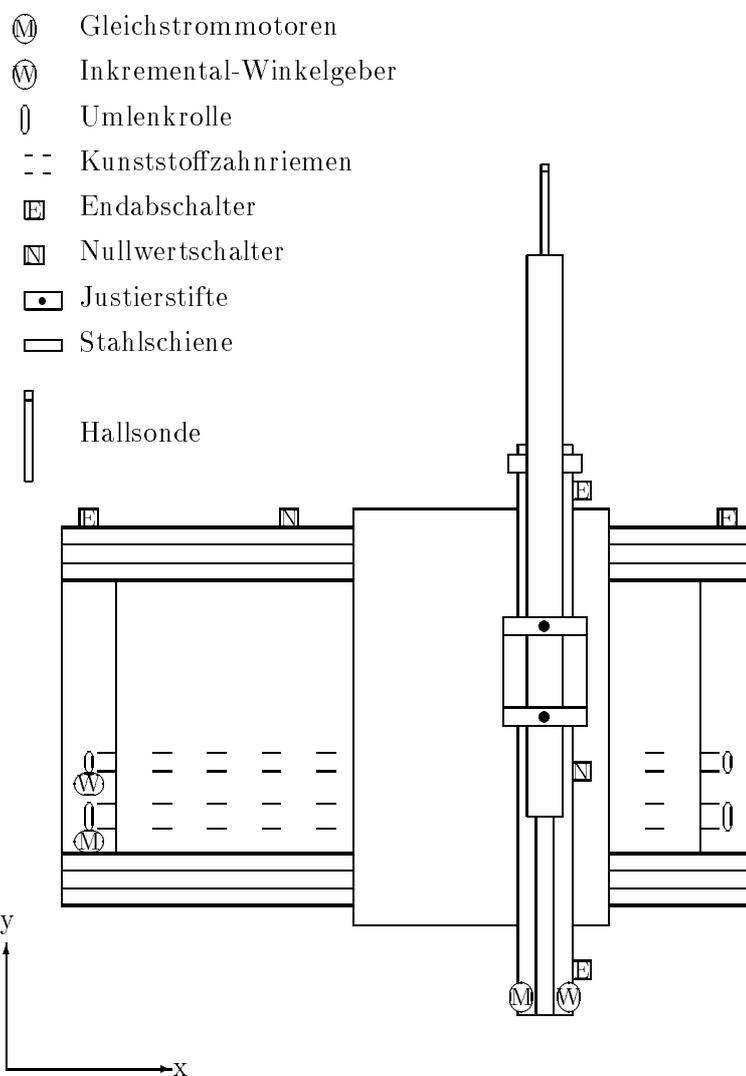


Abbildung E.1: Schematischer Aufbau der Meßmaschine (ohne Maßstab).

E.2 Ortseichung der Meßmaschine

Die Information über den Ort des Meßschlittens relativ zur Nullposition liegt zunächst in Form der Zahl der registrierten Winkelschrittgeberpulse vor. Diese kann mit Hilfe des bekannten Durchmessers des Winkelschrittgebers und der bekannten Anzahl der pro Umdrehung abgegebenen Impulse umgerechnet werden. Es ist

$$x_w = \frac{w_x}{40} \text{ mm} \quad (\text{E.1})$$

und

$$y_w = \frac{w_y}{31.93} \text{ mm}, \quad (\text{E.2})$$

wobei w_x bzw. w_y die Zahl der Impulse der Winkelschrittgeber für die x - bzw. y -Richtung und x_w bzw. y_w die daraus berechneten Orte sind. Da das Zahnmodul der Riemen, die die Winkelschrittgeber antreiben, nicht über den gesamten Fahrbereich konstant ist und die Linearführungen kleine Verbiegungen aufweisen, welche durch den Hebelweg der Meßstange vergrößert werden, treten merkliche Abweichungen der wahren Sondenposition von den auf diese Weise berechneten Koordinaten auf. Die Differenz zwischen wahren und berechnetem Ort hängt sowohl für die x - als auch für die y -Achse von der Position (x_w, y_w) des Meßschlittens ab, d.h. es existieren auch Verkopplungen zwischen den beiden Fahrtrichtungen. Um die Differenzen zwischen dem wahren und dem aus den Winkelgeberpulsen berechneten Ort zu messen, wurden im Fahrbereich von $3 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}$ 128 Punkte auf einem regelmäßigen Meßgitter angefahren. Für jeden Punkt wurde die „wahre“ Sondenposition (x_t, y_t) mit einem elektronischen Theodolitensystem (siehe Abschnitt 4.1) mit einer Genauigkeit von ca. 0.1 mm vermessen und zusammen mit den Winkelschrittgeberkoordinaten (x_w, y_w) abgespeichert. Zur Auswertung der Daten wurde die Differenz zwischen den Theodolitenkoordinaten und den Winkelschrittgeberkoordinaten $(\Delta x, \Delta y) = (x_t - x_w, y_t - y_w)$ gebildet. Diese sind in den Abbildungen E.2 und E.3 über der Ebene (x_w, y_w) aufgetragen. Es treten Werte von -1.5 mm bis 5 mm für Δx und Werte von -1.1 mm bis 0.1 mm für Δy auf. Die Abbildungen E.2 und E.3 zeigen, daß der Wert für Δx nicht nur von x_w , sondern auch von der y_w abhängt und daß der Wert für Δy nicht nur von y_w , sondern auch von x_w abhängt; es existieren Verkopplungen zwischen beiden Richtungen. Die gemessenen Werte für Δx und Δy sind die notwendigen Korrekturen, um aus den Winkelschrittgeberkoordinaten (x_w, y_w) die korrigierte Sondenposition (x_m, y_m) zu berechnen:

$$x_m = x_w + \Delta x \quad (\text{E.3})$$

$$y_m = y_w + \Delta y \quad (\text{E.4})$$

$$(\text{E.5})$$

Zur funktionalen Beschreibung der Korrekturen wurden zweidimensionale Polynome bis jeweils 7. bzw. 5. Ordnung verwendet

$$\Delta x(x_w, y_w) = \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^7 \langle \Delta x | x_w^i y_w^j \rangle x_w^i y_w^j \quad (\text{E.6})$$

$$\Delta y(x_w, y_w) = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 \langle \Delta y | x_w^i y_w^j \rangle x_w^i y_w^j, \quad (\text{E.7})$$

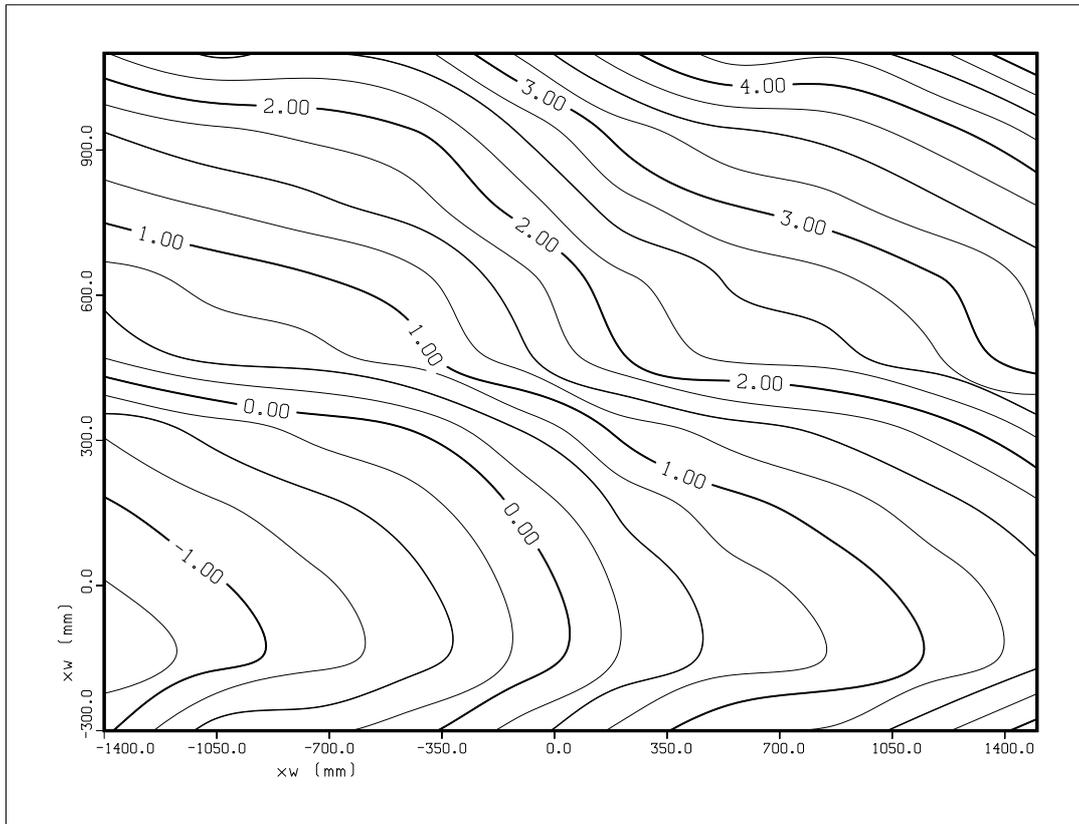


Abbildung E.2: Ortseichung der Meßmaschine für die x -Koordinate. Über der (x_w, y_w) -Ebene sind die Höhenlinien konstanter Differenz von gemessener Koordinate x_t und Winkelgeberkoordinate x_w aufgetragen.

wobei die Zahlen $\langle \Delta x | x_w^i y_w^j \rangle$ und $\langle \Delta y | x_w^i y_w^j \rangle$ die Koeffizienten der Polynome sind. Das Verfahren zur Eichung der Meßmaschine ähnelt sehr stark dem der experimentellen Bahnrückverfolgung bei den magnetischen Spektrometern. Zur Bestimmung der Korrekturkoeffizienten wurde ein Vorläufer des bei der experimentellen Bahnrückverfolgung benutzten Programms verwendet. Da nicht jeder der angesetzten Koeffizienten auch wirklich benötigt wird, wurde die Notwendigkeit eines Koeffizienten anhand der Verbesserung der LSQ-Summe (Summe der Abweichungsquadrate der gemessenen und berechneten Werte) bei Hinzunahme des Koeffizienten mit einem F-Test bewertet. Für die x -Korrektur ergab sich dabei eine Anzahl von 36 und für die y -Korrektur eine Anzahl von 6 benötigten Koeffizienten. In einer anschließenden Testmessung wurden die eingeführten Korrekturen mit dem Theodolitensystem überprüft, welche zeigte, daß mit Korrekturen eine Genauigkeit von $\pm 0.2 \text{ mm}$ im gesamten Fahrbereich erzielt wird.

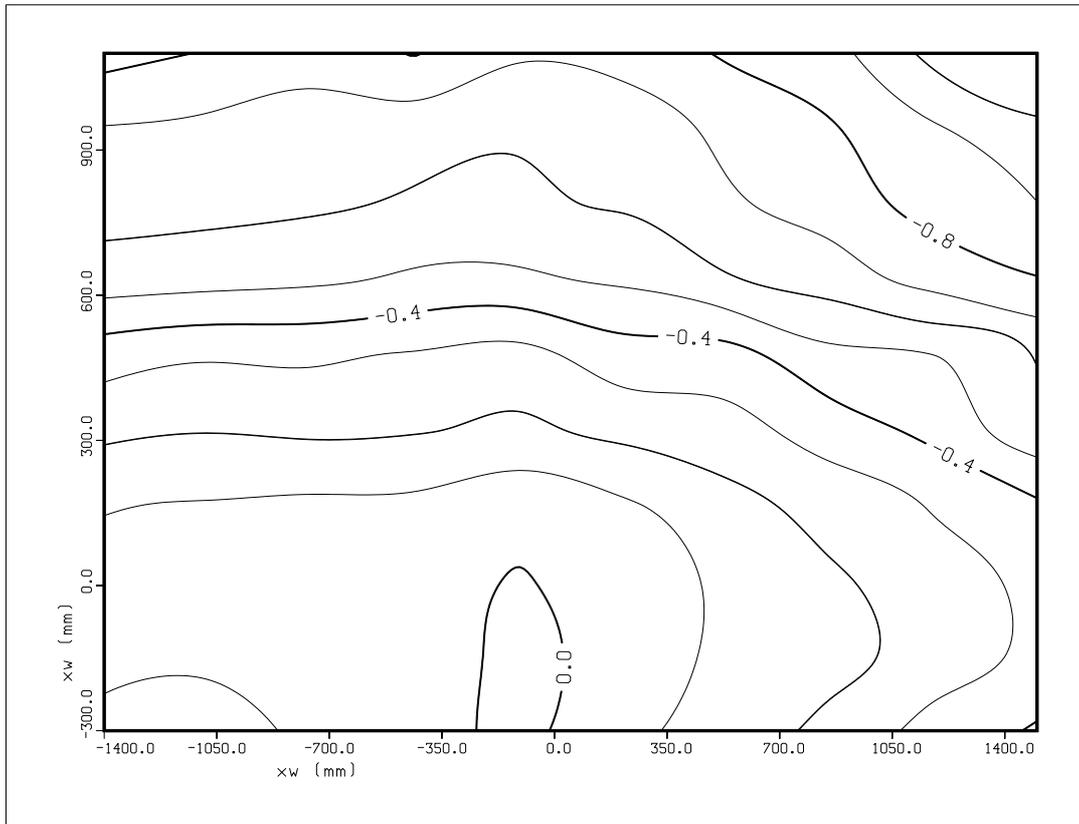


Abbildung E.3: Ortseichung der Meßmaschine für die y -Koordinate. Über der (x_w, y_w) -Ebene sind die Höhenlinien konstanter Differenz von gemessener Koordinate y_t und Winkelgeberkoordinate y_w aufgetragen.

E.3 Koordinatensysteme

Der anzufahrende Ort wird dem Motorcontroller durch die Anzahl der Winkelschritgeberpulse für x - und y -Achse mitgeteilt. Diese sind, wie zuvor dargestellt, über die Ortseichung mit dem Koordinatensystem der Meßmaschine verknüpft¹. Der Magnet jedoch ist letztendes im magneteigenen Koordinatensystem zu vermessen, das mit dem im Programm RAYTRACE verwendete Koordinatensystem identisch ist, bei dem die Mittelebene von der x - und z -Achse aufgespannt wird. Daher ist es notwendig, die Koordinaten beider Systeme ineinander umrechnen zu können. Da Mittelebene (x, z) und Meßebe (x_m, y_m) der Meßmaschine in fast allen Anwendungen zusammenfallen oder zumindest parallel sind, kann man die beiden Koordinatensysteme durch eine Drehung und eine Verschiebung ineinander überführen. Für die Transformation vom Magnetsystem in das Maschinensystem gilt:

$$\begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_{off} \\ z_{off} \end{pmatrix} \quad (\text{E.8})$$

¹Da die Eichung nicht linear ist, wird ein Newtonverfahren zur Bestimmung der Winkelschritgeberpulse verwendet.

Hierbei ist α der Winkel, um den das Magnetsystem um die y -Achse gedreht werden muß, damit die x -Achse des gedrehten Systems parallel zur x_m -Achse und die z -Achse des gedrehten Systems parallel zur y_m -Achse ist. Die Zahlen x_{off} und z_{off} geben die Lage des Maschinensystems im gedrehten Koordinatensystem an. Der Parameter α , x_{off} und z_{off} werden beim Einrichten der Meßmaschine bestimmt.

Anhang F

Impulseichung der Spektrometer

Als Bezugssystem zur Impulseichung wird das Austrittskordinatensystem in der Transport-Nomenklatur benutzt.

Der Impuls der gestreuten Elektronen läßt sich parametrisieren als

$$p = \sum_{i=0}^3 b_i B^i \left(1 + \sum_{j=1}^5 d_j x_T^j \right) \quad (\text{F.1})$$

mit

B : magnetische Induktion der Spektrometer-Dipolmagnete,

d_j : Dispersionskoeffizienten,

b_i : Koeffizienten zur Beschreibung des Sättigungsverhaltens der Dipolmagnete.

Für die Bestimmung der Koeffizienten b_j und d_j wurden Messungen mit elastisch und inelastisch an ^{181}Ta und ^{12}C gestreuten Elektronen verwendet. Bei verschiedenen Strahlenergien E_0 wurde die Linien der gestreuten Elektronen durch Variation des Spektrometerfeldes B entlang der Bildebene verschoben. Die Energie der einlaufenden Elektronen ist mit einer Genauigkeit von $2 \cdot 10^{-4}$ bekannt [Her92], so daß mit Hilfe der ebenfalls bekannten Anregungsenergie und des berechenbaren Energieverlustes im Target für jede der Linien der Impuls bzw. die Energie der gestreuten Elektronen berechnet werden kann. Die Koeffizienten b_j und d_j werden dann durch eine Anpassung bestimmt. Sie sind in der Tab. F.1 zusammengefaßt¹.

Koeff	Spektrometer A		Spektrometer B	
b_0 $\left[\frac{\text{MeV}}{c} \right]$	+1.0095	$\pm 5.4820 \cdot 10^{-2}$	+4.4459	$\pm 2.7785 \cdot 10^{-1}$
b_1 $\left[\frac{\text{MeV}}{c T} \right]$	$+4.1631 \cdot 10^2$	$\pm 2.2806 \cdot 10^{-1}$	$+6.1211 \cdot 10^{+2}$	± 1.0024
b_2 $\left[\frac{\text{MeV}}{c T^2} \right]$	+5.1896	$\pm 2.7001 \cdot 10^{-1}$	$+3.3219 \cdot 10^{+1}$	± 1.1649
b_3 $\left[\frac{\text{MeV}}{c T^3} \right]$	-2.5145	$\pm 9.7056 \cdot 10^{-2}$	$-1.6505 \cdot 10^{+1}$	$\pm 4.3596 \cdot 10^{-1}$
d_1 $\left[\frac{\%}{\text{cm}} \right]$	$+1.6971 \cdot 10^{-1}$	$\pm 4.2571 \cdot 10^{-5}$	$+1.2327 \cdot 10^{-1}$	$\pm 3.2513 \cdot 10^{-5}$
d_2 $\left[\frac{\%}{\text{cm}^2} \right]$	$+2.2746 \cdot 10^{-4}$	$\pm 2.1738 \cdot 10^{-6}$	$-5.1309 \cdot 10^{-5}$	$\pm 7.3244 \cdot 10^{-7}$
d_3 $\left[\frac{\%}{\text{cm}^3} \right]$	$-2.7800 \cdot 10^{-9}$	$\pm 2.843 \cdot 10^{-8}$	$-3.1303 \cdot 10^{-7}$	$\pm 3.2010 \cdot 10^{-8}$
d_4 $\left[\frac{\%}{\text{cm}^4} \right]$	$-1.7211 \cdot 10^{-9}$	$\pm 1.197 \cdot 10^{-9}$	$+9.9242 \cdot 10^{-9}$	$\pm 2.2933 \cdot 10^{-10}$
d_5 $\left[\frac{\%}{\text{cm}^5} \right]$	$-2.3138 \cdot 10^{-11}$	$\pm 1.0550 \cdot 10^{-11}$	$+2.8500 \cdot 10^{-11}$	$\pm 7.5705 \cdot 10^{-12}$

Tabelle F.1: Parameter der Impulseichung von Spektrometer A und B nach Gl. F.1.

¹Berechnung durchgeführt von E. Offermann und P. Sauer

Literaturverzeichnis

- [Bau87] Th. Baumgärtner Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1987
- [Bev69] P. A. Bevington, Data Reduction and Error Analysis,
McGraw–Hill, New York, 1969
- [Blo88] K.I. Blomqvist, Interne Mitteilung,
Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1988
- [Blo94] K.I. Blomqvist et al., High–Momentum Components in the 1p orbitals of ^{16}O ,
submitted to Phys. Lett. B,
Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1994
- [Boh93] R. Böhm, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1993
- [Bra63] C.M. Braams, Nucl. Instr. and Meth. 26 (1964) 83
- [Bro68] K.L. Brown, Advances in Particle Physics
(eds. Cool & Marshak), Vol.1, 1968, p. 71
- [BroC80] K.L. Brown, C.C. Carey, Ch. Iselin and F. Rothacker CERN–Report 80-04,
Genf, 1980
- [Dis94] M. Distler, Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz,
(in Fertigstellung)
- [Ehr72] H. Ehrenberg, H. Averdung, B. Dreher, G. Fricke, R. Herr, H. Hultzs, G. Lührs,
K. Merle, R. Neuhausen, G. Nöldecke, H.M. Stolz, V. Walther and H.D. Wohlfahrt
Nucl. Inst. and Meth. 105 (1972) 253
- [Era93] St. Eraßme, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1993
- [Her92] K. Herter, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1992
- [Ike77] H. Ikegami, Proc. 6 th Int. Conf. on Magnet Technology, Bratislava, 1977
- [Jac81] J. D. Jackson, Klassische Elektrodynamik, de Gruyter, New York, 1981
- [Jb87] Jahresbericht 1986/87, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, S. 70
- [Jb89] Jahresbericht 1988/89, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, S. 90
- [Jb93] Jahresbericht 1992/93, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, S. 83
- [Kra94] H.W. Kramer, Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz,
(in Fertigstellung)
- [Kry94] K.W. Krygier, Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz,
(in Fertigstellung)
- [Kun94] V. Kunde, Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz,
(in Fertigstellung)
- [Leo87] W.R. Leo, Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments,
Springer, Berlin, 1987

- [Lie94] A.P. Liesenfeld, Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz,
(in Fertigstellung)
- [Mar93] Ch. Martin, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1993
- [Nol81] J.N. Nolan, Jr., ANL/PHY-81-2, Argonne, 1981
- [POI87] POISSON Reference Manual, Los Alamos Accelerator Group, Los Alamos, 1987
- [PRO87] PROFI Dokumentation und Programmbeschreibung,
Ingenieurbüro für numerische Feldberechnung und Entwurfsplanung,
Darmstadt, 1987
- [RAY87] RAYTRACE Programmbeschreibung, S. Kowalski, H. A. Enge,
Laboratory of Nuclear Science and Department of Physics, Massachusetts Institute of
Technology, Cambridge, Massachusetts, 1987
- [Ric94] A.W. Richter, Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz,
(in Fertigstellung)
- [Rie91] R. Ries, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1991
- [Sau93] P. Sauer, Interne Mitteilung, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1993
- [Sau94] P. Sauer, Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz,
(in Fertigstellung)
- [Sch94] St. Schardt, Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz,
(in Fertigstellung)
- [Ste56] R.M. Sternheimer, Phys. Rev. 103 (1956) 511
- [Sto83] J. Stoer, Einführung in die numerische Mathematik I, Springer, Berlin, 1983
- [VeiF93] Th. Veith, J. Friedrich and E.A.J.M. Offermann,
Nucl. Instr. and Meth. A 336 (1993) 572
- [Vei93] Th. Veith, Interner Bericht, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1993
- [VoeF86] N. Vögler, J. Friedrich et al., Nucl. Instr. and Meth. 249 (1986) 337
- [VSG88] Tabelle der magnetischen Werte der Qualitäten ZSH-Spezial (geschmiedet) und
der Stahlgußvariante GS-ZSH-Extra,
Vereinigte Schmiedewerke GmbH, Hattingen/Ruhr
- [Wol91] St. Wolf, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1991