

Messung der Photonasymmetrien für die
geladene und neutrale Pionphotoproduktion
am Proton und das E2/M1 Verhältnis

Dissertation
Hans-Peter Krahn

Institut für Kernphysik
Johannes Gutenberg-Universität Mainz
Februar 1996

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung und Motivation	1
2. Vorbemerkungen zum Experiment	5
2.1 Kinematik und Photonasymmetrie	5
2.2 S- und P-Wellennäherung	6
2.3 Multipoldarstellung	7
2.4 Empfindliche Größe für das EMR	9
2.5 Modellvorhersagen zum EMR	10
3. Das Konstituenten-Quarkmodell	13
4. Erzeugung linearpolarisierter Photonen	17
4.1 Der Quasimonochromatische Photonenstrahl	17
4.2 Die Photonmarkierungsanlage	18
4.3 Kinematik	22
4.4 Theorie der kohärenten Bremsstrahlung	26
4.5 Anschauliche Erklärung für Kohärenzeffekte	27
4.6 Geometrische Definitionen und das Goniometer	29
4.7 Intensitätsverteilung und Polarisationsgrad	32
5. Polarisation im Experiment	41
5.1 Polarisierungseinstellung	41
5.2 Polarisationsbestimmung	42
6. Experimenteller Aufbau	51
6.1 Aufbau und Eigenschaften des Detektors	52
6.1.1 Das Targetsystem von Daphne	53
6.1.2 Der Vertex-Detektor	55
6.1.3 Nachweis geladener Teilchen	57
6.1.4 Nachweis neutraler Teilchen	57
7. Analyse der Daten	59
7.1 Strahlstabilität	59
7.2 Wahl des Experimenttriggers	62
7.3 Rekonstruktion von Trajektorien geladener Teilchen	62
7.4 Energieeichung der Szintillatoren	65
7.5 Bestimmung der Reaktionen	65
7.6 Bestimmung der Teilchenart	68
7.6.1 Das Reichweiten-Protokoll	69
7.6.2 Bestimmung von gestoppten Teilchen in Lage B	71
7.6.3 Identifizierung der Protonen die in Lage A gestoppt wurden	73
7.7 Identifizierung der π^+ -Mesonen	79
7.8 Strahlasymmetrien für Protonen und Pionen	80

7.9	Differentielle Wirkungsquerschnitte	82
7.9.1	Bestimmung der Markierungswahrscheinlichkeit	82
7.9.2	Bestimmung von σ_{\perp} , σ_{unpol} und σ_{\parallel}	84
7.9.3	Vergleich der Wirkungsquerschnitte mit den bereits existierenden Daten	88
8.	EMR aus dem Verhältnis $\frac{\sigma_{\parallel}}{\sigma_{\perp}}$	91
8.1	Vergleich der Daten mit den LEGS-Ergebnissen	91
9.	Bestimmung der Multipolamplituden	93
9.1	Bestimmung der Parameter A, B und C	93
9.1.1	Bestimmung von E2/M1 aus dem Verhältnis $\frac{C_{\parallel}}{A_{\parallel}}$	95
9.2	Vorüberlegungen zur Isospinzerlegung	99
9.3	Isospinzerlegung	102
10.	Ergebnisse und Interpretation	105
10.1	Ergebnisse für die Amplituden des $p\pi^0$ -Kanals	105
10.2	Ergebnisse für den Isospin 3/2 Kanal	108
10.3	Das EMR für den Isospin 3/2 Kanal	110
11.	Fehlerbetrachtung und Ausblick	115
12.	Zusammenfassung	117
A.	Begriffe aus der Festkörperphysik	119
A.1	Kristallstruktur	119
A.2	Reziprokes Gitter	121
B.	Pionphotoproduktion	123
B.1	S- und P-Wellennäherung und das EMR	128
C.	Ergebnisse	131
C.1	Ergebnisse für die Reaktion $p(\vec{\gamma}, \pi^0)p$	131
C.2	Ergebnisse für die Reaktion $p(\vec{\gamma}, \pi^+)n$	135
C.3	Ergebnisse für die Multipolamplituden	140

Kapitel 1

Einleitung und Motivation

In der Hochenergiephysik ist heute die beschreibende Theorie die QCD, da dort die Quarks als asymptotisch freie Teilchen betrachtet werden können. Im Bereich der Mittlerenergiephysik sind die Quarks gebunden zu Nukleonen, und die wiederum zu Atomkernen. Im Mittlerenergiebereich ist es also notwendig, andere Vorstellungen zu entwickeln, um die Eigenschaften und das Verhalten der Nukleonen und Kerne zu beschreiben. Dazu arbeitet man am Institut für Kernphysik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz an der Erforschung des Atomkerns und dessen Bausteinen. Seit September 1991 steht ein Elektronenbeschleuniger zur Verfügung; das Mainzer Mikrotron in der zweiten Ausbaustufe, MAMI B. Mit

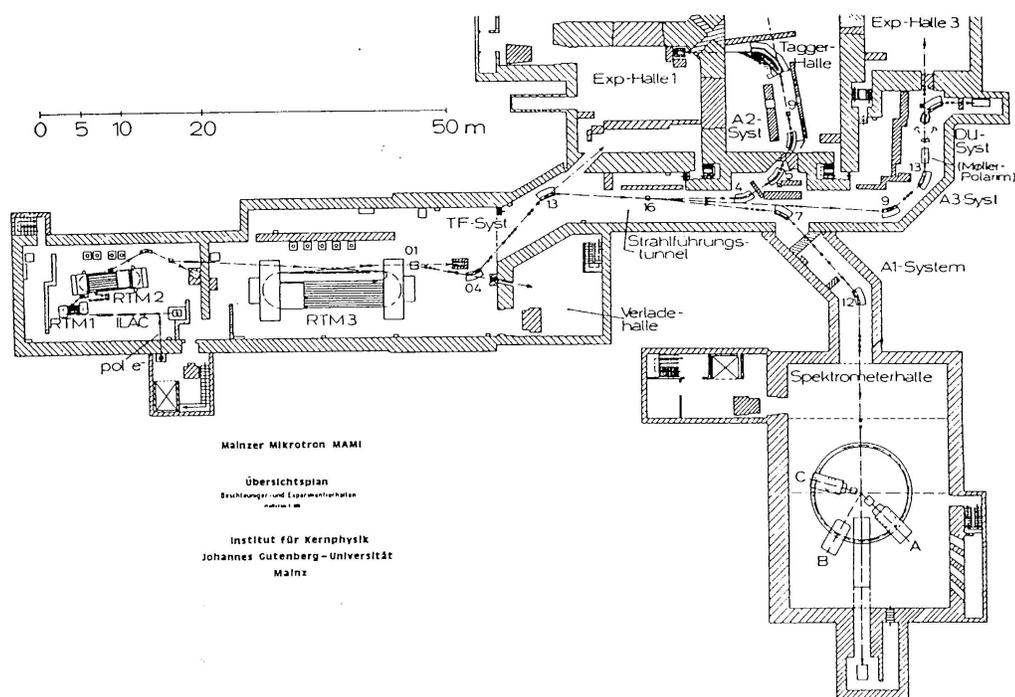


Abb. 1.1: Das Mainzer Mikrotron in der zweiten Ausbaustufe MAMI B mit Strahlführungen in die Hallen der einzelnen Kollaborationen.

einem Tastverhältnis von eins liefert MAMI einen kontinuierlichen Elektronenstrahl. Die Maximalenergie von 855 MeV ermöglicht die Untersuchung nuklearer

und subnukleonischer Freiheitsgrade.

Die Kollaborationen am Institut benutzen verschiedene Methoden zu teilweise unterschiedlichen Fragestellungen. Die A2 Kollaboration führt in internationaler Zusammenarbeit Experimente mit reellen, quasimonochromatischen Photonen durch. Zentrales Gerät für diese Experimente ist ein breitbandiger Bremsstrahlungsphotonenmonochromator (Glasgow-Tagger). Die Maximalenergie von MAMI erlaubt es, die ersten Baryonenresonanzen zu untersuchen. Im besonderen gilt dies für die $\Delta(1232)$ -Resonanz (P_{33}), aber auch die Resonanzen $N(1520)(D_{13})$, $N(1535)(S_{11})$ und der Anstieg zur $N(1689)(F_{15})$ sind erreichbar. Die innere Struktur des Nukleons ist direkt mit seinem Anregungsspektrum verknüpft. Die Anregung innerer Freiheitsgrade stellt sich dabei in Form der Nukleonresonanzen dar. Spezielle Reaktionskanäle machen spezielle Eigenschaften des Nukleons sichtbar. In dieser hier vorgelegten Dissertation soll die Deformation des Nukleon- Δ -Übergangs untersucht werden.

Die Deformation eines Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchens kann nicht direkt gemessen werden, da das beobachtbare Quadrupolmoment verschwindet.

$$Q_{beob} = Q_{int} \frac{2J - 1}{2J + 1} \quad (1.1)$$

Aus diesem Grund betrachtet man Übergangsamplituden. In diesem Experiment wurde die $N\Delta$ -Übergangsamplitude betrachtet.

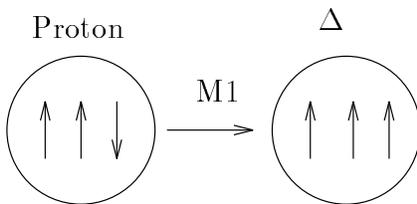


Abb. 1.2: $N \Delta$ -Anregung ist in sphärischen Modellen ein reiner Spinflip.

Der hier untersuchte Effekt tritt analog beim Deuteron auf. Dort führt der 'Ein'-Pion austausch zu einem Tensoranteil im Hamilton-Operator des Deuterons und der wiederum zu einem D-Wellenanteil in der Deuteronwellenfunktion führt. Dieser ergibt dann ein Quadrupolmoment, welches ein Indiz für eine Deformation ist. Im gleichen Sinne wird für das Nukleon von allen Konstituenten-Quarkmodellen ein Tensoranteil vorhergesagt, der vom 'Ein'-Gluon-Austausch herrührt, siehe dazu Kapitel 3.

Diese Tensorkraft zwischen den Quarks mischt einen D-Wellenanteil in einen im Normalfall reinen S-Wellenzustand. Der D-Wellenanteil bricht die sphärische Symmetrie und führt zu einem Quadrupolmoment und somit zu einer Deformation des ersten angeregten Zustands des Nukleons, der Δ -Resonanz bei 340 MeV. Die Größe und das Vorzeichen des D-Wellenanteils hängt stark von der inneren Struktur des Nukleons ab.

In sphärischen Modellen ist die Δ -Resonanz ein reiner Spinflip, der nur mit M1-Photonen angeregt werden kann, siehe Abb. 1.2. Wenn die Wellenfunktion der Δ -Resonanz einen D-Wellenanteil enthält, dann kann sie auch durch E2-Photonen angeregt werden. In Abb. 1.3 ist eine Deformation des Protons und der Δ -Resonanz dargestellt, man muß sich aber vor Augen halten, daß die hier gezeichnete Deformation rein willkürlich ist und man nur eine Änderung der Deformation im N Δ -Übergang messen kann. Die Deformation der Δ -Resonanz ist hier geringer dargestellt als die des Protons, was auf einer Vermutung basiert, daß die Δ -Resonanz aufgrund ihrer Quarkstruktur symmetrischer ist als das Proton.

In dieser Arbeit soll nun in der Reaktion,

$$\vec{\gamma} + H \rightarrow N(n, p) + (\pi^+, \pi^0)$$

die E2 Amplitude im N Δ -Übergang neben der dominanten M1 Amplitude bestimmt werden. Verschiedene Modelle sagen unterschiedliche Werte für das Verhältnis von $\frac{E2}{M1}$ voraus. Die Werte streuen von 0.0% der sphärischen Modelle bis zu -7%. Diese Spannweite von Vorhersagen motiviert das Verhältnis mit der höchstmöglichen Genauigkeit zu messen, damit ein Test der verschiedenen Modelle möglich wird, siehe dazu Kapitel 2.5.

Bisherige Daten wurden meist nur für kleine Winkel- und Energiebereiche und nur für die π^0 -Produktion gemessen. Notwendig ist hingegen eine simultane Messung beider Photopionproduktionskanäle, d.h. die Reaktionen

$$\begin{aligned} \vec{\gamma} + p &\rightarrow p + \pi^0 \\ \vec{\gamma} + p &\rightarrow n + \pi^+ . \end{aligned}$$

Um eine Multipoltrennung durchzuführen, ist es notwendig, einen großen Winkel- und Energiebereich abzudecken. Der Detektor DAPHNE [Aud 91] in Kombination mit MAMI [Her 90], siehe Abb. 1.1, und dem Glasgow-Tagger [Ant 91] ist hierfür ideal geeignet. Durch Messung beider Reaktionen wird eine Isospinzerlegung der Multipolamplituden möglich.

Eine kleine Amplitude, wie die elektrische Quadrupolamplitude E2 kann neben der großen magnetischen Dipolamplitude M1 bestimmt werden, wenn man eine Größe mißt, die den E2M1-Interferenzterm enthält. Dies ist für die Photonsymmetrie Σ ideal gegeben. Die hierfür benötigten linear polarisierten Photonen wurden mit kohärenter Bremsstrahlung an einem Diamantkristall erzeugt. Die notwendigen Techniken wurden im Rahmen dieser Arbeit zu einem allgemein nutzbaren Werkzeug entwickelt, siehe dazu Kapitel 4.

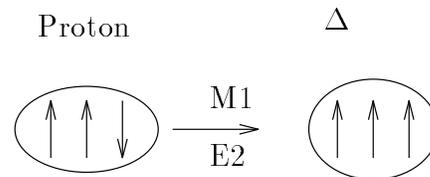


Abb. 1.3: Wenn man eine Deformation erlaubt, kann man die Δ -Resonanz auch mit E2-Photonen anregen.

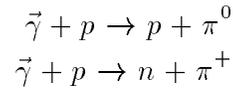
Als Resultat der Arbeit wurden der differentielle, unpolarisierte Wirkungsquerschnitt und die parallelen und senkrechten Anteile bestimmt. Die Sensitivität auf das $E2/M1$ -Verhältnis liegt im parallelen Wirkungsquerschnitt. Dies läßt sich anschaulich so erklären, daß magnetische Komponenten in senkrechter Richtung zum Polarisationsvektor emittiert werden, so daß in paralleler Richtung die magnetischen Komponenten klein sind und man sensitiver auf die elektrischen Anteile ist, die parallel emittiert werden. Im folgenden Kapitel soll nun zunächst näher auf die Kinematik der Prozesse und die Wirkungsquerschnitte eingegangen werden.

Kapitel 2

Vorbemerkungen zum Experiment

2.1 Kinematik und Photonasymmetrie

Wie in der Einleitung beschrieben, wird in diesem Experiment die Strahlasymmetrie für die Reaktionen



gemessen. Dazu wird der in Kapitel 6 beschriebene zylindersymmetrische Detektor DAPHNE verwendet. Dieser ist in der Lage, die Trajektorien geladener Teilchen und deren Energie zu bestimmen. Protonen können von geladenen Pionen unterschieden werden. Die Nachweiswahrscheinlichkeit für π^0 -Mesonen ist 15 %.

Eine Herleitung des differentiellen Wirkungsquerschnitts in der Multipoldarstellung wird in Anhang B gegeben. In diesem einleitenden Kapitel sollen nur die Formeln zur Erläuterung der wichtigsten experimentellen Vorbemerkungen herangezogen werden. Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt für linear-polarisierte Photonen gilt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi) = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \{1 - P_\gamma \Sigma \cos(2\phi)\} \quad (2.1)$$

wobei aus Abb. 2.1 zu entnehmen ist, daß θ der Polarwinkel des Rückstoßprotons und ϕ der Azimuthwinkel zwischen dem Photon-Polarisationsvektor ϵ_γ und der Produktionsebene des Nukleon-Pion-Systems ist. Σ ist die Strahlasymmetrie, definiert durch Gleichung 2.3. Die Wirkungsquerschnitte für den parallelen und senkrechten Anteil des Wirkungsquerschnitts ergeben sich zu:

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma^\parallel}{d\Omega} &= (1 - \Sigma) \frac{d\sigma}{d\Omega} \\ \frac{d\sigma^\perp}{d\Omega} &= (1 + \Sigma) \frac{d\sigma}{d\Omega}\end{aligned} \quad (2.2)$$

Für die Strahlasymmetrie gilt demnach:

$$\Sigma = \frac{1}{p_\gamma} \frac{N^\perp - N^\parallel}{N^\perp + N^\parallel} = \frac{d\sigma^\perp - d\sigma^\parallel}{d\sigma^\perp + d\sigma^\parallel}. \quad (2.3)$$

Im Kapitel 7.8 über die Analyse der Daten wird beschrieben, wie aus der ϕ -Winkelverteilung der Rückstoßprotonen und der Pionen, unter Kenntnis der Pho-

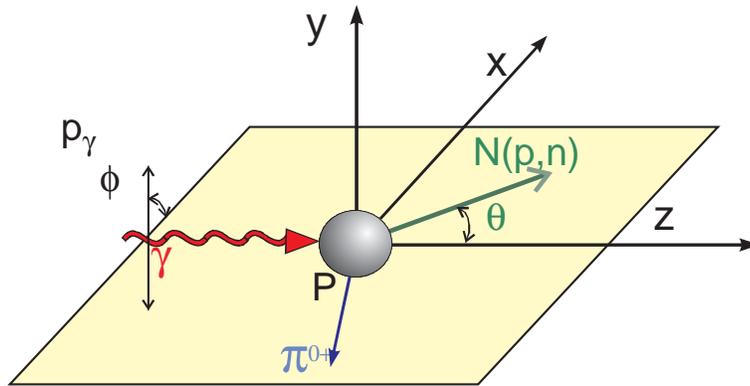


Abb. 2.1: Kinematik der Photopionproduktion am Wasserstoff

tonpolarisation, die Asymmetrie und der unpolarisierte Wirkungsquerschnitt bestimmt werden. Ist die Strahlasymmetrie bekannt, lassen sich nach Gleichungssystem 2.2 der parallele und senkrechte Anteil des Wirkungsquerschnitts bestimmen.

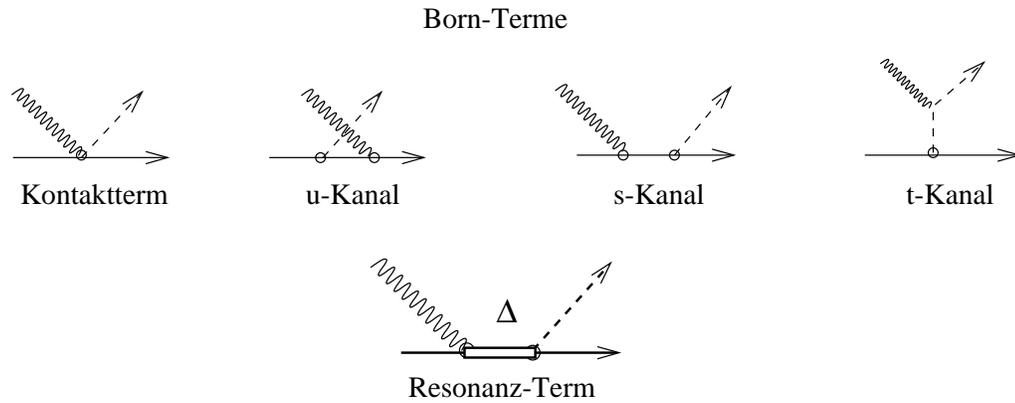
2.2 S- und P-Wellennäherung

Im Anhang B wird auf die Herleitung des Wirkungsquerschnitts in der Multipoldarstellung eingegangen. Das Ergebnis für die differentiellen Wirkungsquerschnitte ist in S- und P-Wellennäherung in den Gleichungen 2.4 dargestellt. Die Koeffizienten A, B und C sind Funktionen der Multipole. Die exakten Formeln für A, B und C sind im Anhang B angegeben.

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) &= \frac{q}{k} (A + B \cos \theta + C \cos^2 \theta) \\
 \frac{d\sigma^{\parallel}}{d\Omega}(\theta) &= \frac{q}{k} (A_{\parallel} + B_{\parallel} \cos \theta + C_{\parallel} \cos^2 \theta) \\
 \frac{d\sigma^{\perp}}{d\Omega}(\theta) &= \frac{q}{k} (A_{\perp} + B_{\perp} \cos \theta + C_{\perp} \cos^2 \theta)
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Die S- und P-Wellennäherung gilt annähernd nur für den $p\pi^0$ Kanal, da dort nur zwei der vier Bornsterme eine Rolle spielen. In Abb. 2.2 sind die vier Bornsterme der Photopionproduktion dargestellt. Für die neutrale Pionproduktion spielen nur der S- und U-Kanal eine Rolle.

In der geladenen Pionproduktion muß man auch den Kontaktterm und den t-Pol- oder Pion-Pol-Term berücksichtigen. Der Pion-Pol-Term führt zu Beiträgen höherer Multipole zu den Wirkungsquerschnitten, so daß dort eine S- und P-Wellennäherung nicht mehr gewährleistet ist. In Abb. 2.3 sind für eine Photonenergie von 320 MeV die differentiellen Wirkungsquerschnitte dargestellt, einmal

Abb. 2.2: Bornterme der Photopionproduktion und die Δ -Resonanz

für eine Rechnung in S- und P-Wellennäherung und einmal unter der Berücksichtigung aller Multipole.

Man erkennt, daß für den neutralen Pionkanal die Näherung gerechtfertigt ist. Bei dem geladenen Pionkanal sind die Diskrepanzen unter Vorwärts- und Rückwärtsrichtung beträchtlich, man muß also bei der Bestimmung der Multipolamplituden für die geladene Pionproduktion höhere Multipole berücksichtigen.

2.3 Multipoldarstellung

In diesem Kapitel soll die Notation der Multipole vorgestellt werden. Es gibt zwei gebräuchliche Möglichkeiten. Die erste ist die Photondarstellung, in der die Multipolamplituden nach dem elektromagnetischen Charakter des Photons mit E, M und nach dem Gesamtspin J beschrieben werden. Für die magnetische Dipolamplitude gilt demnach M1 und für die elektrische Quadrupolamplitude E2. In den folgenden Ausführungen dieser Arbeit wird aber die Piondarstellung verwendet. In Abb. 2.4 a.) ist ein Photopionproduktionsprozeß dargestellt. Ein einkommendes Photon (Spin 1) wechselwirkt mit einem Nukleon (Spin $\frac{1}{2}$) und es ergibt sich ein Zwischenzustand mit Gesamtdrehimpuls J und der Parität P. Der Ausgangskanal setzt sich zusammen aus dem Nukleon (Spin $\frac{1}{2}$) und einem Pion (Spin 0). Für die Übergangsamplitude müssen unter anderem die Drehimpulserhaltung $L \pm \frac{1}{2} = J = l_\pi \pm \frac{1}{2}$ und Paritätserhaltung

$$\begin{aligned} \text{elektrischer Übergang} & \quad (-1)^L = (-1)^{l_\pi+1} \\ \text{magnetischer Übergang} & \quad (-1)^{L+1} = (-1)^{l_\pi+1} \end{aligned}$$

gelten. In Abb. 2.4 b.) ist die Notation dargestellt, wobei der elektromagnetische Charakter als Großbuchstabe (M, E) dargestellt ist, indiziert mit dem Pionbahndrehimpuls (l_π) und einem Vorzeichen, das die Kopplung von l_π mit dem Spin des Nukleons zum Gesamtdrehimpuls J beschreibt. In Tab. 2.1 sind die wichtigsten Multipolamplituden und ihre Zusammensetzung dargestellt.

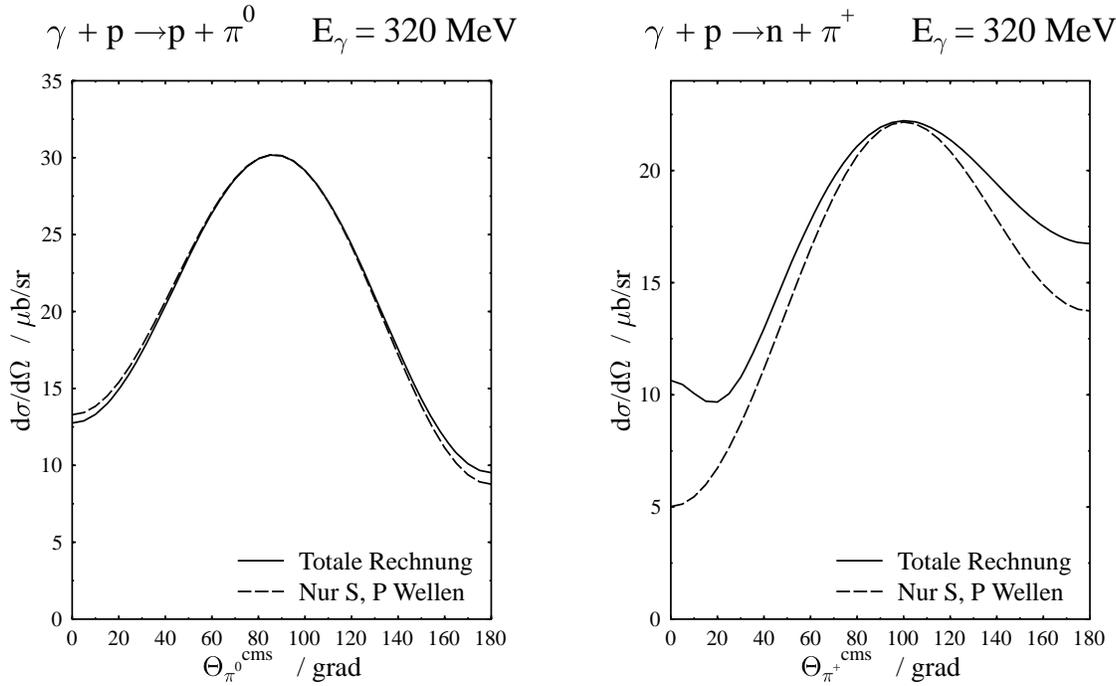


Abb. 2.3: Vergleich von Rechnungen der differentiellen Wirkungsquerschnitte der Photopionproduktion. Die gestrichelte Kurve ist eine Rechnung in S- und P-Wellennäherung. Die durchgezogene Kurve ist eine Rechnung unter Berücksichtigung höherer Multipole.

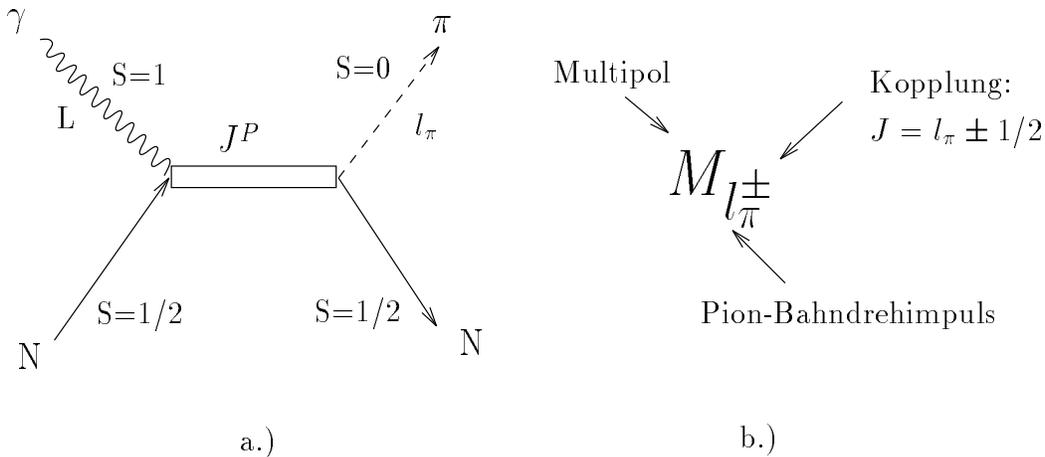


Abb. 2.4: a.) Photopionproduktion. b.) Notation der Multipolamplituden in der Piondarstellung.

Photon	Gesamtdrehimpuls	Parität	Multipole
$L = 1$ E1	1/2 3/2	$l_\pi = 0, 2$	E_{0+}, E_{2-}
$L = 1$ M1	1/2 3/2	$l_\pi = 1$	M_{1-}, M_{1+}
$L = 2$ E2	3/2 5/2	$l_\pi = 1, 3$	E_{1+}, E_{3-}
$L = 2$ M2	3/2 5/2	$l_\pi = 2$	M_{2-}, M_{2+}

Tabelle 2.1: Multipole bis $L = 2$. In der Spalte 'Parität' sind die Pion-Bahndrehimpulse eingetragen, die aufgrund der Paritätserhaltung nur möglich sind.

2.4 Empfindliche Größe für das EMR

Die empfindliche Größe für das EMR = $\frac{E_{1+}}{M_{1+}}$ -Verhältnis ist der parallele Wirkungsquerschnitt. Dies ist anschaulich erklärbar, da sich magnetische Dipol-

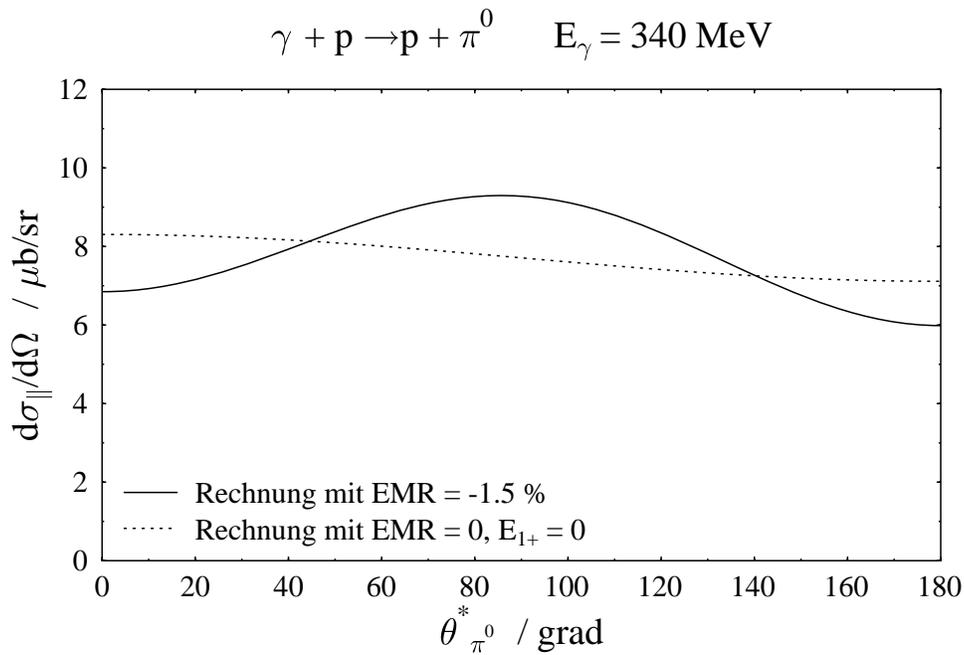


Abb. 2.5: Vergleich von Rechnungen des parallelen, differentiellen Wirkungsquerschnitts

Komponenten immer senkrecht zur Vorzugsrichtung bemerkbar machen. Somit sind die M1-Komponenten in der parallelen Richtung zur Vorzugsrichtung, hier dem Polarisationsvektor, unterdrückt. Dadurch wird der Interferenzterm besser sichtbar. Der elektrische Quadrupol E2 selbst ist viel zu klein, um gegenüber dem dominanten magnetischen Dipol sichtbar zu sein.

In Abb. 2.5 ist der parallele Anteil des Wirkungsquerschnitts dargestellt. Es sind Rechnungen verglichen, in denen einmal das Verhältnis von $\frac{E_{1+}}{M_{1+}}$ auf -1.5% ¹ gesetzt wurde, durchgezogene Kurve, und einmal, in der die E_{1+} -Amplitude auf null gesetzt ist. Man erkennt einen 20% Effekt. Die Analyse des Experiments wird folgendermaßen ablaufen. Man bestimmt den unpolarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitt und aus der ϕ -Winkelverteilung die Strahlasymmetrie. Aus diesen beiden Größen kann man dann den parallelen Wirkungsquerschnitt bilden, siehe dazu Kapitel 7.8. Zieht man nun nur die Daten aus der neutralen Pionproduktion heran, kann man durch einen Fit der Form:

$$\frac{d\sigma^{\parallel}}{d\Omega}(\theta) = \frac{q}{k} (A_{\parallel} + B_{\parallel} \cos \theta + C_{\parallel} \cos^2 \theta),$$

an den parallelen Wirkungsquerschnitt, das Verhältnis für die physikalischen Amplituden bestimmen. Dieses wird über das Verhältnis von C_{\parallel} zu A_{\parallel} errechnet.

$$\frac{C_{\parallel}}{A_{\parallel}} = \frac{12 \cdot \text{Re}(E_{1+}(M_{1+} - M_{1-})^*)}{|E_{0+}|^2 + |M_{1+} - M_{1-}|^2} \approx \frac{12 \cdot \text{Re}(E_{1+}M_{1+}^*)}{|M_{1+}|^2}$$

Der Einfluß von E_{0+} auf das EMR ist kleiner als ein Prozent, der von M_{1-} beträgt nur ungefähr zehn Prozent in der Δ -Resonanz. Bei der angestrebten Genauigkeit sind die Vernachlässigungen gerechtfertigt.

Die physikalischen Amplituden sind im wesentlichen durch den Isospin- $\frac{3}{2}$ -Anteil gegeben. Um jedoch den Isospin- $\frac{3}{2}$ -Kanal genau zu bestimmen, muß man beide Photopionproduktionskanäle heranziehen, da nur so die Isospinzerlegung durchführbar ist. Im Kapitel 9.3 wird die Bestimmung des $E_{1+}^{\frac{3}{2}}/M_{1+}^{\frac{3}{2}}$ beschrieben.

Ziel dieser Arbeit ist es aber, das EMR für den resonanten Isospin- $\frac{3}{2}$ -Anteil des N- Δ -Übergangs zu bestimmen. Das EMR für den resonanten Anteil ist keine Observable, so daß nur das EMR für den Isospin- $\frac{3}{2}$ -Anteil gemessen werden kann. Eine Trennung von resonantem und nicht resonantem Anteil ist nur mit Hilfe eines Modells möglich, siehe dazu Kapitel 10.3.

2.5 Modellvorhersagen zum EMR

Die QCD ist der theoretische Rahmen, um die starke Wechselwirkung zu verstehen. Im Bereich der Mittel- und Niederenergiephysik verliert sie ihre Gültigkeit, da sie nicht einmal das 'Confinement' beschreiben kann. Um die Situation zu retten, wurden eine Vielzahl von 'QCD-inspirierten' Modellen entwickelt, die die

¹Der Wert von -1.5% ist der zur Zeit im Particle Data Booklet veröffentlichte Wert.

fundamentalen Symmetrien der QCD berücksichtigen und das Niederenergieverhalten nachahmen. Der Erfolg dieser Modelle war, daß sie nun eine große Spanne von Observablen richtig beschreiben konnten. Dazu gehören das Massenspektrum, die rms-Radien und die magnetischen Momente der Baryonen, im Rahmen der bekannten Genauigkeit $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, die Axialvektor-Kopplungskonstante (G_A) und das Verhältnis der Pion-Nukleon- Δ zu Pion-Nukleon-Nukleon Kopplungskonstanten ($\frac{G_{\pi N \Delta}}{G_{\pi N N}}$).

Im Jahre 1979 zeigte S. Glashow [Gla 79], daß das zu der Zeit dominierende Modell, das MIT-Bag-Modell [Cho 74], zwar die Massen und die magnetischen Momente richtig beschreibt, aber für G_A und $\frac{G_{\pi N \Delta}}{G_{\pi N N}}$ scheitert. Die Situation wurde verbessert, indem man eine Deformation des Bags zuließ. Diese Deformation führt zu einer D-Wellenbeimischung in der Grundzustands- und in den Anregungszustandswellenfunktionen. Wie in der Einleitung erwähnt, kann man eine Deformation eines Spin- $\frac{1}{2}$ -Nukleons nicht messen, es muß aus Übergangsamplituden bestimmt werden, und hier ist der N- Δ -Übergang der geeignetste Kandidat.

In sphärischen "Bag"-Modellen ist die Δ -Resonanz ein reiner Spin-Flip und kann nur durch einen magnetischen Dipol M1 angeregt werden. Eine D-Wellenbeimischung im Grundzustand des Nukleons oder der Δ -Resonanz erlaubt die Möglichkeit einer elektrischen Quadrupolanregung E2 zusätzlich zu der magnetischen Dipolanregung M1. Ein nicht verschwindender Wert für das Verhältnis $E2/M1$ ist eine klare Evidenz für eine Deformation. Der D-Wellenbeitrag ist stark von der Größe des "Bag"-Radius abhängig. Die Frage nach dem Ursprung dieser Deformation läßt sich nicht eindeutig beantworten. Verschiedene Modelle geben unterschiedliche Aussagen, die nicht unbedingt widersprüchlich sind.

Das Chirale "Bag" Modell [The 80] [Tho 81] der Hadronen gibt eine plausible Erklärung für eine solche Deformation. Am "Bag"-Rand fordert die Erhaltung des Axialstroms eine Kopplung zwischen der Pionwolke und dem "Bag" der Quarks. Die Pionwolke übt an der Berührungsfläche Druck auf den "Bag" aus. Dieser Druck ist maximal entlang der Spinrichtung und verschwindet entlang der Richtung senkrecht dazu. Ma und Wambach [MaW 83] suchten nach einer Gleichgewichtsdeformation zwischen dem deformierten "Bag" und der Grundzustandsenergie und dies unter der Berücksichtigung der "Bag"-Parameter. Sie fanden heraus, daß das Nukleon und das Δ eine oblate Deformation besitzen. Die Ergebnisse sind aber stark von ihren Modellparametern abhängig.

Im Konstituenten-Quark-Modell (KQM), das im anschließenden Kapitel näher erläutert wird, kommt der große Unterschied in den Massen zwischen dem Nukleon und dem Δ von der Quark-Spin-Spin-Wechselwirkung. Die Deformati-

on kommt von der Spin-Spin-Wechselwirkung der Quarks ähnlich wie die Deformation des Deuteron von Tensorkräften zwischen den Nukleonen herrührt. Diese Wechselwirkung nennt man Farb-Hyperfein-Wechselwirkung. Dieser Prozeß wurde von Isgur, Karl und Mitarbeitern [Isg 79] [Isg 82] in einem Modell beschrieben, ausgehend von einer Oszillatorbasis und unter Verwendung der Farb-Hyperfein Wechselwirkung, welche vom 'Ein'-Gluon-Austausch zwischen den Quarks herrührt. Dies führt auch zu einer S- und D-Wellen-Mischung. Dieses Modell wurde von einigen Autoren aufgegriffen und neu definiert unter der Berücksichtigung von relativistischen Effekten und der Rolle der Pionen [God 85].

Das Skyrme-Modell [Adk 85] [Wir 87] als mögliche Grenze der QCD für $N_c \rightarrow \infty$, wobei N_c die Anzahl der Quarkfarben darstellt, gibt eine ganz andere Beschreibung der nukleonischen Eigenschaften. Dort kommen die nicht verschwindenden Verhältnisse $\frac{E_2}{M_1}$ oder $\frac{C_2}{M_1}$ von der stacheligen Natur der Solitonen der klassischen Feldtheorie. Die Größen, aus welchen sich die Verhältnisse berechnen lassen, sind der isovektorielle, quadratisch gemittelte Radius und das Trägheitsmoment des rotierenden igelförmigen Gebilde.

Tabelle 2.2 gibt die Vorhersagen für das resonante EMR aus verschiedenen Modellen an. Man erkennt, daß eine Messung des Verhältnisses, mit guter Präzision, die Gültigkeiten verschiedener Modelle überprüfen kann.

Theorie	$\frac{E_{1+}}{M_{1+}} \cdot 100$	Referenz
SU(6)	0.00	[Bec 65] [Har 65]
MIT Bag	0.00	[Cho 74]
Chiral Bag	-1.8	[Ber 88]
Konstituenten	-0.35	[Ger 81]
Quark	-0.4	[Isg 82]
Modell	-0.69, -0.23	[Wey 86]
	-0.6, -0.3	[Bou 87]
	-0.65	[Gog 87]
Skyrme	-5.0	[Adk 85]
Modell	-2.6 bis -4.9	[Wir 87]

Tabelle 2.2: Vorhersagen verschiedener Modelle für das EMR

Nach diesen einführenden Bemerkungen über die kinematischen Größen und Modellvorhersagen für das resonante EMR wird im nächsten Kapitel das Konstituenten-Quarkmodell etwas genauer vorgestellt.

Kapitel 3

Das Konstituenten-Quarkmodell

Das Konstituenten Quarkmodell (KQM) [Clo 89] liefert wahrscheinlich das am einfachsten zu verstehende Bild für die Resonanzzustände des Nukleons. Demnach gilt für das Nukleon, daß es aus drei gebundenen Quarks mit zwei möglichen 'flavours', nämlich 'up'(u) und 'down'(d) zusammengesetzt ist. Die Quarks sind Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen und haben zwei Basiskonfigurationen, einmal das Proton mit der Quarkstruktur (uud) und das Neutron mit (udd). Beide Zustände haben Spin = $\frac{1}{2}$ und ungefähr die gleichen Massen (Proton = $938.3 \frac{MeV}{c^2}$, Neutron = $939.6 \frac{MeV}{c^2}$), so daß man zu dem Konzept des Isospin gekommen ist. Demnach sind Proton und Neutron Zustände des gleichen Teilchens mit Isospin = $\frac{1}{2}$. Sie haben die Projektionen $\pm \frac{1}{2}$.

In der naivsten Form berücksichtigt das KQM drei Quarks mit den 'flavours' u, d und s mit jeweils zwei Spin-Konfigurationen 'up' und 'down'. Das Confinement wird modelliert durch einen simplen harmonischen Oszillatoransatz, so daß man den Hamilton Operator schreiben kann:

$$H = T + U = \sum_i \left(m_i + \frac{p_i^2}{2m_i} \right) + \sum_{i < j} \left(\frac{1}{2} K r_{ij}^2 + V_{ij} \right) \quad (3.1)$$

Dabei setzt sich der Hamilton Operator aus der kinetischen Energie und einem Potential zusammen. Dieses Potential läßt sich aufspalten in ein harmonisches Oszillatorpotential $\frac{1}{2} K r_{ij}^2$ und eine unharmonische Störung V_{ij} . Die Wellenfunktionen der Baryonenzustände setzen sich aus vier Teilen zusammen, siehe Gleichung 3.2.

$$\Psi_{3q} = C_{colour} \times \Phi_{flavour} \times \chi_{spin} \times \Psi_{space} \quad (3.2)$$

Wobei χ die Spinwellenfunktion, Ψ die Ortswellenfunktion, Φ die flavour Wellenfunktion und C die Farbwellenfunktion darstellen. Baryonen müssen Farbsingulettzustände sein, so daß die Farbwellenfunktion total antisymmetrisch unter Austausch der drei Quarks ist. Da die totale Wellenfunktion antisymmetrisch ist, muß also das Produkt der drei anderen symmetrisch sein. Vernachlässigt man den Massenunterschied zwischen den einzelnen Quarks, kann man die SU(2) Gruppe des Spins kombinieren mit der SU(3) Gruppe des 'Flavours' zu der SU(6) Gruppe. Das SU(6) Multiplet hat eine Dimension von 216;

$$SU(6) : 6 \otimes 6 \otimes 6 = 20 \oplus 70 \oplus 70 \oplus 56$$

wobei es sich um 20 total antisymmetrische, 140 gemischtsymmetrische und 56 symmetrische Zustände handelt. Eine kurze Notation für die Zustände im SU(6) Multiplet ist (d, L^P) , wobei d die Dimension der SU(6) Darstellung und L der totale Bahndrehimpuls und P die Parität ist. Nun kann man Eigenzustände für den harmonischen Oszillatoransatz errechnen. Es ist aber schnell zu erkennen, daß ein solcher Ansatz nicht das Massenspektrum der Baryonenresonanzen beschreibt, siehe Abb. 3.1, so daß dieser naive Ansatz nicht ausreichend ist. Durch eine Ein-

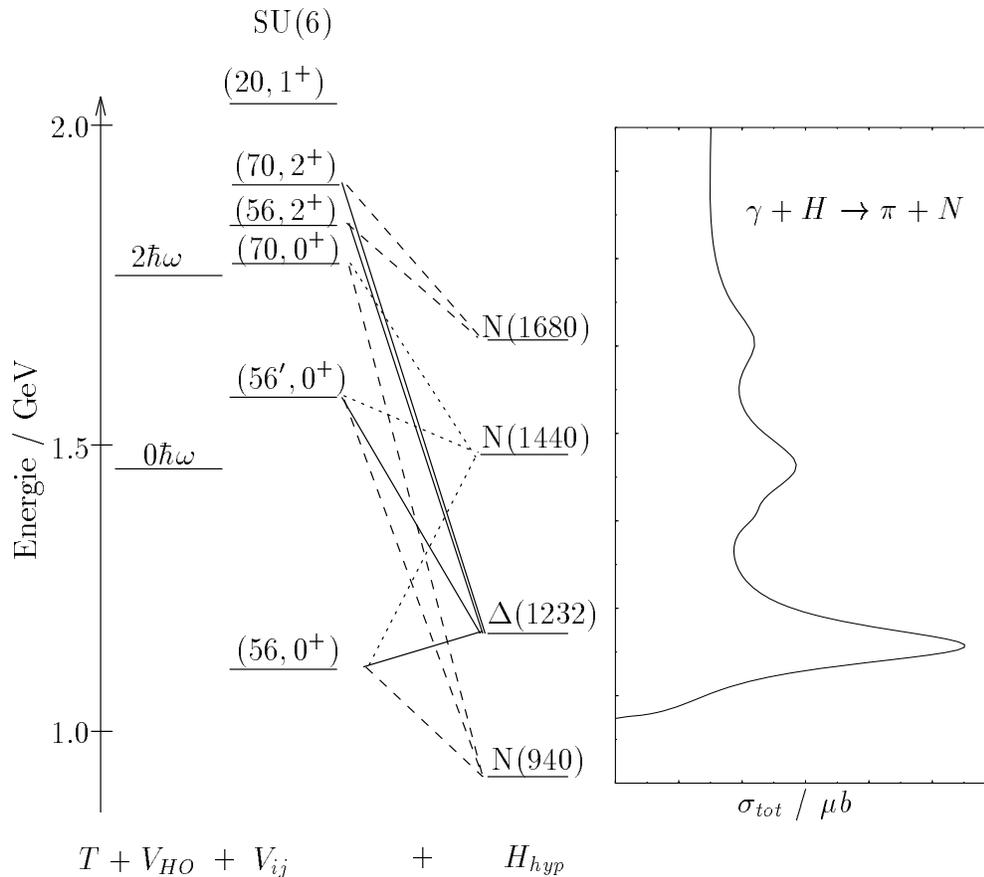


Abb. 3.1: Hier sind die ersten Baryonenresonanzen dargestellt. Auf der linken Seite sieht man, daß durch Ergänzung des harmonischen Oszillator-Modells durch den Hyperfeinterm eine Beschreibung der Resonanz-zustände möglich ist.

rechnung der unharmonischen Störung V_{ij} ist es immer noch nicht möglich, die Resonanzen zu beschreiben. Um die Massen der Resonanzen richtig zu beschreiben, ist die Berücksichtigung einer Spin-Spin-Wechselwirkung notwendig, so daß man zu dem Hamilton Operator noch einen Hyperfeinterm hinzu bekommt. Die-

ser Term wird Farb-Hyperfein-Wechselwirkungsterm genannt und hat die Form

$$H_{hyp}^{ij} = \frac{\alpha_s}{3m_i m_j} \left\{ \frac{8\pi}{3} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \delta^3(r_{ij}) + \frac{1}{r_{ij}^3} \left[\frac{3\vec{S}_i \cdot \vec{r}_{ij} \vec{S}_j \cdot \vec{r}_{ij}}{r_{ij}^2} - \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \right] \right\}, \quad (3.3)$$

wobei der erste Term der Kontaktterm und der zweite der Tensorterm ist. Erst durch diesen Zusatz ist es möglich, das Resonanzspektrum zu beschreiben, siehe Abb. 3.1. Dieser Term, der vom "Ein"-Gluon-Austauschbild herkommt, führt zu einer D-Beimischung im Nukleon-Grund- und im Δ -Resonanz-Zustand, so daß die Δ -Resonanz nicht nur durch M1 sondern auch durch E2 Photonen angeregt werden kann. Damit ergibt sich für die Zustände Nukleon und Δ -Resonanz mit den Energien $E_N = 940$ MeV und $E_\Delta = 1230$ MeV :

$$\begin{aligned} |\Delta > &= 0.97|^4 S_S \frac{3^+}{2} > +0.20|^4 S'_S \frac{3^+}{2} > -0.097|^4 D_S \frac{3^+}{2} > +0.065|^2 D_M \frac{3^+}{2} > \\ |N > &= 0.95|^2 S_S \frac{1^+}{2} > -0.24|^2 S'_S \frac{1^+}{2} > -0.20|^2 S_M \frac{1^+}{2} > -0.042|^2 D_M \frac{1^+}{2} > \\ &-0.0024|^2 P_A \frac{1^+}{2} > \end{aligned}$$

Die Notationen sind folgendermaßen: $^{2S+1}L_\sigma J^P$, wobei J^P Gesamtdrehimpuls und Parität, S den Spin, L den Bahndrehimpuls bedeutet. Das Subskript σ zeigt an, ob es sich um einen symmetrischen S-, total antisymmetrischen A- oder gemischt-symmetrischen M-Zustand handelt. Für das Verhältnis $\frac{E2}{M1}$ sagt das KQM von Isgur, Karl und Koniuk ungefähr den Wert -0.4% voraus, siehe Tabelle 2.2 aus dem vorhergehenden Kapitel.

Zuletzt ein paar Worte über einen relativistischen Ansatz für das Quarkmodell. Das relativistische Modell ist ein Versuch der Synthese von Vorhersagen des willkürlichen Ansatzes von Isgur, Karl und Koniuk mit neuen Ideen. Der Ansatz war willkürlich, da eine Spin-Bahn-Kopplung nicht berücksichtigt worden ist. Eine Berücksichtigung der Spin-Bahn-Kopplung war nicht möglich, da sonst die Spektren nicht beschrieben werden konnten. Die neuen Ideen wurden von Godfrey und Isgur [God 85] in ein neues, relativistisches Modell der Mesonenphysik und der Baryonen-Modelle integriert. Ein wichtiger Punkt dieses neuen Ansatzes ist, daß alle Mesonen und Baryonen im selben Modell betrachtet werden können. Der Wert für das resonante EMR ändert sich jedoch gegenüber dem nichtrelativistischen Modell und liegt dann bei einem Wert von -0.2% .

In dem im Rahmen dieser Dissertation diskutierten Experiment soll das Verhältnis der elektrischen Quadrupol- zur magnetischen Dipol- $\frac{3}{2}$ -Amplitude genau bestimmt werden. Wie schon oben gesagt erhält man Zugang zu der gesuchten Größe, indem man die Pionproduktion am Proton mit linear polarisierten Photonen mißt.

Kapitel 4

Erzeugung linearpolarisierter Photonen

In diesem Kapitel wird das Prinzip der Erzeugung linearpolarisierter, hochenergetischer, monochromatischer Photonen aus dem Bremsstrahlungsprozeß ('Tagging') beschrieben. Diese Methode basiert auf folgenden kinematischen Besonderheiten dieses Prozesses:

- ein Elektron verliert bei dem Prozeß Energie durch Abstrahlung eines Photons. Bei Kenntnis der Elektronenenergie vor und nach Abstrahlung des Photons, E_0 und E , folgt für die Photonenenergie $E_\gamma = E_0 - E$,
- die Richtung des Elektrons wird bei dem Prozeß nur wenig geändert,
- die bei dem Prozeß entstehenden Photonen werden innerhalb eines engen Vorwärtskegels emittiert. Etwa 50% aller Photonen haben einen Winkel kleiner als $\vartheta_c = m_e/E_0$, wobei ϑ_c der charakteristische Öffnungswinkel der Bremsstrahlung ist.

Durch das 'Tagging' erhält man somit Photonen bekannter Energie. Durch Verwendung eines Diamanten als Bremsstrahlungsradiator bekommt man linearpolarisierte Photonen. Im Rahmen dieser Doktorarbeit ist die Erzeugung linearpolarisierter Photonen mit der kohärenten Bremsstrahlung zu einem routinemäßig einsetzbaren Werkzeug entwickelt worden. Dazu werden zunächst die experimentellen Voraussetzungen und danach die Theorie vorgestellt. Im Kapitel 5.2 wird die Bestimmung des Polarisationsgrades aus dem Experiment erklärt.

4.1 Der Quasimonochromatische Photonenstrahl

Elektronen verlieren beim Durchlaufen von Materie durch den Prozeß der Bremsstrahlung Energie. Aufgrund von Energie- und Impulserhaltung kann ein freies Elektron kein Photon emittieren, benötigt wird das Feld eines anderen geladenen Teilchens. Im Bremsstrahlungsprozeß wird über das Coulombfeld eines Kerns Impuls übertragen, so daß die Emission eines Photons möglich wird. Da die Masse des Kerns groß ist, kann der Energieübertrag auf den Kern vernachlässigt werden. Dies führt zur ersten der obigen Besonderheiten. Die beiden Feynman-Diagramme für die Emission eines Photons bei der Elektronenstreuung an einem statischen

Coulomb-Feld sind in Abbildung 4.1 gezeigt.

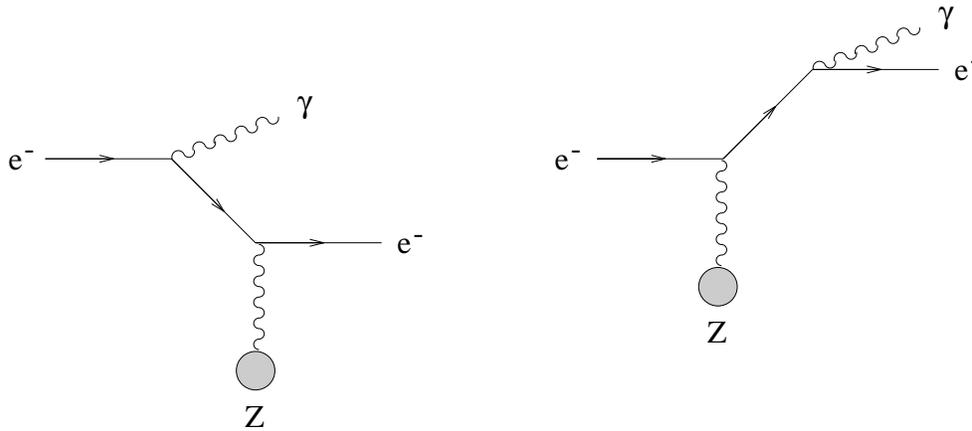


Abb. 4.1: Feynmangraphen 2. Ordnung für die Bremsstrahlung eines Elektrons an einem Atomkern mit Ordnungszahl Z

Nach der Quantenelektrodynamik geht das einlaufende Elektron von einem Anfangszustand e_i in einen Endzustand e_f über:

$$e_i + \text{Kern} \rightarrow e_f + \gamma + \text{Kern}.$$

Es gelten folgende Gleichungen für Energie und Impuls:

$$\begin{aligned} E_0 &= E + k + T \\ \vec{p}_0 &= \vec{p} + \vec{k} + \vec{q}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

- E_0, \vec{p}_0 : Energie und Impuls des einlaufenden Elektrons
- E, \vec{p} : Energie und Impuls des auslaufenden Elektrons
- k, \vec{k} : Energie und Impuls des Bremsstrahlphotons
- T, \vec{q} : Rückstoßenergie und -impuls des Kerns

Die Rückstoßenergie T kann wegen der großen Masse des Kerns vernachlässigt werden.

4.2 Die Photonmarkierungsanlage

Der Elektronenstrahl von *MAMI* wird über ein Strahlführungssystem in die Experimentierhalle der A2-Kollaboration eingeschossen, siehe Abb. 4.2. Für eine

Kontrolle und Bestimmung des Ortes und der Richtung des einlaufenden Elektronenstrahls stehen zwei Strahlmonitorgruppen aus je einem Zinksulfidschirm, einem Drahtscanner und einer ortsempfindlichen Kavität zur Verfügung. Auf die Qualität des Elektronenstrahls wird im Kapitel 7.1 noch einmal eingegangen. Die

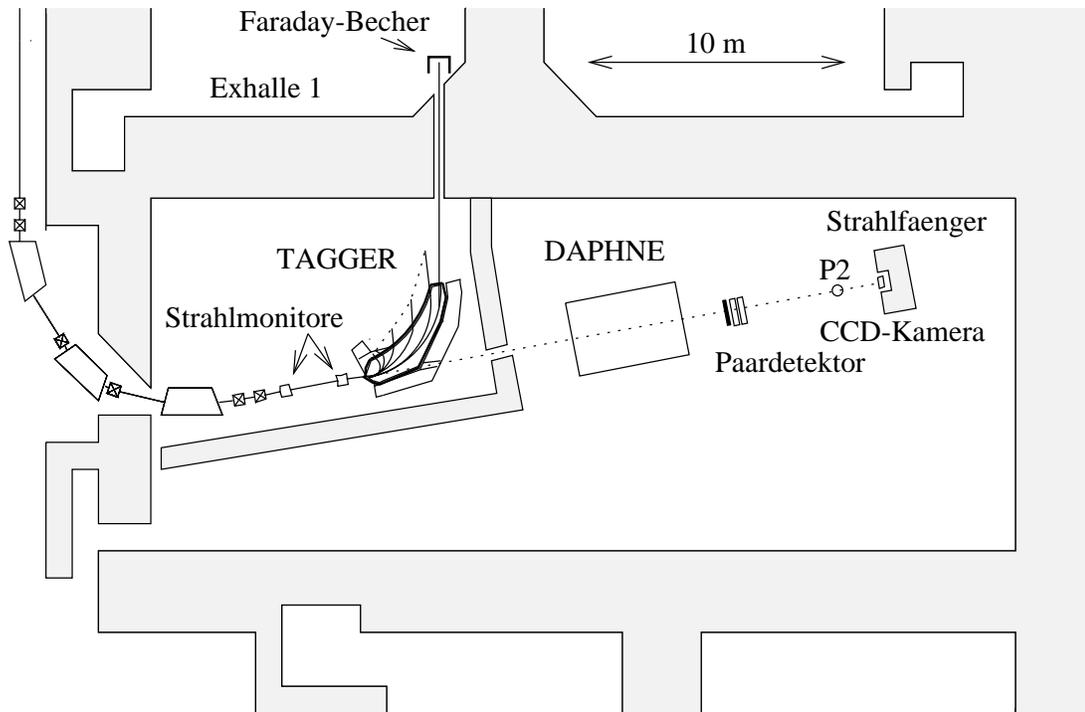


Abb. 4.2: Die Experimentierhalle der A2-Kollaboration. Der primäre Elektronenstrahl wird im Magnetfeld der Photonmarkierungsanlage abgelenkt und in der benachbarten Experimentierhalle 1 aufgefangen. Der Experimentierbereich mit dem Detektor DAPHNE und dem Photonflußmonitor ist durch Betonwände gegen den Taggerbereich abgeschirmt.

Bestimmung der Energie der Bremsstrahlungsphotonen erfolgt in einer Photonmarkierungsanlage, dem sogenannten *Tagger* [Ant 91]. Die Energie- und Impulserhaltung erfordert beim Bremsstrahlungsprozeß einen Impulsübertrag des Elektrons auf den Targetkern. Aufgrund der großen Kernmasse liegt die Aufnahme an kinetischer Energie jedoch maximal im keV-Bereich und ist damit vernachlässigbar. Mit dieser Voraussetzung kann die Energie des Photons E_γ bei bekannter Einschußenergie der Elektronen E_0 durch den gleichzeitigen und eindeutigen Nachweis des zugehörigen gestreuten Elektrons mit der Energie E_e ermittelt werden:

$$E_\gamma = E_0 - E_e .$$

Dazu werden die Elektronen nach Abstrahlung des Photons in einem breitbandigen Magnetspektrometer von den Bremsstrahlungsphotonen getrennt und

impuls- bzw. energieselektiert in einem ortsauflösenden Detektorensystem in der Fokalebene nachgewiesen, siehe dazu Abb. 4.3. Das Detektorensystem, die sogenannte *Elektronenleiter*, besteht aus 351 je zur Hälfte überlappenden, etwa 3 cm breiten Plastiksintillatoren. Bei einer Einschubenergie der Elektronen von 855 MeV können Photonen im Energiebereich zwischen 40 MeV und 792 MeV markiert werden. Die Energieauflösung der Elektronen bzw. der markierten Photonen ist durch die Überlappbreite der Plastiksintillatoren gegeben und beträgt energieunabhängig etwa 2 MeV.

Der Photonenstrahl wird im Joch des Taggers kollimiert und mit Hilfe eines Permanentmagneten vom elektromagnetischen Untergrund gereinigt. Die Kollimation ist zur Begrenzung der Strahlfleckgröße am Target notwendig. Eine wesentliche Bedeutung gewinnt daher in diesem Zusammenhang die Markierungseffizienz, sie beschreibt das Verhältnis aus der Anzahl markierter Photonen am Target $N_\gamma(E_\gamma)$ zu der Anzahl der in der Elektronenleiter nachgewiesenen Elektronen $N_{e^-}(E_\gamma)$:

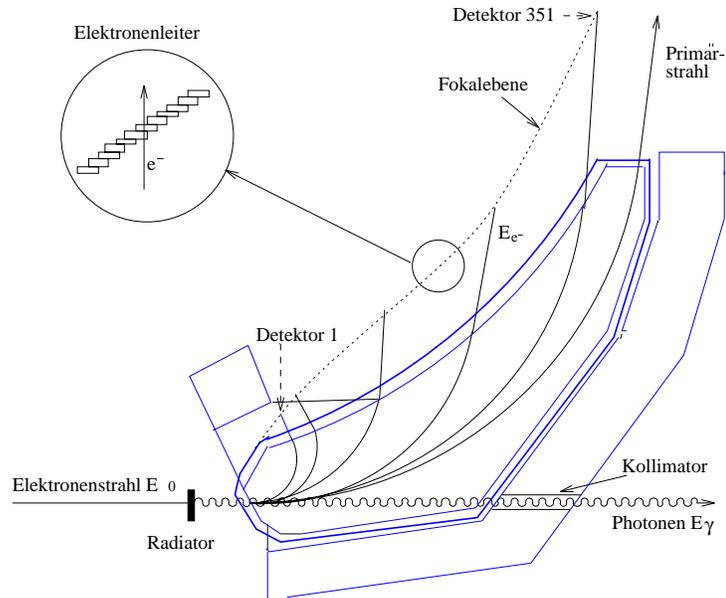
$$\epsilon_{tag}(E_\gamma) = \frac{N_\gamma(E_\gamma)}{N_{e^-}(E_\gamma)}.$$

Die Markierungseffizienz ist im wesentlichen durch die Kollimation des Photonenstrahls bestimmt. Da der Photonenwinkel in guter Näherung von der Photonenenergie unabhängig ist, hängt auch die Markierungseffizienz nur wenig von E_γ ab. Sie muß experimentell bestimmt werden. Der Wert der Markierungseffizienz beträgt bei der gewöhnlich gewählten Kollimation auf ϑ_c nahezu energieunabhängig etwa 50 %. Dies ist bei der kohärenten Bremsstrahlung anders: Bei Verwendung eines Diamanten als Radiator hat man im kohärenten Peak eine Markierungseffizienz von ungefähr 70%. Näheres dazu im Kapitel über die Bestimmung der Markierungswahrscheinlichkeit.

Bei bekannter Markierungswahrscheinlichkeit kann im Experiment aus der Elektronenzählrate der Fluß markierter Photonen bestimmt werden. Der erreichbare Photonenfluß hängt maßgeblich von der Leistungsfähigkeit der Elektronenleiter ab. Die Einzelraten der Elektronenzähler sind auf 10^6 Ereignisse pro Sekunde begrenzt, um eine ausreichende Lebensdauer der an die Plastiksintillatoren angeschlossenen Photomultiplier zu gewährleisten. Der maximal unter diesen Bedingungen erreichbare integrale Photonenfluß liegt in der Größenordnung von 10^7 bis 10^8 Photonen pro Sekunde. Der im Experiment verwendete Detektor DAPHNE deckt jedoch einen so großen Raumwinkel ab, daß man die maximalen Betriebsbedingungen des Taggers nicht nutzen kann. Eine Überwachung des gesamten, auch nicht markierten Photonenenergieflusses während des Experiments ist mit Hilfe einer P2-Ionisationskammer möglich. Die Kammer ist in den Photonenstrahlfänger am Ende des Experimentierbereiches integriert, siehe dazu Abb. 4.2. Zusätzlich können mit einer hochempfindlichen CCD-Kamera das Profil und die relative Lage des Photonenstrahls überwacht werden. Eine weitere Überwa-

Die Photonmarkierungsanlage "Tagger"

Ansicht von Oben:



Ansicht:

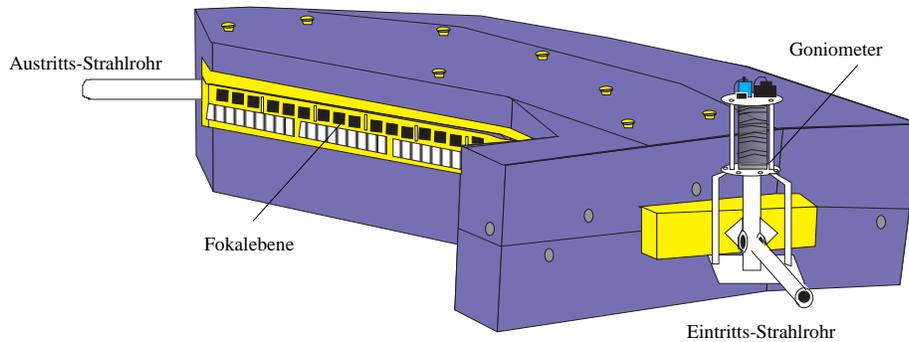


Abb. 4.3: Die Photonmarkierungsanlage der A2-Kollaboration.

chungsmöglichkeit bietet ein Paardetektor, der hinter DAPHNE im Photonenstrahl steht. Dieser Detektor liefert bis zu 30% der Trigger bei der Messung, er erlaubt die Form des Photonenspektrums zu bestimmen, was bei der kohärenten Bremsstrahlung wichtig ist (siehe Kapitel 5.2).

4.3 Kinematik

Für die kohärente Bremsstrahlung muß man die Gitterstruktur als kinematische Einschränkung in Betracht ziehen. Für den auf das Gitter übertragenen Rückstoßimpuls \vec{q} steht nur ein schmaler kinematisch erlaubter Bereich zur Verfügung. Deshalb kommt der Kinematik der Bremsstrahlung, die im folgenden erläutert werden soll, eine besondere Bedeutung zu.

Da Rotationssymmetrie des Bremsstrahlungsprozesses bezüglich des Impulses des einlaufenden Elektrons \vec{p}_0 besteht, ist eine Zerlegung von \vec{q} in seinen longitudinalen und transversalen Anteil, \vec{q}_l und \vec{q}_t , vorteilhaft:

$$q_l = p_0 - p \cos \theta_e - k \cos \theta_k \quad (4.2)$$

$$q_t^2 = p^2 \theta_e^2 + k^2 \theta_k^2 + 2 p k \theta_e \theta_k \cos \psi \quad (4.3)$$

θ_e = Winkel zwischen \vec{p} und \vec{p}_0

θ_k = Winkel zwischen \vec{k} und \vec{p}_0

ψ = Winkel zwischen der (\vec{p}_0, \vec{p}) - und der (\vec{p}_0, \vec{k}) -Ebene

Für $\theta_e = \theta_k = 0$ ist der Impulsübertrag longitudinal und q_l minimal. Bei Ver-

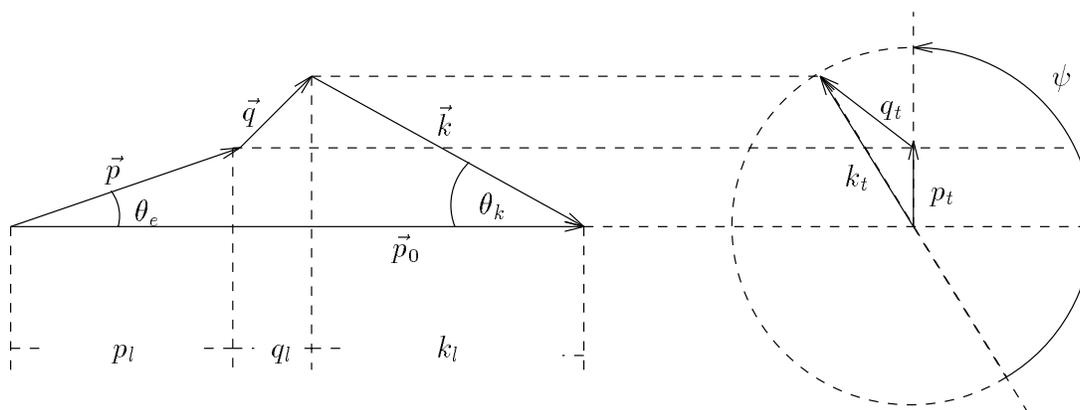


Abb. 4.4: Darstellung der Impulse und Winkel bei der kohärenten Bremsstrahlung

wendung der für hohe Primärenergien sehr guten Näherung

$$p = \sqrt{E^2 - 1} \approx E - \frac{1}{2E}$$

folgt für q_l^{min} :

$$\begin{aligned}
 q_l^{min} &\equiv \delta(x) = p_0 - p - k \\
 &\approx E_0 - \frac{1}{2E_0} - E + \frac{1}{2E} - k \\
 &= \frac{k}{2E_0E} \\
 &= \frac{1}{2E_0} \frac{x}{1-x},
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

wobei $x = \frac{k}{E_0}$ ist. $\delta(x)$ ist als Funktion der relativen Photonenergie x für eine Primärenergie $E_0 = 855$ Mev in Abb. 4.5 dargestellt. Unter Vernachlässigung von q gegen p_0 , p und k kann aus Abb. 4.4 der Elektronenemissionswinkel abgelesen werden:

$$\begin{aligned}
 \theta_e &= \frac{k}{E_0E} \\
 &= \frac{1}{E_0} \frac{x}{1-x}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Setzt man für θ_k den Wert $\sqrt{\langle \theta_k^2 \rangle} = 1/E_0$ in Gleichung 4.3 ein, so erhält man mit θ_e aus Gleichung 4.5 und der Näherung $p = E$ eine Abschätzung für den Maximalwert von q_l :

$$q_l^{max} \approx \frac{1}{E_0} \frac{x}{1-x} = 2\delta. \tag{4.6}$$

q_t ist gleich null für $\theta_e = \theta_k = 0$ und wird maximal für $\psi = 0$.

Aus $q_t^2 = q^2 - q_l^2$ folgt mit den gleichen Näherungen wie bei der Berechnung von q_l eine obere Grenze für q_t , [Tim 69], so daß sich insgesamt ergibt:

$$0 \leq q_t \leq 2x \tag{4.7}$$

Durch die Gleichungen 4.4, 4.6 und 4.7 wird ein kinematisch erlaubter Bereich für den Rückstoßimpuls angegeben, der von Überall [Ueb 56] als 'Pfannkuchen' bezeichnet wurde.

Die Abschätzung für die untere kinematische Grenze q_l aus Gleichung 4.4 wurde für $\theta_e = \theta_k = 0$, d. h. für $q_t = 0$ berechnet. Da die transversale Komponente des Rückstoßes jedoch wesentlich größer sein kann als die longitudinale Komponente, muß diese Abschätzung durch eine Rechnung für $q_t \neq 0$ ersetzt werden.

Der Maximalwert der transversalen Komponente für ein festes q_l ist durch

$$q_t^{max} = \sqrt{2E_0(q_l - \delta)} \tag{4.8}$$

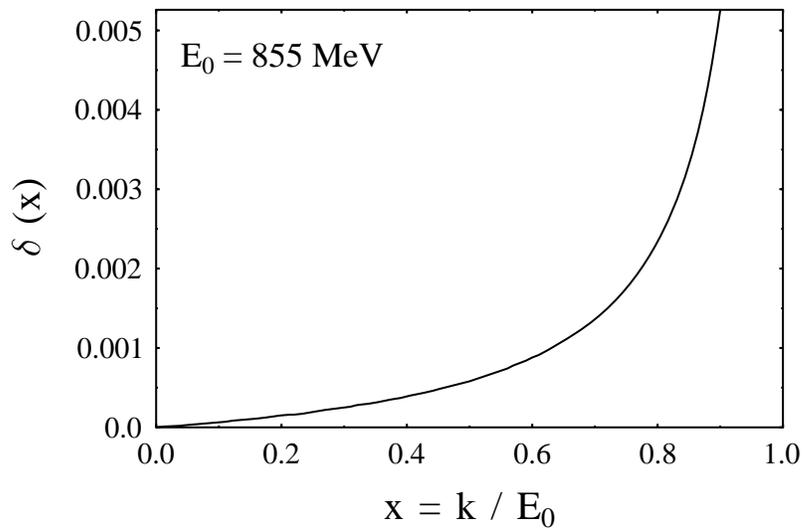


Abb. 4.5: $\delta(x)$ als Funktion der relativen Photonenenergie x für $E_0 = 855$ MeV

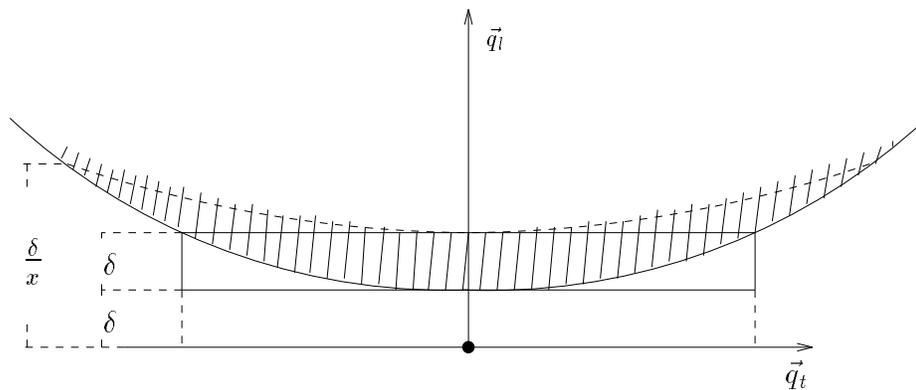


Abb. 4.6: Hier ist der kinematisch erlaubte Bereich des Impulsübertrags schraffiert dargestellt. Als Näherung für den 'Pfannkuchen' kann der durchgezogene Kasten der Dicke δ herangezogen werden.

gegeben. Die bisherige, grobe Abschätzung kann dann ersetzt werden durch die bessere Abschätzung

$$\delta + \frac{(q_t^{max})^2}{2E_0} \leq q_l \leq \frac{\delta}{x} \quad (4.9)$$

$$0 \leq q_t \leq 1. \quad (4.10)$$

Die Form des 'Pfannkuchens' ist in Abb. 4.6 gezeigt. Die scharfe Grenze zu hohen Energien, sowie die ausgewaschene Grenze zu den niederen Energien kann man auch deutlich an den Peakformen der Spektren für die relative Intensität in Kapitel 5.2, über die Polarisation, sehen.

4.4 Theorie der kohärenten Bremsstrahlung

In einem Artikel von Bethe und Heitler ([Hei 54]) ist die Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnitts in erster Born'scher Näherung und die Energie- und Winkelverteilung der Bremsstrahlung eines Elektrons im Feld eines Atomkerns in Form eines dreifach-differentiellen Wirkungsquerschnitts dargestellt. Die Spektral- und Winkelverteilung der Photonen erhält man durch die Integration dieses Wirkungsquerschnitts über alle Elektronen-Emissionswinkel ([Lan 86]). Integriert über alle Photonenwinkel ergibt sich die Spektralverteilung der Photonen. Die dort behandelte Erzeugung von Bremsstrahlung gilt für eine Streuung von Elektronen an einem statischen Coulomb-Potential von Atomkernen eines amorphen Radiators. Die Herleitung des Wirkungsquerschnitts und die Diskussion von Einflußfaktoren auf den Wirkungsquerschnitt sind den erwähnten Papieren sowie den Diplomarbeiten von A. Schmidt [Sch 95] oder F. Rambo [Ram 95] zu entnehmen.

Bei Verwendung eines Kristalls als Bremsstrahltarget muß der Einfluß der regelmäßigen Gitterstruktur auf die Form des Bremsstrahlspektrums berücksichtigt werden. Die dabei auftretende kohärente Produktion von Bremsstrahlung ist auf das Zusammenspiel von kinematischen Betrachtungen und Struktureffekten zurückzuführen, die im folgenden bei der Behandlung der kohärenten Bremsstrahlung in erster Born'scher Näherung eine wichtige Rolle spielen.

Bei einer bestimmten Ausrichtung des Kristalls zur Elektronenstrahlrichtung kann es zu konstruktiver Interferenz der Bremsstrahlungsamplituden einzelner Atome kommen. Die Ursache für diesen kohärenten Effekt liegt in dem mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit auftretenden Impulsübertrag auf den ganzen Kristall, d. h. nicht auf einen einzelnen Kern, wie dies bei den bisherigen Betrachtungen der Fall war. Es wird, in Analogie zum Mößbauereffekt, kein Phonon angeregt. Dabei entspricht der Impulsübertrag gerade einem reziproken Gittervektor:

$$\vec{q} = \vec{g} \quad (\text{Braggbedingung}).$$

Diese Quantisierung der erlaubten Impulsüberträge führt zusammen mit der in Kapitel 4.3 behandelten kinematischen Einschränkung (Pfannkuchen) für \vec{q} zu einem kohärenten Anteil im Bremsstrahlspektrum, der eine Überhöhung zum inkohärenten Untergrund darstellt. In den Intensitätsspitzen des Spektrums haben die Bremsstrahlungsphotonen einen hohen linearen Polarisationsgrad, der von der Orientierung des Kristalls zum Elektronenstrahl abhängt.

In Anhang A werden zum Verständnis der nachfolgenden Kapitel grundlegende Begriffe der Festkörperphysik erläutert.

Nach einem kurzen Abschnitt, in dem eine anschauliche Erklärung für Kohärenzeffekte gegeben wird, wird im darauffolgenden Kapitel die kohärente Bremsstrahlung

lung in erster Born'scher Näherung stichwortartig vorgestellt, die unter Einbeziehung der Gitterstruktur des Kristalls zu einer Modifikation des Bethe-Heitler-Wirkungsquerschnitts führt.

Zusammenfassungen zur Theorie der kohärenten Bremsstrahlung geben die Artikel [Tim 64], [Tim 69] und [Dia 68] und die Diplomarbeiten [Ram 95] und [Sch 95].

4.5 Anschauliche Erklärung für Kohärenzeffekte

Klassische und halbklassische Argumente für Kohärenzeffekte bei der Produktion von Bremsstrahlung an einem Kristall werden von Überall (siehe [Tim 69]), Feinberg [Fei 56] und Frisch [Fri 59] gegeben. Diese Argumente folgen unmittelbar aus der Unbestimmtheitsrelation. Aus Gleichung 4.4 folgt, daß mit wachsender Elektronenenergie E_0 der minimale longitudinale Impulsübertrag q_l kleiner wird. Bei genügend hoher Energie wird q_l klein gegen die Distanz a von Atomen in einem Kristall. Es gilt dann

$$q_l \cdot a \ll 1. \quad (4.11)$$

Aus der Unbestimmtheitsrelation folgt, daß der effektive Raumbereich a_{eff} und damit die Anzahl der am Streuprozeß in longitudinaler Richtung beteiligten Atome N_{eff} sehr groß wird:

$$\begin{aligned} a_{eff} &= \frac{1}{q_l} \gg a \\ N_{eff} &= \frac{a_{eff}}{a} = \frac{1}{q_l a}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

q_l ist in Abhängigkeit von der Elektronenenergie eine fallende und in Abhängigkeit der Photonenenergie eine steigende Funktion. Daraus folgt, daß viele Atome N_{eff} am Streuprozeß beteiligt und Kohärenzeffekte am stärksten ausgeprägt sind, wenn die Energie der Elektronen hoch und die Photonenenergie niedrig ist. Damit verbunden ist eine hohe Intensität der kohärenten Bremsstrahlung, da der Wirkungsquerschnitt proportional $(Z \cdot N_{eff})^2$ ist.

Für eine Elektronenenergie von 855 MeV und eine Photonenenergie von 200 MeV wird $N_{eff} = 12$ und $q_l \cdot a = 0.084$, so daß die Gleichung 4.12 erfüllt ist. Ebenso wie bei der inkohärenten wird auch bei der kohärenten Bremsstrahlung in Born'scher Näherung gerechnet. Außerdem muß berücksichtigt werden, daß, wenn als Bremsstrahltarget ein Kristall verwendet wird, man bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts das Coulomb-Potential durch das Gitterpotential ersetzt. Die Fouriertransformierte des Potentials muß, wie Überall [Ueb 56] gezeigt hat, durch die Fouriertransformierte von $V_{Kristall}(\vec{r})$ ersetzt werden.

$$N \int_{Atom} V(\vec{r}) e^{i\vec{q}\vec{r}} \longrightarrow V(\vec{q})_{Kristall} = \int_{Kristall} e^{i\vec{q}\vec{r}} \sum_{j=1}^N V(\vec{r} - \vec{r}_j) d^3 r \quad (4.13)$$

Sind N_0 die Anzahl der Atome in einer Einheitszelle des Kristalls und \vec{r}_j die Positionen dieser Atome in der Zelle, so läßt sich die Summation über alle Atome in 4.13 ersetzen. Man bildet hierzu die Summe über die Atome in der Einheitszelle und multipliziert diesen Ausdruck mit einem Faktor, über den alle anderen Targetatome durch Translation (siehe Anhang A) erfaßt werden.

Somit kann man den Wirkungsquerschnitt für die Bremsstrahlung an einem Kristall berechnen. Dieser ergibt sich als Produkt des normalen Bethe-Heitler-Wirkungsquerschnitts und dem Diffraktionsfaktor. Dieser wurde von Diambri [Dia 68] berechnet und ergibt sich zu:

$$D(\vec{q}) = \frac{N}{N_0} \left(\frac{2\pi}{a} \right)^3 \sum_{\vec{g}} |S(\vec{g})|^2 \delta(\vec{q} - \vec{g}). \quad (4.14)$$

Damit ist $D(\vec{q})$ sowas wie der Formfaktor des Kristalls. Der Faktor N/N_0 gibt die Anzahl der Einheitszellen im Target an, a steht für die Gitterkonstante des verwendeten Kristalls.

Aus Gleichung 4.14 ist abzulesen, daß der Diffraktionsfaktor $D(\vec{q})$ die Einschränkung auf Impulsüberträge auf den Kristall ausdrückt, die mit einem reziproken Gittervektor zusammenfallen. Neben der Einschränkung auf den kinematisch erlaubten Bereich stellt diese Bedingung eine zweite Einschränkung für erlaubte Impulsüberträge auf den Kern dar.

Der Strukturfaktor $S(\vec{g})$ trägt der Tatsache Rechnung, daß die Basis des Kristalls aus N_0 Atomen besteht und Streuung an ihr zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz führen kann. Ein Diamantkristall besteht aus zwei um $(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4})$ gegeneinander verschobenen fcc-Gittern, die Anzahl der Atome N_0 in einer Zelle ist hier gleich acht. Damit folgt

$$\begin{aligned} S(\vec{g}) &= \sum_{j=1}^8 e^{i\vec{q}\vec{r}_j} \\ &= \left(1 + e^{i\pi(h+k)} + e^{i\pi(k+l)} + e^{i\pi(h+l)} \right) \left(1 + e^{i\frac{\pi}{2}(h+k+l)} \right). \end{aligned}$$

Es ergeben sich folgende Werte für $|S(\vec{g})|^2$:

$$\begin{aligned} |S(\vec{g})|^2 &= 64, \text{ wenn } h, k, l \text{ gerade und } (h+k+l) \text{ teilbar durch vier} \\ |S(\vec{g})|^2 &= 32, \text{ wenn } h, k, l \text{ ungerade} \\ |S(\vec{g})|^2 &= 0 \text{ sonst} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Die Beziehung zwischen dem Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung an Kristallen und dem Bethe-Heitler-Wirkungsquerschnitt gilt nur unter Vernachlässigung der thermischen Bewegung der Gitteratome um ihre Ruhelage. Die Temperaturschwingungen der Atome bewirken eine Störung der Periodizität des Gitters,

wodurch die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von inelastischen Prozessen, bei denen Phononen erzeugt und vernichtet werden, erhöht wird.

Bei endlichen Temperaturen verursachen thermische Gitterschwingungen eine Reduktion des rückstoßfreien Beitrags zum Wirkungsquerschnitt um den Faktor f . Der Faktor f wird als Debye-Waller-Faktor bezeichnet mit $f = e^{-A(T)q^2}$, wobei $A(T)$ die mittlere thermische Auslenkung der Atome beschreibt. An den restlichen Atomen findet Erzeugung von Bremsstrahlung ohne Interferenz statt, so daß sie zum inkohärenten Teil des Wirkungsquerschnitts beitragen. Aufgrund der q^2 -Abhängigkeit im Exponenten des Debye-Waller-Faktors ist der Beitrag der niedrig indizierten Gittervektoren $[022]$, $[02\bar{2}]$, $[0\bar{2}2]$ und $[0\bar{2}\bar{2}]$ zum Wirkungsquerschnitt von der Temperatur weitgehend unabhängig. Höher indizierte Gittervektoren tragen jedoch bei ansteigender Temperatur nicht mehr so stark zum Wirkungsquerschnitt bei.

4.6 Geometrische Definitionen und das Goniometer

Der Elektronenstrahl mit dem Impuls \vec{p}_0 und der Energie E_0 trifft auf den Diamantkristall. Die Lage des Strahls im Diamanten wird dann üblicherweise wie in Abb. 4.7 durch folgende Winkel beschrieben:

$$\begin{aligned}\theta &= (\vec{p}_0, \vec{b}_1) \\ \alpha &= (\vec{b}_1, \vec{b}_2)(\vec{p}_0, \vec{b}_1)\end{aligned}$$

Justiert wird der Diamant relativ zum einfallenden Elektronenstrahl mit einem Goniometer. In Abb. 4.8 sind ein Foto und eine Aufbauskitze des Goniometers dargestellt. Mit Hilfe eines entwickelten Steuerungsprogramms und Software zum graphischen Aufbereiten der Diamantspektren ist es möglich, den Diamant in seiner Position zu vermessen und danach in eine gewünschte Orientierung relativ zum Elektronenstrahl einzustellen. Man unterscheidet drei grundlegende Orientierungen des Elektronenstrahls zum Kristall, die jeweils mit einer bestimmten Struktur des Bremsstrahlspektrums verbunden sind. Ausgangspunkt für die drei Kristallorientierungen ist die Nullposition des Kristalls, in der $\theta = \alpha = 0$ ist. In diesem Fall steht die $[100]$ -Ebene des Kristalls senkrecht zur azimutalen Goniometerachse, die Richtung des reziproken Gittervektors $[100]$ fällt mit der Elektronenstrahlrichtung zusammen. Die Eichung der Kristallachsen zur Auffindung der Nullposition des Kristalls wurde im Rahmen dieser Doktorarbeit entwickelt und ist in der Diplomarbeit von S. Wolf [Wolf 94] beschrieben und sei hier nur erwähnt.

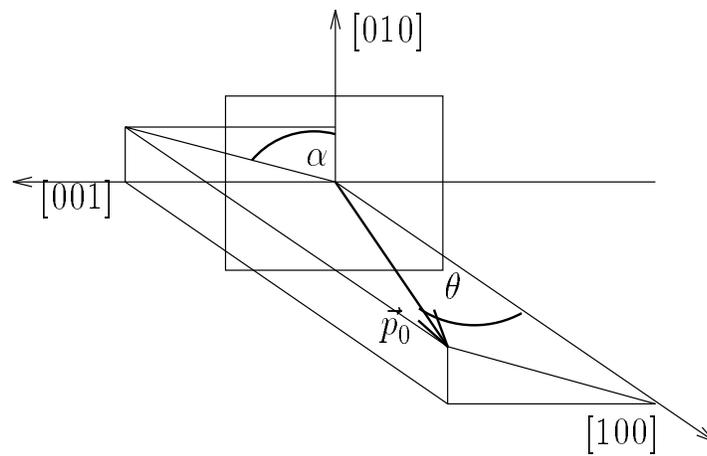


Abb. 4.7: Orientierung des Kristalls relativ zum Elektronenstrahl, beschrieben über die Winkel θ und α

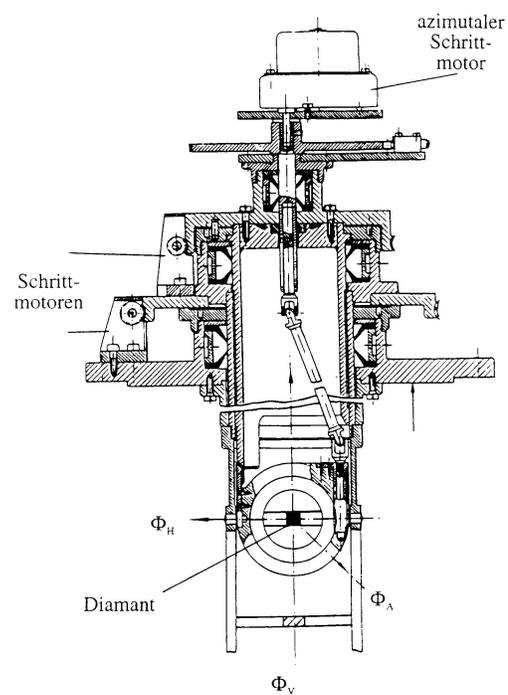
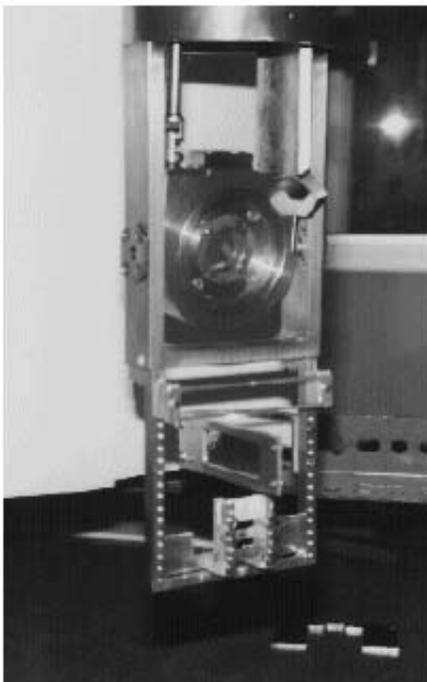


Abb. 4.8: Darstellung des Goniometers und der Targethalterung als Foto links und als Aufbauskiizze rechts

Im folgenden werden zur Vereinfachung der Diskussionen immer nur Gittervektoren bis zur vierten Ordnung, d. h. Gittervektoren wie $[022]$, $[02\bar{2}]$, $[0\bar{2}2]$, $[0\bar{2}\bar{2}]$, $[040]$, $[004]$, $[0\bar{4}0]$ und $[00\bar{4}]$ betrachtet. Sie tragen am stärksten zum kohärenten Anteil des Wirkungsquerschnitts bei.

Zum Verständnis der Polarisation in den Intensitätsspitzen muß folgende Überlegung in Betracht gezogen werden. Der Impuls des einlaufenden Elektrons spannt zusammen mit dem Rückstoßimpuls eine Ebene auf. Für den minimalen Impulsübertrag δ liegen der Photonenimpuls und der Impuls des auslaufenden Elektrons ebenfalls in dieser Ebene. Folglich ist das Photon in der Ebene polarisiert, d. h. der elektrische Feldvektor des Photons liegt in dieser Ebene.

Somit ist es notwendig, das Diamantgitter so einzustellen, daß man Einpunktspektren zur Verfügung hat. Dies bedeutet, daß man die Orientierung so gewählt hat, daß nur ein reziproker Gittervektor in den 'Pfannkuchen' hereinfällt und nur mit diesem die Ebene, in der der Polarisationsvektor schwingen kann, festgelegt wird.

In den in Abb. 4.9 dargestellten Mehrpunktspektren entsteht der größte Peak im Spektrum dadurch, daß z. B. die Gittervektoren $[022]$ und $[02\bar{2}]$ zum Wirkungsquerschnitt beitragen. In Abb. 4.9 ist ein solches Mehrpunktspektrum dargestellt. Die Gittervektoren stehen aber senkrecht aufeinander und aus diesem Grund sind die emittierten Photonen senkrecht zueinander polarisiert und es ergibt sich keine effektive Polarisation.

Man benötigt jedoch Einpunktspektren, d. h. nur ein Gittervektor soll zur Pola-

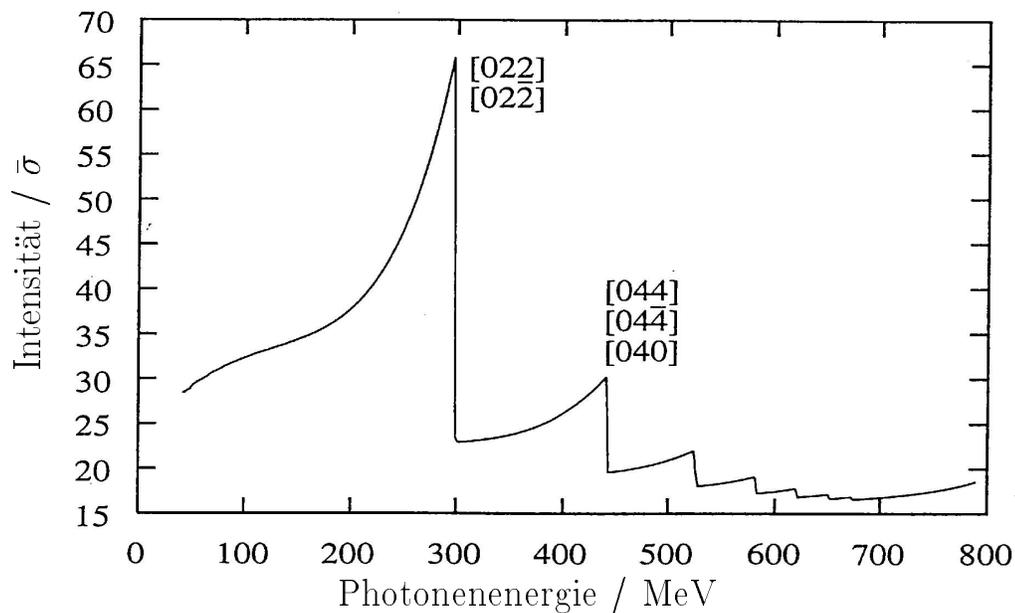


Abb. 4.9: Mehrpunktspektrum, wobei die reziproken Gittervektoren, die zu den ersten beiden Peaks beitragen, eingezeichnet sind.

risation beitragen. Dazu ist es notwendig, das Diamantgitter so in einer Richtung zu verdrehen, daß nur einer der Gittervektoren $[022]$ oder $[0\bar{2}\bar{2}]$ in dem ‘Pfannkuchen’ liegt. Eine Einstellung für ein solches Einpunktspektrum ist z. B. für die Goniometerwinkel $\theta_H = 60$ mrad und für $\theta_V = 10$ mrad gegeben. In Abb. 4.10

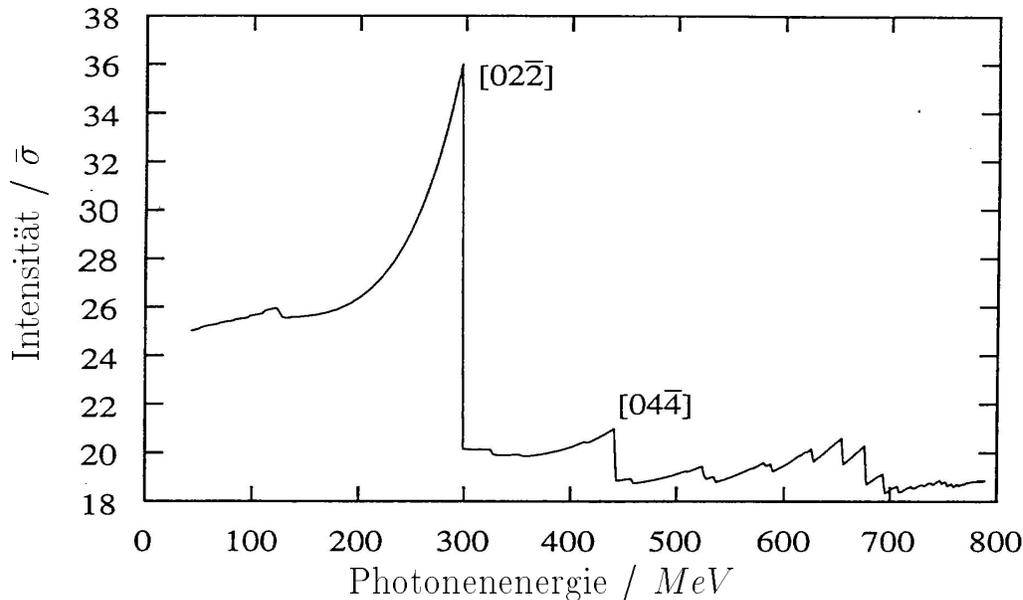


Abb. 4.10: Einpunktspektrum, nur noch ein reziproker Gittervektor trägt zu dem ersten Peak bei.

ist ein Einpunktspektrum dargestellt. Will man eine kohärente Überhöhung im Intensitätsspektrum durch Streuung am Gittervektor $[02\bar{2}]$ für höhere Photonenenergien erreichen, so muß eine größere Drehung der vertikalen Achse vorgenommen werden. Sie bewirkt eine Drehung des Gittervektors $[02\bar{2}]$ in den kinematisch erlaubten Bereich, der für höhere Photonenenergien k einen größeren Abstand vom Ursprung hat. Dazu ist eine Einstellung des Diamanten von z. B. $\theta_H = 60$ mrad und $\theta_V = 15$ mrad nötig.

Will man nun die Polarisation um 90° drehen, so kann man einfach die Orientierung des Diamanten in θ_H und θ_V vertauschen. Damit dreht man den Gittervektor $[02\bar{2}]$ aus dem ‘Pfannkuchen’ heraus und den $[0\bar{2}\bar{2}]$ herein.

4.7 Intensitätsverteilung und Polarisationsgrad

Nach den im letzten Kapitel ausgeführten qualitativen Überlegungen zur Form der entstehenden Bremsstrahlspektren sollen in diesem Kapitel die Intensität und der Polarisationsgrad der kohärenten Bremsstrahlung qualitativ behandelt werden.

Timm [Tim 69] und Diambrini [Dia 68] gehen, um Polarisationseffekte behandeln

zu können, vom differentiellen Wirkungsquerschnitt von May [May 51] aus. Nach Integration über alle Elektronen- und Photonenemissionswinkel ergibt sich eine Intensität, die sich aus einem von der Orientierung des Kristalls zum Elektronenstrahl abhängigen kohärenten Beitrag und einem davon unabhängigen inkohärenten Anteil zusammensetzt.

$$\begin{aligned}
I(x, E_0, \theta, \alpha) &= \frac{x}{N\bar{\sigma}} \frac{d\sigma_{\text{Kristall}}}{dx} & (4.16) \\
&= (1 + (1-x)^2)(\Psi_1^{\text{koh}} + \Psi_1^{\text{inkoh}}) - \frac{2}{3} \cdot (1-x)(\Psi_2^{\text{koh}} + \Psi_2^{\text{inkoh}}), \\
&= I^{\text{koh}} + I^{\text{inkoh}}
\end{aligned}$$

wobei N die Anzahl der Atome im Kristall und x die relative Photonenenergie ist und $\bar{\sigma} = Z^2\alpha^3$.

Timm [Tim 69] errechnet die inkohärenten Anteile und Lutz [Lut 67] die kohärenten, die sich ebenfalls aus zwei Funktionen zusammensetzen. Für die zwei inkohärenten Funktionen gilt:

$$\begin{aligned}
\Psi_1^{\text{inkoh}} &= 4 + 4 \int_{\delta}^1 (1 - e^{-Aq^2}) \frac{(1 - F(q))^2}{q^4} (q - \delta)^2 q dq & (4.17) \\
\Psi_2^{\text{inkoh}} &= \frac{10}{3} + 4 \int_{\delta}^1 (1 - e^{-Aq^2}) \frac{(1 - F(q))^2}{q^4} \left(q^2 - 6\delta^2 \ln \frac{q}{\delta} + 3\delta^2 - 4\frac{\delta^3}{q} \right) q dq,
\end{aligned}$$

und für die kohärenten Funktionen gilt:

$$\begin{aligned}
\Psi_1^{\text{koh}} &= \frac{1}{8} \frac{(2\pi)^2}{a^3} 4\delta \sum_{\vec{g}} |S(\vec{g})|^2 e^{-Ag^2} \frac{(1 - F(g^2))^2}{g^4} \frac{q_l^2}{q_l^2} \\
\Psi_2^{\text{koh}} &= \frac{1}{8} \frac{(2\pi)^2}{a^3} 24\delta^2 \sum_{\vec{g}} |S(\vec{g})|^2 e^{-Ag^2} \frac{(1 - F(g^2))^2}{g^4} \frac{q_l^2 (q_l - \delta)}{q_l^4}, & (4.18)
\end{aligned}$$

wobei $S(\vec{g})$ der Strukturfaktor des Diamanten und e^{-Ag^2} der Debye-Waller-Faktor ist. Man erkennt, daß in diesen beiden Funktionen nur Größen der Eigenschaften des Diamanten enthalten sind und keine Größen, die von den Experimentbedingungen abhängen. Dieses Argument wird im Kapitel 5 bei der Bestimmung der Polarisation aus dem Experiment wieder verwendet.

In den zwei kohärenten Funktionen führt man die Summation über die reziproken Gittervektoren aus, für die gilt:

$$g_l \geq \delta, \quad (4.19)$$

wobei δ der minimale Impulsübertrag ist. Damit wird die Summation auf die im kinematisch erlaubten Bereich liegenden Gittervektoren beschränkt. Da alle Beiträge zum Wirkungsquerschnitt mit $\frac{1}{q^4}$ gewichtet sind, tragen die Gittervektoren $[022]$, $[0\bar{2}\bar{2}]$, $[0\bar{2}2]$ und $[0\bar{2}\bar{2}]$ stärker als höhere Gittervektoren. Man erhält den

Beitrag eines reziproken Gittervektors zur kohärenten Intensität in einer Diskontinuität, d. h. für $g_l = \delta$:

$$I^{koh}(x_d) = E_0 \eta(x_d) \frac{(2\pi)^2}{a^3} |S|^2 e^{-Ag^2} g^2 F(g^2), \quad (4.20)$$

mit

$$\eta(x_d) = (1 + (1 - x_d)^2) \frac{(1 - x_d)}{x_d}. \quad (4.21)$$

Man liest aus Gleichung 4.20 ab, daß die Intensität proportional zur Primärenergie ist, d. h. die Anzahl der kohärenten Photonen steigt mit zunehmender Einschußenergie. Diese Abhängigkeit ergab sich auch bei den in Kapitel 4.5 ausgeführten Argumenten für Kohärenzeffekte. Man sieht weiterhin, daß I^{koh} für $x_d \rightarrow 0$ sehr groß wird und für $x_d \rightarrow 1$ verschwindet.

Ist die relative Photonenenergie x größer als x_d , so kann der Gittervektor nicht zur Intensität beitragen, da er vom 'Pfanckuchen' bereits überschritten wurde. Für $x < x_d$ ergibt sich folgende Gleichung für I^{koh} :

$$I^{koh}(x) = E_0 \eta(x) \frac{(2\pi)^2}{a^3} |S|^2 e^{-Ag^2} g^2 F(g^2), \quad (4.22)$$

mit

$$\eta(x) = \frac{xQ^2}{1-x} \left(1 + (1-x)^2 - \frac{4x^2Q^2}{1-x} \left(\frac{1-x}{xQ} - 1 \right) \right) \quad (4.23)$$

und

$$Q = \frac{1 - x_d}{x_d}.$$

Nach Gleichung 4.22 verschwindet der Beitrag eines reziproken Gittervektors zur kohärenten Intensität am Beginn des Spektrums ($x = 0$) und steigt mit wachsender Photonenenergie bis zu seinem Maximalwert an der Diskontinuität ($x = x_d$). Danach fällt er unstetig auf null. Enthält der kinematisch erlaubte Bereich mehr als nur einen reziproken Gittervektor (Kapitel 4.6), so ergibt sich das gesamte Bremsstrahlspektrum aus der Summe über die Beiträge dieser Gittervektoren und dem inkohärenten Anteil.

Gleichung 4.22 beschreibt die exakte Form der in den Einpunkt- und Mehrpunkt-spektren der Abb. 4.10 und 4.9 gezeigten relativen Intensitätsspektren.

In Abb. 4.11 ist der Beitrag der reziproken Gittervektoren $[022]$, $[02\bar{2}]$, $[0\bar{2}2]$ und $[0\bar{2}\bar{2}]$ zur Intensität nach Gleichung 4.22, für drei verschiedene Winkeleinstellungen des Kristalls, dargestellt. Für diese Einstellungen liegt die Diskontinuität bei drei verschiedenen Stellen, nämlich $x_d = 0.25$, $x_d = 5$ und $x_d = 0.75$. Die durchgezogene Linie zeigt den Beitrag des Gittervektors an der Diskontinuität x_d nach Gleichung 4.20.

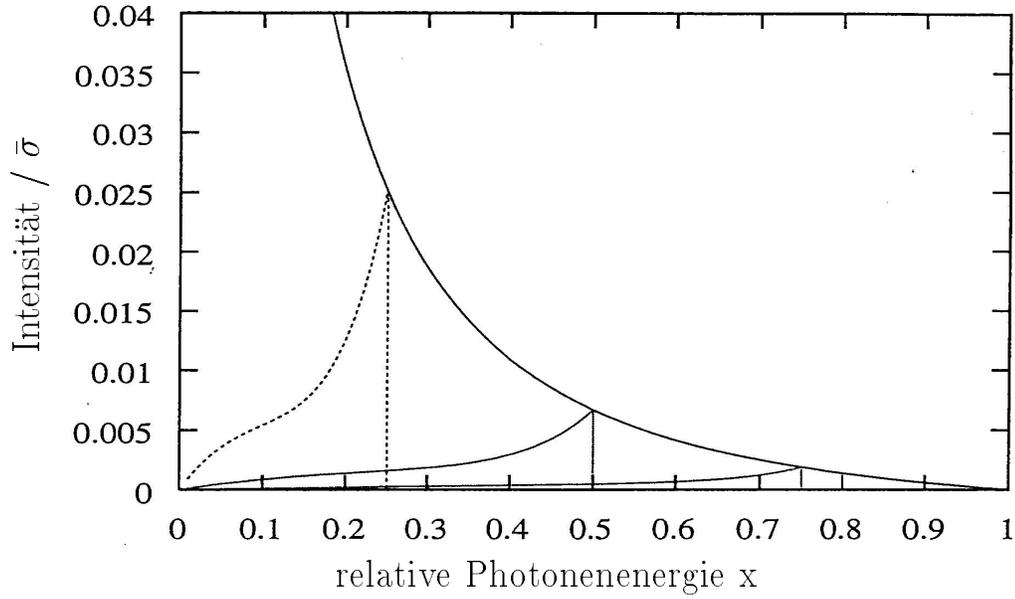


Abb. 4.11: Aufgetragen ist die Intensität pro Atom in Einheiten von $\bar{\sigma}$ gegen die relative Photonenergie x .

Die Polarisation der Photonen wird als Differenz der Intensitäten des elektrischen Vektors des Photons parallel und senkrecht zu einer zu wählenden Ebene, geteilt durch die Gesamtintensität, definiert:

$$P_{\gamma} = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}} = \frac{d\sigma_{\parallel} - d\sigma_{\perp}}{d\sigma_{\parallel} + d\sigma_{\perp}}.$$

Sie ist gegeben durch

$$P_{\gamma} = 2(1-x) \frac{\Psi_3^{koh}(\delta, \theta, \alpha, \phi)}{I(x, E_0, \theta, \alpha)} \quad (4.24)$$

mit

$$\Psi_3^{koh}(\delta, \theta, \alpha, \phi) = -\frac{1}{8} \frac{(2\pi)^2}{a^3} 4\delta^3 \sum_{\vec{g}} |S(\vec{g})|^2 e^{-Ag^2} \frac{(1 - F(g^2))^2}{g^4} \frac{q_t^2 \cos 2\phi}{q_t^4} \quad (4.25)$$

ϕ ist der Winkel zwischen der Referenzebene der Polarisation und der Ebene (\vec{p}_0, \vec{g}) . Die reziproken Gittervektoren müssen wieder die Bedingung 4.19 erfüllen. Die Polarisation, die von dem Beitrag eines reziproken Gittervektors im kinematisch erlaubten Bereich herrührt, ist durch Gleichung 4.24 gegeben, wobei in den Ψ^{koh} -Funktionen die Summe über die reziproken Gittervektoren durch einen einzelnen Gittervektor ersetzt werden muß.

Maximale Polarisation für ein festes x erhält man, wenn die Referenzebene der

Polarisation den reziproken Gittervektor und die Richtung des Elektronenstrahls enthält und nur ein Gittervektor beiträgt. An der Diskontinuität ($x = x_d$) kann man herleiten, daß für $q_l = \delta$ gilt:

$$\Psi_1^{koh} = -\Psi_3^{koh} \quad \text{und} \quad \Psi_2^{koh} = 0$$

und somit

$$\begin{aligned} I^{koh}(x_d) &= (1 + (1 - x_d)^2)\Psi_1^{koh} - \frac{2}{3}(1 - x_d)\Psi_2^{koh} \\ &= -(1 + (1 - x_d)^2)\Psi_3^{koh}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Somit ergibt sich nach Gleichung 4.24, daß sich der Beitrag eines reziproken Gittervektors zur Polarisation nach folgender Gleichung berechnen läßt:

$$\begin{aligned} P_\gamma(x_d) &= -\frac{2(1 - x_d)}{1 + (1 + x_d)^2} \frac{I^{koh}(x_d)}{I^{koh}(x_d) + I^{inkoh}} \\ &= -\Phi(x_d) \frac{I^{koh}(x_d)}{I^{koh}(x_d) + I^{inkoh}} \end{aligned} \quad (4.27)$$

mit

$$\Phi(x_d) = \frac{2(1 - x_d)}{(1 + (1 - x_d)^2)}. \quad (4.28)$$

Bei starker Unterdrückung des inkohärenten Anteils (z. B. durch Kollimation, siehe später in diesem Kapitel) nähert sich die Polarisation $P_{max}(x_d)$ asymptotisch $\Phi(x_d)$. $\Phi(x_d)$ verschwindet für $x_d \rightarrow 1$ und strebt für $x_d \rightarrow 0$ gegen eins, d. h. die Photonen sind dort vollständig linear polarisiert. Durch die Verwendung höherer Primärenergien kann somit ein höherer Polarisationsgrad der Photonen mit einer fest gewählten Energie erreicht werden.

Unterhalb der Diskontinuität, d. h. für $x < x_d$ wird die Funktion Φ analog zu Gleichung 4.23 für die Intensität durch

$$\Phi(x) = \frac{2x^2 Q^2}{1 - x} \left(1 + (1 - x)^2 - \frac{4x^2 Q^2}{1 - x} \left(\frac{1 - x}{xQ} - 1 \right) \right)^{-1} \quad (4.29)$$

ist, mit

$$Q = \frac{1 - x_d}{x_d}$$

beschrieben. Die Gleichung 4.29 wird auch im Kapitel 5.2 für die Bestimmung der Polarisation aus dem Experiment verwendet.

Für $x = x_d$ geht Gleichung 4.29 in Gleichung 4.28 über. Den Beitrag eines Gittervektors zur Polarisation zeigt Abbildung 4.12 für die Winkeleinstellungen, die

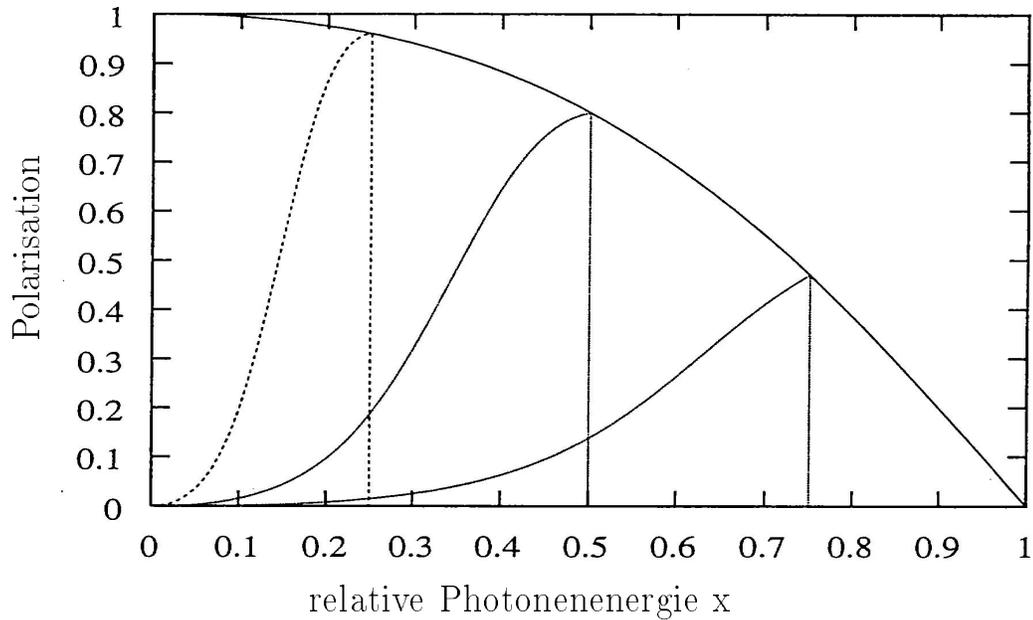


Abb. 4.12: Aufgetragen ist die Polarisierung auf die relative Photonenergie x . Die durchgezogene Linie zeigt den maximalen Polarisationsbeitrag des Gittervektors. Gewählt wurden die gleichen Einstellungen wie in der Abb. 4.11.

auch in Abbildung 4.11 gewählt wurden.

Treten wiederum mehrere reziproke Gittervektoren im erlaubten Impulsbereich auf, so addieren sich die einzelnen Terme, jedoch multipliziert mit einem Faktor $\cos 2\phi'$, wobei ϕ' der Winkel zwischen einer beliebigen Referenzebene und der jeweiligen (\vec{p}_0, \vec{g}) -Ebene ist. Abhängig von der Lage von \vec{g} , d. h. abhängig davon, welche reziproken Gittervektoren zur kohärenten Überhöhung beitragen, kann $\cos 2\phi'$ größer oder kleiner null sein. Dadurch kann sowohl konstruktive als auch destruktive Interferenz vorliegen. Maximal ist die Polarisierung dann, wenn nur ein reziproker Gittervektor im kinematisch erlaubten Impulsbereich liegt.

Der Anteil der kohärenten Bremsstrahlung an der Gesamtintensität läßt sich erhöhen, wenn man den inkohärenten Anteil durch Kollimation des Photonenstrahls unterdrückt.

In Abb. 4.13 ist eine Strahlverteilung in der Kollimatorebene dargestellt. Man erkennt deutlich die unterschiedlichen Winkelabhängigkeiten der polarisierten und der unpolarisierten Photonen. Während die Winkelverteilung der kohärenten Bremsstrahlung eine Spitze (Gittervektor [022]) im Zentrum der Kollimatorebene darstellt, verteilt sich der inkohärente Untergrund auf die gesamte Kollimatorebene. Der inkohärente Untergrund ist in Abb. 4.13 auf eins gesetzt. Der inkohärente Untergrund deckt komplett das ganze Spektrum ab. Er hat eine wesentlich brei-

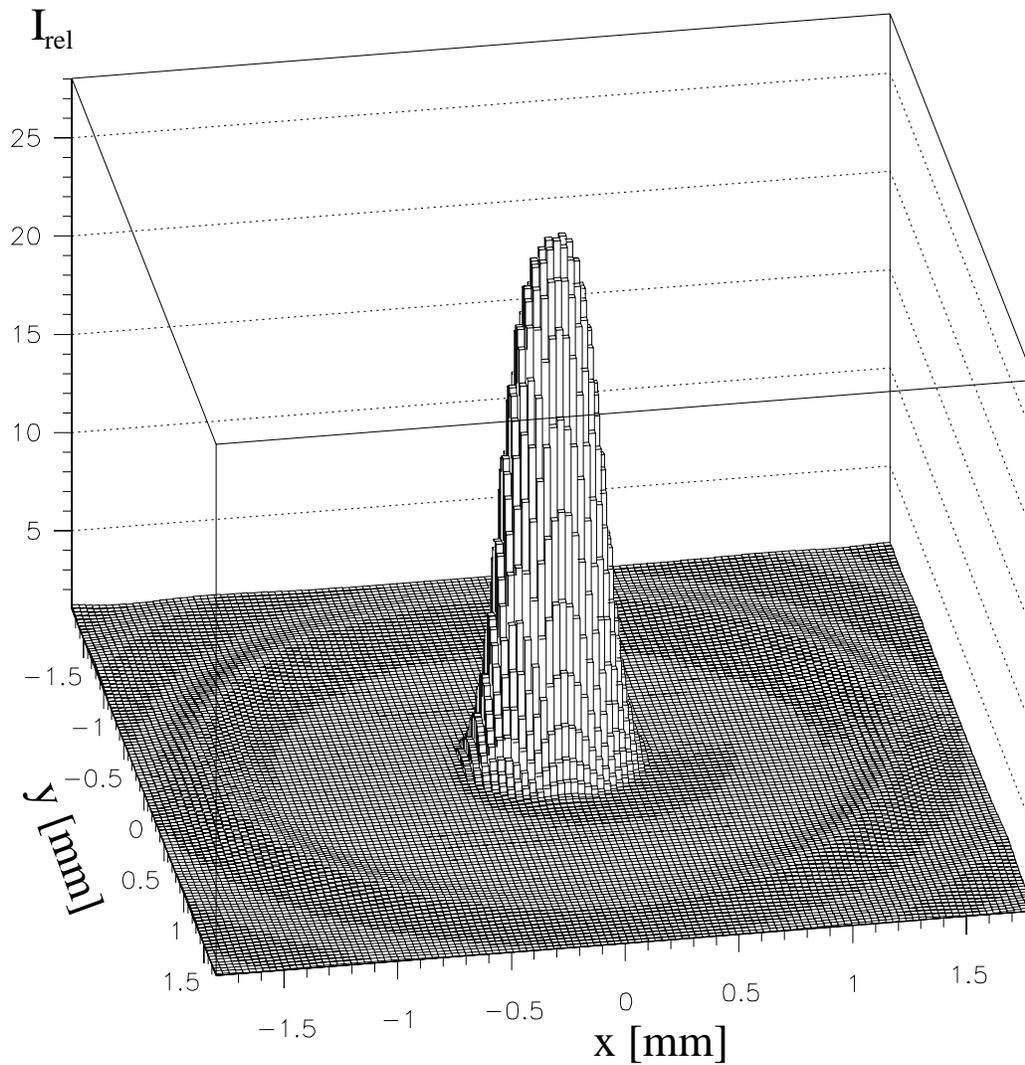


Abb. 4.13: Darstellung der Winkelverteilung der kohärenten und inkohärenten Bremsstrahlung in der Kollimatorebene. Die Spitze ist der kohärente Anteil des Gittervektors [022]. Die Wellen sind die höher indizierten Gittervektoren [044]. Der inkohärente Untergrund ist auf eins gesetzt, und damit im Bild nicht sichtbar.

tere Winkelverteilung als die Spitze. Höher indizierte Gittervektoren, [044] oder [066], sieht man als Wellen etwas entfernt von der Nadelspitze. Man erkennt deutlich, daß eine Kollimation den inkohärenten Untergrund reduzieren würde.

Die bisherigen Überlegungen berücksichtigen jedoch nicht die Primärstrahldivergenz und die Aufweitung des Strahls durch Vielfachstreuung im Kristall. Ausführliche Betrachtungen zu den experimentellen Einflüssen sind in [Loh 92] und [Wolf 94] zu finden.

Mit abnehmendem Kollimationswinkel und einer damit verknüpften stärkeren Unterdrückung des inkohärenten Anteils nähert sich die Polarisation der Photonen in der Intensitätslinie dem Polarisationsgrad eines einzelnen reziproken Gittervektors, der durch Gleichung 4.27 für $I^{inkoh} = 0$ beschrieben wird.

Kapitel 5

Polarisation im Experiment

5.1 Polarisations-einstellung

In diesem Kapitel soll kurz skizziert werden, wie man für das Experiment den kohärenten Peak an die gewünschte Energieposition stellt. Ebenso werden die vier verschiedenen Einstellungen, die im Experiment gewählt wurden, und die sich dadurch in der Datenanalyse ergebenden Möglichkeiten, vorgestellt.

Um eine bestimmte Kristallorientierung einstellen zu können, ist Vorarbeit zu leisten. Zuerst wird das Goniometer auf die erwartete Nullposition gefahren. Danach ist der Nullpunkt der Kristallorientierung relativ zum Elektronenstrahl genau zu bestimmen. Dazu werden abwechselnd die horizontale, vertikale und azimutale Achse um ungefähr ± 100 mrad mit dem Goniometer verdreht und in beliebigen Teilschritten an der vermeintlichen Nullposition vorbeigedreht. Diesen ‘Scans’ kann man dann die Nullposition entnehmen. Und wenn alle, außer der zu variierenden Achse in der Nullposition sind, erhält man Spektren wie in Abb. 5.1 dargestellt. Man erkennt deutlich die Symmetrie um die Nullposition. Das Verfahren zum Auffinden der Nullposition ist in der Diplomarbeit von S. Wolf [Wolf 94] genau beschrieben.

Nachdem die Nullposition bestimmt wurde, muß eine Einstellung gewählt werden, bei der der Peak bei der gewünschten Energie, in diesem Experiment bei der Δ -Resonanz, liegt. Dazu wird ‘eine’ der Achsen (horizontal oder vertikal) auf mindestens 60 mrad verdreht. Danach wird der Diamant solange um die andere Achse gedreht, bis der Peak an der gewünschten Position liegt. In Abb. 5.2 ist eine Eichkurve der Peakposition für die horizontale Achse dargestellt. In diesem Spektrum ist das Peakmaximum als Funktion der Goniometerschritte angegeben. Im Experiment ist nun nur noch vom Operator der gewünschte Wert in Goniometerschritten anzufahren. Eine genaue Beschreibung der kinematischen Situation, des ‘Pfannkuchens’ und der reziproken Gittervektoren bei der Positionierung des kohärenten Peaks findet man in der Literatur von Überall [Ueb 56] oder Timm [Tim 64].

Im Experiment wurden vier verschiedene Diamantorientierungen gewählt. In Abb. 5.3 sind die vier relativen Intensitätsspektren der gewählten Einstellungen dargestellt. Die Einstellungen wurden so gewählt, daß man Überlappbereiche der einzelnen Peaks erhält. Von Interesse in der späteren Analyse ist nur der höchste Peak, der vom reziproken Gittervektor $[022]$ herrührt. In den Überlappbereichen

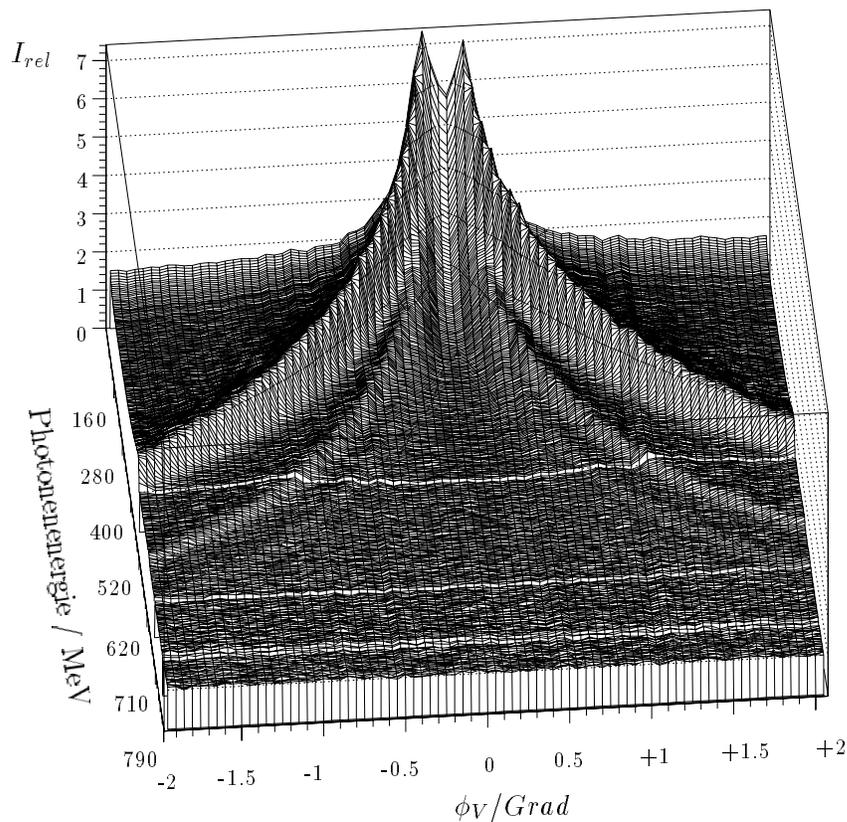


Abb. 5.1: Darstellung eines vertikalen Scans; hier ist das relative Intensitätsspektrum als Funktion der Photonenergie und des Winkels der vertikalen Achse ϕ_V dargestellt. Man erkennt die Symmetrie des Spektrums um die Nullposition dieser Achse.

hat man nun die Möglichkeit, die Daten bei zwei verschiedenen Polarisationsgraden zu analysieren. Man kann damit die Strahlasymmetrie für zwei Einstellungen bestimmen und hat dadurch eine Konsistenzüberprüfung in den Daten. Dieser Test sagt jedoch nur etwas über die relative Übereinstimmung der Daten aus, nichts hingegen für die absoluten Werte der Polarisation. Dazu wird im nächsten Kapitel die Bestimmung der Polarisation durchgesprochen.

5.2 Polarisationsbestimmung

Für die Bestimmung der Strahlasymmetrie ist die Kenntnis des Polarisationsgrades unabdingbar. In diesem Kapitel soll nun die Bestimmung des Polarisationsgra-

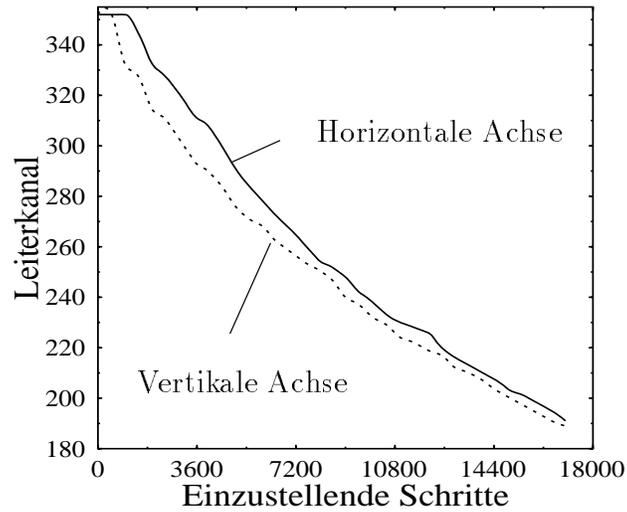


Abb. 5.2: Eichkurve für das Peakmaximum als Funktion der Goniometerschritte; die Tatsache, daß die Kurven nicht glatt sind, liegt an der Genauigkeit der Peakbestimmung.

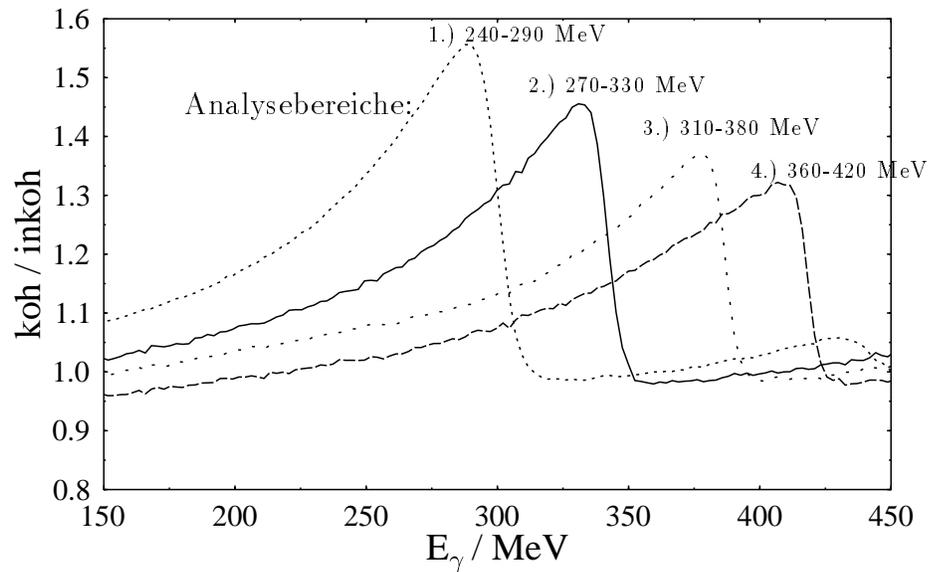


Abb. 5.3: Darstellung der relativen Intensitätsspektren für die vier Einstellungen des Diamanten

des aus der Messung vorgestellt werden und danach mit Rechnungen von Rambo [Ram 95] verglichen werden. Ebenso wurde ein unabhängiges Experiment durchgeführt, das allein den Polarisationsgrad des Photonenstrahls vermessen sollte. Hierbei wurde die kohärente π^0 -Produktion an ${}^4\text{He}$ als Polarimeterreaktion verwendet.

Das relative Intensitätsspektrum 5.6 ist stark korreliert mit dem Polarisationspektrum, was im vorherigen Kapitel hergeleitet wurde. Demnach kann man, wenn man das relative Intensitätsspektrum mißt, dieses in die Polarisationsgrade umrechnen. Siehe dazu auch die Papiere von Gorbenko [Gor 73] und Ganenko [Gan 76]. Die relativen Intensitätsspektren wurden im Experiment mit einem Paardetektor, der direkt hinter dem Detektor DAPHNE im Photonenstrahl stand, mitgemessen.

Um die Polarisation zu bestimmen, wird folgendermaßen vorgegangen. Aus Abb. 5.4 ist zu entnehmen, daß sich die relativen Intensitätsspektren, unabhängig von der Kollimation, an bestimmten Punkten schneiden. Diese Punkte liegen an der aufsteigenden Flanke der kohärenten Peaks [022] und [044]. Es ist nun möglich, auf der Elektronen-Seite das relative Intensitätsspektrum sehr genau zu beschreiben. Dies gelingt, da man hier in kurzer Zeit genügend Ereignisse aufsummiert hat. Die kurze Zeit ist notwendig, um von Strahlschwankungen und anderen systematischen Veränderungen unabhängig zu sein. Es ist deshalb möglich, 'Moment-

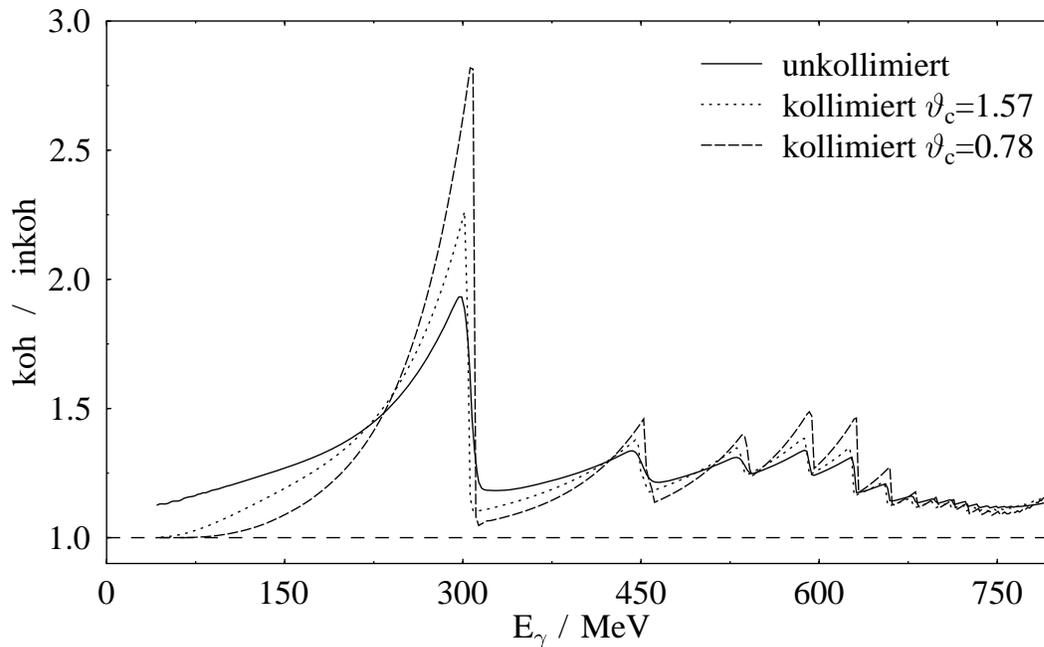


Abb. 5.4: Darstellung von Rechnungen der drei relativen Intensitätsspektren mit drei verschiedenen Kollimationen (unkollimiert, $\vartheta_c = 0.78$ und $\vartheta_c = 1.57$)

aufnahmen' des Strahls mit Rechnungen zu vergleichen, da eine genaue Überwachung aller Strahlparameter über die Zeit schwer möglich ist. Noch schwerer ist aber die Berücksichtigung dieser Schwankungen in den Rechnungen. Dies ist ein wichtiger Grund, warum man die Polarisation aus dem Experiment bestimmen und sich nicht auf Rechnungen verlassen will. In Abb. 5.5 ist der Vergleich eines relativen Intensitätsspektrums aus dem Experiment, ohne Kollimation, verglichen mit einer Rechnung gezeigt. Man sieht außer am hochenergetischen Ende sehr gute Übereinstimmung. An einem der in Abb. 5.4 gezeigten Schnittpunkte

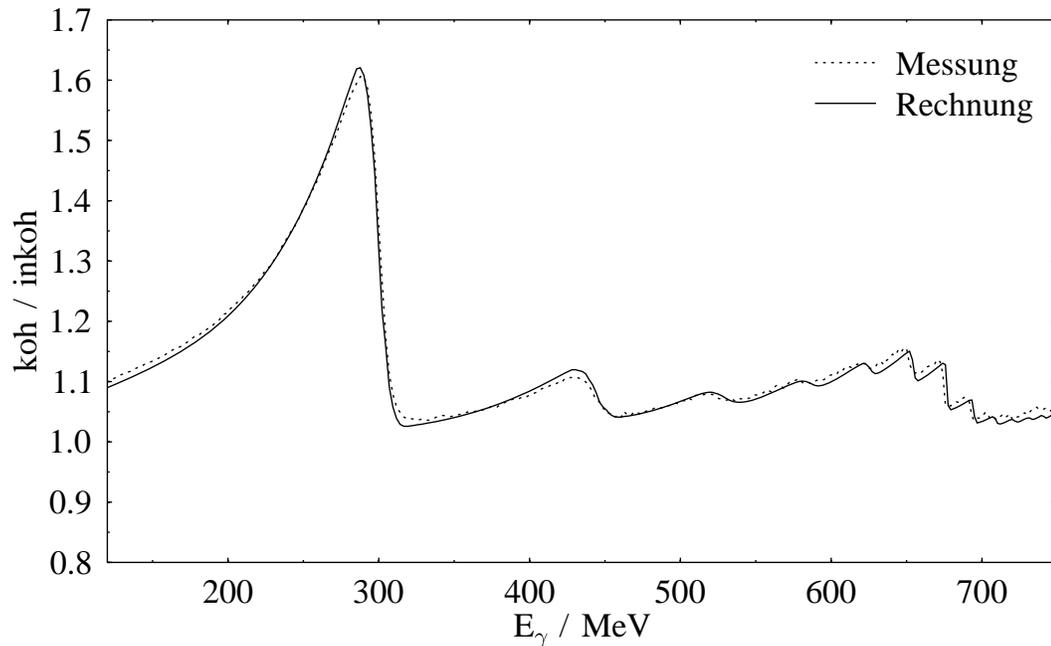


Abb. 5.5: Darstellung eines relativen Intensitätsspektrums auf der Elektron-Seite, verglichen mit einer Rechnung.

ist es nun möglich, die relativen Intensitätsspektren zu normieren. Diese Normierung ist notwendig, da alles, was über der 'eins' im relativen Spektrum liegt, als kohärent anzunehmen ist. Man benutzt nun die gefundene Normierung auch für die Schnittpunktenergie in dem kollimierten Photonenspektrum. Es ist nun möglich, auch die kollimierten Spektren, d. h. die relativen Photonintensitätsspektren, zu normieren.

Um die relativen Intensitätsspektren auf der Photonseite zu reproduzieren, dürfen sich die Strahlparameter von MAMI über einen Zeitraum von einigen Stunden nicht ändern. MAMI hat zwar eine ausgezeichnete Strahlstabilität, für Messungen mit kollimierter kohärenter Bremsstrahlung aber reicht diese Stabilität nicht aus, so daß es nur manchmal möglich ist, die kollimierten, relativen Intensitätsspektren zu beschreiben. In Abb. 5.6 ist ein solches Vergleichsspektrum dargestellt. Man sieht gute Übereinstimmung in den ersten beiden Peaks. Bei den Gittervektoren höherer Ordnung reicht die Statistik nicht mehr aus, um eine Aussage zu

tätigen.

Nachdem das relative Intensitätsspektrum normiert ist, kann man den Polarisationsgrad bestimmen.

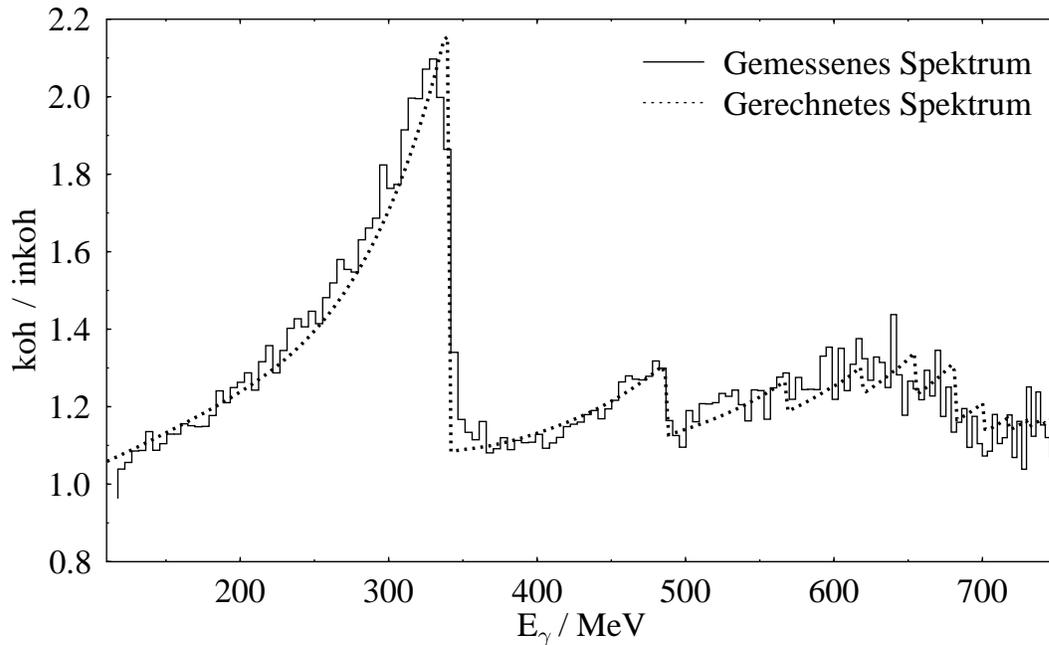


Abb. 5.6: Darstellung eines relativen Intensitätsspektrums, das mit dem Paardektektor hinter DAPHNE aufgenommen wurde.

tionsgrad bestimmen. Dazu wird wie in Abb. 5.7 beschrieben, vorgegangen. Dies geschieht, indem man das Verhältnis von Peakhöhe $y_1 - 1.0$ zu Gesamthöhe y_1 bestimmt, wie aus Abb. 5.7 zu entnehmen ist. Diese Werte ergeben nur an der Diskontinuität den Polarisationsgrad. Für Werte $x < x_d$ muß mit der angegebenen Funktion $\Phi(x)$ gewichtet werden, sie lautet:

$$P_\gamma(x) = -\Phi(x) \frac{I^{koh}(x_d)}{I^{koh}(x_d) + I^{inkoh}} \quad (5.1)$$

wobei

$$\Phi(x) = \frac{2x^2 Q^2}{1-x} \left(1 + (1-x)^2 - \frac{4x^2 Q^2}{1-x} \left(\frac{1-x}{xQ} - 1 \right) \right)^{-1} \quad (5.2)$$

ist, mit

$$Q = \frac{1-x_d}{x_d}.$$

Durch das oben beschriebene Verfahren zur Bestimmung von P_γ aus der Messung hat man Schwankungen der relativen Orientierung des Diamanten zum einkommenden Elektronenstrahl mitberücksichtigt. Eine solche Schwankung wirkt sich in einer Verschiebung des kohärenten Peaks aus, so daß sich der Polarisationsgrad im Peak verändern würde. Den experimentell bestimmten Polarisationsgrad kann man dann mit einer Rechnung vergleichen, siehe dazu Abb. 5.8.

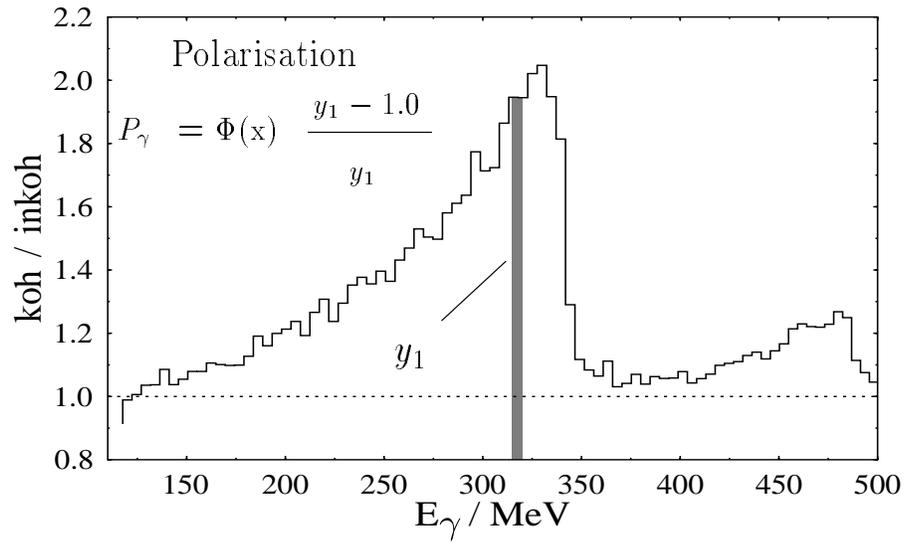


Abb. 5.7: Darstellung des Verfahrens zur Bestimmung der Polarisation aus dem Experiment.

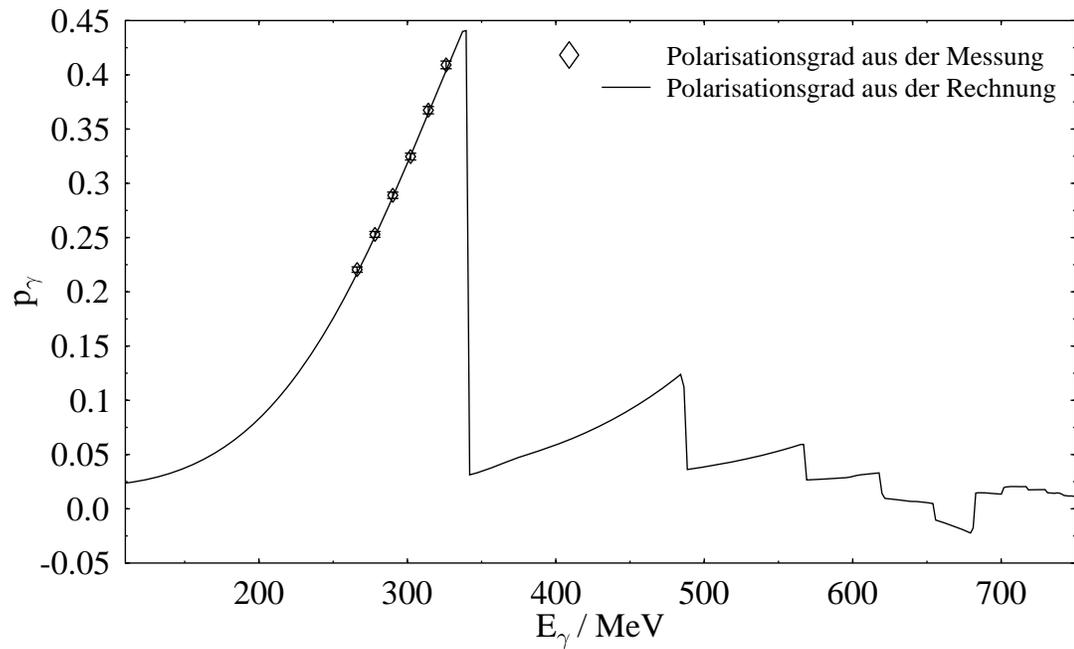


Abb. 5.8: Vergleich des aus der Rechnung bestimmten Polarisationsgrades (durchgezogene Linie) mit den Werten, die mit dem oben beschriebenen Verfahren bestimmt wurden (Datenpunkte).

In diese Rechnung gehen experimentelle Einflüsse wie Elektronenstrahldivergenz, Kollimatorweite und die Kristalleinstellung ein, sie wurde aus [Ram 95] entnommen. Die in Abb. 5.8 gezeigte Übereinstimmung von experimenteller und rechnerischer Bestimmung des Polarisationsgrades ist aber nur für ideale Strahlbedingungen zu erhalten. In der Auswertung der Messungen wurden daher nur die Werte des experimentell bestimmten Polarisationsgrades berücksichtigt und nicht die Rechnung.

Eine weitere Möglichkeit, den benutzten Polarisationsgrad zu überprüfen, ist der Vergleich mit hier erhaltenen Werten zur Photonasymmetrie mit Ergebnissen aus der Literatur. Derartige Vergleiche haben die Richtigkeit unserer Ergebnisse bestätigt.

Eine weitere Überprüfungsmöglichkeit bieten die LEGS-Daten. Die LEGS-Kollaboration verwendet ‘Laser Back Scattering’, um linearpolarierte Photonen zu erzeugen. Diese Photonen sind nahezu 100% polarisiert. Man kann nun die dort erhaltenen Ergebnisse für das Verhältnis des parallelen zum senkrechten Wirkungsquerschnitt mit den Daten unseres Experiments vergleichen, siehe Kapitel 8.1. Die gute Übereinstimmung unserer Ergebnisse mit denen der LEGS-Kollaboration bestätigen, dass wir den Polarisationsgrad auf $\Delta p_\gamma/p_\gamma \sim 4 - 6\%$ genau bestimmen können.

Parallel zu dieser Doktorarbeit wurde eine erste Testmessung durchgeführt, bei der die Polarisation gemessen werden sollte. Zur Messung der Polarisation wird

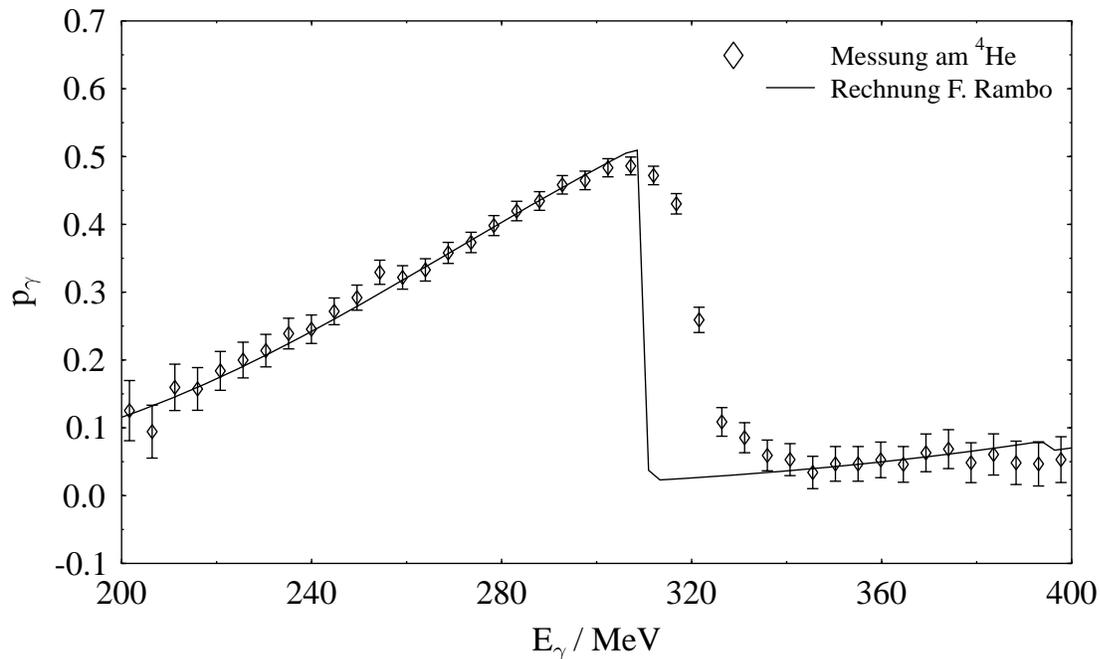


Abb. 5.9: Vergleich der Polarisationsgrade aus der Messung und der Rechnung bei einer Energie von 320 MeV. In der abfallenden Flanke des Peaks findet man gute Übereinstimmung.

kohärente π^0 -Produktion an ${}^4\text{He}$ benutzt. Bei dieser Messung geht die komplette Drehimpulsinformation des einlaufenden Photons in Richtungsinformation des auslaufenden Pions über, d. h. die Analysierstärke ist $\sim 100\%$. Dies ist der Fall, da der Helium-Kern und das π^0 -Mesonen Spin-0-Teilchen sind. Es gilt:

$$\vec{\gamma} + {}^4\text{He} \longrightarrow {}^4\text{He} + \pi^0$$

$$\text{Spins : } 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

Diese Messung wurde von A. Kraus [Kra 93] aus Göttingen ausgewertet. In Abb. 5.9 ist ein Vergleich zwischen einer Rechnung und der Messung bei einer Peakposition von 320 MeV dargestellt. Die Abweichungen betragen auch hier nur maximal 2% im Bereich, der später in unserem Experiment ausgewertet wird. Dieser beschränkt sich nur auf die abfallende Flanke des Peaks.

Die Bestimmung des Polarisationsgrades mit kohärenter π^0 -Produktion an ${}^4\text{He}$ wird im Frühjahr '96 mit dem Detektor TAPS noch einmal durchgeführt. In dieser Messung wird dann mit einer Genauigkeit von besser als 1% der Polarisationsgrad bestimmt. Zum Zeitpunkt der Abgabe dieser Dissertation lagen aber noch keine Ergebnisse vor.

Kapitel 6

Experimenteller Aufbau

In diesem Kapitel soll der verwendete Detektor vorgestellt werden, mit dem das Experiment durchgeführt wurde. Der Name des Detektors ist DAPHNE [Aud 91] (**D**étecteur à grande **A**ccptance pour la **PH**ysique photo**N**ucléaire **E**xpérimentale). Nach einer globalen Beschreibung der Detektorkomponenten soll auf die Re-

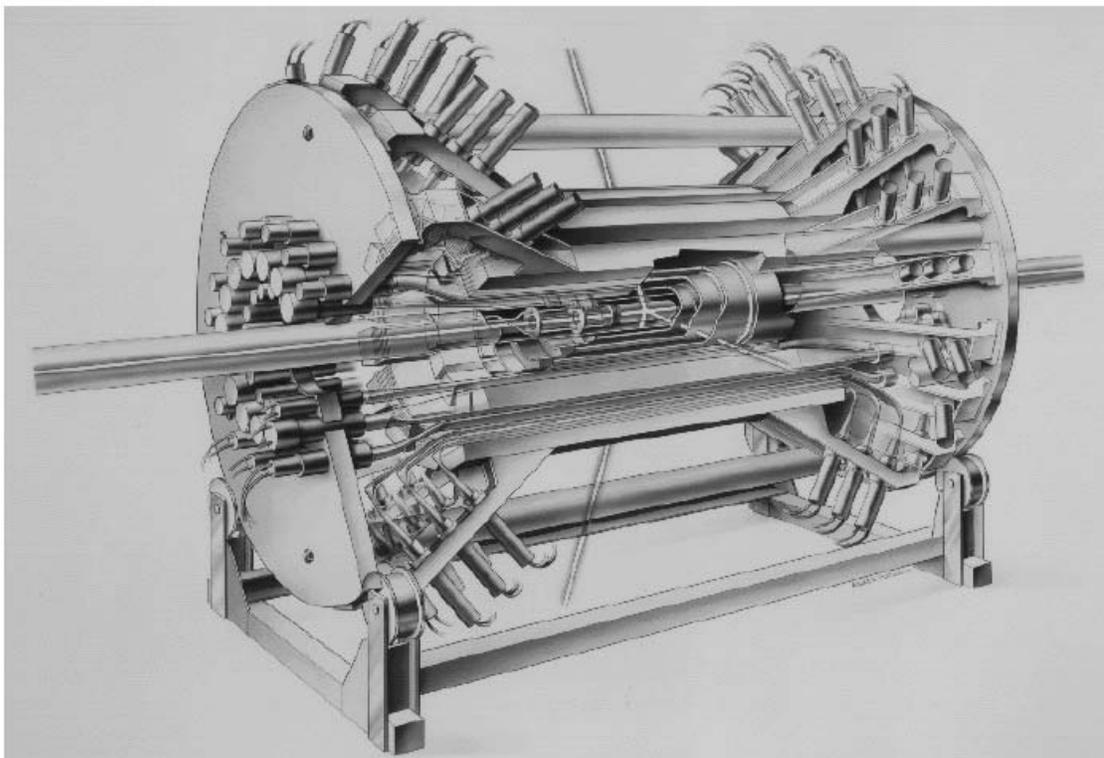


Abb. 6.1: Aufbau von DAPHNE

konstruktion der Trajektorien von geladenen Teilchen in den Drahtkammern eingegangen werden. Danach wird die Identifizierung der Teilchen, d. h. Diskriminierung zwischen p , π^+ , e^- , vorgestellt. Im Zuge dessen wird das verwendete Computerprogramm “rangefit” erläutert. Hierbei handelt es sich um eine Reichweiten-Protokoll-Methode, basierend auf einer GEANT Simulation. Mehr dazu im Kapitel 7.6.1.

DAPHNE Eigenschaften			
Winkelakzeptanz			
Polarwinkel	$21^\circ < \theta < 159^\circ$	= 94% von 4π	
Azimutwinkel	$0^\circ < \phi < 360^\circ$		
Nachweisschwellen			
Pionen	T = 12 MeV	(p= 60 MeV/c)	
Protonen	T = 23 MeV	(p= 220 MeV/c)	
Maximalenergie für Teilchen gestopt in Layer A,B oder C			
Pionen	$\theta = 90^\circ$	T = 57 MeV	(p= 138 MeV/c)
	$\theta = 21^\circ$	T = 120 MeV	(p= 219 MeV/c)
Protonen	$\theta = 90^\circ$	T = 125 MeV	(p= 500 MeV/c)
	$\theta = 21^\circ$	T = 225 MeV	(p= 668 MeV/c)

6.1 Aufbau und Eigenschaften des Detektors

Der Detektor DAPHNE wurde in einer Kollaboration zwischen Saclay (Frankreich) und dem INFN aus Pavia (Italien) konzipiert und konstruiert. Es handelt sich um ein Gerät, das folgende Eigenschaften erfüllen sollte:

1. Sehr große Raumwinkelakzeptanz, hier 94% von 4π .
2. Der Detektor sollte in der Lage sein, gleichzeitig bis zu 5 Teilchen nachzuweisen.
3. Er sollte die Emissionswinkel geladener Teilchen so genau wie möglich vermessen.
4. Ebenso sollte er die Energie dieser Teilchen bestimmen.
5. Desweiteren sollte er eine ausreichende Nachweiswahrscheinlichkeit für Photonen haben, z. B. die zwei Photonen aus dem π^0 -Zerfall.

Abb. 6.2 zeigt einen longitudinalen und einen transversalen Schnitt durch den Detektor.

DAPHNE ist, wie man aus Abb. 6.2 entnehmen kann, zylindrisch aufgebaut, bestehend aus dem Target, das sich im Zentrum befindet, gefolgt von drei konzentrischen Vieldrahtproportionalkammern und sechs Ebenen von Plastikszintillatoren. Die letzten drei Ebenen wechseln sich mit verschiedenen Konvertern aus Blei und Aluminium ab und bilden damit einen Sandwichdetektor für den Nachweis von Photonen (z. B. aus dem π^0 -Zerfall). In der Tab. 6.1 sind die generellen Eigenschaften des Detektors zusammengefaßt.

Der Detektor DAPHNE akzeptiert Teilchen mit allen Azimutwinkeln bei Polarwinkeln von $21^\circ < \theta < 159^\circ$. Damit deckt er einen Raumwinkel von 94% von 4π ab. Bei Verwendung eines Targets mit einer Massenbelegung von $1 \frac{g}{cm^2}$ kann man Pionen mit einer kinetischen Energie von minimal $T = 12 MeV$ nachweisen. Für

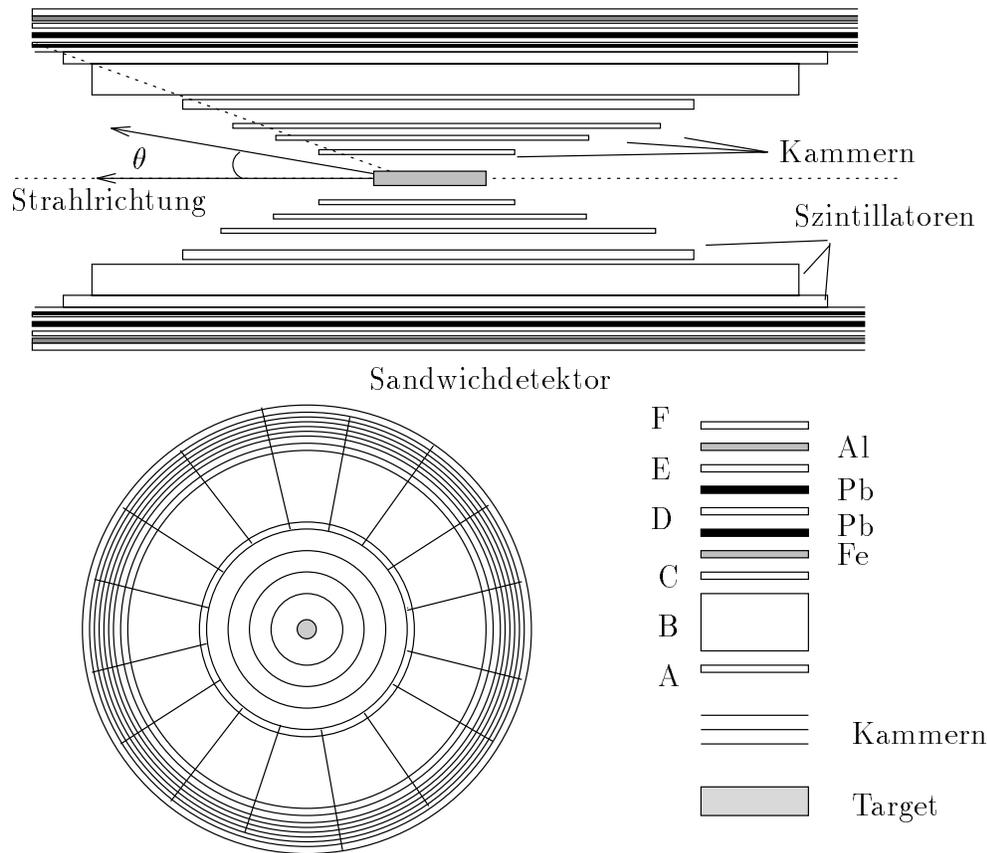


Abb. 6.2: Schematischer Aufbau von DAPHNE

Protonen liegt die untere Nachweisschwelle bei $T = 23\text{MeV}$. Im folgenden wird das Target vorgestellt, danach der Vertex-Detektor, d. h. die Drahtkammern und im Anschluß daran das Reichweitenteleskop, d. h. die Szintillatorebenen.

6.1.1 Das Targetsystem von Daphne

DAPHNE hat eine zentrale Targetzelle, die mit flüssigem $H, D, {}^3\text{He}, {}^4\text{He}$ gefüllt werden kann. Die Targetzelle kann im kalten Zustand in ein Vorratsgefäß entleert werden, so daß ein Wechsel vom vollen zum leeren Target in wenigen Minuten erfolgen kann. In Abb. 6.3 ist das Kryosystem von DAPHNE dargestellt. Die Flüssigkeiten sieden in der Zelle, die dabei entstehenden, aufsteigenden Bläschen reduzieren die Targetdichte in vernachlässigbarem Maße. Das Targetgas wird an einem Wärmetauscher verflüssigt, der von einem zweistufigen Gifford-MacMahon-Kaltkopf mit nachgeschaltetem Joule-Thomson-Entspanner gekühlt wird. Die Flüssigkeit füllt nach Durchlaufen eines Vorratsbehälters (Condensator) die Targetzelle durch eine untere Zuleitung. Die Flüssigkeit siedet in der Targetzelle, das entstehende Gas wird durch eine obere Leitung wieder zu dem Wärmetau-

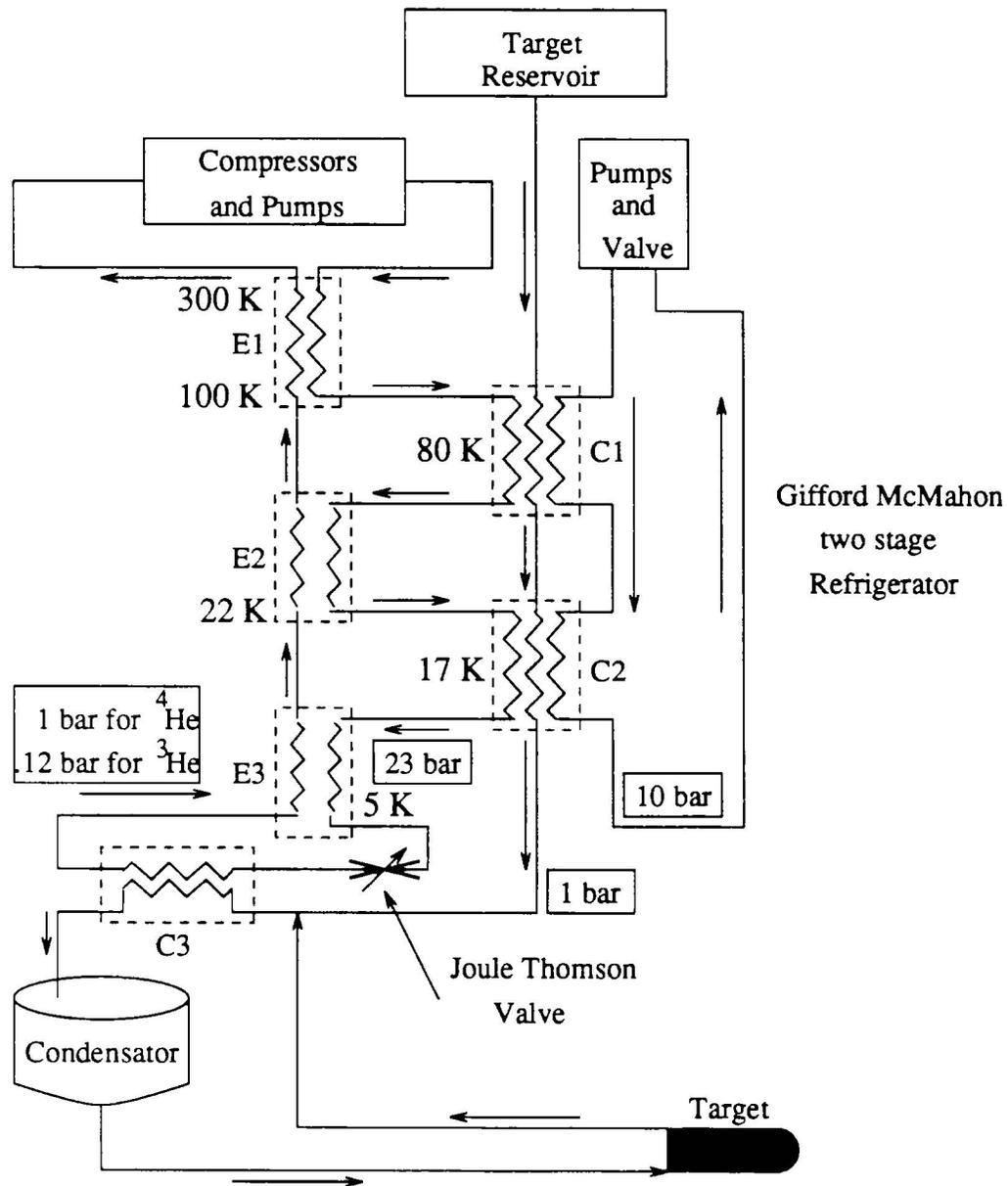


Abb. 6.3: Das Targetsystem von DAPHNE

scher geführt. Schließt man diese obere Leitung, so drückt das Gas die Flüssigkeit in den Vorratsbehälter zurück. Damit ist ein schneller Wechsel zwischen Messung am vollen und am leeren Target möglich. Die Regelung des Targets (konstanter Füllstand) erfolgt über Füllstandsmessungen mit Widerständen, Überwachung des Dampfdrucks und Gegenheizung am Wärmetauscher. Abb. 6.4 zeigt die Dimensionen des Targets. Die eigentliche Zelle besteht aus Myler Folie.

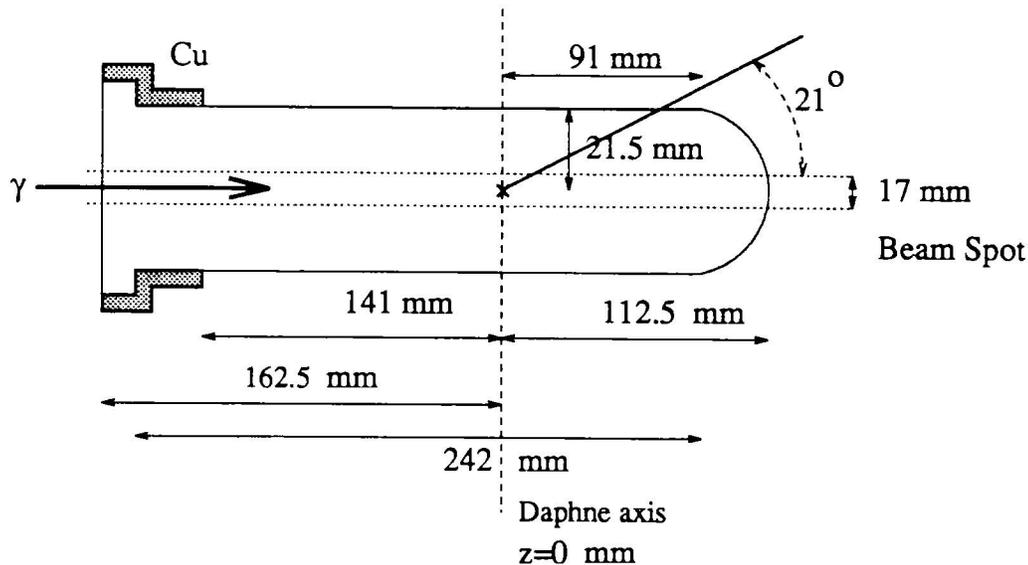


Abb. 6.4: Dimensionen der Targetzelle für DAPHNE

6.1.2 Der Vertex-Detektor

Das Target ist von drei zylindrischen, koaxialen, ineinander montierten Drahtkammern umgeben, die zur Vermessung der Spur von geladenen Teilchen dienen. Die Außenwände jeder der Drahtkammern bestehen aus 1 mm dicken Rohacell-Röhren, die im Kammerinneren mit Kapton-Folien belegt sind, auf die Kathodenstreifen (Gold) aufgedampft sind. Wie aus Abb. 6.5 ersichtlich, umlaufen diese Kathodenstreifen das Volumen spiralg (Neigungswinkel 45°) auf der Innen- und Außenfläche in entgegengesetzter Richtung. $2\mu\text{m}$ dicke Zähldrähte sind parallel zur Zylinderachse in einem Abstand von 2 mm zueinander gespannt. Die Kathodenstreifen werden mit Alcatel 1757 Ladungsverstärkern und LeCroy FERA 4300B Analog-Digital-Konvertern ausgelesen. Die Drähte werden durch LeCroy PCOS 2735PC Verstärker/Diskriminator-Karten ausgelesen und als Hit-Pattern registriert. In Tabelle 6.1.2 sind die geometrischen Eigenschaften der drei Kammer gegeben. Das Kammergas besteht aus einer Mischung aus Argon (74,5%),

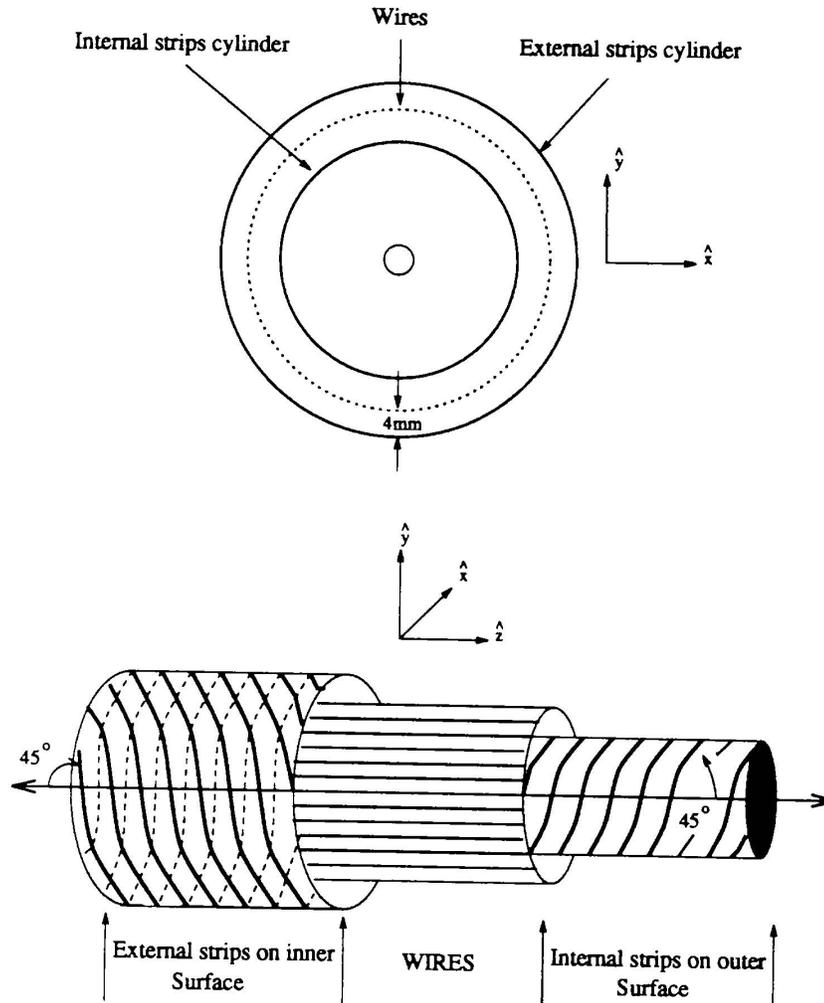


Abb. 6.5: Aufbau einer Drahtkammer des Vertex-Detektors

Geometrische Eigenschaften der Drahtkammern			
Kammer	1	2	3
Länge / mm	360	560	760
Radius Innen / mm	60	92	124
Radius Außen / mm	68	100	132
Anzahl Drähte	192	288	384
Anzahl Strips Innen	60	92	124
Anzahl Strips Außen	68	100	132

Geometrische Eigenschaften von DAPHNE für $z = 0$ und $\theta = 90^\circ$		
Lage	Material	Dicke /mm
H_2 Target	equiv. Szint.	3.1
Strahlrohr und MWPC	equiv. Szint.	4.3
A Lage	Szint.	10.0
Ummantelung A	equiv. Szint.	2.8
B Lage	Szint.	100.0
C Lage	Szint.	5.0
Eisenhalterung	Fe	5.0
Blei Absorber	Pb	4.0
D Lage	Szint.	5.0
Blei Absorber	Pb	5.0
E Lage	Szint.	5.0
Alu. Absorber	Al	5.0
F Lage	Szint.	5.0

Ethan (25%) und Freon (0.5%). Diese Mischung wurde als Kompromiß zwischen Auflösung und Verstärkung (durch Sekundärprozesse) der Kammer gewählt.

6.1.3 Nachweis geladener Teilchen

Um die Drahtkammern herum befinden sich, in 16 Sektoren unterteilt, sechs Lagen Plastik-Szintillatoren, siehe Abb. 6.2. Die inneren drei Szintillatorlagen werden zum Nachweis geladener Teilchen herangezogen, d. h. in der Auswertung später auch zur Identifizierung von p, π^+ . Die Lagen sind von innen nach außen mit den Buchstaben A, B, C, D, E, F bezeichnet. In Tabelle 6.1.3 sind die Dimensionen der Szintillatoren gegeben.

Die Detektoren der innersten Szintillatorebene A werden nur durch einen Photomultiplier ausgelesen, der sich in Strahlrichtung am Eingang zu DAPHNE befindet. Die anderen Detektorebenen haben jeweils zwei Photomultiplier. Die Ebenen A und B dienen als $(\Delta E, E)$ -Detektor und damit als Basis für das Reichweiten-Teleskop, welches später in einem Kapitel 7.6.1 vorgestellt werden soll. Näheres zu der Teilchenidentifikation im Analysen-Kapitel.

6.1.4 Nachweis neutraler Teilchen

Die letzten drei Szintillatorlagen wechseln sich mit drei Ebenen von Aluminium- und Blei-Konvertern ab. Sie bilden einen Sandwich-Detektor. Dieser dient zum Nachweis der Photonen aus dem Zerfall der π^0 -Mesonen. Die Nachweiswahrscheinlichkeit für ein Photon aus dem Zerfall ist 50%. Die Nachweiswahrscheinlichkeit

für Neutronen liegt bei $\approx 20\%$. Nach dieser Vorstellung des Detektors, d. h. der Geometrie und Funktionsweise, soll nun in den nächsten Kapiteln auf die Rekonstruktion der Trajektorien der geladenen Teilchen und deren Diskriminierung mit der Reichweiten-Methode näher eingegangen werden.

Kapitel 7

Analyse der Daten

Bevor nun näher auf die Analyse der experimentellen Daten eingegangen wird, soll im ersten Unterkapitel auf die experimentellen Notwendigkeiten bei der Messung mit kohärenter Bremsstrahlung eingegangen werden.

7.1 Strahlstabilität

Wie im Kapitel 4.4 über die kohärente Bremsstrahlung beschrieben, hängt der Grad der Polarisation bei einer bestimmten Photonenergie sehr empfindlich von der Richtung des e^- -Strahls relativ zum Diamantgitter ab. Deshalb ist es wichtig, eine ‘online’-Überwachung der Strahlrichtung und der Strahlage zu haben. Dazu sind vor der Photonenmarkierungsanlage ortsauflösende Kavitäten angebracht, die die Schwerpunkte des Elektronenstrahls an zwei Orten in horizontaler (x) und vertikaler (y) Richtung bestimmen. In Abb. 7.1 sind die Strahlablagen einer der beiden Kavitäten über einen Zeitraum von sechs Stunden dargestellt.

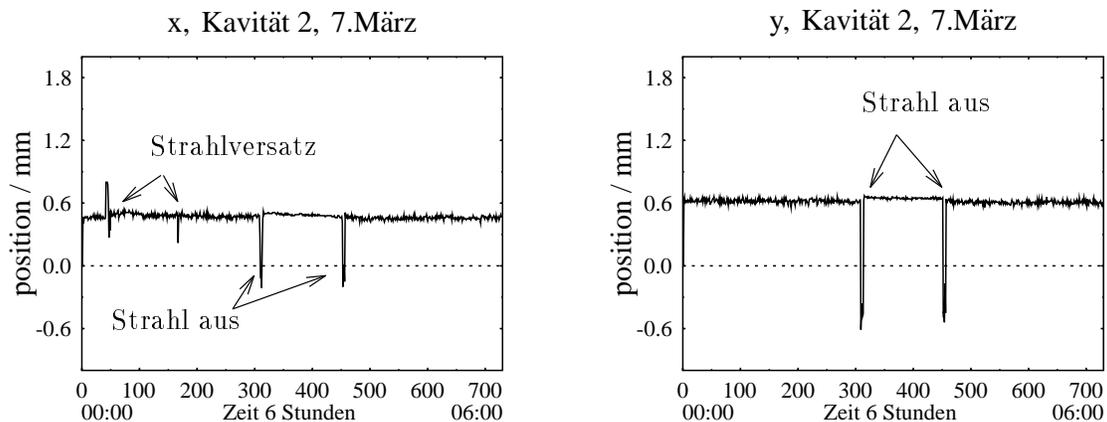


Abb. 7.1: Vermessung des Schwerpunktes des Elektronenstrahls direkt vor dem Tagger in x und y Richtung

Man sieht deutlich die Stellen, an denen der Strahl ausgeschaltet gewesen war, um z. B. das Bremsstrahlungstarget zu wechseln. Eine gravierende Strahlageänderung, wie z. B. einen sprunghaften Strahlversatz, erkennt man hiermit sofort und ist in der Lage, zu reagieren.

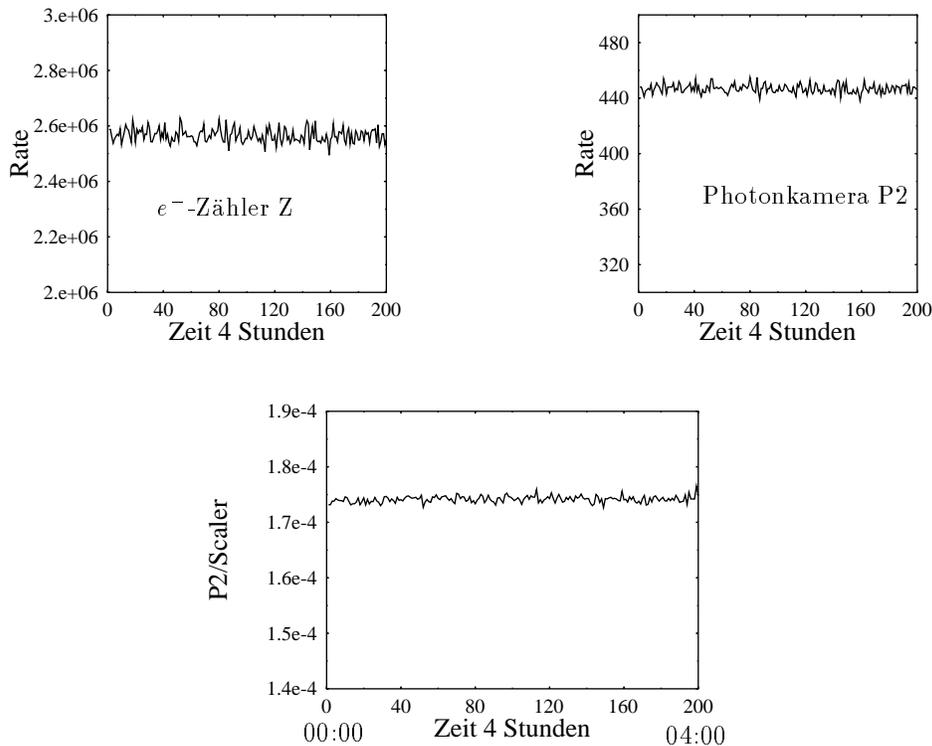


Abb. 7.2: Darstellung des Photonenflusses, gemessen an der P2, der Scalersumme, sowie des Verhältnisses aus beiden. Diese Größe ist proportional zur Markierungswahrscheinlichkeit.

Eine weitere wichtige Größe für die Messung mit energiemarkierten Photonen ist die Markierungswahrscheinlichkeit oder Taggingefficiency. Sie beschreibt das Verhältnis zwischen der Anzahl der energiemarkierten Photonen, die den Kollimator passieren und somit auf das Experimenttarget treffen, zu der Anzahl der Elektronen, die in der Fokalebene des Taggingspektrometers nachgewiesen wurden.

$$\epsilon = \frac{N_{\gamma}^{\text{markiert}}}{N_{e^-}} \quad (7.1)$$

Zur Überwachung der Taggingefficiency genügt es, statt der Zahl der energiemarkierten Photonen den Energiefluß im kollimierten Photonenstrahl zu messen. Dies geschieht mit einer Ionisationskammer vom Typ P2, die vor dem Strahlsumpf (beamdump) montiert ist. In Abb. 7.2 ist das Verhältnis aus dieser Größe und der Summe über die Elektronenzähler über eine Dauer von vier Stunden gezeigt.

In einem Experiment mit kohärenter Bremsstrahlung muß jedoch zusätzlich die Form des Photonenspektrums gemessen und überwacht werden. Die kohärenten Überhöhungen zeigen sich natürlich sowohl im Elektronenspektrum, gemessen mit der Taggerleiter, als auch im Photonenspektrum. Das Elektronenspektrum wird nach jeweils 2000 Interrupts ausgelesen. Division durch ein inkohärentes Spektrum liefert ein relatives Intensitätsspektrum, in dem die Lage des Maximums der kohärenten Hauptstruktur bestimmt wird.

In Abb. 7.3 ist ein solches relatives Intensitätsspektrum gezeigt, das die Über-

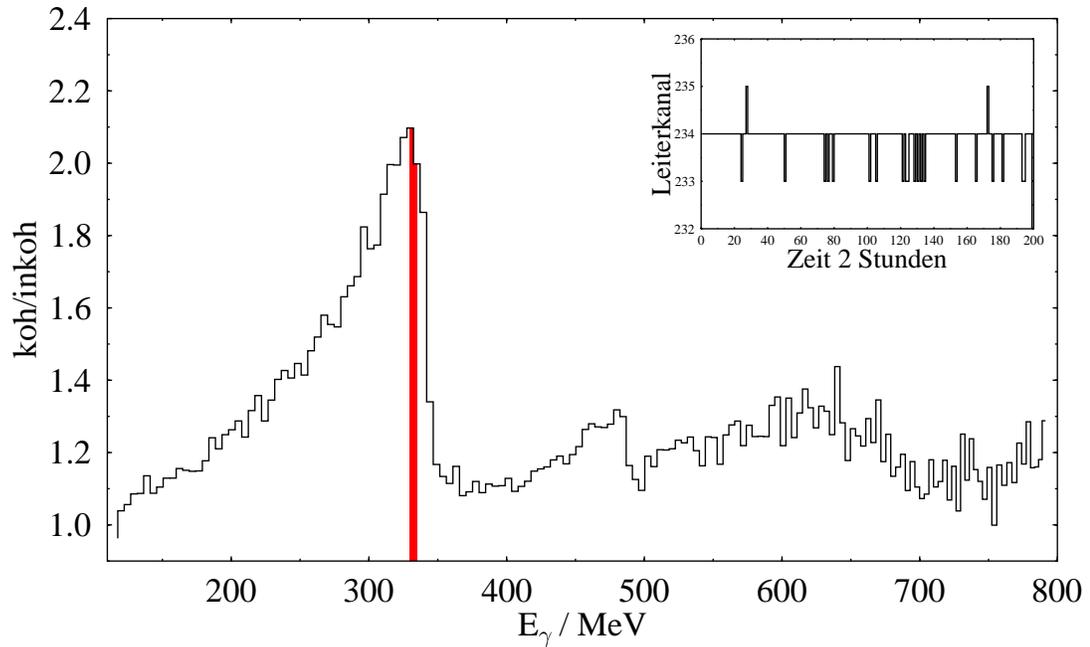


Abb. 7.3: Relatives Intensitätsspektrum, gemessen während 2000 Ereignisse aufgenommen wurden. Im Einsatz ist die Lage des Peakmaximums über einen Zeitraum von zwei Stunden dargestellt.

wachung der Kristallstellung erlaubt. Das kleine eingesetzte Diagramm zeigt die Lage des Peakmaximums über einen Zeitraum von zwei Stunden. Die Schwankungen um ± 1 Kanal entspricht ± 2 MeV und in der Orientierung des Kristalls zum Elektronenstrahl ± 0.6 mrad. Mit dieser Genauigkeit kann damit eine Strahlrichtungsänderung überwacht werden. Auf den Polarisationsgrad während einer längeren Messung kann ebenfalls in diesem Rahmen geschlossen werden.

Zusammenfassend läßt sich nach den in dieser Arbeit gemachten Erfahrungen sagen, daß der Elektronenstrahl nach der Anfangsoptimierung über Stunden stabil steht und man oft 1-2 Tage messen kann, ohne MAMI nachzuoptimieren.

Bevor auf die Analyse der individuellen Prozesse $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ und $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ eingegangen wird, soll in den nächsten Unterkapiteln die Wahl des Triggers, die Rekonstruktion von Spuren geladener Teilchen und die Energieeichung vorgestellt werden.

7.2 Wahl des Experimenttriggers

Anhand der Eigenschaften von DAPHNE, des Paardetektors und des Bleiglasdetektors ist es möglich, verschiedene Triggerbedingungen zu setzen. Zur Messung der Taggingefficiency und der gleichzeitigen Eichung des Paardetektors werden nur Trigger vom Pb-Glas-Detektor geliefert. Dieser Meßvorgang wird in Kapitel 7.9.1 beschrieben. Bei der eigentlichen Messung mit DAPHNE wird der Bleiglasdetektor abgeschaltet und aus dem Strahl genommen und nur DAPHNE und der Paardetektor können Trigger generieren.

In DAPHNE hat man die Wahl zwischen zwei ‘geladenen’ C1, C2 und zwei ‘neutralen’ C3, C4 Triggern. Der Trigger C1 bedeutet, daß in DAPHNE mindestens eine geladene Spur detektiert wurde und ein Szintillatorsektor der innersten Lage angesprochen hat. Der C2-Trigger verlangt hingegen mindestens zwei geladene Spuren in DAPHNE. C3 ist der erste neutrale Trigger, der besagt, daß ein Sektor der zweiten Szintillatorebene angesprochen hat. Dieser Trigger wird zum Nachweis von Neutronen eingesetzt. Der Trigger C4 oder auch Photonentrigger genannt, bezieht sich auf den Sandwichdetektor, d. h. die drei äußeren Szintillatorebenen, die sich mit verschiedenen Konvertern (Al, Pb) abwechseln.

In den Reaktionen $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ und $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ befindet sich im Ausgangskanal jeweils ein geladenes Teilchen, sodaß man sich primär auf den Trigger C1 konzentriert hat. Der Paar-Trigger wird, indem er geeignet untersetzt wird, zu 30% zugeschaltet, d. h. 30% aller Trigger kommen vom Paar-Detektor. Nach der Wahl des Triggers soll nun näher auf die Rekonstruktion der geladenen Spuren eingegangen werden.

7.3 Rekonstruktion von Trajektorien geladener Teilchen

Das Gas in den Drahtkammern wird beim Durchflug eines geladenen Teilchens ionisiert. Die entstehenden Elektronen wandern aufgrund der angelegten Spannung zwischen den Kathodenstreifen und den Anodendrähten auf die Drähte und die Ionen werden auf den Kathodenstreifen (Innen- und Außenwand) nachgewiesen. In der Regel sprechen mehrere Kathodenstreifen (3 oder 4) an. An den Streifen

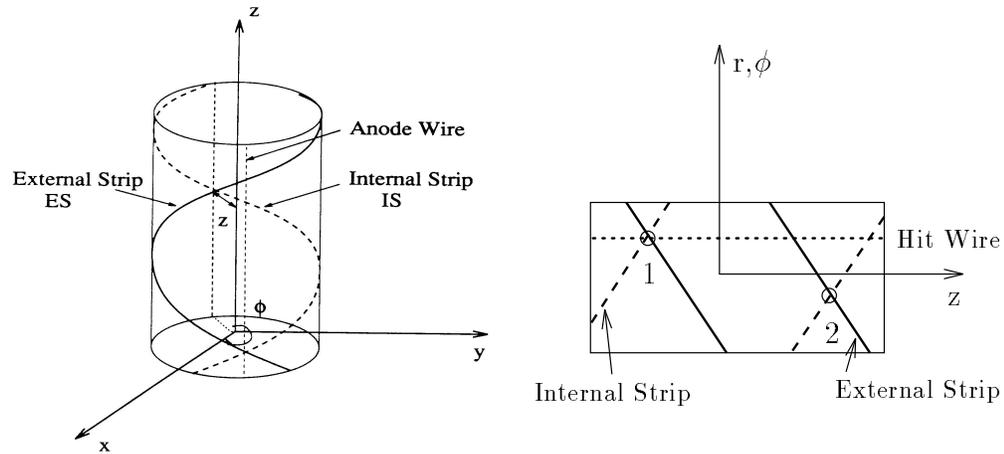


Abb. 7.4: Darstellung des Prinzips zur Auffindung des Ereignisortes in einer Drahtkammer

befinden sich ADC's. Aus den Signalen wird der Ladungsschwerpunkt bestimmt. Mit dem angesprochenen Draht ergeben sich drei Informationen, mit dem ein Punkt der Trajektorie bestimmt ist. In Abb. 7.4 ist das Prinzip einer Drahtkammer dargestellt. z und ϕ werden für alle drei Drahtkammern bestimmt. Mit diesen

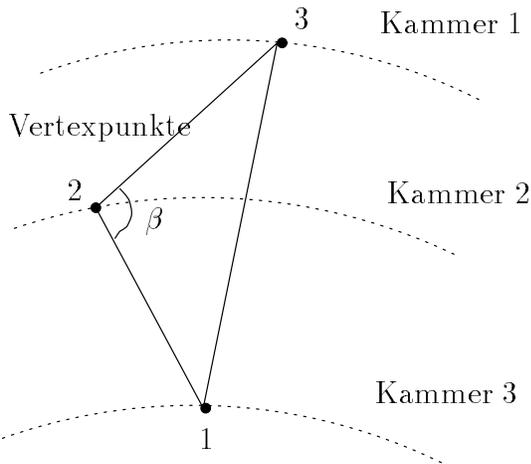


Abb. 7.5: Darstellung des Winkels β zwischen den Teilstrecken in den Kammern 1-3

drei Punkten kann man die Trajektorie bestimmen. Man muß jedoch zuvor sicherstellen, daß alle drei Punkte von einer Trajektorie stammen. Dazu bestimmt man den Winkel β , als den relativen Winkel zwischen den Teilstrecken von Kammer 1 und 2 und von Kammer 2 und 3, siehe Abb. 7.5. Ist der Wert von β größer als 172° , akzeptiert man diese drei Punkte als Teilchenspur. Nachdem man die Trajektorie rekonstruiert hat, ist es möglich, θ , ϕ für die Teilchen zu bestimmen.

Die Auflösung der Kammern in θ und ϕ wird mit Hilfe von kosmischer Strahlung bestimmt, deren minimal ionisierende Teilchen DAPHNE komplett durchqueren. Diese Spuren können als gerade Linie angenommen werden. Jegliche Diskrepanz

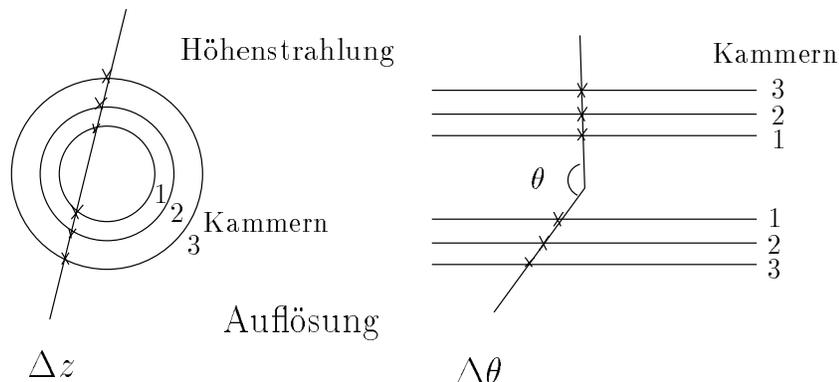


Abb. 7.6: Bestimmung der Auflösung der Drahtkammern mit Höhenstrahlung

zwischen rekonstruierter Trajektorie und einer geraden Linie ist dann der Winkelauflösung zuzuschreiben, siehe Abb. 7.6. Die mit Hilfe der kosmischen Strahlung erhaltene Auflösung in θ ist in Abb. 7.7 dargestellt.

Die Auflösung in ϕ ist gegeben durch die Anzahl der Drähte in der äußeren Kammer und ist daher etwas kleiner als 2° . Die Wahrscheinlichkeit für die richtige Rekonstruktion einer Trajektorie ergibt sich zu 98.5%.

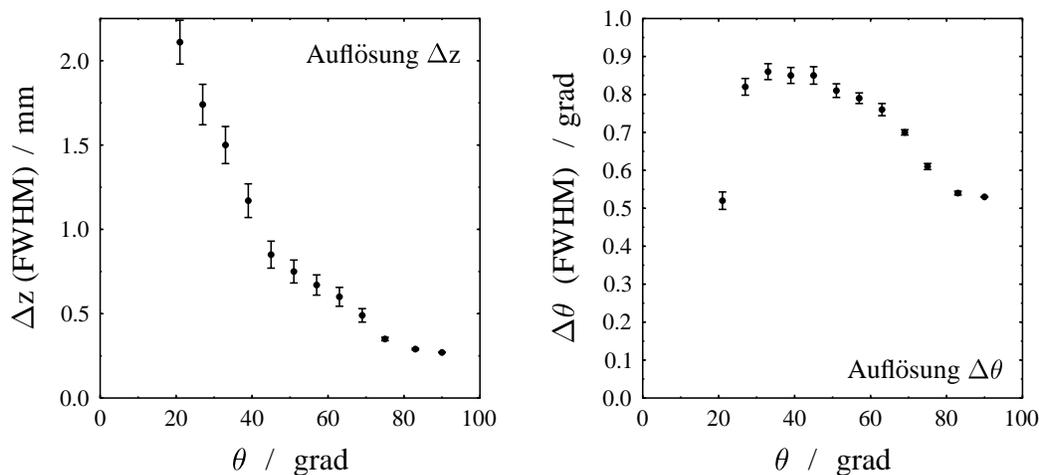
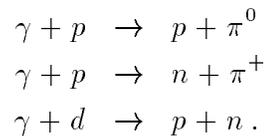


Abb. 7.7: Auflösung der Kammern in z und θ , bestimmt mit Höhenstrahlung

7.4 Energieeichung der Szintillatoren

In diesem Kapitel soll auf die Energieeichung der Szintillatoren eingegangen werden, die als Vorarbeit zur Analyse vor jedem Experiment gewonnen werden muß. Wenn geladene Teilchen ein Medium durchdringen, deponieren sie Energie darin. In einem Szintillator wird ein Teil dieser Energie in Licht umgewandelt, das man mit Hilfe von Photomultipliern auslesen kann. Dieses Signal wird dann durch einen ADC digitalisiert. Will man Teilchen aufgrund der deponierten Energie diskriminieren, ist eine genaue Energieeichung der Detektoren unumgänglich.

Dabei sind verschiedene Effekte zu berücksichtigen. Der erste Effekt ist die Abschwächung des Szintillatorlichts im Plastikmaterial. Desweiteren ist die vom Photomultiplier detektierte Lichtmenge abhängig vom Ort der Lichtentstehung, der gewonnene ADC-Wert ist entsprechend zu korrigieren. Dies muß für jeden Detektor einzeln durchgeführt werden. Die Lichtabschwächung in den verschiedenen Szintillatoren kann nicht einfach durch ein Exponentialgesetz ($\exp(-\frac{z}{\lambda})$, wobei z der Durchstoßpunkt und λ die Abschwächlänge ist) beschrieben werden. Man benötigt eine kompliziertere Funktion, die Kanteneffekte mit berücksichtigt. Die Abschwächlängen werden mit Höhenstrahlung bestimmt. Der korrigierte ADC-Wert muß in Relation zu einem bekannten Energieverlust gesetzt werden. Für diese Eichung werden Zwei-Körper-Reaktionen herangezogen, bei denen die Kinematik eindeutig bestimmbar ist, da man die Austrittswinkel und die Einschußphotonenergie kennt. Man nutzt die folgenden drei Reaktionen:



Man berechnet bei einer gegebenen Kinematik und bei genauer Kenntnis der Dicken der Materialien, die die Teilchen durchqueren, die deponierten Energien aus. Wenn man diese Werte mit den dazugehörigen ADC-Werten in Beziehung setzt, erhält man die absolute Eichung der Szintillatoren. In Abb. 7.8 ist ein Beispiel von einem Eichspektrum dargestellt. Aus der Schwankung der Eichdaten erhält man die Auflösung eines jeden Szintillators. Die Reichweitenmethode benutzt diese wichtige Information. Sie wird im Kapitel 7.6.1 vorgestellt.

7.5 Bestimmung der Reaktionen

Das Ziel dieser Arbeit ist die Bestimmung der Photonasymmetrie für die Reaktionen $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ und $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$. Somit ist der erste Schritt in der Analyse die Unterscheidung aller in Frage kommenden Reaktionen. Die Daten wurden von Januar 1994 bis März 1994 in einer Meßzeit von insgesamt 250 Stunden aufgenommen. Es wurde mit vier verschiedenen Einstellungen des kohärenten Spektrums gemessen. Zur Kontrolle wurden in regelmäßigen Abständen auch

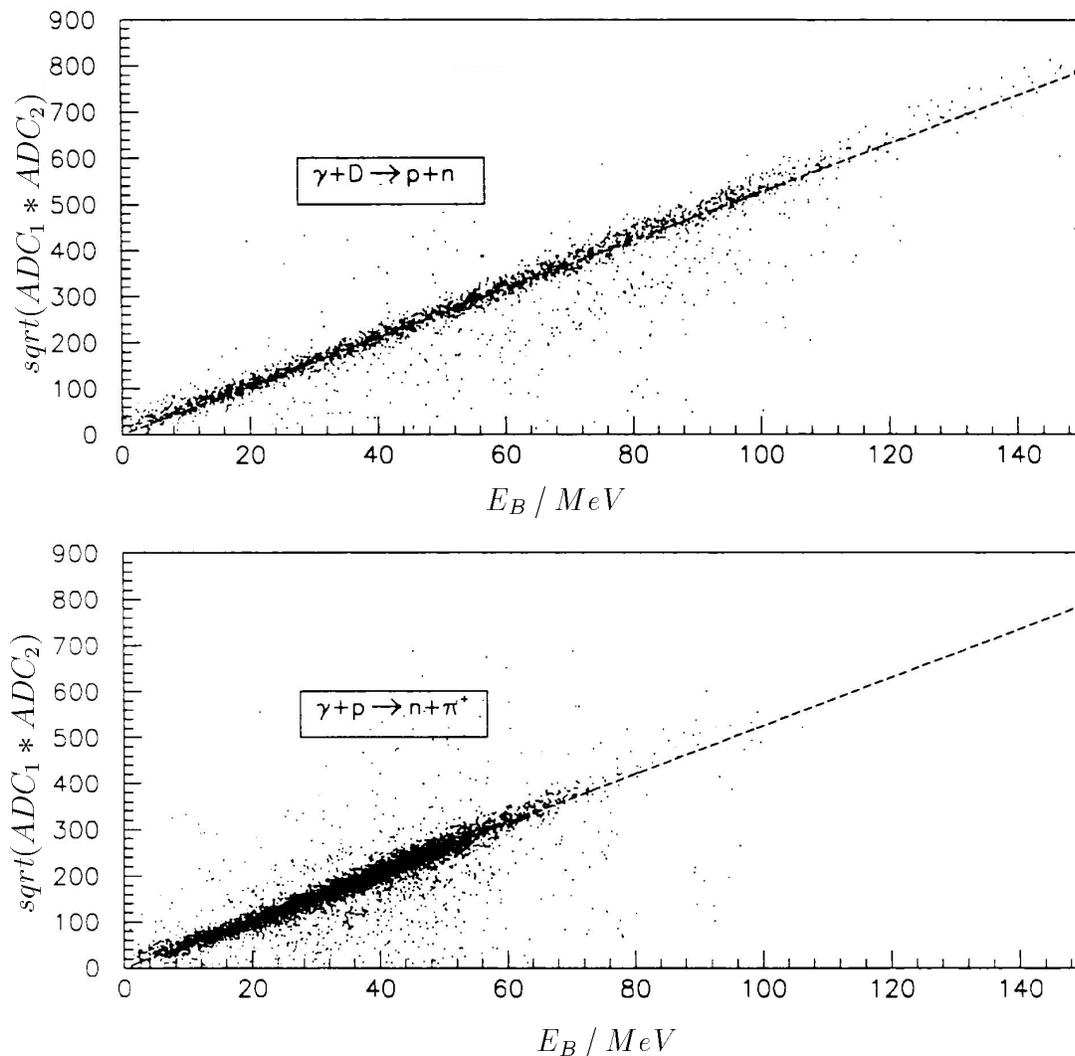


Abb. 7.8: Energieeichung der B-Szintillatorlage, gemittelt über alle 16 Detektoren

Daten mit inkohärenter Bremsstrahlung aufgenommen. Der Experiment-Trigger wurde als C1 festgelegt, dies bedeutet, daß man mindestens eine geladene Spur in den Drahtkammern und den innersten Szintillatoren A nachgewiesen hat.

Um nun die gewünschten Ereignisse zu finden, geht man folgendermaßen vor: Als ersten Schritt läßt man nur Ereignisse zu, bei denen nur 'eine' Trajektorie gefunden wurde. Dann wird geprüft, ob die Teilchen aus dem Target kommen, d. h. daß die Beziehungen

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 + y^2} &\leq 18.5mm \\ -160 &\leq z \leq 110mm \end{aligned}$$

gelten. Durch Einschränkung des z -Bereiches kann man ein ‘effektives’ Target definieren, bei dem die Fenster ausgeschlossen sind. Damit spart man Leertargetmessungen. Auf die Bestimmung der effektiven Targetlänge soll hier nicht näher eingegangen werden. Sie ist individuell abhängig von dem θ -Winkel der Trajektorie. Der Durchstoßpunkt durch die Targetummantelung soll aber in einem Zylinder liegen mit einer Länge für z zwischen -106 mm und $+106$ mm.

Danach schränkt man die Winkel entsprechend der Polarwinkelakzeptanz von DAPHNE ein, d. h. man akzeptiert nur Spuren in einem Polarwinkelbereich von $21^\circ \rightarrow 158^\circ$.

Die nächste Einschränkung berücksichtigt nur Ereignisse, die im gewünschten

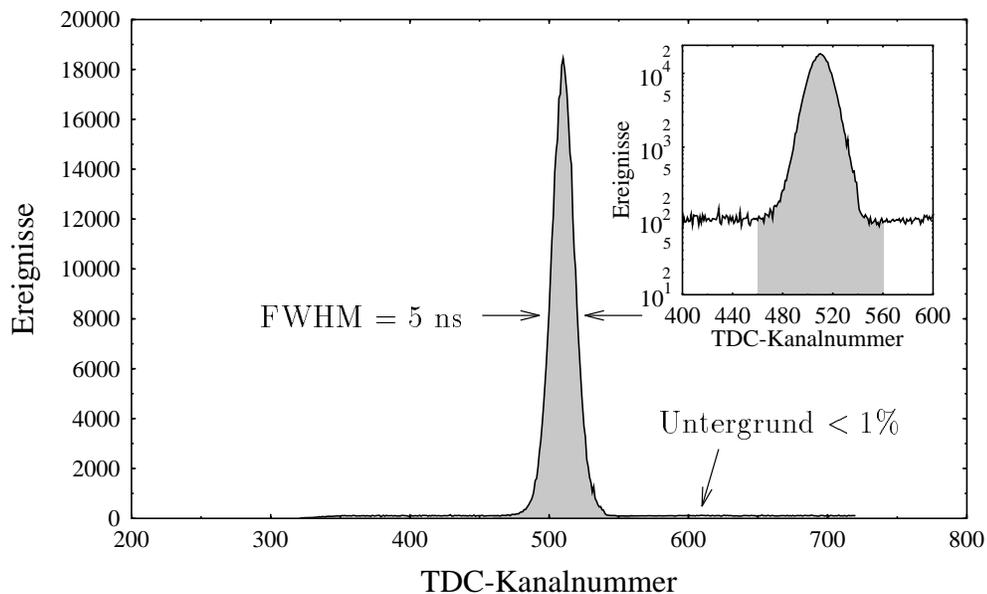


Abb. 7.9: Summen-TDC-Spektrum aus einer typischen Messung. Der markierte Bereich ist der Schnitt auf die korrelierten Ereignisse. Ein Kanal entspricht 200 ps.

Photonenergiefenster, d. h. auf der ersten Diskontinuität des relativen Intensitätsspektrums liegen.

Schließlich werden nur noch Ereignisse betrachtet, die zeitrichtig aufgenommen wurden. Hierzu ist in Abb. 7.9 ein TDC-Spektrum (Taggerleiter gegen DAPHNE) gezeigt. Da der zufällige Untergrund klein ist, kann man den Schnitt auf die korrelierten Ereignisse großzügig wählen. Der TDC-Schnitt wurde von TDC-Kanal 470 bis 580 gewählt.

Nachdem so eine deutliche Reduktion der Datenmenge und eine Vorauswahl der

gewünschten Ereignisse getroffen wurde, muß nur noch die Art der Teilchen, p , π^+ oder e^- , bestimmt werden.

7.6 Bestimmung der Teilchenart

In diesem Kapitel wird auf die Bestimmung der Teilchenart eingegangen. Dazu zuerst einige Grundüberlegungen.

Welche Reichweite haben die Teilchen in dem gewählten Energiebereich?

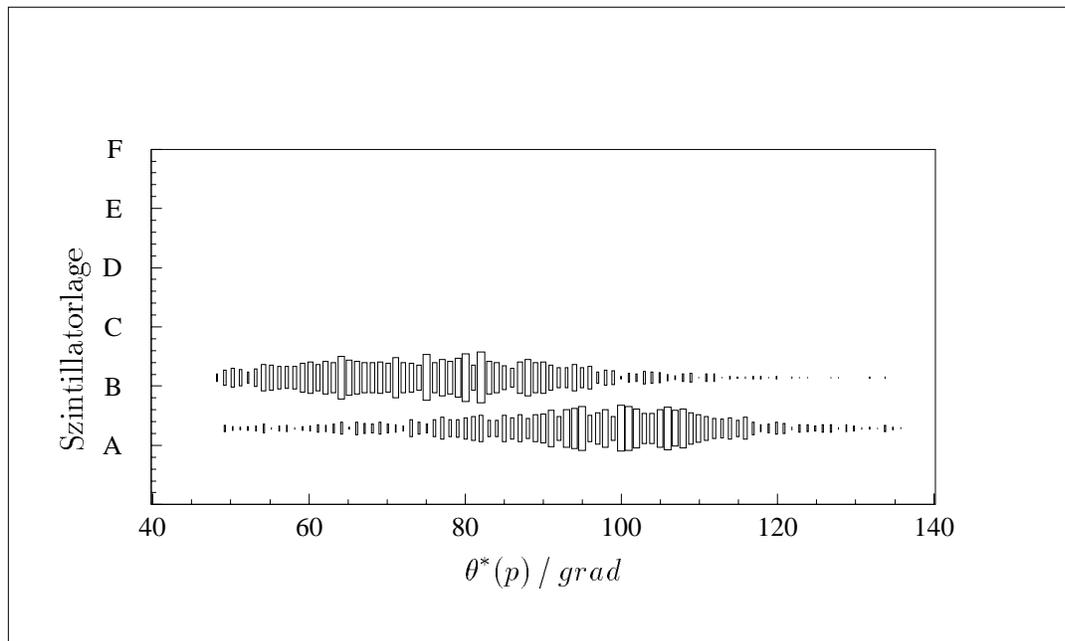


Abb. 7.10: Reichweite von Protonen in DAPHNE für Photonenergien von 270 bis 420 MeV und im ganzen $\theta^*(p)$ -Winkelbereich

1. In Abb. 7.10 ist die Reichweite in DAPHNE für Protonen im Energiebereich von 270 bis 420 MeV und dem vollen θ -Winkelbereich dargestellt. Man sieht, daß die Protonen in diesem Winkel- und Energiebereich nur bis in Lage B gelangen.
2. In Abb. 7.11 ist entsprechend die Reichweite für Pionen(+) in DAPHNE im gleichen kinematischen Bereich dargestellt. Man sieht deutlich, daß die meisten Pionen tiefer in DAPHNE eindringen und in diesem kinematischen Bereich sogar den Detektor verlassen können.
3. Elektronen treten nur in Vorwärtsrichtung auf und sind in den beiden angesprochenen Abbildungen 7.10 und 7.11 nicht dargestellt.

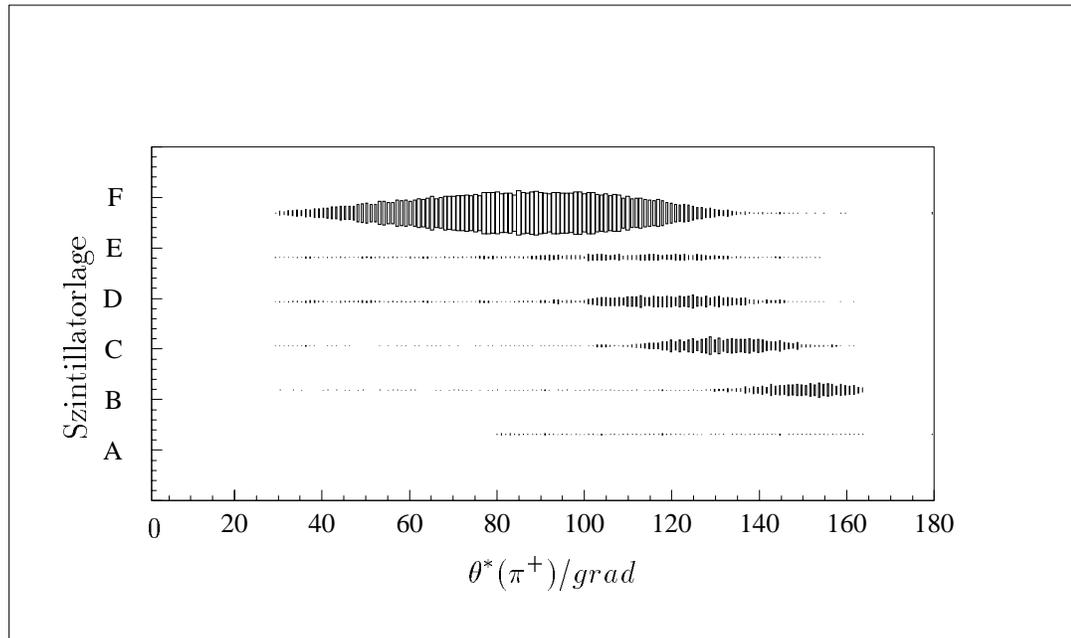


Abb. 7.11: Reichweite der π^+ -Mesonen in DAPHNE für Photonenergien von 270 bis 420 MeV und im ganzen $\theta^*(\pi^+)$ -Winkelbereich

Bei der Diskriminierung der e^- , p , π^+ muß nun dreigeteilt vorgegangen werden. Zuerst gilt, daß es sich bei allen Teilchen, die weiter als Lage B gelangt sind, um Pionen(+) handelt und in extremer Vorwärtsrichtung um einige Elektronen. Teilchen, die in der Lage B gestoppt werden, können mit einer $(\Delta E, E)$ -Analyse unterschieden werden. Das ist für in A gestoppte Teilchen nicht möglich.

Zuerst wird auf die Methode der Diskriminierung von Teilchen, die weiter als Lage A gekommen sind, eingegangen. Diese Reichweitenmethode [Ped 93] bestimmt mit Kenntnis der Kinematik die kinetische Energie der Teilchen sowie deren Energieverlust in den einzelnen Szintillatorlagen und vergleicht mit den experimentellen Werten. Im Anschluß daran wird auf die Identifizierung der in Lage A gestoppten Teilchen und dann auf die Pionen eingegangen.

7.6.1 Das Reichweiten-Protokoll

Die Reichweitenmethode basiert auf der Korrelation zwischen Energie und Reichweite des Teilchens und Energieverlust/Weg, welches sich aus der Bethe-Bloch-Formel ableiten läßt. Für ein bekanntes Teilchen und bekanntes Detektormaterial ist diese Beziehung genau bekannt und kann in der folgenden Form parametrisiert werden:

$$R = g(E).$$

Setzt man zum Beispiel einen Detektor mit n bekannten Materiallagen (aktiv sowie passiv) voraus, so sind für jede Lage $i = 1, \dots, n$ die Funktionen g_i bekannt. Schießt man nun ein Teilchen mit einer kinetischen Energie E_0 in diesen Detektor ein und definiert E_i^{in} und E_i^{out} für die Eingangs- bzw. Ausgangsenergie der Lage i , so erhält man die Beziehungen:

$$\begin{aligned} E_i^{in} &= E_0 \quad \text{für } i = 1 \\ E_i^{in} &= E_{i-1}^{out} \quad \text{für } i > 1. \end{aligned}$$

Für die Reichweite des Teilchens in dieser Lage gilt:

$$R_i = g_i(E_i^{in}). \quad (7.2)$$

Für die kinetische Energie des Teilchens beim Verlassen der Lage i gilt:

$$E_i^{out} = g_i^{-1}(R_i - \delta_i). \quad (7.3)$$

wobei δ_i die Strecke des Teilchens in dieser Lage und g^{-1} der Kehrwert der g -Funktion ist.

Aus Gleichung 7.2 und 7.3 läßt sich damit für den Energieverlust ΔE_i in Lage i ableiten:

$$\Delta E_i = E_i - g_i^{-1}(g_i(E_i^{in}) - \delta_i). \quad (7.4)$$

Gleichung 7.4 wird nun für jede Detektorlage, aktiv oder passiv, gelöst. Solange, bis die kinetische Anfangsenergie E_0 des Teilchens verbraucht ist $E_0 \leq \sum_i \Delta E_i$. In der Lage f , in der das Teilchen gestoppt wird, gilt:

$$g_f(E_f^{in}) - \delta_f < 0. \quad (7.5)$$

Meist ist jedoch die kinetische Energie E_0 des Teilchen unbekannt und man muß den umgekehrten Weg gehen. Um nun die Größe E_0 zu bestimmen, benutzt man den gemessenen Energieverlust und minimiert durch Änderung von E_0 die Größe:

$$\chi^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \frac{|\Delta E_i - \Delta E_i^{exp}|^2}{\sigma_i^2}, \quad (7.6)$$

wobei:

$$\begin{aligned} \Delta E_i &= \text{gerechneter Energieverlust in Lage } i, \\ \Delta E_i^{exp} &= \text{gemessener Energieverlust in Lage } i, \\ \sigma_i &= \text{Energieauflösung des Lage } i. \end{aligned}$$

Der Index i läuft von 1 bis Lage N , in dem das Teilchen gestoppt wurde. Die Minimierung der Größe χ erfolgt nach den Standard-Minimierungs-Methoden (χ^2 -Test). Der einzig freie Parameter ist die Anfangsenergie des Teilchens E_0 .

Die Minimierung wird mit verschiedenen Sets von g-Funktionen, speziell für jede Teilchensorte (p, π^+, \dots) durchgeführt. Also werden für ein registriertes Teilchen verschiedene Annahmen über die Teilchensorte gemacht. Anhand des χ^2 -Wertes wird entschieden, um welches Teilchen es sich handelt und welche Anfangsenergie es hatte. Dieses Verfahren läßt sich auf eine große Anzahl von Detektoren anwenden, wurde aber auch speziell für den Energiebereich von DAPHNE entwickelt.

7.6.2 Bestimmung von gestoppten Teilchen in Lage B

Hier wird speziell für DAPHNE auf die Bestimmung der Teilchensorte und der Anfangsenergie E_0 des Teilchens bei einer gegebenen Kinematik eingegangen. Die Energieverluste in den Lagen und die Kinematik, d. h. θ und ϕ und damit die Richtungscosini der Trajektorie, sind gemessen und damit bekannt. Die Analyse läuft folgendermaßen ab. Für jedes Ereignis, für das folgendes gilt:

1. Nur eine rekonstruierte, geladene Spur im Ereignis;
2. Das Teilchen ist mindestens bis in Lage B gekommen;
3. Ereignis liegt im korrelierten Zeitpeak des TDC-Spektrums;
4. Der Photonenergiewert liegt im gewünschten Bereich (Δ -Resonanz);
5. Es liegt außerhalb der Summenschwelle im $(\Delta E, E)$ -Spektrum, siehe Abb. 7.12

wird nun einmal angenommen, es handele sich um ein Proton und einmal sei es ein positives Pion. Für diese beiden Annahmen wird nun die Größe χ^2 berechnet und in ein Diagramm eingetragen. In Abb. 7.13 ist ein solches χ^2_{prot} über χ^2_{pion} Spektrum dargestellt. Die Diskriminierung wird nun durch Schnitte auf die χ^2 's ausgeführt. Um Protonen zu selektieren, wird vorausgesetzt, daß das χ^2 unter der Annahme 'Proton' klein < 2 ist und das χ^2 unter der Annahme 'Pion' groß > 6 ist. (siehe Schnitt in der Abb. 7.13) Der beschriebene Schnitt auf die Daten selektiert sehr gut Protonen. Eine Kontamination durch Pionen im Protonenbereich läßt sich mit einer GEANT-Simulation auf unter 0.5% abschätzen. Als Beispiel ist in Abb. 7.14 das χ^2_{prot} für Pionen geplottet, der schraffierte Bereich zeigt Pionen an, die im Protonschnitt liegen. Die Güte der Reichweiten-Protokoll-Methode läßt sich auch aus den Missing-Energy-Spektren und den $(\Delta E, E)$ -Plots, siehe Abb. 7.15, ablesen. In Abb. 7.16 ist ein Missing-Energie-Spektrum E_M mit χ^2 Schnitt dargestellt. Aufgetragen ist E_M als Differenz aus gerechneter Energie (Kinematik) und der zurückgerechneten kinetischen Energie aus dem Reichweiten-Protokoll. Es ist zu sehen, daß nach dem Schnitt auf die Protonen im χ^2 -Spektrum der Berg mit den Pionen komplett verschwindet und ein reiner Peak fast ohne Untergrund entsteht. Durch einen Schnitt im Missing-Energie-Spektrum sind nunmehr alle

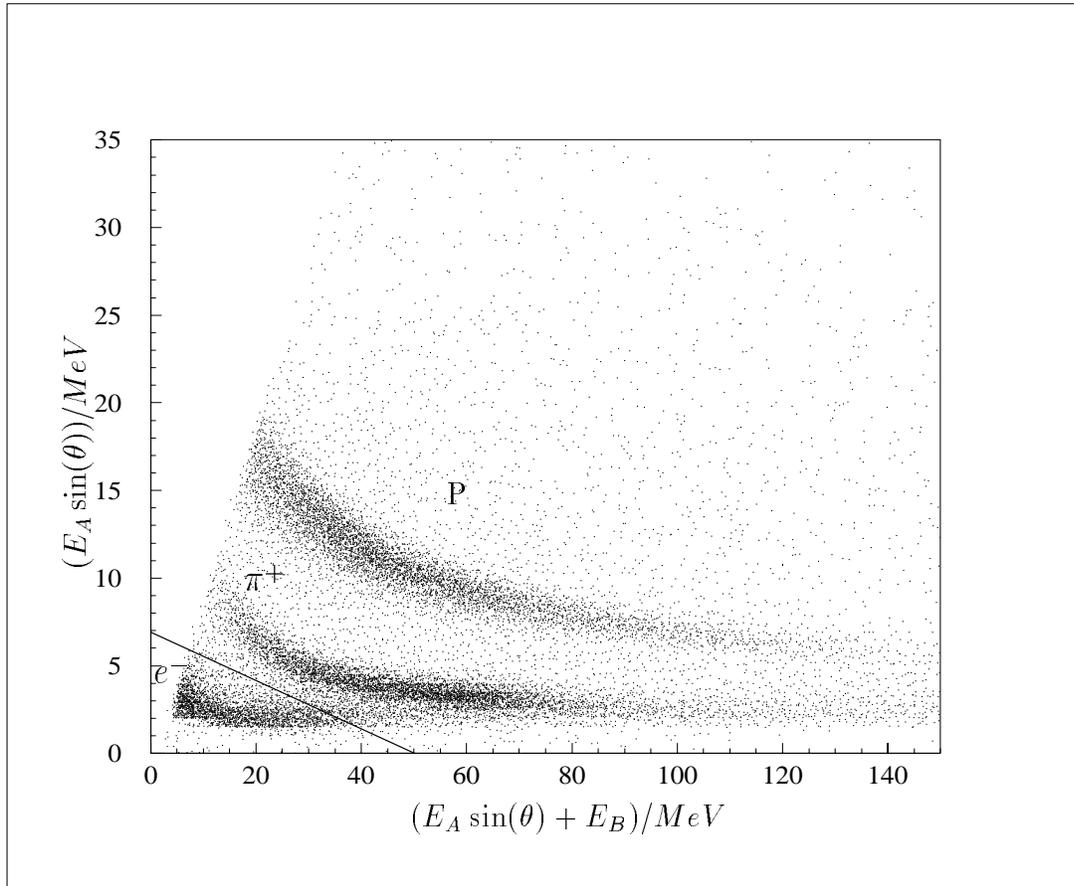


Abb. 7.12: $(\Delta E, E)$ -Plot für die Teilchen, die in Lage B gestoppt sind. Die Schwellensumme gegen den Elektronenuntergrund ist eingezeichnet. Die Proton- und Pionbereiche sind deutlich getrennt.

Protonenereignisse isoliert:

$$-20 \text{ MeV} < E_M < 20 \text{ MeV} .$$

Die Protoneffizienz mit der man, wie bisher beschrieben, Protonen identifizieren kann, wurde mit einer GEANT-Simulation bestimmt. Der geometrische Aufbau von DAPHNE sowie die Energie- und Winkelauflösung wurden berücksichtigt. Der normale GEANTcode wurde so modifiziert, daß hadronische Wechselwirkungen im Energiebereich, in dem gemessen wurde, genau berücksichtigt werden konnten. Die Protoneffizienz hängt vom Emissionswinkel θ und dem Protonimpuls p_{prot} ab. In Abb. 7.17 ist die Effizienz für den Protonennachweis aus der GEANT-Simulation dargestellt. In der Abb. 7.18 ist die Effizienz für die Rekonstruktion von Protonen in Detektorlage B für zwei verschiedene Photonenergien (300 MeV und 400 MeV) dargestellt.

Man sieht, daß bei $\theta = 90^\circ$ ein Maximum für die Effizienz ϵ_{prot} von über 90% er-

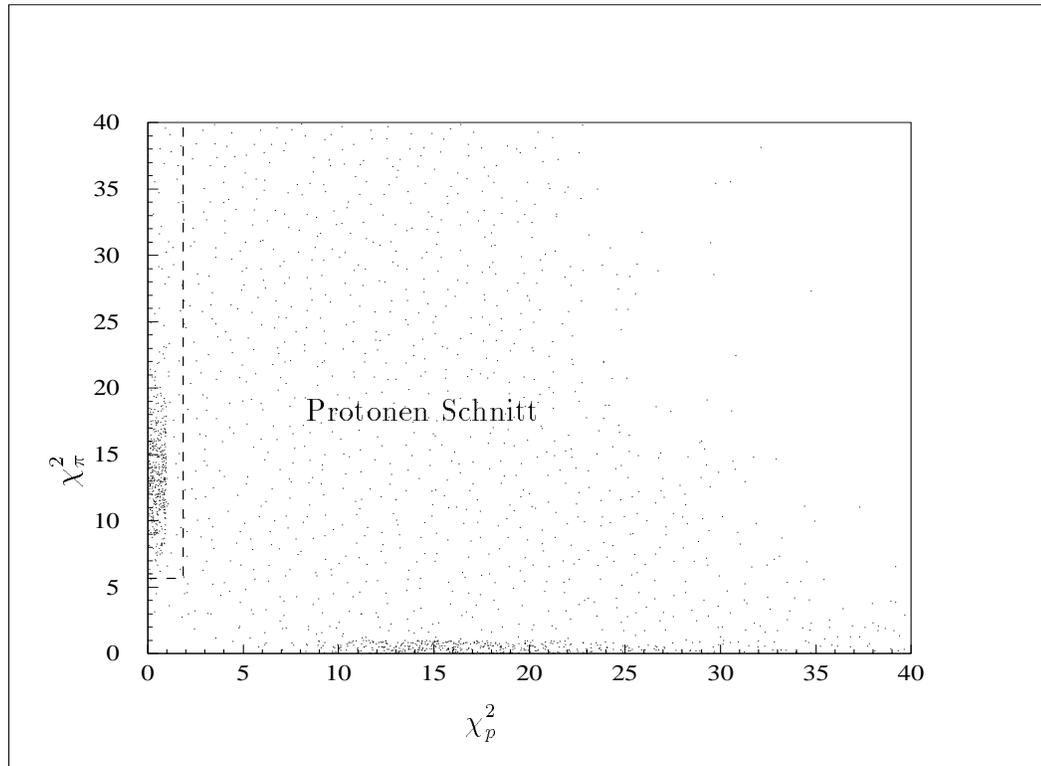


Abb. 7.13: In diesem Spektrum ist das reduzierte χ_p^2 unter Annahme, es handle sich um ein Proton; über dem reduzierten χ_π^2 aufgetragen, es handle sich um ein Pion. Der eingezeichnete Schnitt selektiert Protonen.

reicht wird, siehe Abb. 7.18. Die hier beschriebene Methode zur Selektion der Protonereignisse läßt sich nicht auf die Pionereignisse anwenden, da Pionen im Energiebereich, in dem dieses Experiment durchgeführt wurde, hochrelativistisch sind und den Detektor verlassen. Bevor auf die Problematik des π^+ -Mesonennachweis eingegangen werden soll, wird die Identifizierung der Protonen in der Szintillatorlage A dargestellt.

7.6.3 Identifizierung der Protonen die in Lage A gestoppt wurden

Zur Identifizierung der Teilchen, die in der Szintillatorlage A gestoppt wurden, wurde der Energieverlust in den Drahtkammern, gemessen mit Hilfe der Kathodenstreifen, herangezogen. In Abb. 7.19 ist ein solches Spektrum für alle Emissionswinkel θ dargestellt. Die Selektion der Protonen erfolgt durch einen Schnitt zwischen den Inseln der Elektronen plus Pionen und der Protonen. Diese Unterscheidung ist, wenn man Abb. 7.19 für verschiedene θ Bereiche aufbaut, noch

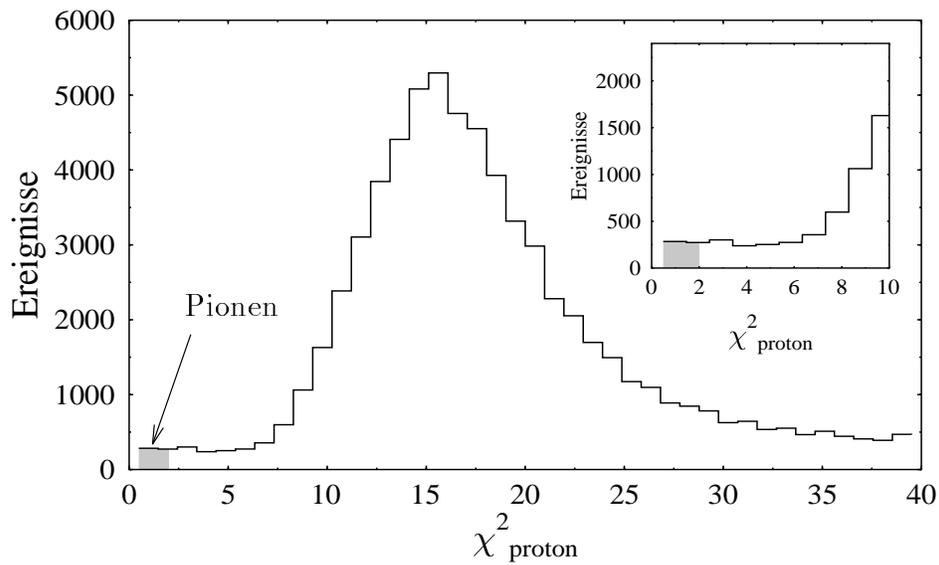


Abb. 7.14: In diesem Bild ist das reduzierte χ^2_{prot} für Pionen dargestellt. Die Teilchen im schraffierten Bereich sind Pionen die im Text angesprochenen Protonschnitt liegen.

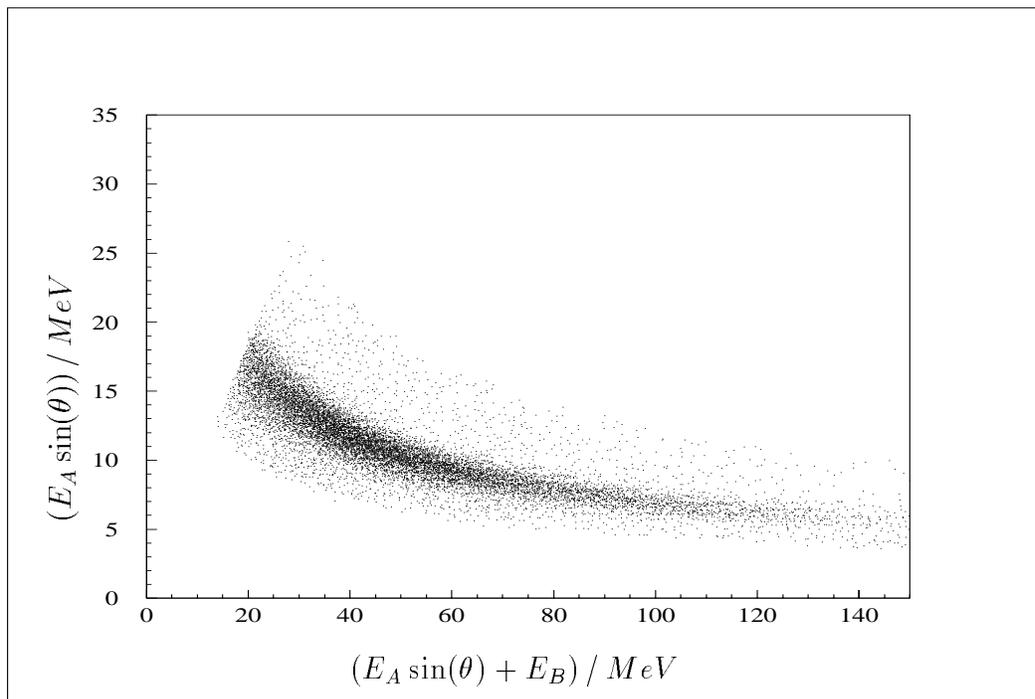


Abb. 7.15: In diesem Bild ist die Wirkung des χ^2 -Schnitts auf das $(\Delta E, E)$ -Spektrum gezeigt.

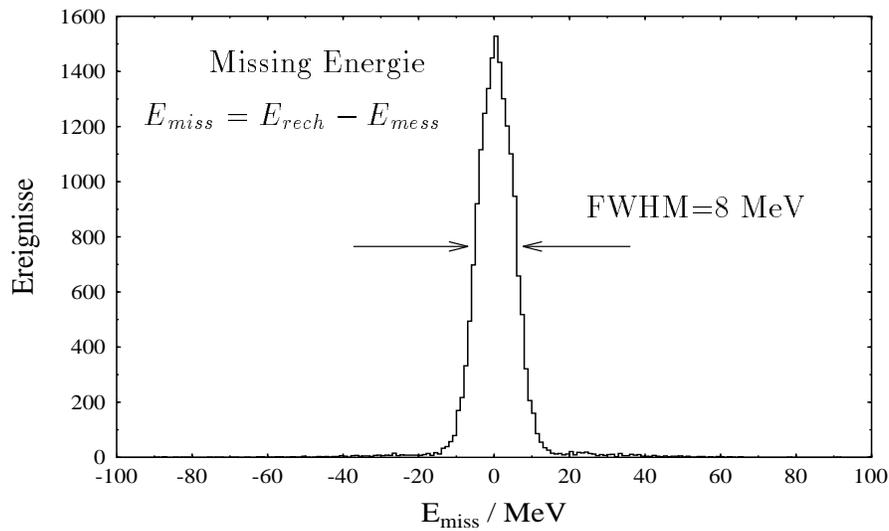


Abb. 7.16: In diesen Spektren ist die Wirkung des χ^2 -Schnitts auf das Missing-Energy-Spektrum dargestellt. Das Spektrum ist nach dem Schnitt fast untergrundfrei ($< 1\%$).

effektiver durchführbar. In den folgenden Abbildungen a.) bis e.) ist dieses Spektrum für die Winkelbereiche

$$\begin{aligned} & \theta < 30^\circ \\ 30^\circ & \leq \theta < 38^\circ \\ 38^\circ & \leq \theta < 46^\circ \\ 46^\circ & \leq \theta < 54^\circ \\ 54^\circ & \leq \theta < 61^\circ \end{aligned}$$

dargestellt, wobei Protonwinkel größer 61° in dieser Messung nicht vorkommen dürfen. Man erkennt, daß die Elektronen im wesentlichen in Vorwärtsrichtung eine Rolle spielen. Je weiter man zu höheren θ Bereichen geht, umso drastisch kleiner wird die Insel der Elektronen. Die Separation zwischen Protonen und Elektronen ist auch im Vergleich zu Abb. 7.19 deutlicher. Mit Hilfe dieser Schnitte gelingt es also sehr gut, den durch Elektronen verursachten Untergrund abzutrennen.

Abb. 7.21 zeigt einen weiteren Schnitt zur Verbesserung der Proton-, Pion- und Elektron-Separation in Lage A an. Durch Addition der beiden dargestellten Schnitte erreicht man eine sehr gute Separation. Zur Unterscheidung zwischen π^+ und p kann noch eine Art Missing-Energieverlust-Analyse durchgeführt werden. Aus der Kinematik läßt sich die kinetische Energie der Teilchen bestimmen. Nun kann man, in umgekehrter Weise, wie in der Reichweiten-Methode beschrie-

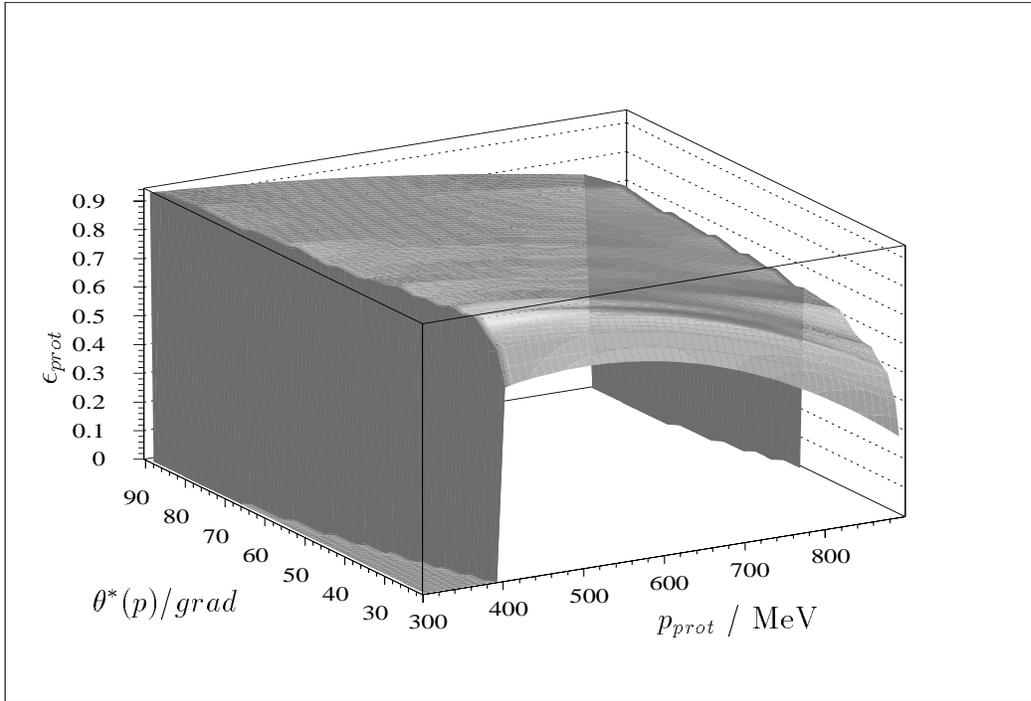


Abb. 7.17: In diesem Spektrum ist die Effizienz für die Rekonstruktion von Protonen in Lage B dargestellt als Funktion des Protonimpulses p_{prot} und des Protonwinkels $\theta^*(p)$.

ben, unter Kenntnis der Anfangsenergie E_0 , den Energieverlust der Teilchen im Target, den Drahtkammern und dem Szintillator A berechnen. Den berechneten Energieverlust im Szintillator A kann man nun mit dem gemessenen Energieverlust in Beziehung setzen. Die Differenz ist gegeben durch:

$$\Delta E_{rest} = \Delta E_A^{gemessen} - \Delta E_A^{gerechnet} . \quad (7.7)$$

Auf diesen Schnitt soll hier aber nicht näher eingegangen werden. Ebenso sind die Pionen in diesem Energiebereich minimalionisierend und werden nur zu einem sehr geringen Prozentsatz ($< 2\%$) in Detektorlage A gestoppt.

Durch die beschriebenen Schnitte lassen sich dann die Pionen und Elektronen von den Protonen trennen. Die Effizienz dieses Verfahrens wurde ebenfalls mit einer GEANT-Simulation berechnet. In diese Simulation sind auch Protonen eingegangen, die das Target nicht verlassen haben und somit in die effektive Korrektur eingehen müssen (Korrekturfaktor $\sim 2\%$).

Nachdem die Protonen in den Szintillatorlagen A und B getrennt und identifiziert wurden, soll auf die Bestimmung der Pionen eingegangen werden, die tiefer in DAPHNE eingedrungen sind als zur Detektorlage B.

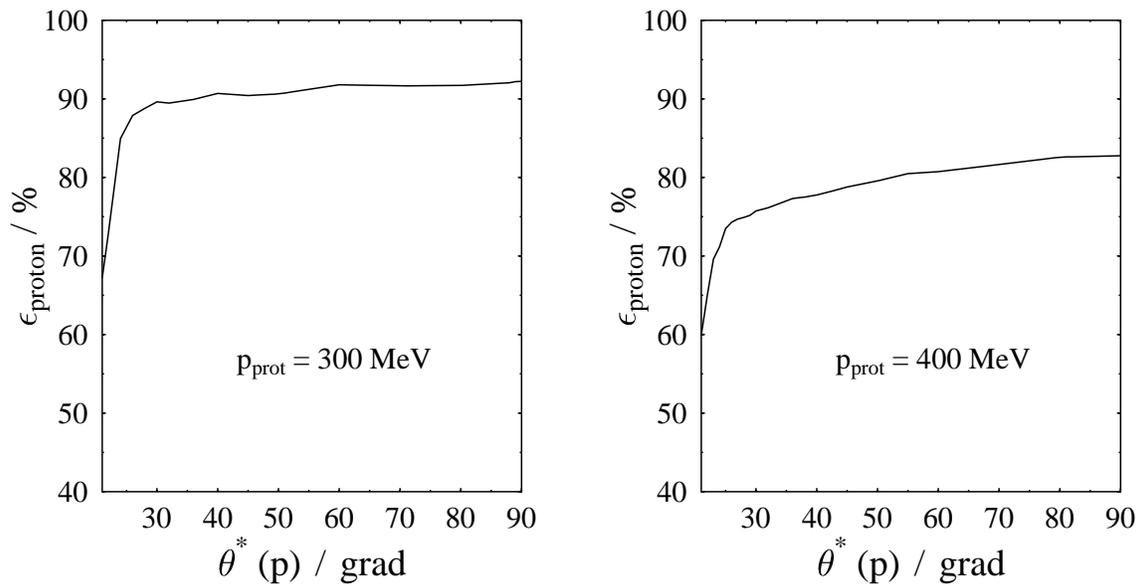


Abb. 7.18: In diesen Spektren ist die Effizienz für die Rekonstruktion von Protonen in Lage B für zwei verschiedene Photonenergien, 300 MeV und 400 MeV, dargestellt.

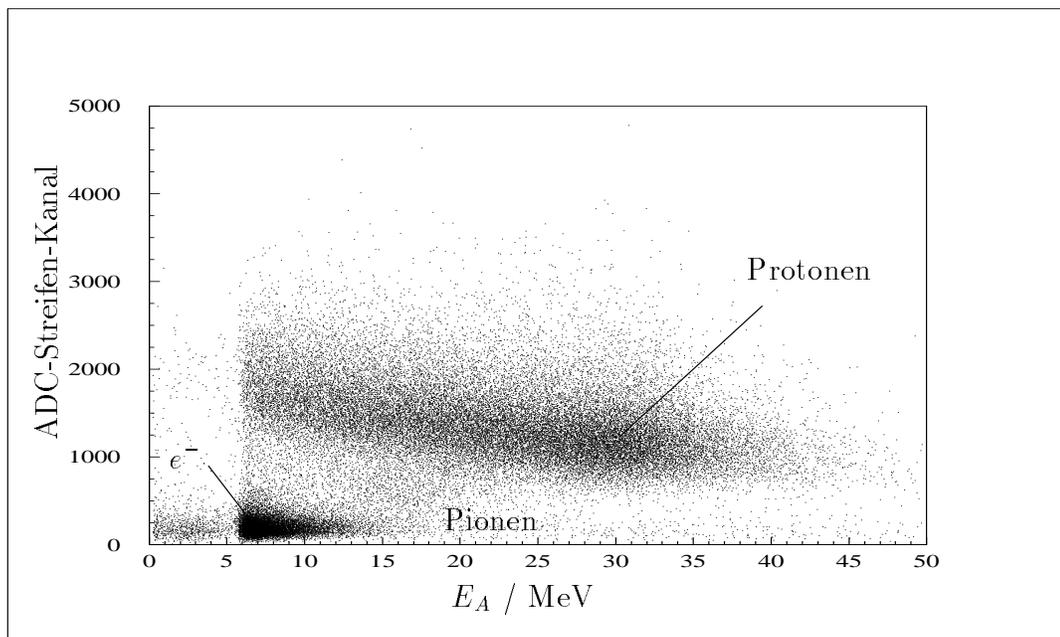


Abb. 7.19: In diesem Spektrum ist das ADC-Signal der Kathodenstreifen über der Energie, die in der Lage A der Szintillatoren gemessen wurde, dargestellt.

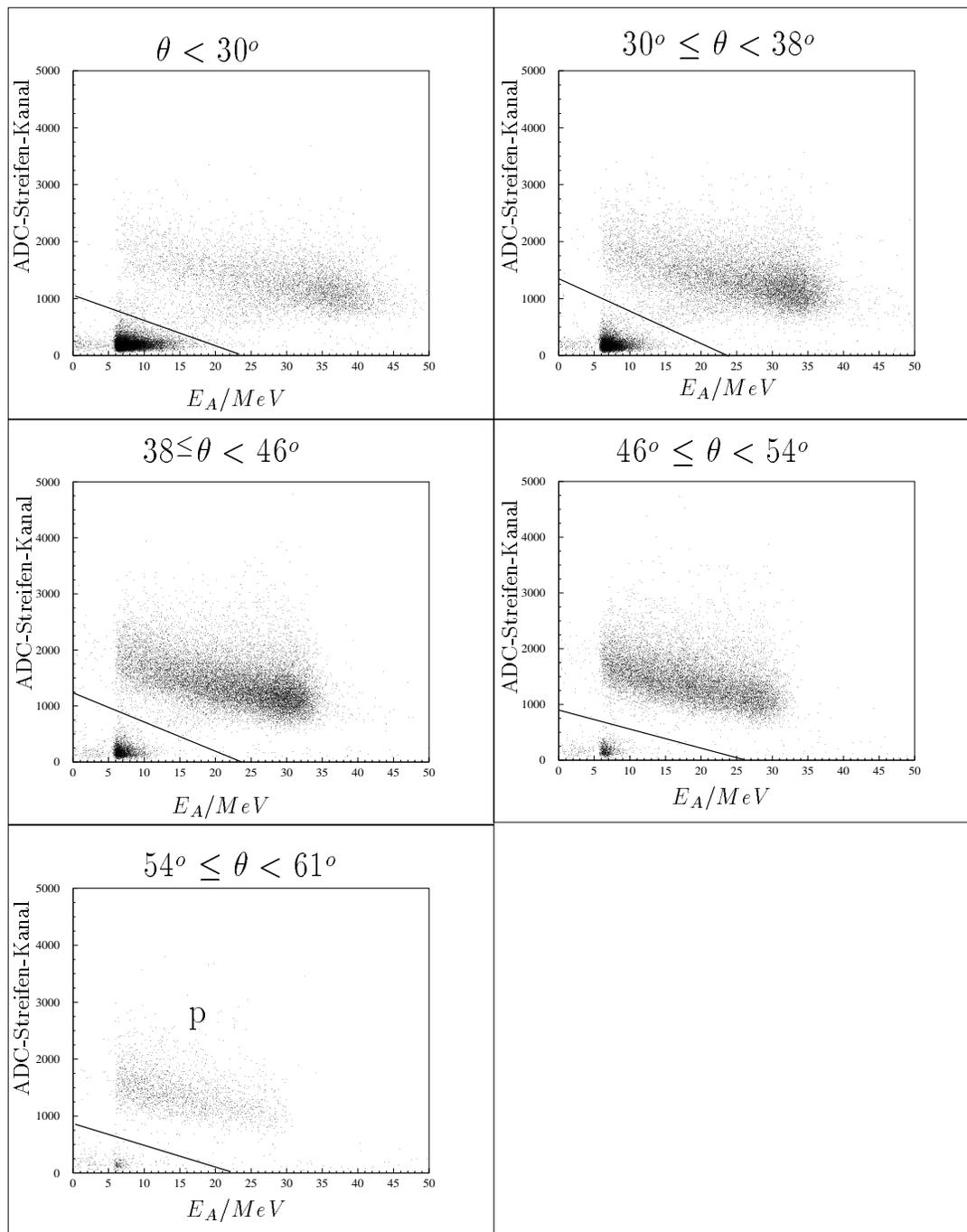


Abb. 7.20: ADC/Energie-Spektren für verschiedene θ -Bereiche. Man sieht eine deutliche Trennung zwischen der Proton-Insel und den Elektronen sowie den π^+ -Mesonen.

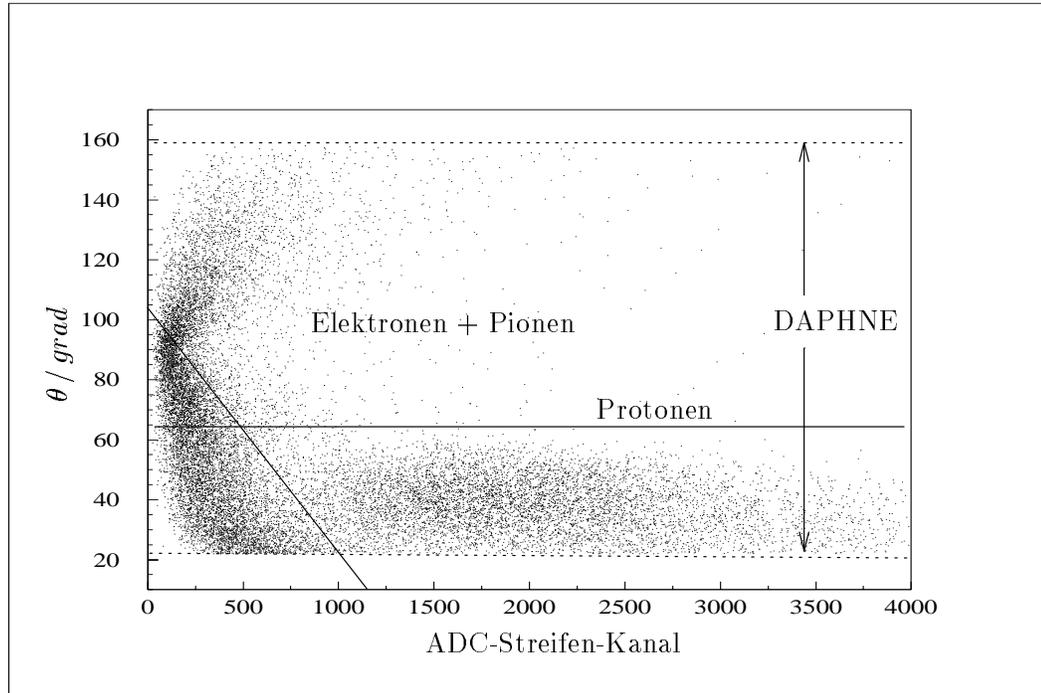


Abb. 7.21: Zur Bestimmung der in Detektorlage A gestoppten Protonen sind Schnitte im Spektrum, aufgetragen über Laborwinkel θ und Energieverlust in den Drahtkammern, dargestellt.

7.7 Identifizierung der π^+ -Mesonen

Im Energiebereich, in dem das Experiment stattgefunden hat (270 – 420 MeV), haben die Pionen in ungefähr 80% der Fälle eine so hohe kinetische Energie, daß sie DAPHNE verlassen. Damit ist es nicht möglich, die Energie der Pionen zu bestimmen. Man geht deshalb wie folgt vor: Zuerst identifiziert man alle Protonereignisse in dem Energiebereich, danach ist diese Zahl auf die Effizienz zu korrigieren, um die Anzahl N_{prot} der Protonen zu erhalten. Um nun die Anzahl der Pionen zu bekommen, subtrahiert man die Zahl der Protonen N_{prot} von der Gesamtzahl der in DAPHNE nachgewiesenen, geladenen Teilchen (p, π^+, e^-). Ebenso werden die Elektronen, wie in den beiden vorherigen Unterkapiteln beschrieben, abgezogen. Die resultierende Anzahl von geladenen Teilchen ist dann die Anzahl der positiven Pionen.

$$N_{\pi^+} = N_{geladen}^{tot} - N_{e^-} - N_{prot} \quad (7.8)$$

Auch für den Nachweis der π^+ -Mesonen wurde eine Effizienz mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation bestimmt. In diese Rechnung ging auch ein, daß π^+ -Mesonen falsch identifiziert wurden, weil sie durch hadronische Reaktionen in den Summen-Schnitt für die Elektronen gefallen sind. Ebenso muß die GEANT-Simulation π^+ -Mesonen berücksichtigen, die keinen Trigger gemacht haben, da

sie im Target oder in den Drahtkammern steckengeblieben sind. Diese Effekte führen zu einer Korrektur von 4 – 5% auf die Anzahl der Pion-Ereignisse.

1. 2 – 3% liefern keine Trigger, da sie durch hadronische Reaktionen im Target DAPHNE nicht erreichen.
2. 2% der π^+ -Mesonen fallen durch Summen-Elektronen-Schnitt in Detektorlage B heraus.

Nach der Selektion und der Identifizierung der Ereignisse soll im folgenden auf die Bestimmung der Asymmetrien und der differentiellen Wirkungsquerschnitte eingegangen werden.

7.8 Strahlasymmetrien für Protonen und Pionen

Die Asymmetrien werden aus den ϕ -Winkelverteilungen der π^+ -Mesonen und der Rückstoß-Protonen bestimmt. Diese werden für Photonenergien von 270 bis 420 MeV in 10-MeV-Schritten und für verschiedene θ -Bereiche aufgebaut. Der differentielle Wirkungsquerschnitt für linear polarisierte Photonen ist:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi) = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \cdot (1 - \Sigma \cos(2\phi)) \quad (7.9)$$

wobei $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta)$ der unpolarisierte Wirkungsquerschnitt ist und Σ die Strahlasymmetrie. An die gemessene ϕ -Winkelverteilung für verschiedene θ -Winkel und Photonenergien wird eine dreiparametrische Funktion

$$N(\theta, \phi) = A(1 - B \cos(2\phi + C)) \quad (7.10)$$

angepaßt. Der Durchschnittswert A ist eine dem differentiellen, unpolarisierten Wirkungsquerschnitt proportionale Größe und der Parameter B ist die gemessene Asymmetrie, die bei Kenntnis der Photonpolarisation in die Strahlasymmetrie umgerechnet werden kann. C ist eine Phasenverschiebung, die mit Null verträglich sein sollte. Durch eine nichtzentrale Photonstrahlage in DAPHNE kommt es zu einer Asymmetrie in der Winkelverteilung, die nicht von der Strahlasymmetrie herrührt. Im Experiment wurde deshalb vor jedem Durchlauf die Strahlage in DAPHNE überprüft und, wenn nötig, korrigiert. In Abb. 7.23 sind vier Winkelverteilungen für vier verschiedene Photonenergien und $\theta = 90^\circ$ dargestellt. In Abb. 7.22 sieht man, daß es zwischen den Sektoren von DAPHNE Bereiche niedriger Effizienz gibt. Diese Bereiche müssen für eine Analyse der Daten korrigiert oder weggelassen werden (Beispiel: schraffierter Bereich in der Abb. 7.22). Es scheint nahe zu liegen, dieses Problem durch Normierung auf ϕ -Verteilungen, gemessen mit unpolarisiertem Strahl, zu lösen. Dies führt aber nicht zum Erfolg, da die Strahlverteilungen eines unpolarisierten Photonstrahls viel größer ist als die eines polarisierten Photonstrahls. Es wurden ausreichend viele Ereignisse gemessen, so

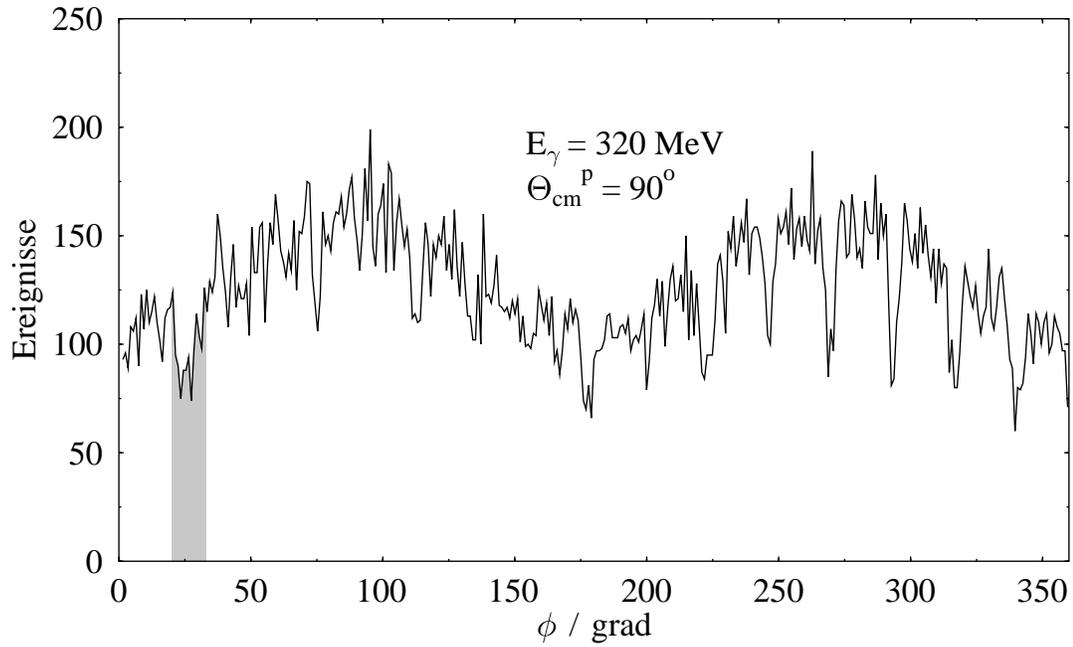


Abb. 7.22: Spektrum der ϕ -Winkelverteilung. In den Bereichen zwischen den Sektoren liegen Gebiete mit niedriger Effizienz.

daß man ohne störenden Verlust an statistischer Genauigkeit, die Bereiche niedriger Effizienz einfach weglassen konnte. In Abb. 7.23 sind diese Bereiche also weggelassen. Die Strahlasymmetrien erhält man, indem man den Fitparameter B durch die Photonpolarisation dividiert.

$$\Sigma_{strahl} = \frac{B}{p_\gamma} \quad (7.11)$$

In den Abb. 7.24 sind für vier verschiedene Photonenergien die Strahlasymmetrien als Funktion des Schwerpunktwinkels $\theta_{\pi^0}^*$ gezeigt. In Anhang C sind Tabellen mit allen Asymmetrien und Wirkungsquerschnitten für alle im Experiment benutzten Energieeinstellungen und alle vom Experiment erreichten $\theta_{\pi^0}^*$ -Winkel.

Um die Asymmetrien für die π^+ -Mesonen zu bestimmen, wurde genauso vorgegangen. In Abb. 7.25 a. bis d. sind vier Winkelverteilungen, in Abb. 7.26 sind die Strahlasymmetrien als Funktion des $\theta_{\pi^+}^*$ dargestellt. In Abb. 5.3 sieht man, daß mit vier verschiedenen Diamanteinstellungen gemessen wurde. Dies eröffnet die Möglichkeit, die Daten bei einer Photonenergie mit zwei unterschiedlichen Strahlpolarisationen auszuwerten. Bei beiden Einstellungen muß die gleiche Strahlasymmetrie resultieren. In Abb. 7.27 ist ein Vergleich der Auswertung bei einer Photonenergie von 340 MeV für zwei Diamanteinstellungen gezeigt. Der Polarisationsgrad bei der ersten Einstellung war 38% und bei der zweiten nur 19%. Wie man in Abb. 7.27 erkennt, ergeben beide Auswertungen die gleichen Strahlasymmetrien. Diese Konsistenzüberprüfung wurde für alle Einstellungen

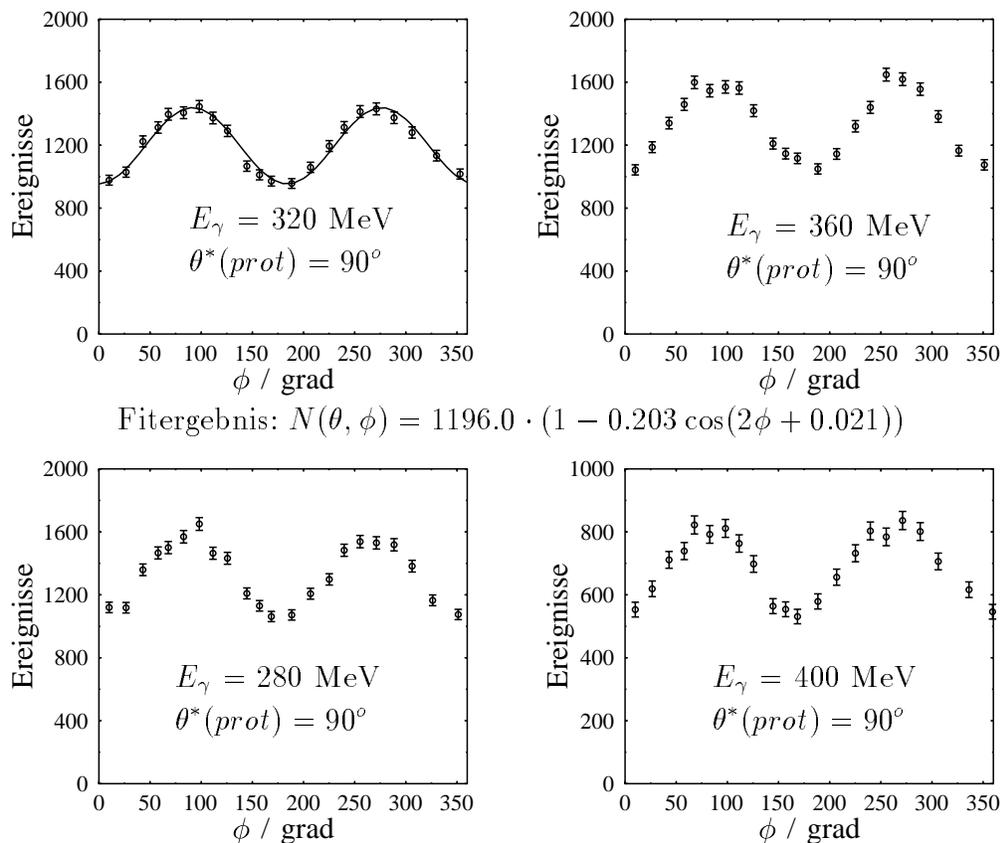


Abb. 7.23: ϕ -Winkelverteilungen, aufgebaut für die Photonenergien 280, 320, 360, 400 MeV und einem Schwerpunktsystem-Protonwinkel von 90° .

durchgeführt. In Anhang C sind die Daten als gewichtetes Mittel der Einstellungen angegeben.

7.9 Differentielle Wirkungsquerschnitte

Bevor auf die Bestimmung der Wirkungsquerschnitte eingegangen wird, soll hier noch die Bestimmung der Photonmarkierungswahrscheinlichkeit vorgestellt werden, da der Photonenfluß eine wichtige Normierungsgröße ist.

7.9.1 Bestimmung der Markierungswahrscheinlichkeit

Die Kenntnis des Photonenflusses geht direkt in den Wirkungsquerschnitt ein. In dem in dieser Arbeit vorliegenden Experiment wurde ein aus einem Kupferplättchen als Konverter und zwei Szintillatoren bestehender Paardetektor als ‘online’

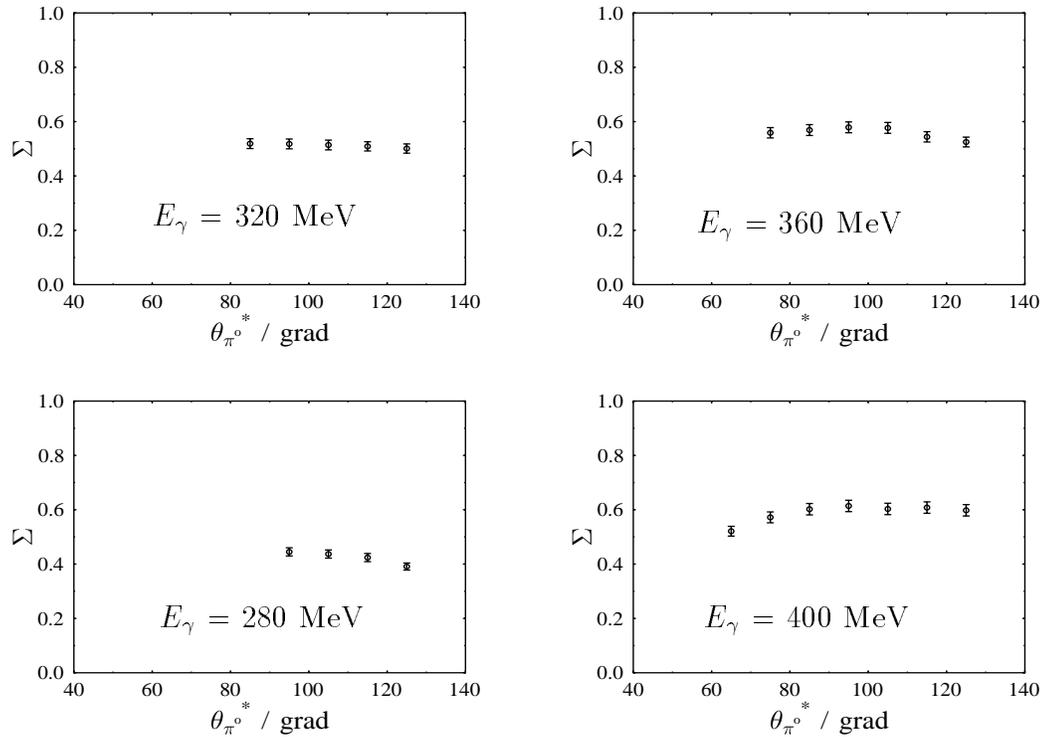


Abb. 7.24: In diesen Spektren sind vier Photonenstrahlasymmetrien für die Photonenergien 280, 320, 360, 400 MeV dargestellt.

Photonflußmonitor benutzt. Dieser Detektor ist hinter DAPHNE im Photonstrahl installiert, siehe Abb. 4.2. Die Detektorereignisse werden um einen bestimmten Faktor untersetzt, so daß sie 30% der Experimenttrigger liefern. Da der Paardetektor keine Ansprechwahrscheinlichkeit von 100% hat, wird alle 12 Stunden eine Eichung durchgeführt. Dazu wird DAPHNE aus dem Trigger herausgenommen und ein Bleiglasdetektor wird in den Photonstrahl eingebracht. Mit dem Bleiglasdetektor, mit einer Ansprechwahrscheinlichkeit von nahezu 100%, ist es möglich, den Paardetektor zu eichen. In Abb. 7.28 ist diese Ansprechwahrscheinlichkeit als Funktion von E_γ dargestellt. Die durchgezogene Kurve ist eine Fitkurve mit dem Paarwirkungsquerschnitt als Fitfunktion. Der einzig freie Parameter war dabei die effektive Dicke des Konverters. Mit der so gewonnenen Information können die Photonspektren aufgebaut und der Photonfluß bestimmt werden.

In Abb. 7.29 ist die Markierungswahrscheinlichkeit für einen unpolarisierten Photonstrahl dargestellt. Es ergibt sich ein $\epsilon_{tag\,eff}$ von ungefähr 55%. Aus Abb. 7.30 kann man ablesen, daß bei der Verwendung von linear polarisierten Photonen im polarisierten Peak $\epsilon_{tag\,eff}$ größer als 55% ist und fast 70% erreicht. Dies liegt daran, daß die Winkelverteilung der kohärent produzierten Photonen schmäler ist

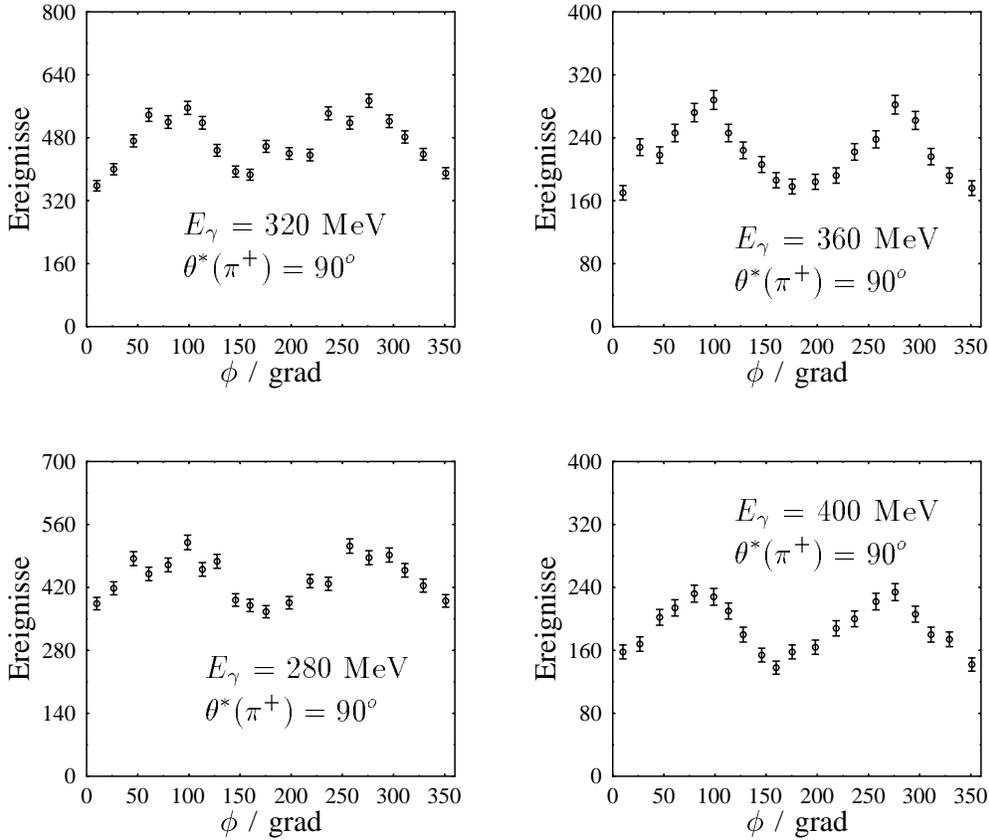


Abb. 7.25: ϕ -Winkelverteilungen für die Photonenergien 280, 320, 360, 400 MeV aufgebaut und für einem $\theta_{\pi^+}^*$ Pionwinkel von 90° .

als die der inkohärenten. Damit kommen die polarisierten Photonen besser durch den Kollimator und haben damit eine höhere Markierungswahrscheinlichkeit.

7.9.2 Bestimmung von σ_\perp , σ_{unpol} und σ_\parallel

Obwohl das Rückstoßproton gemessen wurde, wird im folgenden immer der π^0 -Winkel angegeben. Im Schwerpunktsystem gilt $\theta_{\pi^0}^* = 180^\circ - \theta_{\text{prot}}^*$. Zur Bestimmung der differentiellen Wirkungsquerschnitte gilt dann:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (E_\gamma, \theta_{\pi^0, \pi^+}^*)_{\perp, \parallel, \text{unpol}} = \frac{N_{\pi^0, \pi^+} (E_\gamma, \theta_{\pi^0, \pi^+}^*)}{\Delta\Omega \cdot N_\gamma \cdot \rho_{\text{target}} \cdot \epsilon_{\pi^0, \pi^+}} \quad (7.12)$$

wobei ρ_{target} die Targetflächendichte ist. Sie läßt sich schreiben als:

$$\rho_{\text{target}} = \frac{\rho d_{\text{eff}}}{A} \cdot N_A. \quad (7.13)$$

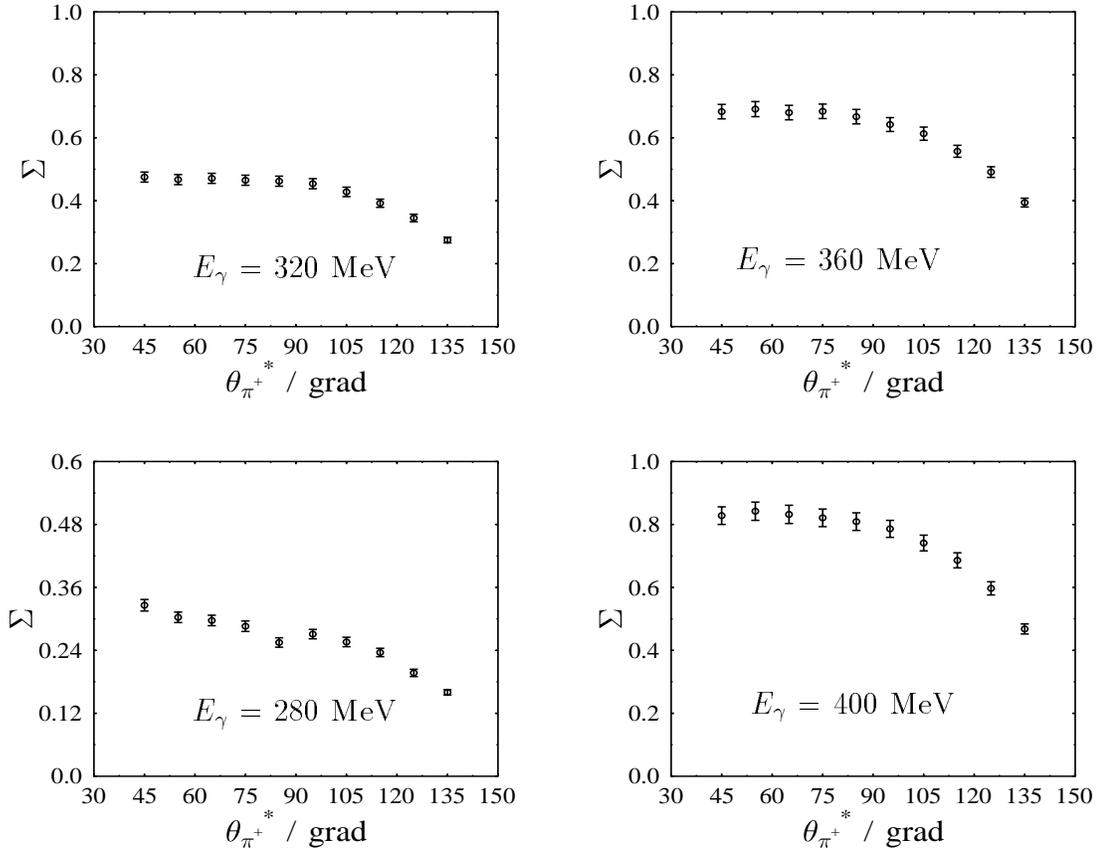


Abb. 7.26: Photonenstrahlasymmetrien für Pionen(+) für die Photonenergien 280, 320, 360, 400 MeV.

Hierbei ist ρ die Dichte, d_{eff} die effektive Targetlänge, $A = 1$ die Atommassenzahl und $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}/mol$ die Avogadro'sche Zahl. N_γ ist die Zahl der Photonen, deren Bestimmung im Kapitel 7.9.1 beschrieben wurde. Aus einer Temperatur-Dichte-Kurve ergibt sich für die Dichte des Targets in diesem Experiment $\rho = 0.0708 \frac{g}{cm^3}$. Die effektive Targetlänge ist individuell abhängig von dem θ -Winkel der Trajektorie. Der Winkel soll immer in der DAPHNE-Akzeptanz, von $21^\circ < \theta < 159^\circ$, liegen. Der Durchstoßpunkt durch die Targetummantelung soll in einem Zylinder liegen mit einer Länge für z zwischen -106 mm und +106 mm. Die effektive Targetlänge wird somit zu $d_{eff} = 21.2cm$ bestimmt. Für die Größe ρ_{target} ergibt sich:

$$\rho_{target} = (7.58 \pm 3.65) \cdot 10^{23} \frac{1}{cm^2}. \quad (7.14)$$

Der systematische Fehler in der Dichtebestimmung kommt von der Genauigkeit der Targetsteuerung. Mit diesen Größen lassen sich die Wirkungsquerschnitte bestimmen. In den Abb. 7.31, 7.32 und 7.33 sind für drei Photonenergien die

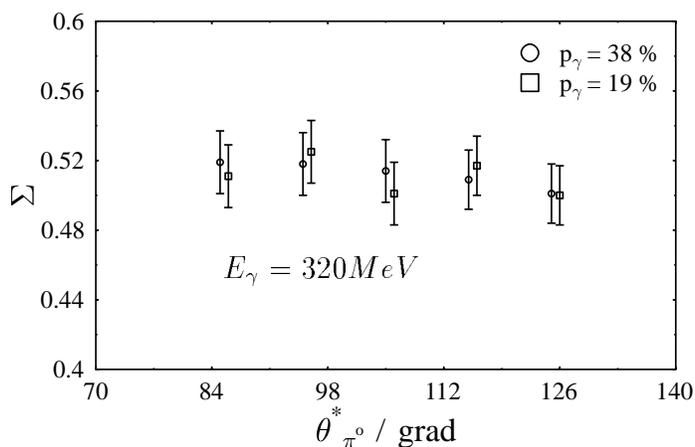


Abb. 7.27: Vergleich zwischen zwei Auswertungen zu einer Photonenergie (320 MeV) bei zwei verschiedenen Diamanteinstellungen. Man erhält eine Übereinstimmung im Rahmen der Fehler. Man beachte die unterdrückte y-Skala.

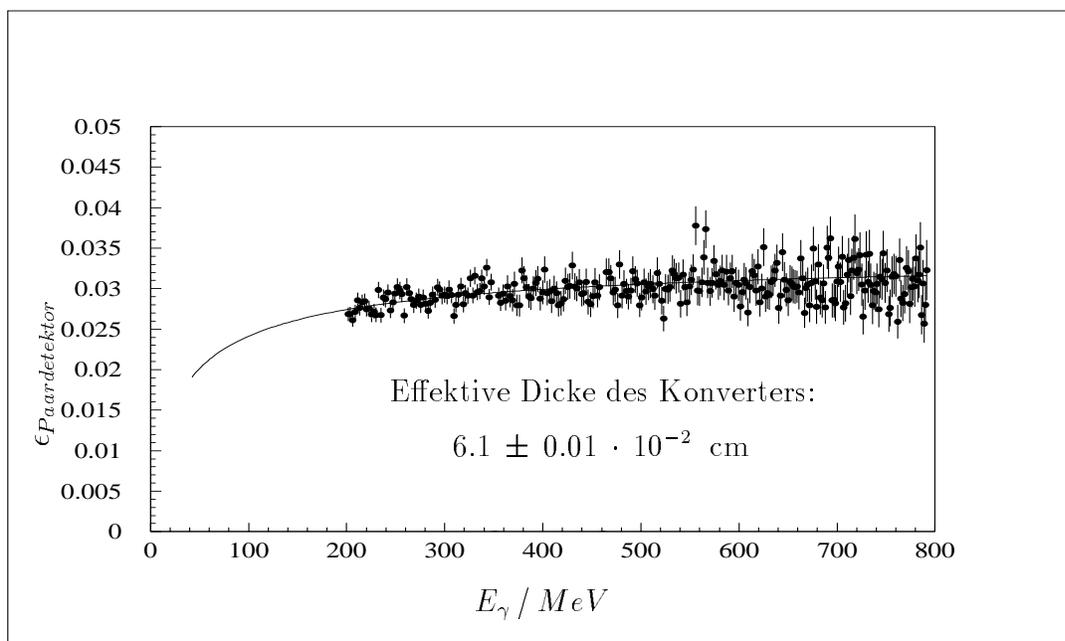


Abb. 7.28: Ansprechwahrscheinlichkeit des Paardetektors. Die durchgezogene Kurve ist ein Fit auf der Basis des Paarwirkungsquerschnitts. Einziger Parameter ist die effektive Dicke des Konverters, der sich in diesem Fall zu 0.06 cm bestimmen läßt.

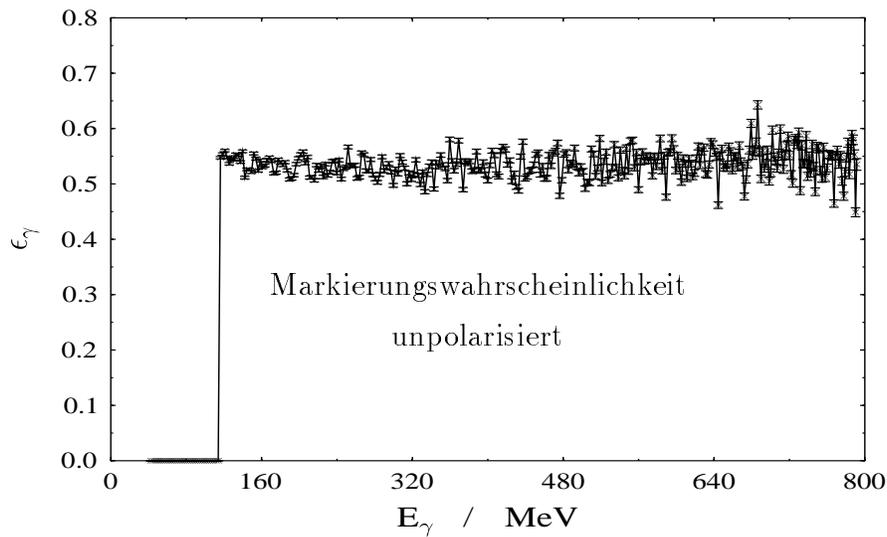


Abb. 7.29: Markierungswahrscheinlichkeit für einen unpolarisierten Photonstrahl. Es ergibt sich ϵ von ungefähr 55%.

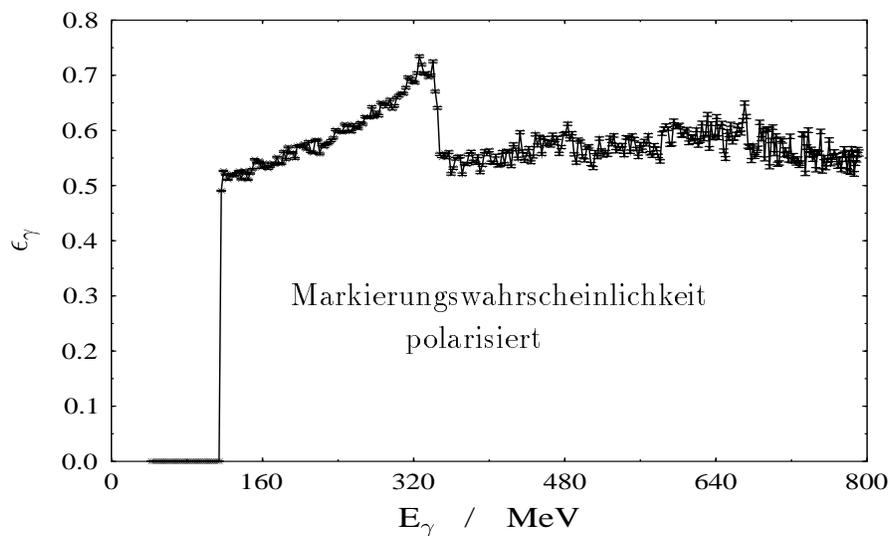


Abb. 7.30: Markierungswahrscheinlichkeit für einen polarisierten Photonstrahl. Es ergibt sich $\epsilon_{\text{tag eff}}$ von ungefähr 55% im inkohärenten Untergrund. Im polarisierten Peak hingegen ein $\epsilon_{\text{tag eff}}$ von fast 70%.

Wirkungsquerschnitte für den parallelen, senkrechten und den unpolarisierten Anteil dargestellt für die neutrale und die geladene Pionproduktion. In Anhang C sind Tabellen mit allen WQ's für alle Winkel und Photonenergien, die im Experiment zugänglich waren, dargestellt.

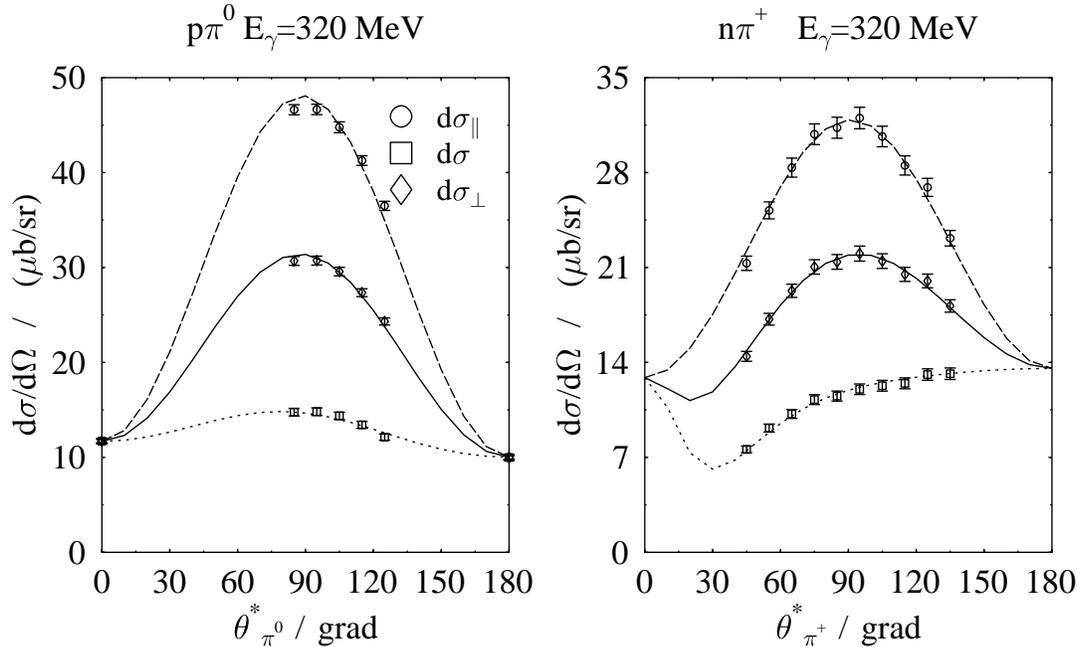


Abb. 7.31: Differentieller Wirkungsquerschnitt für die Photonenergie 320 MeV für die π^0 -Produktion und die π^+ -Produktion. Die eingezeichneten Kurven sind Fits an die Daten.

7.9.3 Vergleich der Wirkungsquerschnitte mit den bereits existierenden Daten

In diesem Unterkapitel werden die hier gewonnenen Daten mit bereits existierenden Daten verglichen. Die zur Zeit besten $p\pi^0$ Datensätze sind die Daten von TAPS [Här 96] und aus Bonn [Gen 74]. In Abb. 7.34 ist dieser Vergleich für eine Photonenenergie von 340 MeV dargestellt. Man erkennt eine gute Übereinstimmung der drei Datensätze. In S, P-Wellennäherung läßt sich der Wirkungsquerschnitt, wie in Kapitel 2.2 in Gleichung B.9 beschrieben, parametrisieren. Die durchgezogene Kurve ist ein Fit an die Daten. In Abb. 7.35 ist ein Vergleich der Daten aus dieser Arbeit für die geladene Pionproduktion dargestellt. Man erkennt ebenso eine sehr gute Übereinstimmung des unpolarisierten, differentiellen Wirkungsquerschnitts mit den Daten aus Bonn [Fis 72].

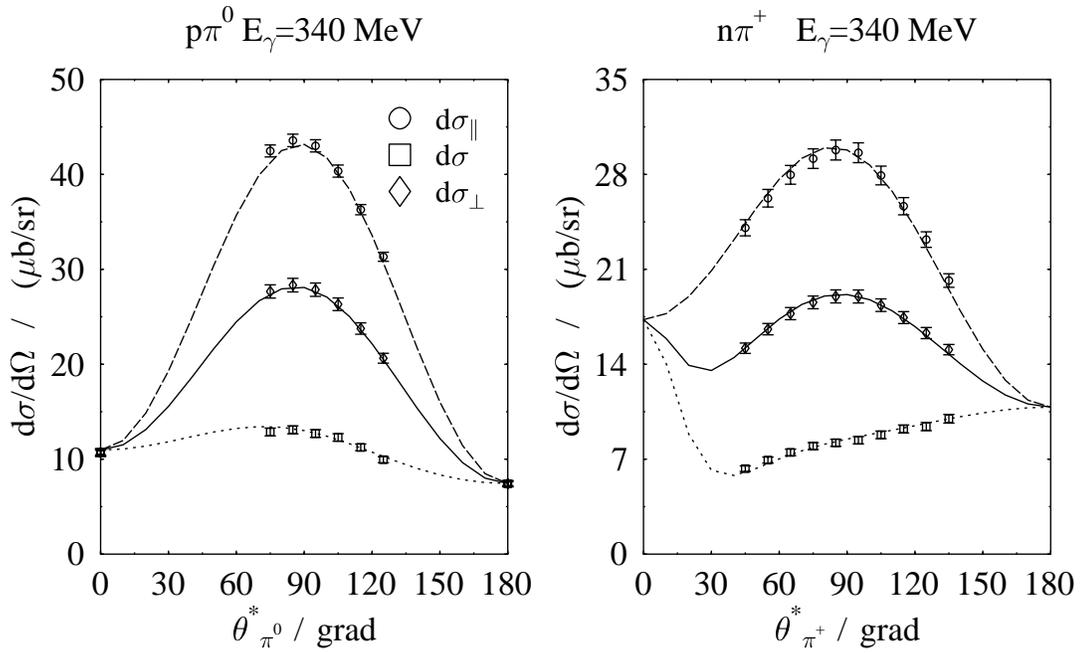


Abb. 7.32: Differentieller Wirkungsquerschnitt für die Photonenergie 340 MeV für die π^0 -Produktion und die π^+ -Produktion. Die eingezeichneten Kurven sind Fits an die Daten.

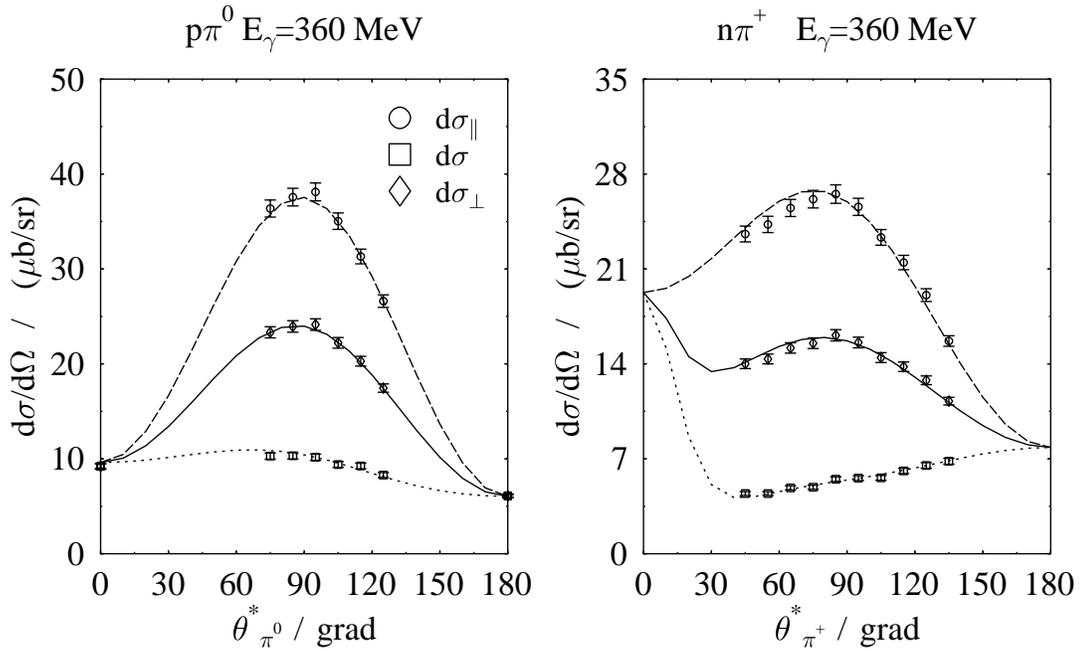


Abb. 7.33: Differentieller Wirkungsquerschnitt für die Photonenergie 360 MeV für die π^0 -Produktion und die π^+ -Produktion. Die eingezeichneten Kurven sind Fits an die Daten.

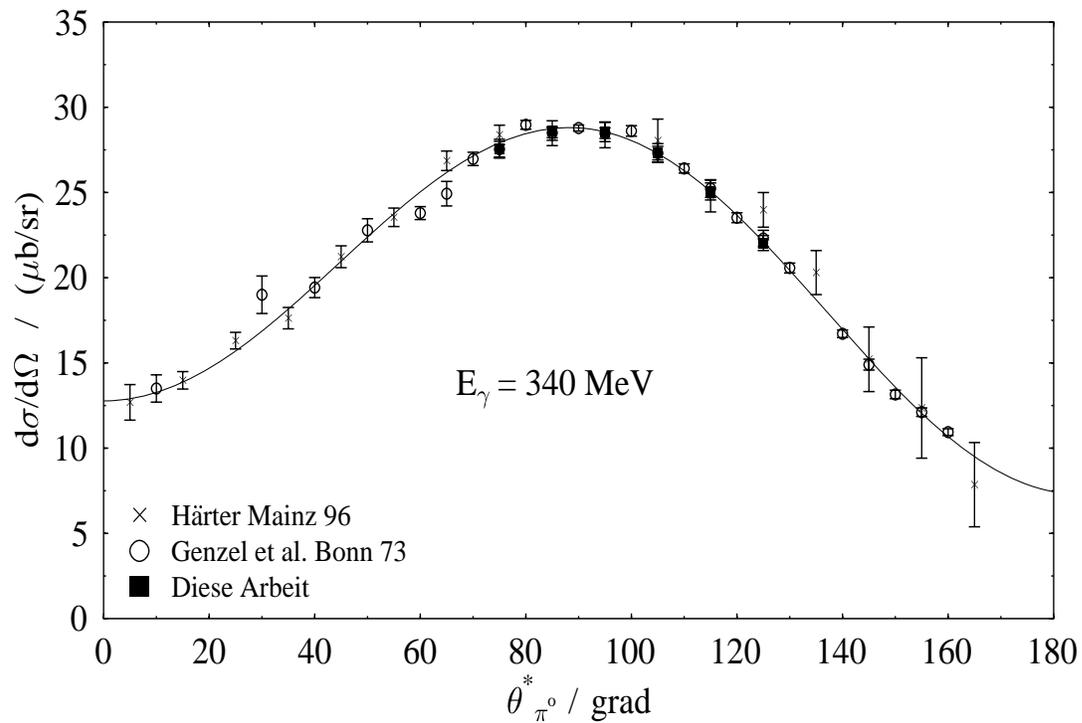


Abb. 7.34: Vergleich des differentiellen Wirkungsquerschnitts mit den zwei bis dahin besten Datensätzen für die neutrale Pionproduktion für eine Photonenergie von 340 MeV.

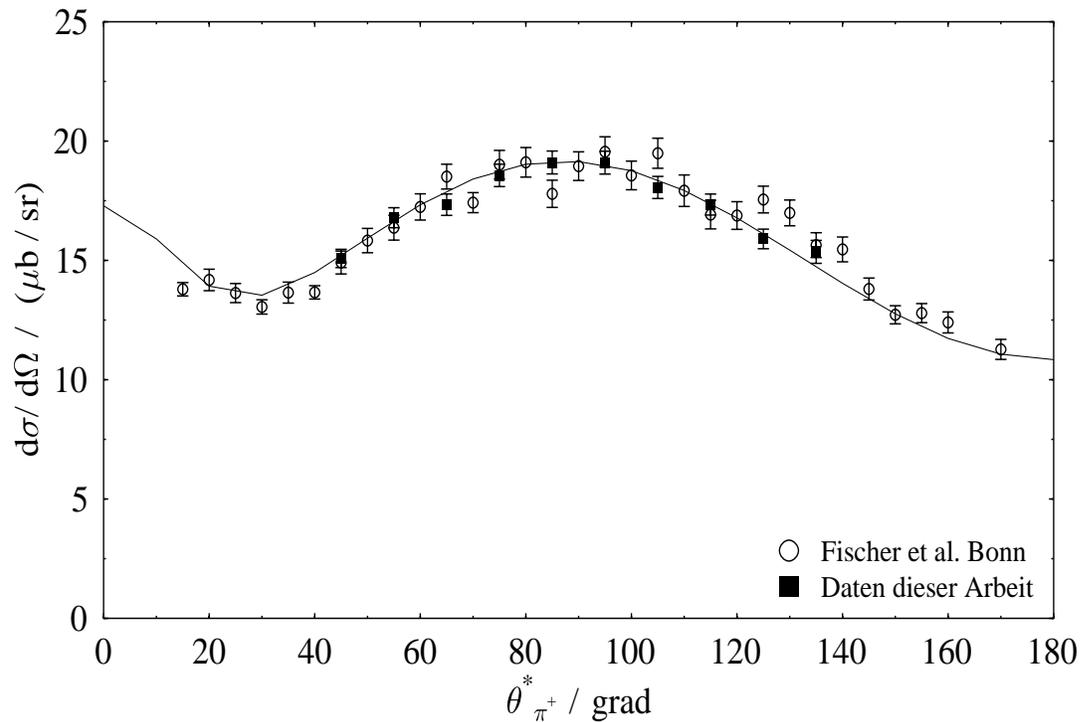


Abb. 7.35: Vergleich des differentiellen Wirkungsquerschnitts mit dem besten Datensatz für die π^+ -Produktion für eine Photonenergie von 340 MeV.

Kapitel 8

EMR aus dem Verhältnis $\frac{\sigma_{\parallel}}{\sigma_{\perp}}$

8.1 Vergleich der Daten mit den LEGS-Ergebnissen

In diesem Kapitel soll auf eine zweite Möglichkeit, das EMR zu bestimmen, hingewiesen werden. Diese Methode wird von der LEGS-Kollaboration aus Brookhaven, die mit Laserbackscattering arbeitet, angewendet. Aus dem Verhältnis des parallelen und senkrechten Wirkungsquerschnitts kann man unter Festlegung aller anderen Multipole das EMR bestimmen. Diese Fixierung muß aber mit anderen Datensätzen aus anderen Messungen, wie einer Targetasymmetrie-Messung, bestimmt werden. Für das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte ergibt sich in Multipoldarstellung:

$$\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\sigma_{\perp}} = \frac{|E_{0+}|^2 + 9|E_{1+}|^2 + |M_{1+}|^2 + |M_{1-}|^2}{|2M_{1+} + M_{1-}|^2} + \frac{6\text{Re}\{E_{1+}(M_{1+} - M_{1-})^*\} - 2\text{Re}\{M_{1-}M_{1+}^*\}}{|2M_{1+} + M_{1-}|^2} \quad (8.1)$$

Diese Formel gilt nur bei 90° , bei anderen Winkeln spielen noch alle Cosinus-Terme mit und das Verhältnis wird noch weniger aussagekräftig. Man sieht auch deutlich, daß nicht nur die E_{1+} -Amplitude in einem Interferenzterm mit der dominanten M_{1+} -Amplitude steht, sondern auch Multipolamplituden wie die M_{1-} , die, wie die E_{1+} -Amplitude, auch sehr schlecht bekannt ist. Aus diesen Gründen ist eine Auswertung dieser Art sehr schwierig und man muß sich auf andere Messungen verlassen, um die anderen unbekannteren Multipole festzulegen. In Abb. 8.1 ist ein Vergleich der Datensätze von LEGS und dieser Arbeit, für den Winkel 90° , dargestellt. In diesem Spektrum sieht man gute Übereinstimmung der Daten. Zur Bildung dieses Verhältnisses ist eine Normierung nicht nötig, da alle Normierungen durch das Verhältnisbilden herausfallen. Betrachtet man hingegen die differentiellen Wirkungsquerschnitte, so wird deutlich, daß bei den LEGS-Ergebnissen eine Normierung sehr schwer ist und die Daten auf die beschriebene Weise ausgewertet werden müßten. Die LEGS-Daten sind aus der Literatur [LEGS 92] entnommen und für eine Photonenergie von 304 MeV mit den Daten dieser Arbeit verglichen. Für das resonante EMR ergibt sich nach der LEGS-Methode: -2.6% [LEGS 92]. Dieser Wert ist aber aus Daten bestimmt, die nicht bis in die Δ -Resonanz hineinreichen, so daß eine Aussage an der Δ -Resonanz gewagt ist.

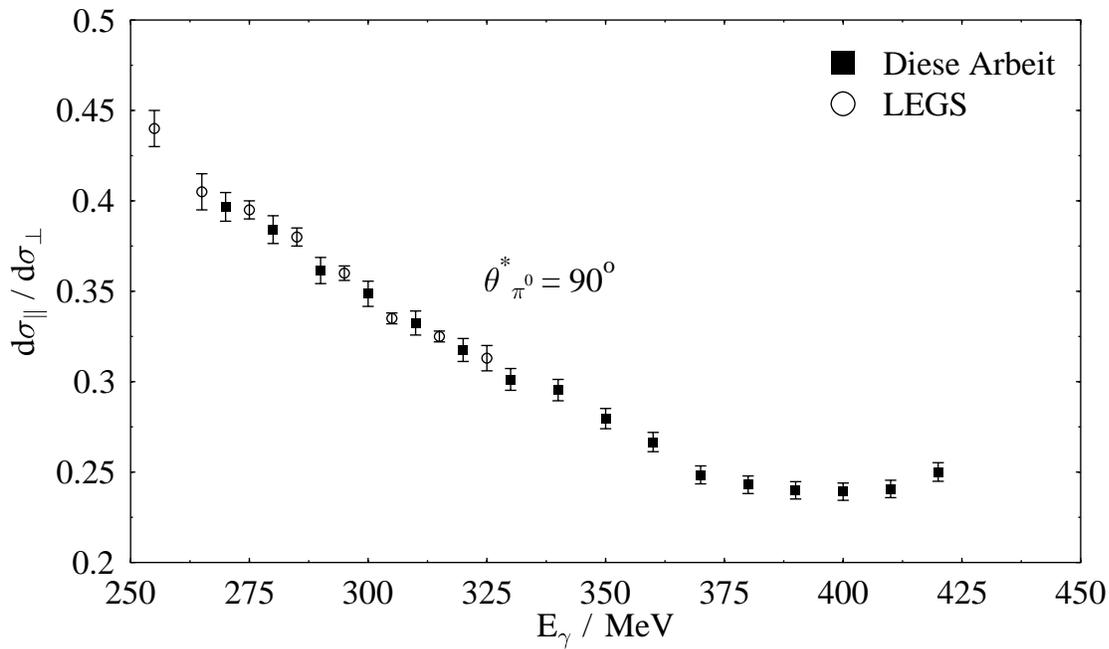


Abb. 8.1: Darstellung des Wirkungsquerschnitt-Verhältnisses für die LEGS-Daten und die Ergebnisse aus dieser Arbeit. Man sieht sehr gute Übereinstimmung im Rahmen der Fehler.

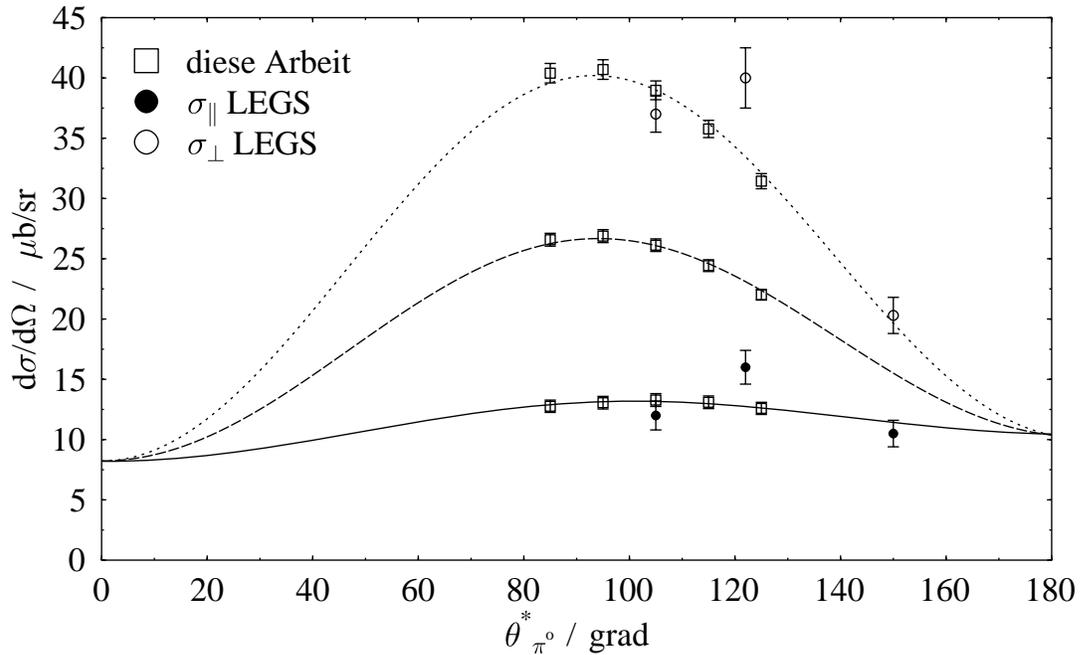


Abb. 8.2: Darstellung der differentiellen Wirkungsquerschnitte für eine Photonenenergie von 304 MeV. Es werden LEGS-Daten mit den Daten dieser Arbeit verglichen. Die Kurven sind Fits an die Daten dieser Arbeit.

Kapitel 9

Bestimmung der Multipolamplituden

Nach der Bestimmung der Asymmetrien und der differentiellen Wirkungsquerschnitte soll nun in diesem Kapitel zuerst auf die Bestimmung der Koeffizienten für die neutrale Pion-Produktion A, B und C eingegangen werden, bevor ein kompletter Multipol-Fit an beide Datensätze ($p\pi^0$ und $n\pi^+$) vorgestellt wird.

9.1 Bestimmung der Parameter A, B und C

In den Gleichungen 9.1 sind noch einmal die Parametrisierungen der differentiellen Wirkungsquerschnitte in S- und P-Wellennäherung dargestellt.

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) &= \frac{q}{k} (A + B \cos \theta + C \cos^2 \theta) \\ \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) &= \frac{q}{k} (A_{\parallel} + B_{\parallel} \cos \theta + C_{\parallel} \cos^2 \theta) \\ \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) &= \frac{q}{k} (A_{\perp} + B_{\perp} \cos \theta + C_{\perp} \cos^2 \theta)\end{aligned}\tag{9.1}$$

Dabei ist $\frac{q}{k}$ der Phasenraumfaktor mit q = Pion- und k = Photonimpuls. A, B und C sind Funktionen der Multipole, siehe dazu Kapitel 2.2. Wie in diesem Kapitel beschrieben, gilt die S und P-Wellennäherung nur für den neutralen Pionenkanal. In Abb. 9.1 sind vier Beispielwirkungsquerschnitte dargestellt. Die durchgezogenen Kurven sind die besprochenen Fitkurven nach Gleichung 9.1. Bei diesen Fits wurden, aufgrund des eingeschränkten Winkelbereichs für den unpolarisierten Wirkungsquerschnitt, die Daten aus Bonn ,[Gen 74] und [Fis 72], unter 0° und 180° mit hinzugenommen. Dies war notwendig, da der Fitkoeffizient B nur mit den Daten mit größerem Winkelbereich fixiert werden konnte. Der Parameter B ist für den parallelen, den senkrechten und den unpolarisierten Wirkungsquerschnitt gleich und beschreibt die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie in den Winkelverteilungen.

In den Abb. 9.2, 9.3 und 9.4 sind die Fitparameter für alle im Experiment verfügbaren Photonenergien dargestellt. Die Parameter für die unpolarisierten Wirkungsquerschnittsanteile kann man wiederum mit existierenden Daten vergleichen. Dazu werden die Parameter des Datensatzes aus dem vorherigen Kapitel

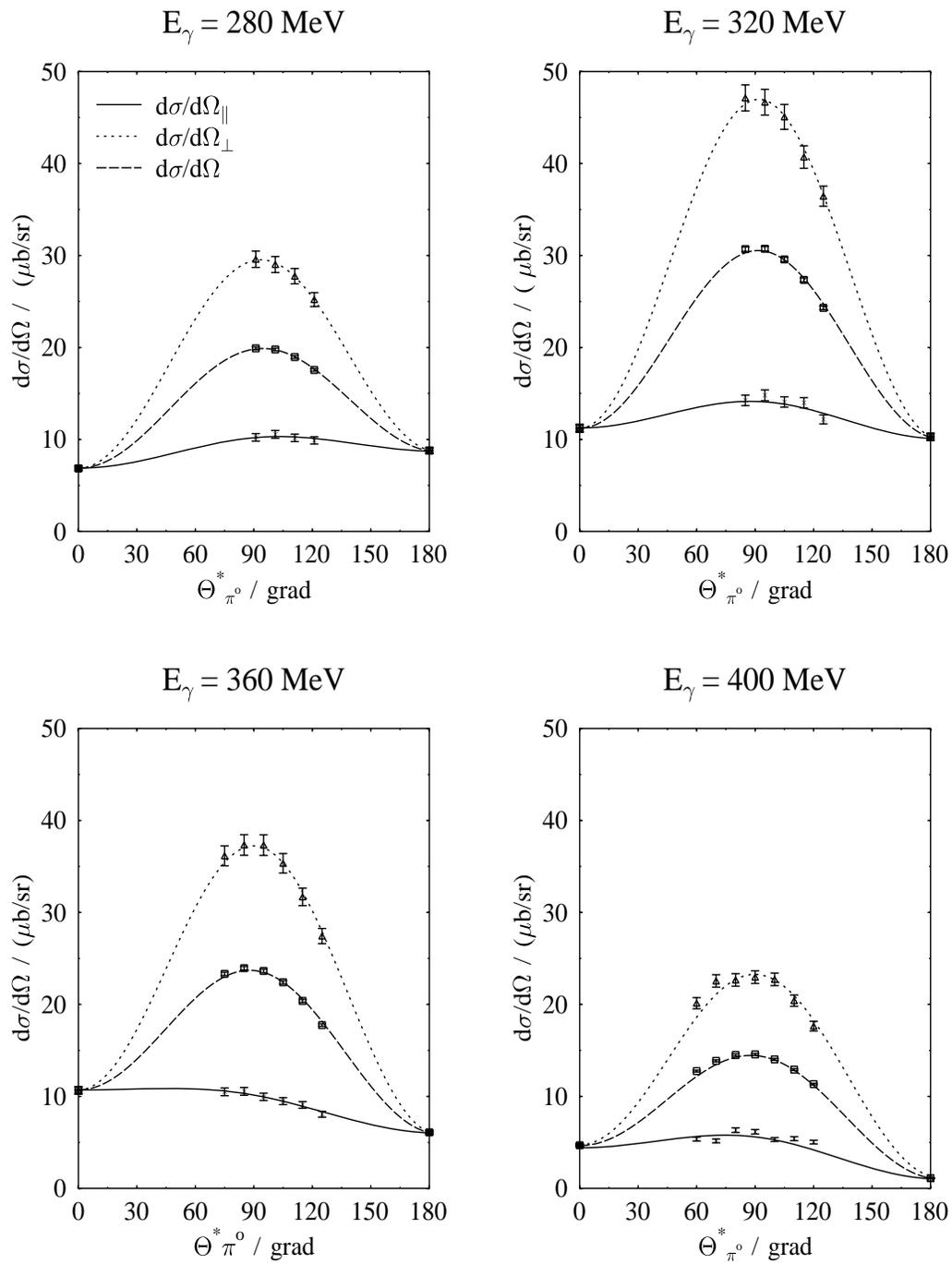


Abb. 9.1: Fitkurven an die Wirkungsquerschnitte bei vier Photonenergien. Die Kurven sind die im Text besprochenen Fits mit den Parametern A, B und C.

der Bonner [Gen 74] Messung herangezogen. Dieser Vergleich ist in den Abb. 9.5, 9.6 und 9.7 dargestellt.

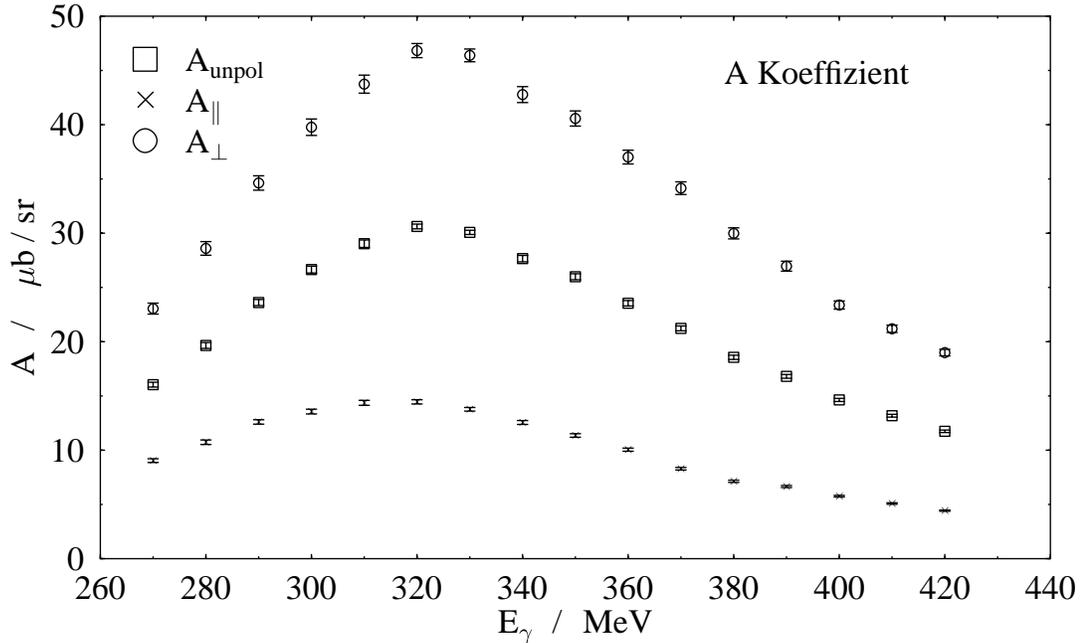


Abb. 9.2: Parameter A, A_{\parallel} und A_{\perp} für alle dem Experiment zugänglichen Photonenergien für die drei Wirkungsquerschnitte

Man sieht gute Übereinstimmung im Rahmen der Fehler für die Parameter A und C. Bei dem Parameter B haben sich die Daten verbessert. Diese Überprüfung der Wirkungsquerschnitte und der Parameter ist wertvoll um die neuen Daten für den parallelen und senkrechten Anteil der Wirkungsquerschnitte zu untermauern.

9.1.1 Bestimmung von E2/M1 aus dem Verhältnis $\frac{C_{\parallel}}{A_{\parallel}}$

Wie im Kapitel 2.4 beschrieben, erhält man aus dem Verhältnis der Koeffizienten C_{\parallel} und A_{\parallel} die zu bestimmende Größe $\frac{E_{1+}}{M_{1+}}$ für die neutrale Pion-Produktion ($\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$).

$$\frac{C_{\parallel}}{12 \cdot A_{\parallel}} = \frac{\text{Re}(E_{1+}(M_{1+} - M_{1-})^*)}{|E_{0+}|^2 + |M_{1+} - M_{1-}|^2} \approx \frac{\text{Re}(E_{1+}M_{1+}^*)}{|M_{1+}|^2} \quad (9.2)$$

In Gleichung 9.2 sind die Terme mit E_{0+} und M_{1-} vernachlässigt worden. Dies ist gerechtfertigt, da eine Vernachlässigung von E_{0+} einen Effekt von kleiner als $\sim 1\%$ auf das E_{1+}/M_{1+} -Verhältnis bewirkt und M_{1-} einen Effekt von kleiner als $\sim 10\%$ in der Δ -Resonanz ausmacht.

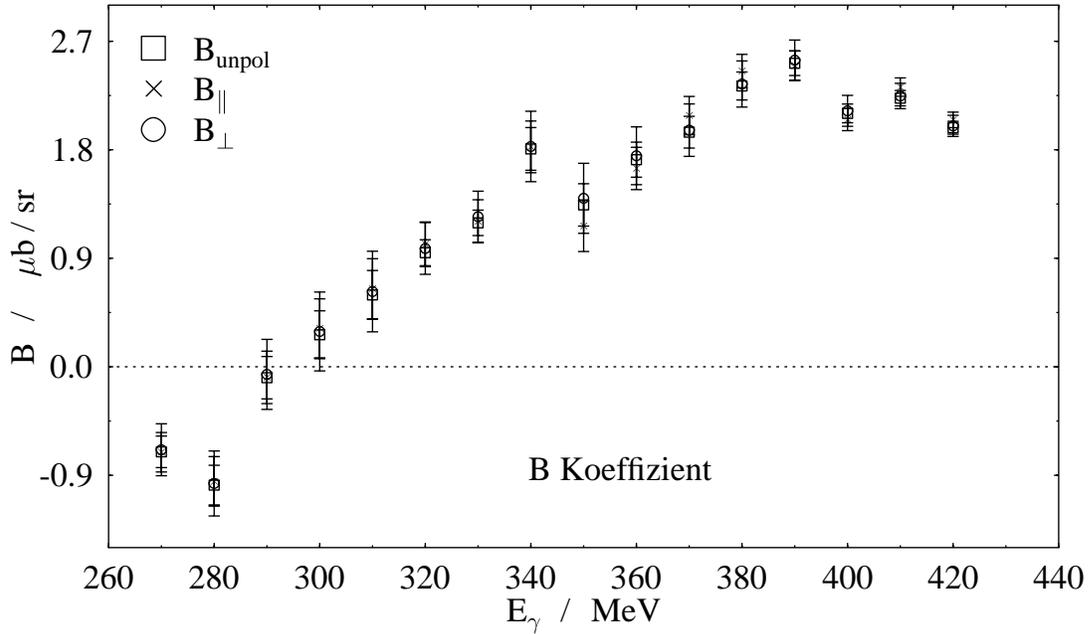


Abb. 9.3: Parameter B , B_{\parallel} und B_{\perp} für alle dem Experiment zugänglichen Photonenergien für die drei Wirkungsquerschnitte

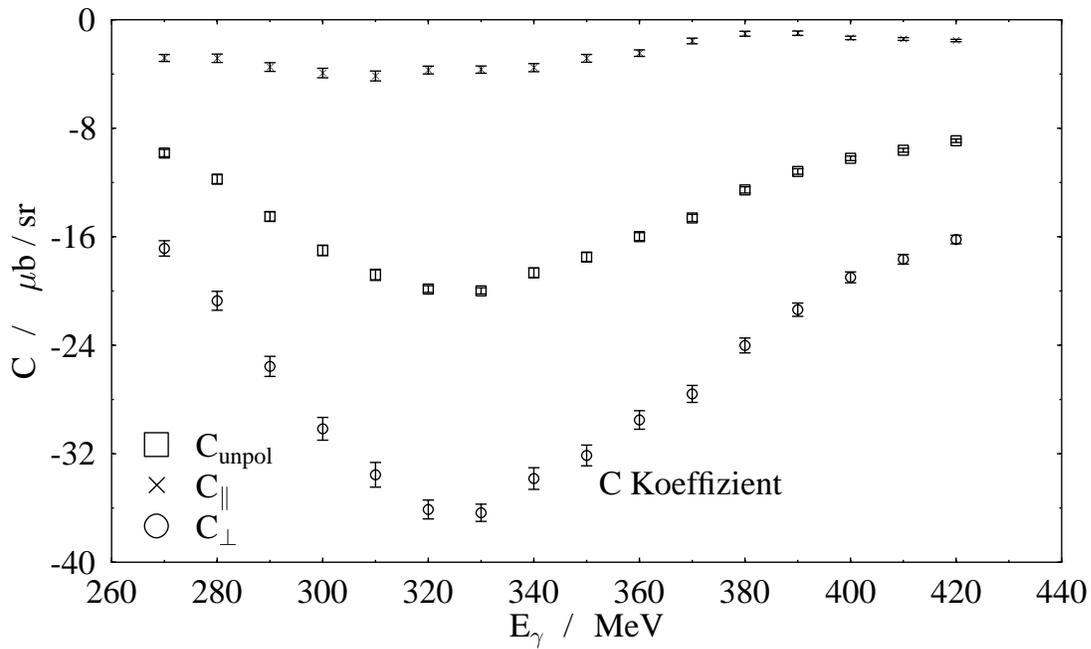


Abb. 9.4: Parameter C , C_{\parallel} und C_{\perp} für alle dem Experiment zugänglichen Photonenergien für die drei Wirkungsquerschnitte

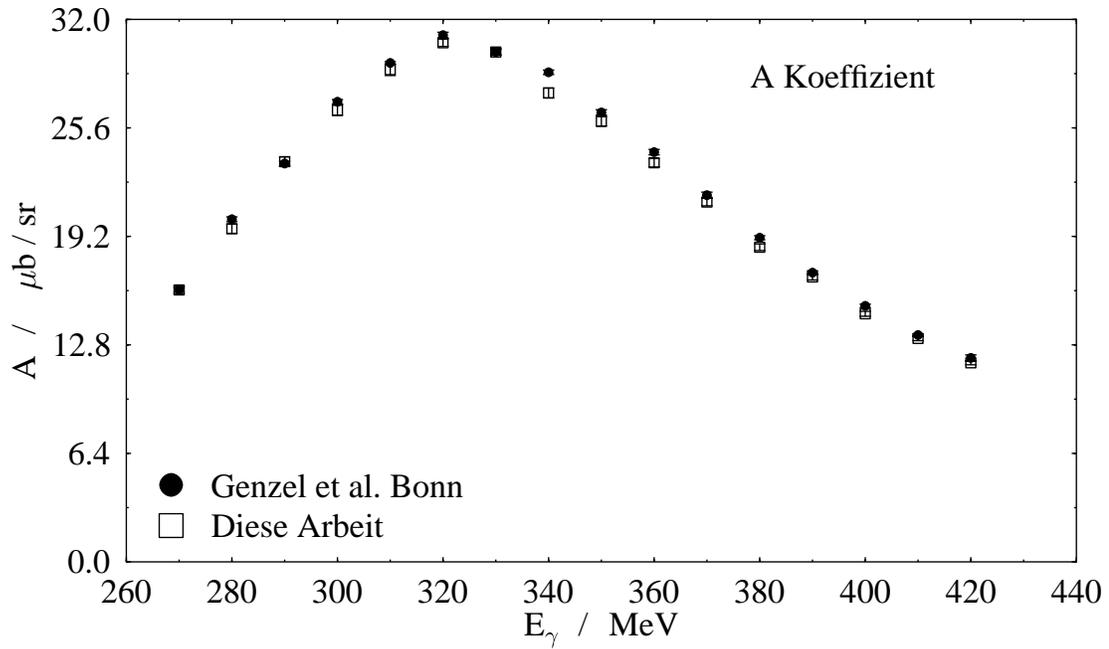


Abb. 9.5: Vergleich des Parameters A für den unpolarisierten, differentiellen Wirkungsquerschnitt aus dieser Arbeit mit den Daten aus der besten Messung von Genzel et al. [Gen 74](Bonn).

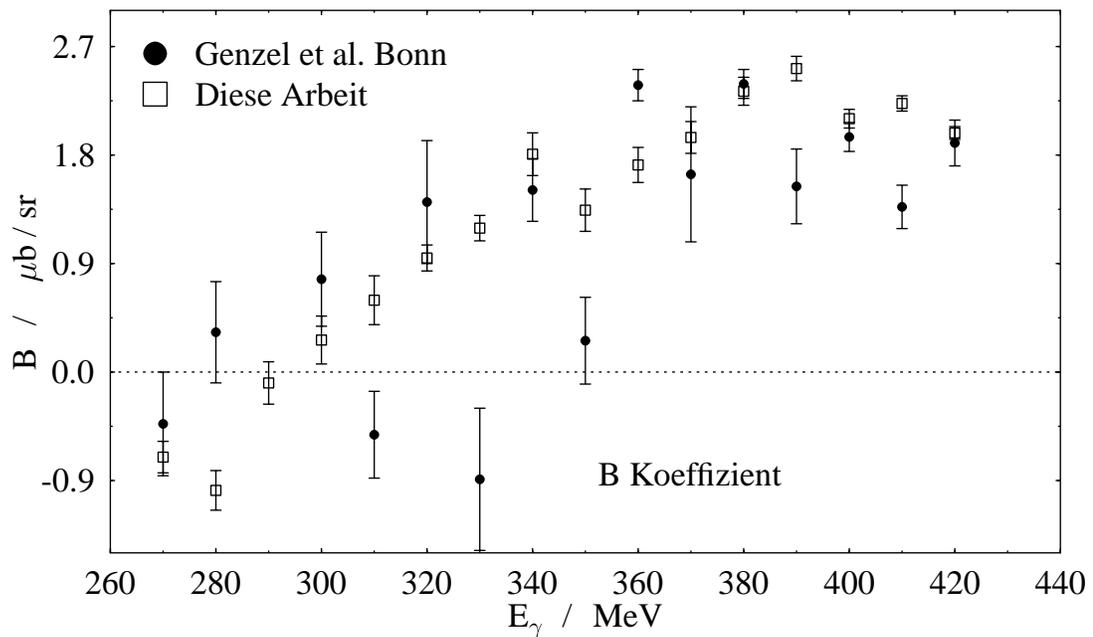


Abb. 9.6: Vergleich des Parameters B für den unpolarisierten, differentiellen Wirkungsquerschnitt aus dieser Arbeit mit den Daten aus der besten Messung von Genzel et al. [Gen 74] (Bonn).

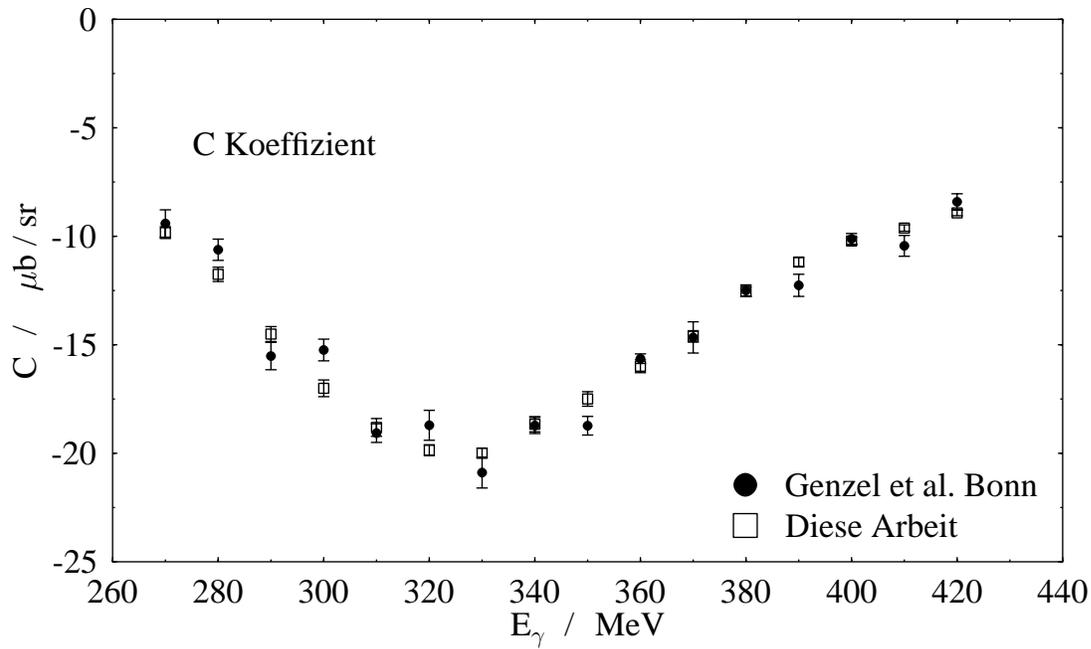


Abb. 9.7: Vergleich des Parameters C für den unpolarisierten, differentiellen Wirkungsquerschnitt aus dieser Arbeit mit den Daten aus der besten Messung von Genzel et al. [Gen 74] (Bonn).

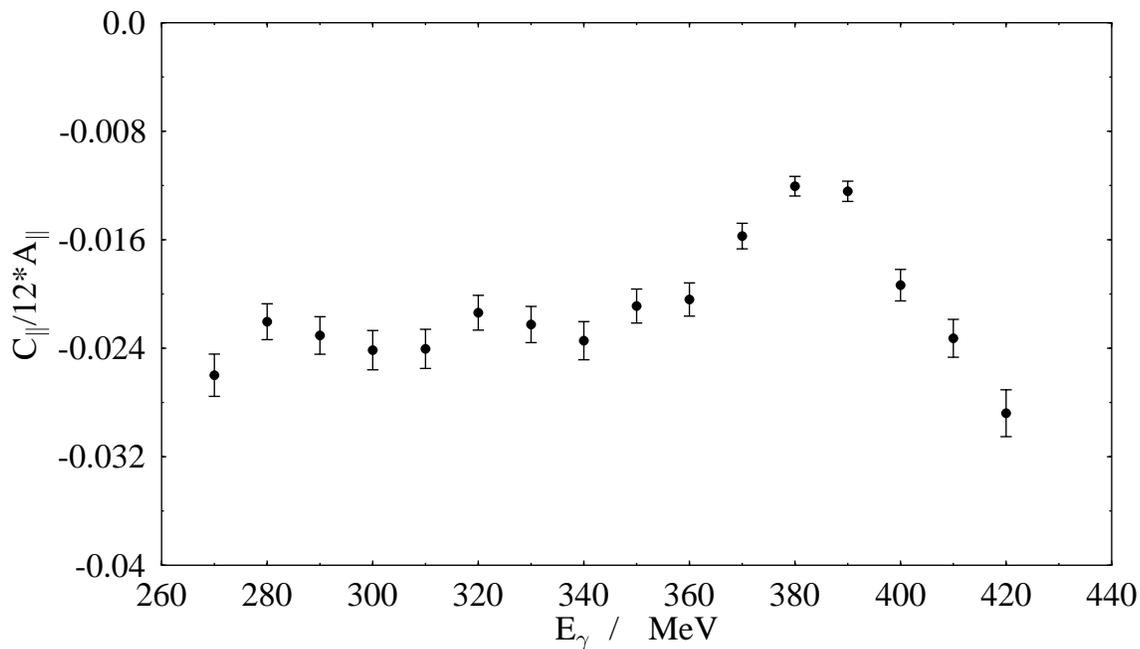


Abb. 9.8: Darstellung des Verhältnisses von $\frac{C_{\parallel}}{12 \cdot A_{\parallel}} = \frac{E_1 + M_1^*}{|M_1|^2}$ über der Photonenergie

In Abb. 9.8 ist das Verhältnis $C_{\parallel} / 12 A_{\parallel}$ über der Photonenergie dargestellt. Im Kapitel über die Interpretation der Daten wird noch einmal näher auf dieses Ergebnis eingegangen. Ebenso wird dort ein Vergleich mit existierenden Multipolanalysen und Multipolfits an bisher existierende Daten durchgeführt. Im nächsten Kapitel wird auf die Bestimmung der S- und P-Multipole in der Isospinzerlegung eingegangen. Dazu wird ein Fit an beide Datensätze (π^0, π^+) durchgeführt.

9.2 Vorüberlegungen zur Isospinzerlegung

In diesem Kapitel soll auf die Bestimmung der acht S- und P-Wellen-Multipole eingegangen werden.

$$E_{0+}^{\frac{1}{2}}, E_{0+}^{\frac{3}{2}}, E_{1+}^{\frac{1}{2}}, E_{1+}^{\frac{3}{2}}, M_{1+}^{\frac{1}{2}}, M_{1+}^{\frac{3}{2}}, M_{1-}^{\frac{1}{2}}, M_{1-}^{\frac{3}{2}}$$

Dazu sind einige Vorüberlegungen nötig:

1. S- und P-Wellennäherung ist nur in der Δ -Resonanz und nur für den $p\pi^0$ Kanal gerechtfertigt, da für den geladenen Pionenkanal $n\pi^+$ der Pion-Pol-Term eine Rolle spielt und Multipole höherer Ordnung beitragen läßt. In Abb. 2.3 in Kapitel 2.2 sieht man deutlich die Unterschiede im differentiellen Wirkungsquerschnitt der beiden Kanäle für eine Photonenergie von 340 MeV. Die physikalischen Kanäle setzen sich wie folgt aus den Isospinkanälen zusammen:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{p\pi^0} &= \mathcal{M}_{1/2} + \frac{2}{3}\mathcal{M}_{3/2} \\ \mathcal{M}_{n\pi^+} &= \sqrt{2}\mathcal{M}_{1/2} - \frac{\sqrt{2}}{3}\mathcal{M}_{3/2}. \end{aligned}$$

2. Da man beide Pionkanäle analysiert, d. h. den differentiellen Wirkungsquerschnitt und die Strahlasymmetrie bestimmt hat, erhält man die Information von acht Observablen. Diese Observablen sind jeweils A, B und C für jeden Kanal ($p\pi^0, n\pi^+$) und eine Größe α . Die Größe α ist in Gleichung 9.3 gegeben

$$\alpha = \frac{k}{q} \frac{d\sigma}{d\Omega} \frac{2\Sigma}{\sin^2\theta}. \quad (9.3)$$

Sie ist eine Funktion der Strahlasymmetrie Σ .

3. Aus Anhang B kann man die Herleitung des differentiellen Wirkungsquerschnitts in der CGLN-Amplituden-Darstellung entnehmen. Hier sollen nur F_1 bis F_4 vorgestellt werden, wie sie in den Wirkungsquerschnitt eingehen und im Fit verwendet wurden.

$$F_1 = \sum_{l=0}^2 [lM_{l+} + E_{l+}]P'_{l+1}(\cos(\theta)) + [(l+1)M_{l-} + E_{l-}]P'_{l-1}(\cos(\theta))$$

$$\begin{aligned}
F_2 &= \sum_{l=1}^2 [(l+1)M_{l+} + lM_{l-}]P_l'(\cos(\theta)) \\
F_3 &= \sum_{l=1}^2 [E_{l+} - M_{l+}]P_{l+1}''(\cos(\theta)) + [E_{l-} + M_{l-}]P_{l-1}''(\cos(\theta)) \\
F_4 &= \sum_{l=2}^2 [M_{l+} - E_{l+} - M_{l-} - E_{l-}]P_l''(\cos(\theta)) \\
\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) &= \frac{q}{k} \left[|F_1|^2 + |F_2|^2 + \frac{1}{2}|F_3|^2 + \frac{1}{2}|F_4|^2 + \operatorname{Re}(F_1F_4^*) + \operatorname{Re}(F_2F_3^*) \right. \\
&\quad + \{ \operatorname{Re}(F_3F_4^*) - 2\operatorname{Re}(F_1F_2^*) \} \cos(\theta) \\
&\quad - \{ \frac{1}{2}|F_3|^2 + \frac{1}{2}|F_4|^2 + \operatorname{Re}(F_1F_4^*) + \operatorname{Re}(F_2F_3^*) \} \cos^2(\theta) \\
&\quad \left. - \{ \operatorname{Re}(F_3F_4^*) \} \cos^3(\theta) \right] . \tag{9.4}
\end{aligned}$$

4. Ebenso wird die Gültigkeit des Watson Theorems bis 420 MeV angenommen. Die Gültigkeit des Watson-Theorems ist auf den Energiebereich elastischer Reaktionen beschränkt. Prinzipiell bricht das Theorem mit der Produktionsschwelle zweier neutraler Pionen bei einer Laborenergie von 308 MeV zusammen. Für die Anwendung zeigt sich aber, daß der Einfluß der inelastischen Schwelle auf die Phase für einen großen Teil der Partialwellen relativ gering ist und die Aussage des Watson-Theorems im Energiebereich der ersten und zweiten Resonanz weiter mit kleinen Einschränkungen Anwendung finden kann. Mit Hilfe des Watson Theorems kann man den Real- oder Imaginär-Teil der Multipolamplitude auf den Betrag reduzieren. Damit werden aus 16 S- und P-Multipolteilen, die man zu bestimmen hat, nur noch acht.

$$M_{1+}^{\frac{3}{2}} = |M_{1+}^{\frac{3}{2}}| e^{i\delta_{33}} \tag{9.5}$$

Gleichung 9.5 zeigt das Watson Theorem am Beispiel des $M_{1+}^{\frac{3}{2}}$ Multipols. Für den Imaginär- und Realteil gilt damit:

$$\operatorname{Im} M_{1+}^{\frac{3}{2}} = |M_{1+}^{\frac{3}{2}}| \sin \delta_{P_{33}} \tag{9.6}$$

$$\operatorname{Re} M_{1+}^{\frac{3}{2}} = |M_{1+}^{\frac{3}{2}}| \cos \delta_{P_{33}} . \tag{9.7}$$

Somit gilt für alle acht Multipole:

$$E_{0+}^{\frac{1}{2}} = |E_{0+}^{\frac{1}{2}}| e^{i\delta_{S_{11}}}$$

$$\begin{aligned}
E_{0+}^{\frac{3}{2}} &= |E_{0+}^{\frac{3}{2}}| e^{i\delta_{S_{31}}} \\
E_{1+}^{\frac{1}{2}} &= |E_{1+}^{\frac{1}{2}}| e^{i\delta_{P_{13}}} \\
E_{1+}^{\frac{3}{2}} &= |E_{1+}^{\frac{3}{2}}| e^{i\delta_{P_{33}}} \\
M_{1+}^{\frac{1}{2}} &= |M_{1+}^{\frac{1}{2}}| e^{i\delta_{P_{13}}} \\
M_{1+}^{\frac{3}{2}} &= |M_{1+}^{\frac{3}{2}}| e^{i\delta_{P_{33}}} \\
M_{1-}^{\frac{1}{2}} &= |M_{1-}^{\frac{1}{2}}| e^{i\delta_{P_{11}}} \\
M_{1-}^{\frac{3}{2}} &= |M_{1-}^{\frac{3}{2}}| e^{i\delta_{P_{31}}} .
\end{aligned} \tag{9.8}$$

5. Die Kenntnis aller Pionstreuphasen muß damit vorausgesetzt werden. In Abb. 9.9 sind die Streuphasen [Kam 95] für die verwendeten Multipole dargestellt, berechnet mit einer Parametrisierung aus existierenden Daten, von S. Kamalov.

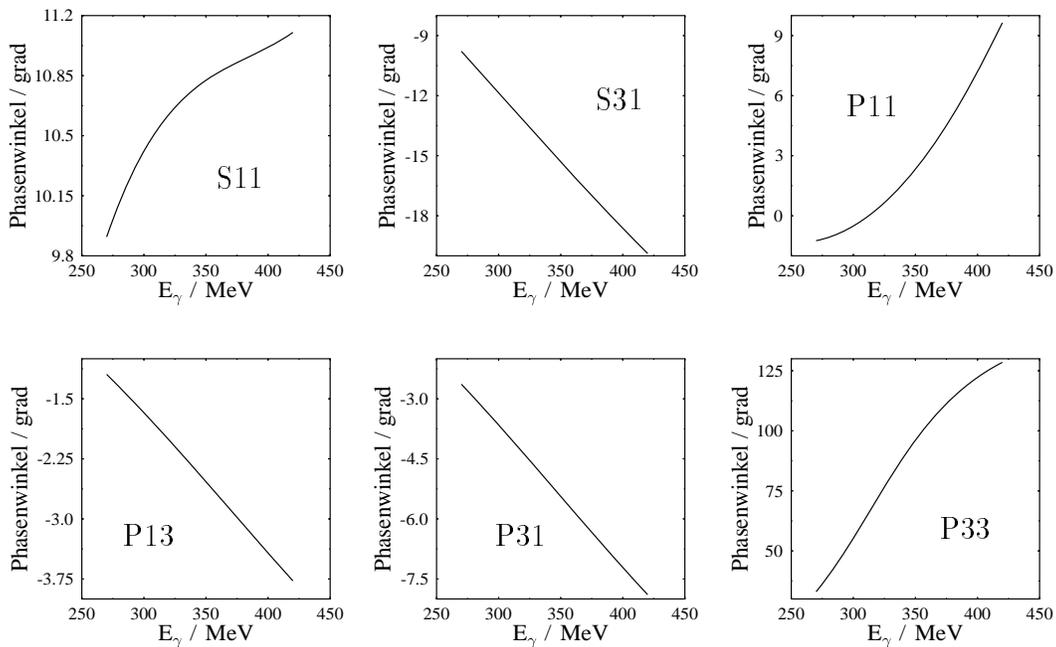


Abb. 9.9: Pionstreuphasen für die S- und P-Wellenmultipole [Kam 95].

Nach diesen einleitenden Anmerkungen wird auf die Bestimmung der S- und P-Multipole eingegangen.

9.3 Isospinzerlegung

Zur Bestimmung der acht Multipolstärken wurde mit Hilfe des Programmpakets 'MINUIT-Function Minimization and Error Analysis' ein Fitprogramm entwickelt.

Wie im vorhergehenden Unterkapitel besprochen, hat man mit dem hier beschriebenen Experiment acht Observablen zur Verfügung, somit können nur acht Fitkoeffizienten bestimmt werden. Die Fitkoeffizienten sind die acht Beträge der S- und P-Multipole, siehe Gleichung 9.8. Bei der geladenen Pionproduktion tragen aber auch höhere Multipole bei, die mit einer Rechnung berücksichtigt werden müssen. Hierfür wird der Wirkungsquerschnitt mit Hilfe der CGLN-Amplituden der Photopionproduktion (F_1, F_2, F_3, F_4) in Born'scher Näherung mit pseudovektorieller Kopplung in der Berends-Notation bis zu einer Ordnung $l = 10$ ausgerechnet. Von diesen F_1 bis F_4 werden dann die S- und P-Wellenmultipole in Born'scher Näherung subtrahiert und mit freien Fit-Koeffizienten wieder berücksichtigt. Somit beinhalten die Fitgrößen den resonanten Anteil, der von der Δ -Resonanz kommt und die S- und P-Wellen in Born'scher Näherung.

$$\begin{aligned}
 F_1 &= F_1 - (E_{0+} + (M_{1+} + E_{1+}) 3 \cos(\theta)) + (E_{0+}^{fit} + (M_{1+}^{fit} + E_{1+}^{fit}) 3 \cos(\theta)) \\
 F_2 &= F_2 - (2M_{1+} + M_{1-}) + (2M_{1+}^{fit} + M_{1-}^{fit}) \\
 F_3 &= F_3 - (3(E_{1+} - M_{1+})) + (3(E_{1+}^{fit} - M_{1+}^{fit})) \\
 F_4 &= F_4
 \end{aligned}$$

Die Vektormesonen ω und ρ werden als Austauscheteilchen ebenso von der Rechnung berücksichtigt, die in Zusammenarbeit mit der Theoriegruppe Prof. Drechsel durchgeführt wurde.

Der Fit wurde für beide Kanäle für alle Wirkungsquerschnitte im gesamten Photonenergiebereich durchgeführt, um mit dem χ^2 -Minimierungsverfahren die Multipolstärken zu bestimmen. In Abb. 9.10 und 9.11 sind die Ergebnisse in einem Vergleich mit dem jetzt besten Multipolfit von Prof. Arndt et al. dargestellt. Im Kapitel 10, über die Interpretation der Daten, wird dann näher auf diesen Vergleich eingegangen.

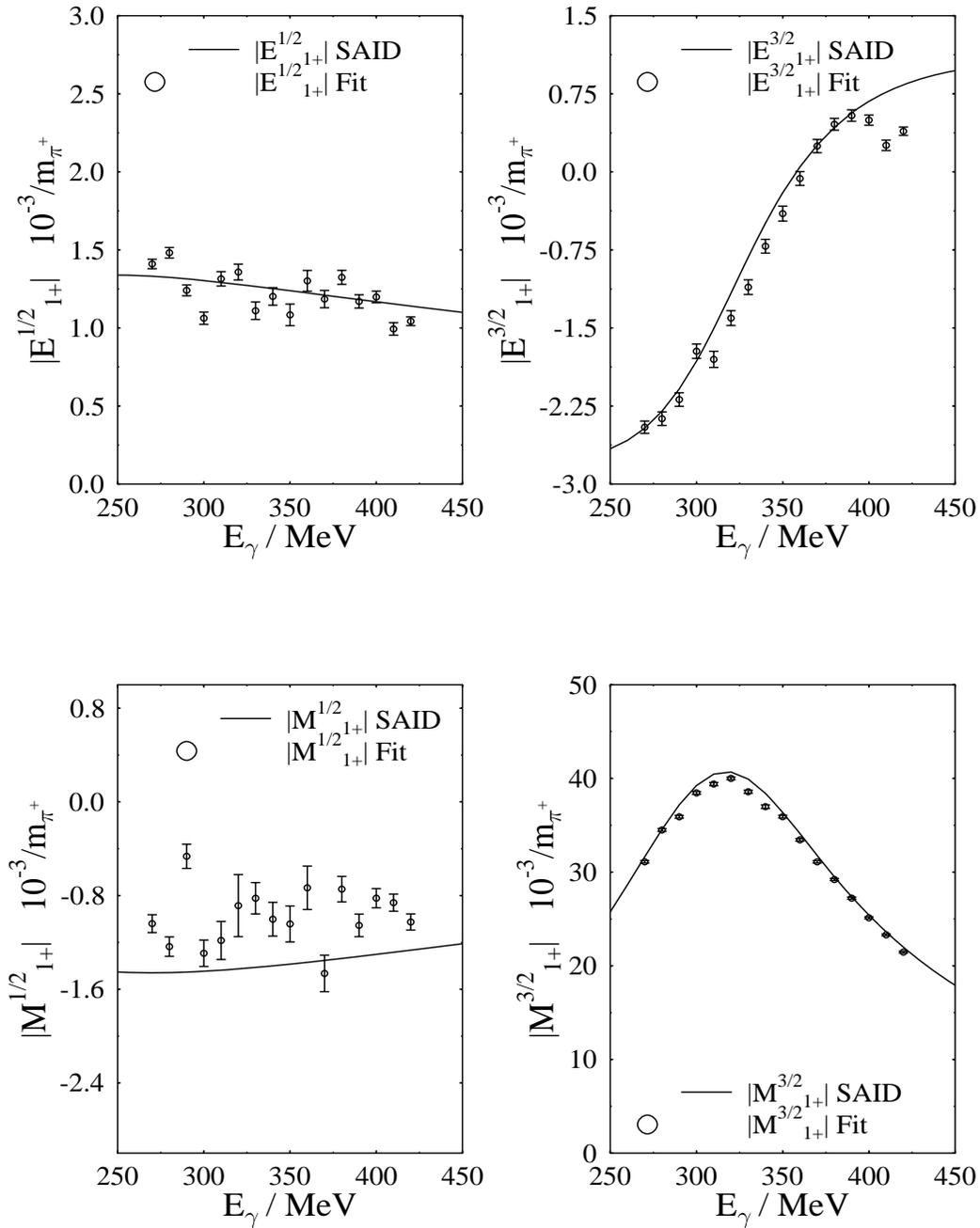


Abb. 9.10: Ergebnisse des Multipolfits für die Beträge der Multipole E_{1+} und M_{1+} , verglichen mit einer Multipolanalyse von Arndt et al. (SAID)

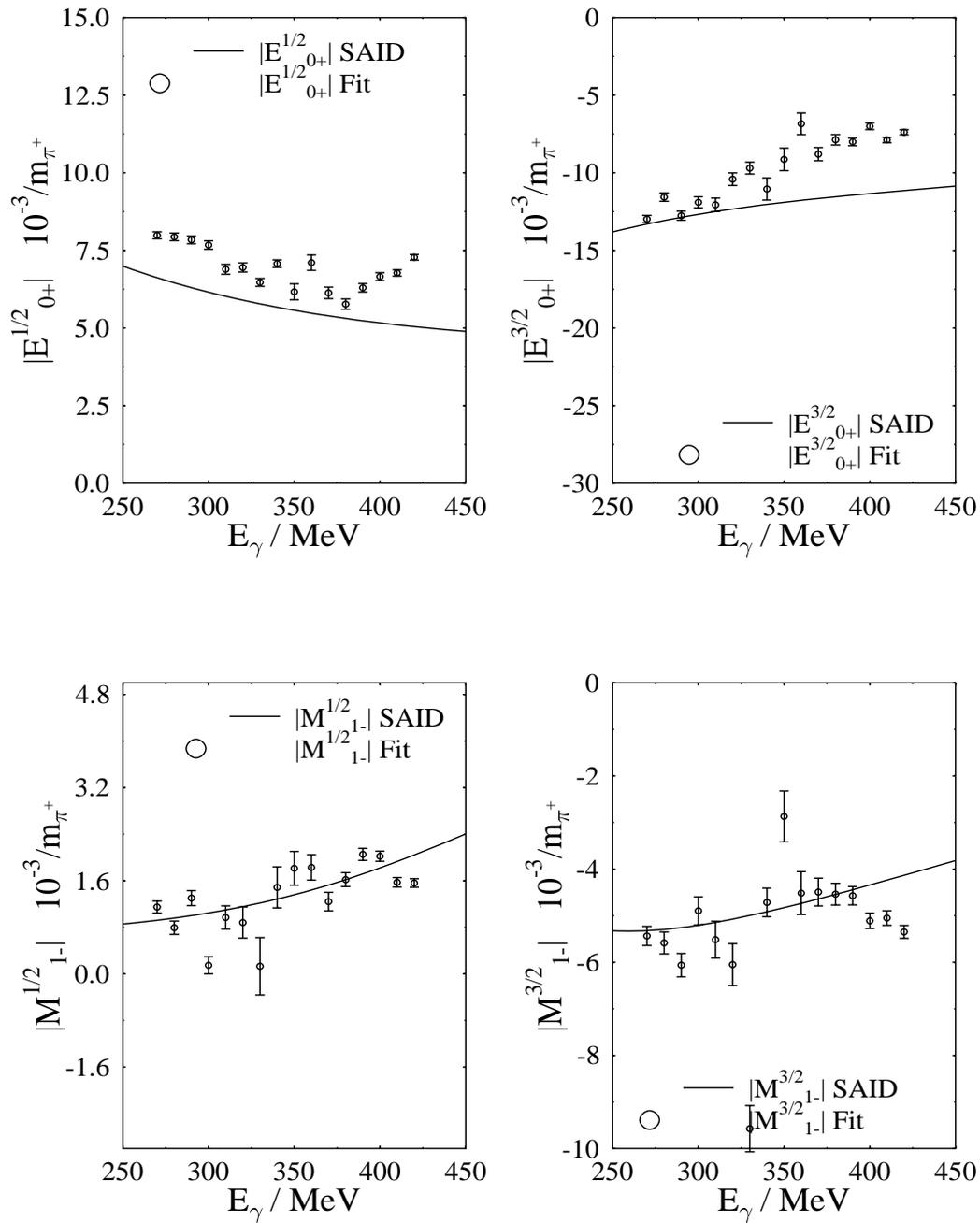


Abb. 9.11: Ergebnisse des Multipolfits für die Beträge der Multipole E_{0+} und M_{1-} , verglichen mit einer Multipolanalyse von Arndt et al. (SAID)

Kapitel 10

Ergebnisse und Interpretation

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse für die Real- bzw. Imaginärteile der physikalischen Multipolamplituden des $p\pi^0$ -Kanals und die Multipolamplituden des Isospin 3/2 Kanals dargestellt. Ebenso wird das Ergebnis für das Verhältnis $E_{1+}^{3/2}/M_{1+}^{3/2}$ vorgestellt. Die Werte werden mit dem Multipolfit von Arndt et al. [Arn 95] und mit anderen Multipolanalysen von Pfeil und Schwela [Pfe 72] verglichen. Zum Vergleich werden auch Daten von Grushin et al. [Gru 89] herangezogen. Im Anschluß wird noch die modellabhängige Abtrennung von resonantem und nichtresonantem Beitrag zum EMR diskutiert.

10.1 Ergebnisse für die Amplituden des $p\pi^0$ -Kanals

In den Abb. 10.4, 10.3, 10.1 und 10.2 sind die Ergebnisse für die Real- und Imaginäranteile der interessanten Multipole (E_{1+} und M_{1+}) dargestellt. Die Ergebnisse für die beiden anderen S- und P-Wellenmultipole (M_{1-} und E_{0+})

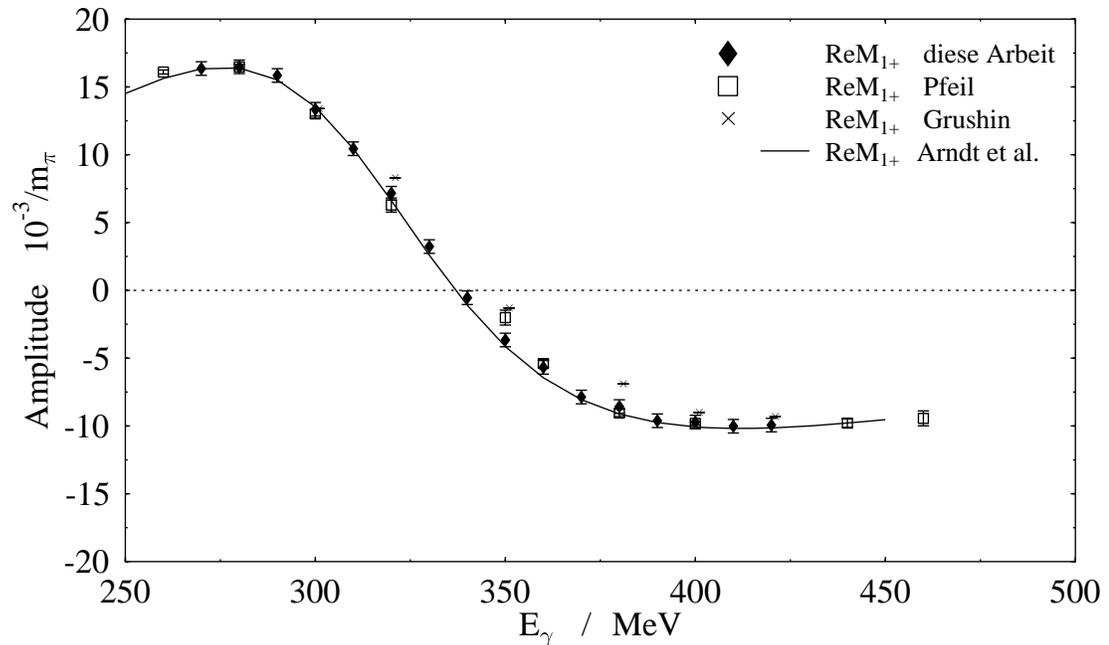


Abb. 10.1: Vergleich verschiedener Ergebnisse zum Realteil der $M_{1+}^{p\pi^0}$ Multipolamplitude.

entnimmt man der Tabelle aus dem Anhang C.3.

Die Werte aus dieser Arbeit sind verglichen mit Multipolanalysen von Pfeil und Schwela [Pfe 72] und dem Multipolfit an alle bis dahin existierenden Daten von Arndt et al. [Arn 95] sowie den Daten aus der Multipolanalyse von Grushin et al. [Gru 89]. Man sieht deutlich, daß der M_{1+} -Multipol im Gegensatz zum E_{1+} sehr

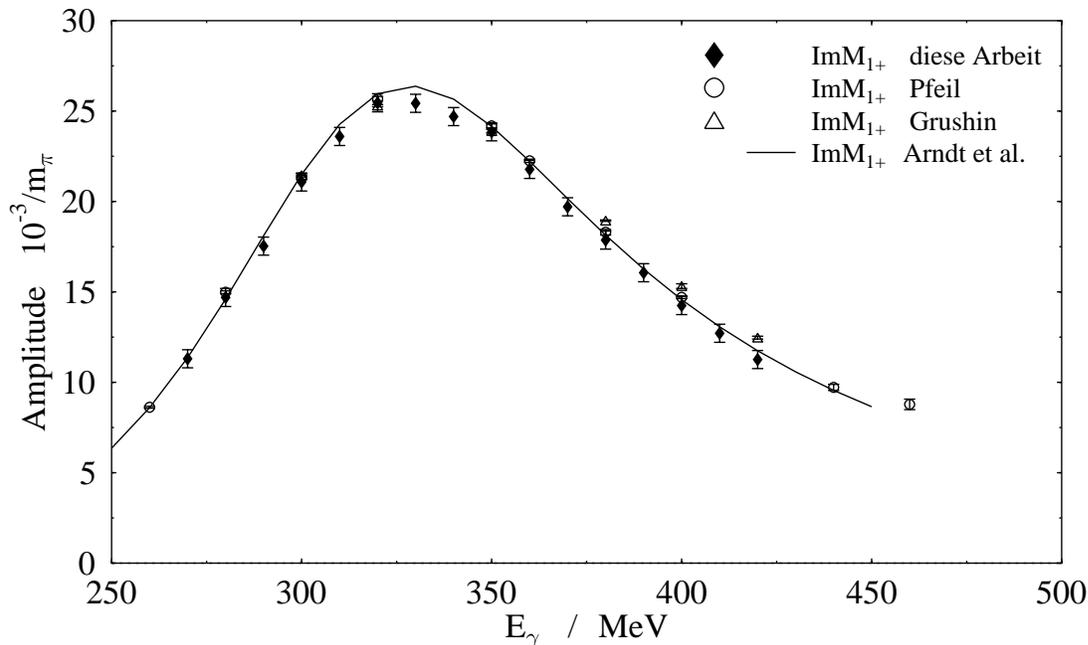


Abb. 10.2: Vergleich verschiedener Ergebnisse zum Imaginärteil der $M_{1+}^{p\pi^0}$ Multipolamplitude.

gut bekannt ist. Im Energiebereich um die Δ -Resonanz ist er auch die dominierende Multipolamplitude und war demnach auch ohne den Einsatz von Polarisationsfreiheitsgraden in älteren Messungen sehr gut bestimmbar. In den Bildern der M_{1+} -Multipolamplitude sind die Fehlerbalken aller Datensätze meist kleiner als die Symbolgröße. Dieser Umstand macht die Abweichung des Multipolfits von Arndt et al. direkt in der Δ -Resonanz deutlicher. Man erkennt auch eine Abweichung der drei anderen Multipolfits ([Pfe 72], [Gru 89] und diese Arbeit) um 3 – 5% von der Aussage von Arndt et al.. Diese überschätzt den Imaginärteil des M_{1+} -Multipols ab einer Photonenergie von 320 MeV. Für die Real- und Imaginäranteile des E_{1+} -Multipols ist die Situation ganz anders.

Die Daten von Grushin et al. haben große Fehlerbalken und lassen keinen speziellen Verlauf der Real- und Imaginärteile erkennen. Die Ergebnisse von Pfeil und Schwela hingegen zeigen beim Realteil bei niedrigen Photonenergien den gleichen Verlauf wie unsere Daten, bei höheren Photonenergien weichen die Daten jedoch von den Daten dieser Arbeit und dem Multipolfit von Arndt et al. ab. Die Situation bei dem Imaginärteil sieht etwas anders aus. Dort lassen die Daten von Pfeil und Schwela einen ähnlichen Verlauf wie die Daten dieser Arbeit und dem

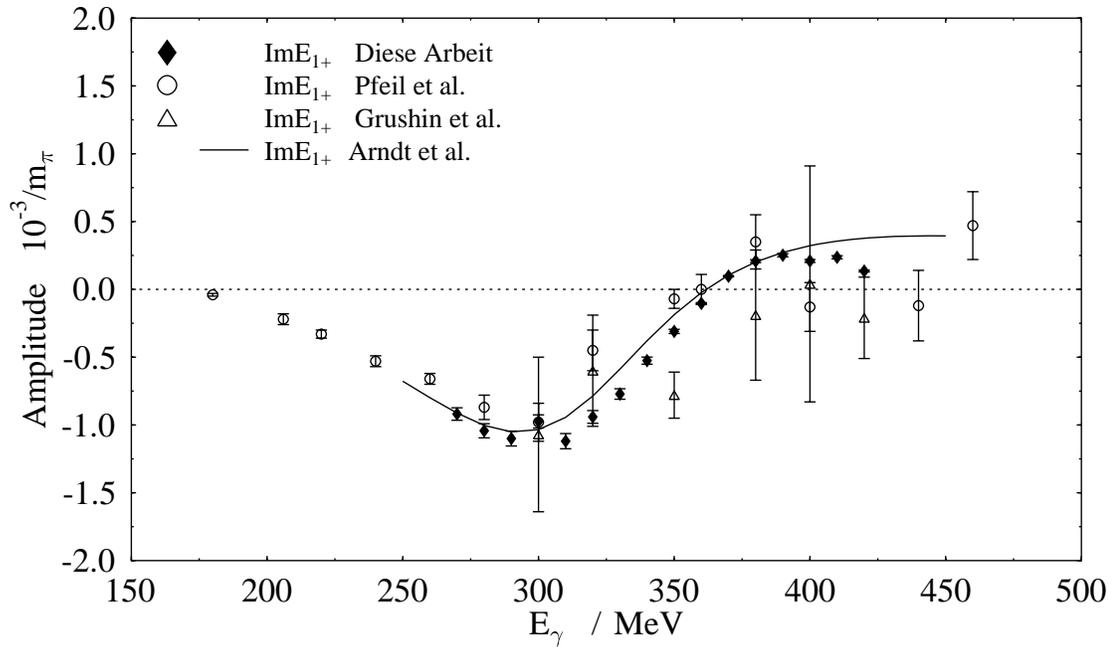


Abb. 10.3: Vergleich verschiedener Ergebnisse zum Imaginärteil der $E_{1+}^{p\pi^0}$ Multipolamplitude.

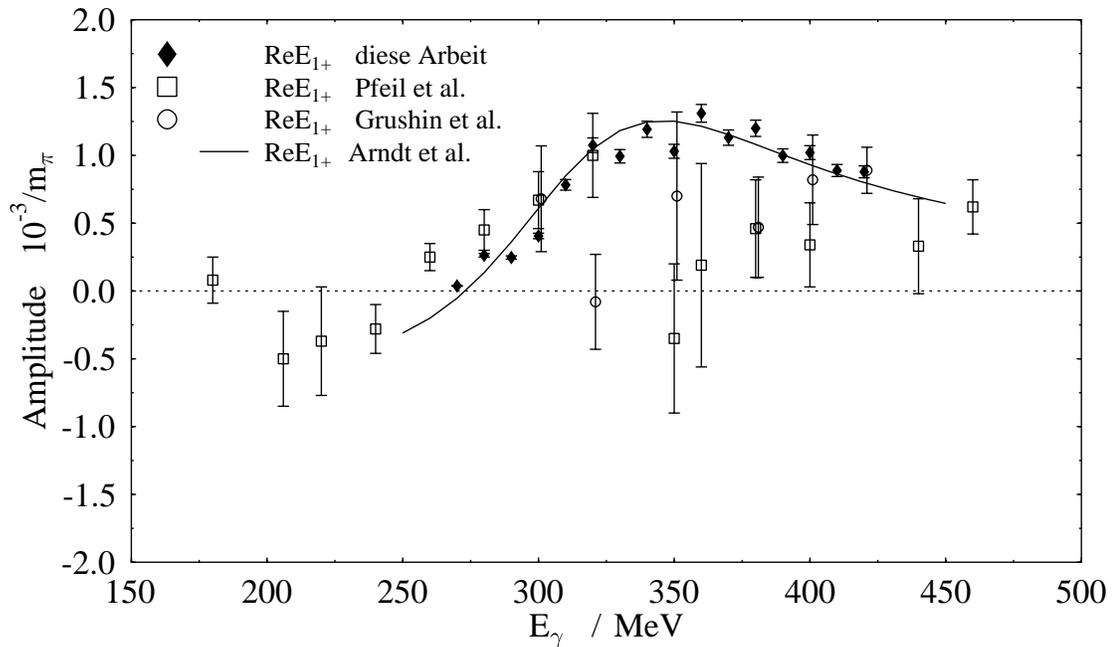


Abb. 10.4: Vergleich verschiedener Ergebnisse zum Realteil der $E_{1+}^{p\pi^0}$ Multipolamplitude.

Fit von Arndt vermuten. Bei höheren Photonenergien werden aber auch dort die Fehlerbalken groß. Der Multipolfit von Arndt et al., der in den Bildern als Kurve dargestellt ist, beschreibt die Ergebnisse dieser Arbeit relativ gut. Man erkennt aber im Imaginärteil der E_{1+} -Amplitude eine signifikante Abweichung direkt in der Δ -Resonanz, was im folgenden die Abweichung des EMR von dem jetzigen Literaturwert erklärt. Näheres dazu im Kapitel 10.3.

Zusammenfassend kann man sagen, daß sich die Qualität der Daten für die Multipolamplituden mit dieser Arbeit wesentlich verbessert hat.

Die Daten sind im Anhang C.3 in Tabellen gegeben. In diesen Tabellen sind auch die Stärken für den M_{1-} und den E_{0+} Multipol eingetragen. Die letzten werden in dieser Arbeit nicht zur Interpretation herangezogen.

10.2 Ergebnisse für den Isospin 3/2 Kanal

Eine Trennung der Multipolamplituden in ihre Isospinkanäle ist bei dieser Messung möglich, da man beide Pionproduktionskanäle gemessen hat. Der Isospin-3/2-Kanal der E_{1+} -Amplitude setzt sich wie folgt aus den physikalischen Amplituden für die π^0 - und die π^+ -Produktion zusammen:

$$E_{1+}^{3/2} = E_{1+}(p\pi^0) - \frac{1}{\sqrt{2}}E_{1+}(n\pi^+). \quad (10.1)$$

Gleiches gilt für die anderen Amplituden.

Im vorhergehenden Kapitel sind der achtparametrische Fit und dessen Ergebnisse für die Beträge der acht S- und P-Wellenmultipole vorgestellt worden. Hier sind nun die Resultate für den Real- und Imaginäranteil dargestellt, siehe dazu Abb. 10.5 und 10.6. In diesen Abbildungen ist das Ergebnis für den Real- und den Imaginärteil verglichen mit der Multipolanalyse von Pfeil und Schwela [Pfe 72] und dem Multipolfit von Arndt et al. [Arn 95].

Man sieht deutlich, daß es bei der $M_{1+}^{3/2}$ -Amplitude eine sehr gute Übereinstimmung der drei Datensätze gibt. Die Abweichungen sind in der Größenordnung von $< 1\%$. Im Imaginäranteil der $E_{1+}^{3/2}$ -Amplitude sieht man wieder die signifikante Abweichung in der Δ -Resonanz. Die Folgen für das EMR werden im nächsten Unterkapitel genauer erklärt. Desweiteren ist zu bemerken, daß sich die Qualität der Daten für die $E_{1+}^{3/2}$ -Amplitude gegenüber dem Datensatz von Pfeil und Schwela verbessert hat. Die Ergebnisse von Arndt et al. sind speziell geglättet worden und deshalb bei der Interpretation als Kurve dargestellt.

Im Anschluß an dieses Unterkapitel wird auf das eigentliche Ergebnis dieser Dissertation eingegangen, nämlich die Bestimmung des $E_{1+}^{3/2}/M_{1+}^{3/2}$ -Verhältnisses.

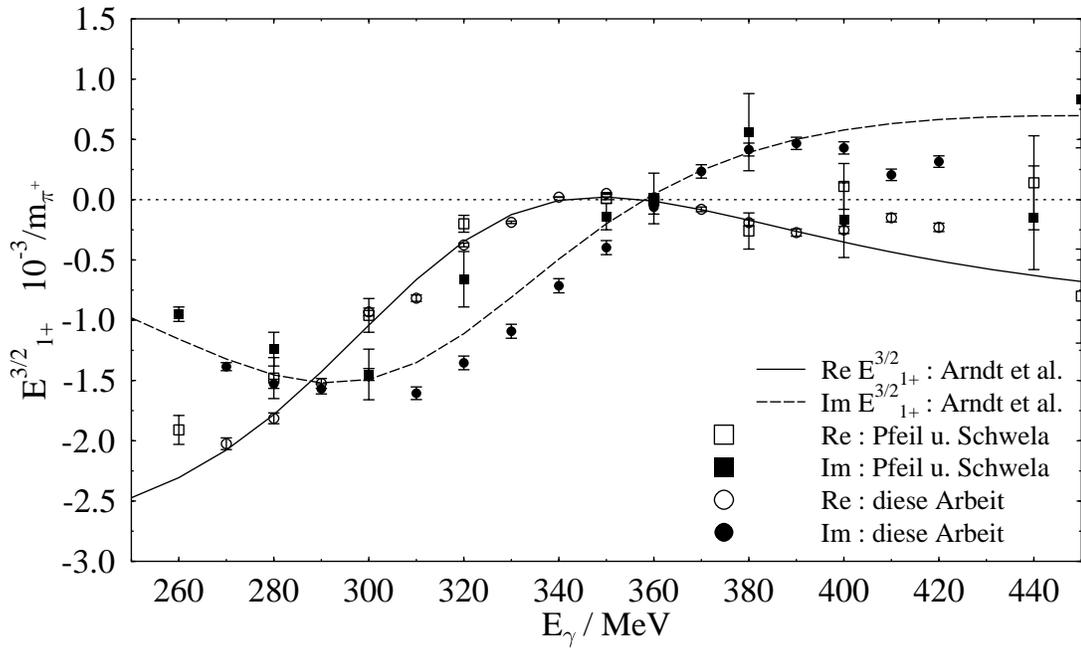


Abb. 10.5: Vergleich verschiedener Datensätze für den Real- und Imaginärteil der $E_{1+}^{3/2}$ Multipolamplitude

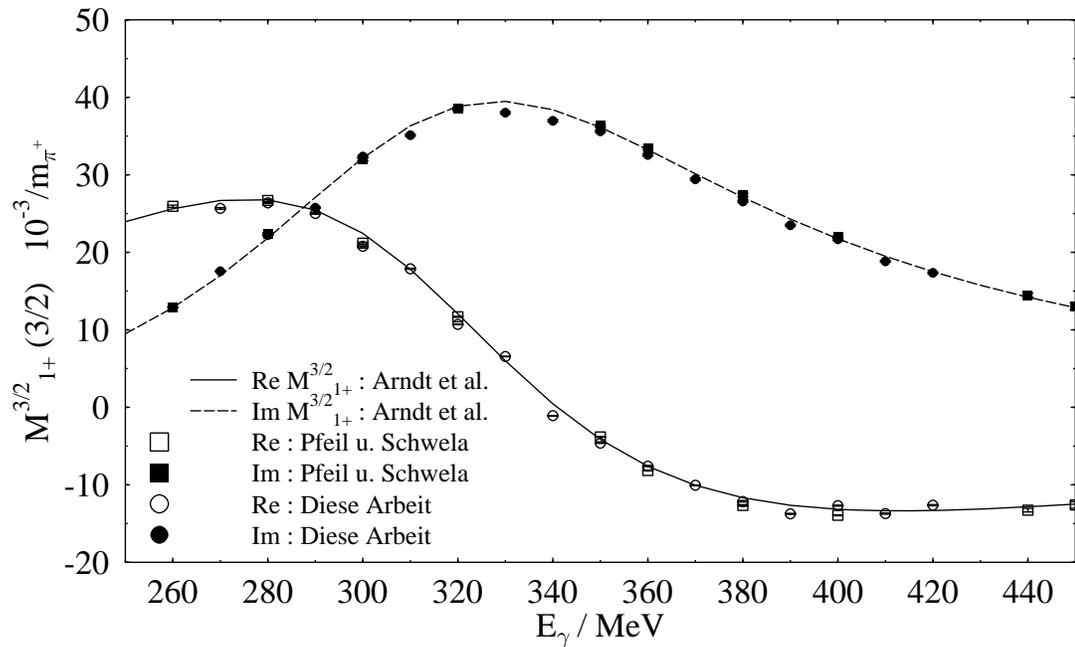


Abb. 10.6: Vergleich verschiedener Datensätze für den Real- und Imaginärteil der $M_{1+}^{3/2}$ Multipolamplitude

10.3 Das EMR für den Isospin 3/2 Kanal

Für das EMR-Verhältnis der Isospin 3/2 Komponenten ergibt sich dann:

In Abb. 10.7 ist das EMR-Verhältnis mit den Daten aus dem Multipolfit von

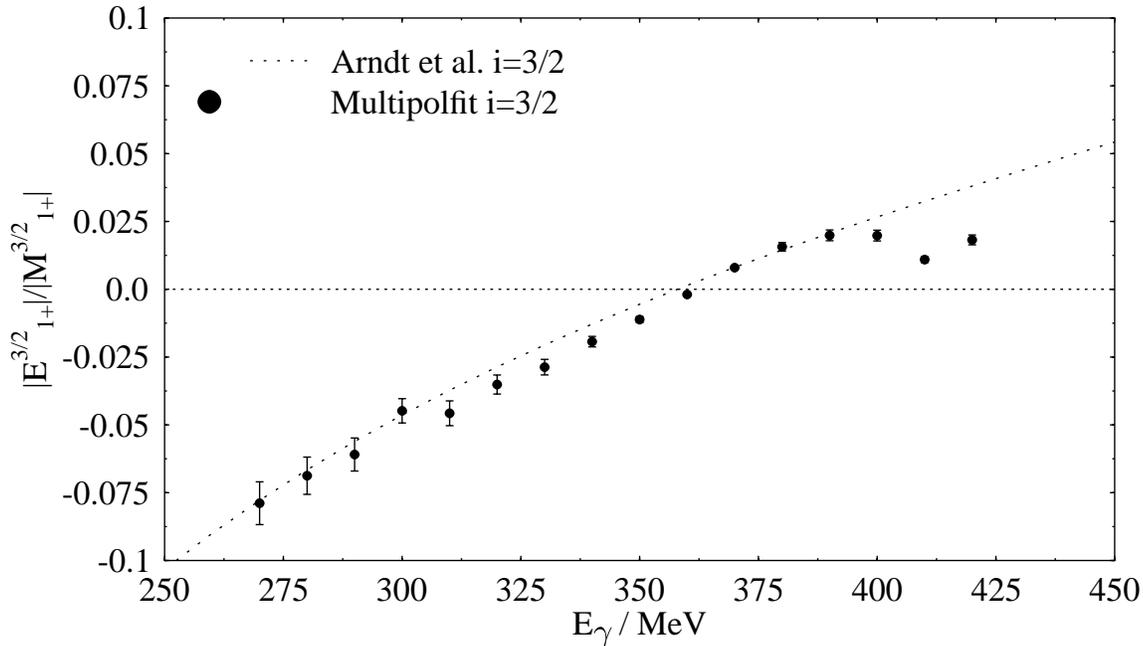


Abb. 10.7: Vergleich des EMR-Verhältnis für den Betrag der $M_{1+}^{3/2}$ und $E_{1+}^{3/2}$ Multipolamplituden

Arndt et al. verglichen. Es ergibt sich bei einer Photonenergie von 340 MeV, direkt in der Δ -Resonanz, ein Wert für das EMR von $(-2.5 \pm 0.2)\%$. Die Analyse von Arndt et al. lieferte dagegen den Wert -1.5% .

Man kann aus Abb. 10.8 entnehmen, daß der Realteil der M_{1+} Multipolamplitude in der Δ -Resonanz einen Nulldurchgang hat. Dies ist auch das Kriterium für eine Resonanz. Die Isospin 1/2 Komponenten der beiden interessanten Multipole E_{1+} und M_{1+} sind gleich Null oder sehr klein, so daß man an der Stelle der Δ -Resonanz das Verhältnis aus dem Imaginärteil allein bestimmen kann.

Ergebnis für das EMR in der Δ -Resonanz

$$\frac{\text{Im}E_{1+}^{\frac{3}{2}}}{\text{Im}M_{1+}^{\frac{3}{2}}} = (-2.5 \pm 0.2)\% \quad (10.2)$$

Bis zu diesem Punkt ist das Ergebnis modellunabhängig. In die Analyse gehen nur die Vorschrift, daß man die Bornsterme in Pseudovektor-Kopplung errechnet und die Gültigkeit des Watson-Theorems ein. Wenn man das Ergebnis für das EMR aufspalten möchte in einen reinen Δ -Resonanzanteil und einen Untergrund, so muß man ein Modell benutzen. Eine genaue Untergrundabtrennung aufgrund eines bestimmten Modells soll hier nicht vollzogen werden. Es soll lediglich unter

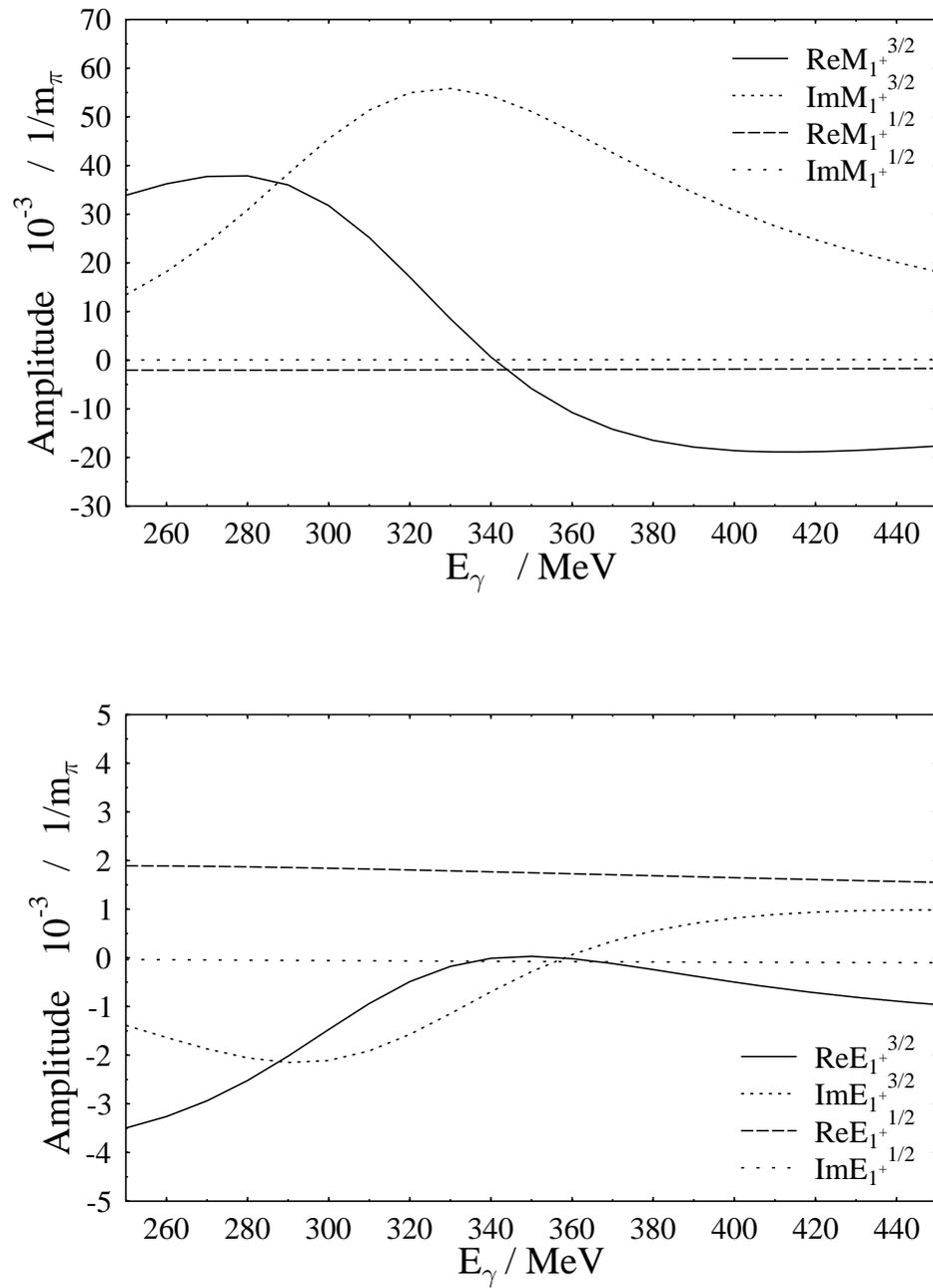


Abb. 10.8: Darstellung der Isospin 1/2 und 3/2 Komponenten für die M_{1+} und E_{1+} Multipolamplituden. Die Daten wurden mit dem auf der Multipolanalyse von Arndt et al. basierenden Programm SAID bestimmt.

Zuhilfenahme verschiedener Modelle eine Abschätzung für das resonante Verhältnis gegeben werden. Als Beispiel wird das dynamische Modell zur Pionphotoproduktion von Nozawa, Blankleider und Lee [NBL 90] genommen.

Der nichtresonante Anteil im Imaginäranteil der M_{1+} -Amplitude beträgt nach

Abb. 10.9: Darstellung des Imaginärteils der M_{1+} und E_{1+} Multipolamplituden, jeweils des resonanten und nichtresonanten Anteils, nach dem Modell von Nozawa, Blankleider und Lee. Die gepunktete Kurve ist der nichtresonante Anteil, die gestrichelte Kurve ist dann der resonante Anteil und die durchgezogene Kurve ist die Summe aus beiden Kurven.

[NBL 90] ungefähr 10%, siehe Abb. 10.9. In der E_{1+} -Amplitude hingegen macht er fast 40% aus, so daß sich das Verhältnis für den resonanten Anteil allein um ungefähr 25% vergrößert. Man erhält dann für das resonante EMR einen Wert von $EMR_{res} = -3.13\%$.

Den Wert kann man mit den Vorhersagen der Modelle, siehe Kapitel 2.5 über die verschiedenen Modelle, vergleichen, da dort jeweils das resonante Verhältnis angegeben ist. Man sieht, daß fast alle Modelle einen viel zu kleinen Wert voraussagen.

Wilhelm, Wilbois und Arenhövel zeigten, daß diese Separation eines Untergrunds mit einer inherenten Unsicherheit behaftet ist, siehe dazu [WWA 96] und [Wil 96]. Diese Unsicherheit läßt sich auf eine verbleibende unitäre Freiheit zurückführen. Ein unitär transformiertes, dynamisches Modell erzeugt eine andere Aufspaltung der Multipole in resonanten und nichtresonanten Anteil, wobei es die vollen

Multipole (Observablen) nicht ändert. Diese Freiheit wurde in einem Modell abgeschätzt. Der Parameter $\tilde{\alpha}$ charakterisiert die Stärke der unitären Transformation, wobei $\tilde{\alpha} = 0$ dem Ausgangsmodell entspricht. Den Einfluß dieser Variation auf das EMR_{res}^1 kann man Abb. 10.10 entnehmen, man erkennt eine Änderung in der Δ -Resonanz bei 340 MeV von etwa $\pm 0.5\%$.

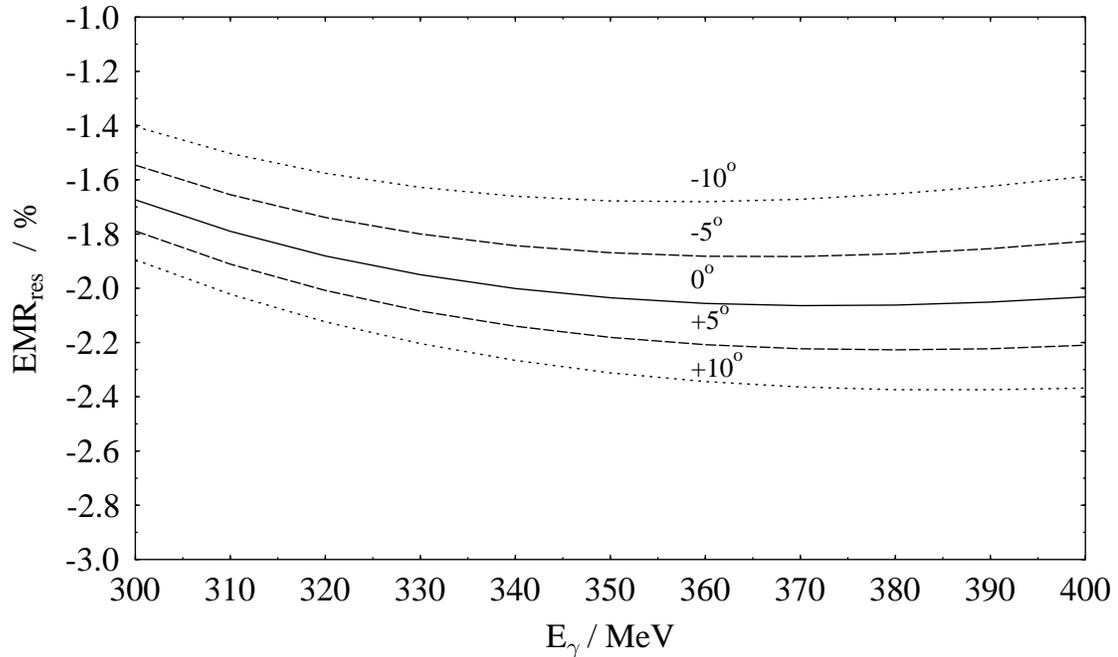


Abb. 10.10: Änderung des EMR_{res} für $\tilde{\alpha} = 0^\circ, \pm 5^\circ, \pm 10^\circ$ als Funktion von E_γ .

¹Mit EMR_{res} ist hier das $\text{EMR}_{dressed}$ gemeint.

Kapitel 11

Fehlerbetrachtung und Ausblick

In diesem Kapitel wird auf die Diskussion systematischer Fehler eingegangen. Diese Diskussion gliedert sich in zwei Teilbereiche. Der erste ist der Bereich Experiment, d. h. alle systematischen Fehler, die von der experimentellen Durchführung her kommen. Der zweite Teil ist der systematische Fehler, der von der Analyse-methode herrührt.

Für das Ergebnis des EMR hat sich ergeben:

$$\frac{Im E_{1+}^{\frac{3}{2}}}{Im M_{1+}^{\frac{3}{2}}} = (-2.5 \pm 0.2) \% .$$

Der angegebene Fehler von 0.2% ist der statistische Fehler.

Systematische Fehler aus dem Experiment:

- Absolutbestimmung des Photonенflusses 1.5%. Sie ergibt sich aus den Schwankungen der Messung der effektiven Dicke des Konverters am Paardetektor;
- Falsche Rekonstruktion einer Trajektorie in DAPHNE 1.5%;
- Fehler durch effektive Targetlänge 2.0%;
- Fehler durch Targetdichte 1.0%.

Systematische Fehler in der Analyse:

- Fehler in der Bestimmung des Polarisationsgrades $\sim 4\%$;
- Fehler durch eingeschränkten Winkelbereich der Rückstoßprotonen 5 – 10% in der Δ -Resonanz, je nach Datensatz der für den unpolarisierten Wirkungsquerschnitt hinzugenommen wurde.

In der Summe läßt sich ein maximaler systematischer Fehler angeben von 15%, d. h.

$$\frac{\Delta EMR}{EMR} = 0.15$$

Somit ergibt sich:

$$EMR = \frac{Im E_{1+}^{\frac{3}{2}}}{Im M_{1+}^{\frac{3}{2}}} = (-2.5 \pm 0.2 \pm 0.38) \% .$$

Die letzten beiden Fehlerquellen, die fast 60% zum systematischen Fehler beitragen, werden in unabhängigen Messungen weiter untersucht. Ende 1995 wurden mit dem TAPS-Detektor verschiedene Wirkungsquerschnitte nachgemessen, speziell zur π^0 -Produktion in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung.

Außerdem wird der Polarisationsgrad der Photonen (p_γ) möglichst genau, mit Hilfe der kohärenten π^0 -Produktion an ${}^4\text{He}$, bestimmt. Da in TAPS, im Gegensatz zur Messung der Rückstoßprotonen in DAPHNE, die Zerfallsphotonen des π^0 -Mesons nachgewiesen werden, wird wichtige komplementäre Information erwartet, die die Genauigkeit des EMR-Wertes verbessern sollte. Mit ersten Ergebnissen dieser Messungen ist im Herbst 1996 zu rechnen.

Kapitel 12

Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit war die Bestimmung der Deformation im $N \rightarrow \Delta$ -Übergang, hierzu wurde das $E_{1+}^{3/2}/M_{1+}^{3/2}$ -Verhältnis (EMR) gemessen. Eine kleine Amplitude, wie die elektrische Quadrupolamplitude, kann neben der großen magnetischen Dipolamplitude bestimmt werden, wenn man eine Größe mißt, die den $E_{1+}M_{1+}$ -Interferenzterm enthält. Dies ist für die Photonasymmetrie Σ ideal gegeben. Die hierfür benötigten linear polarisierten Photonen wurden mit kohärenter Bremsstrahlung an einem Diamantkristall erzeugt. Die notwendigen Techniken wurden im Rahmen dieser Arbeit zu einem allgemein nutzbaren Werkzeug entwickelt. Die Messungen wurden am Mainzer Mikrotron MAMI [Her 90] im Rahmen der A2-Kollaboration am Glasgow-Tagger [Ant 91] mit dem Detektor DAPHNE [Aud 91] durchgeführt. Dieser ist in der Lage, die Trajektorien geladener Teilchen und deren Energie zu bestimmen. Protonen können von geladenen Pionen unterschieden werden. Als Resultat der Arbeit wurden der differentielle, unpolarisierte Wirkungsquerschnitt und dessen parallele und senkrechte Anteile für die Reaktionen:

$$\begin{aligned}\vec{\gamma} + p &\rightarrow p + \pi^0 \\ \vec{\gamma} + p &\rightarrow n + \pi^+\end{aligned}$$

gemessen. Die Strahlasymmetrien Σ wurden aus der ϕ -Winkelverteilung der Rückstoßprotonen und π^+ -Mesonen bestimmt. Die Sensitivität auf das EMR liegt im parallelen Wirkungsquerschnitt, da dort die magnetischen Komponenten unterdrückt sind. Eine Trennung der Multipolamplituden in ihre Isospinkanäle war bei dieser Messung möglich, da man erstmals, mit linearpolarisierten Photonen, beide Pionproduktionskanäle gleichzeitig gemessen hat. Der Isopin-3/2-Kanal setzt sich wie folgt aus den physikalischen Amplituden für die π^0 - und die π^+ -Produktion zusammen:

$$\mathcal{M}_{1+}^{3/2} = \mathcal{M}_{1+(p\pi^0)} - \frac{1}{\sqrt{2}}\mathcal{M}_{1+(n\pi^+)}. \quad (12.1)$$

Durch die Messung beider Pionproduktionskanäle war es möglich, die acht S- und P-Wellenmultipolamplituden

$$E_{0+}^{\frac{1}{2}}, E_{0+}^{\frac{3}{2}}, E_{1+}^{\frac{1}{2}}, E_{1+}^{\frac{3}{2}}, M_{1+}^{\frac{1}{2}}, M_{1+}^{\frac{3}{2}}, M_{1-}^{\frac{1}{2}}, M_{1-}^{\frac{3}{2}}$$

zu bestimmen. Dazu wurde in Zusammenarbeit mit der Theoriegruppe von Prof. D. Drechsel ein auf dem Programmpaket 'MINUIT-Function Minimization and

Error Analysis' basierendes Fitprogramm entwickelt. Die Fitkoeffizienten sind die acht Beträge der S- und P-Multipole, siehe Gleichung 9.8. Bei der geladenen Pionproduktion tragen aber auch höhere Multipole bei, die mit einer Rechnung berücksichtigt werden mußten. Hierfür wird der Wirkungsquerschnitt mit Hilfe der CGLN-Amplituden der Photopionproduktion (F_1, F_2, F_3, F_4) in Born'scher Näherung mit pseudovektorieller Kopplung in der Berends-Notation bis zu einer Ordnung $l = 10$ ausgerechnet.

Der Fit wurde für beide Kanäle für alle Wirkungsquerschnitte im gesamten Photonenergiebereich durchgeführt, um mit dem χ^2 -Minimierungsverfahren die Multipolstärken zu bestimmen.

Ergebnis für das EMR in der Δ -Resonanz:

$$\frac{ImE_{1+}^{\frac{3}{2}}}{ImM_{1+}^{\frac{3}{2}}} = (-2.5 \pm 0.2 \pm 0.38) \% .$$

Dieses Ergebnis ist modellunabhängig. Nur die Vorschrift, daß man die Bornsterme in Pseudovektor-Kopplung errechnet und die Gültigkeit des Watson-Theorems bis 420 MeV sind vorausgesetzt und in der Analyse benutzt. Modellrechnungen ergeben das EMR für den resonanten Anteil der Übergangsamplituden. Dieser Anteil ist in unserem Meßwert enthalten aber nicht durch diesen bestimmt. Mit Hilfe eines dynamischen Modells von Nozawa, Blankleider und Lee [NBL 90] wurde ein Wert für das resonante EMR von

$$EMR_{res} = -3.1 \%$$

erhalten.

Anhang A

Begriffe aus der Festkörperphysik

A.1 Kristallstruktur

Kristalle sind dreidimensional periodische Anordnungen von einzelnen Atomen oder Atomgruppen. Das einzelne Atom bzw. die Atomgruppe bezeichnet man als Basis des Kristalls. Die Struktur eines Kristalls wird durch ein Raumgitter beschrieben, dessen Gitterpunkte den Atomgruppen zugeordnet sind. Ein Kristall ist somit durch die Struktur seines Gitters und durch seine Basis festgelegt.

Das Gitter ist durch drei fundamentale Translationsvektoren \vec{a}_1, \vec{a}_2 und \vec{a}_3 so definiert, daß von jedem Punkt \vec{r} die Anordnung der Atome gleich aussieht wie vom Punkt

$$\vec{r}' = \vec{r} + n_1\vec{a}_1 + n_2\vec{a}_2 + n_3\vec{a}_3 = \vec{r} + \vec{L},$$

wobei n_1, n_2 und n_3 beliebige ganze Zahlen sind.

Abgesehen von der Translationssymmetrie, die charakteristisch für ein Raumgitter ist, kann das Gitter noch Dreh- und Spiegelsymmetrie aufweisen. Es läßt sich durch Betrachtung solcher Symmetrien zeigen, daß im dreidimensionalen Raum nicht mehr als 14 verschiedene Raumgitter möglich sind, die man als Bravais-Gitter bezeichnet. Sie können sieben verschiedenen Kristallsymmetrien zugeordnet werden, die sich durch ihre Symmetrieeigenschaften unterscheiden.

Zur Beschreibung der Diamantstruktur wird das kubische Kristallsystem benutzt, das die höchste Symmetrie besitzt. Man unterscheidet hierbei drei verschiedene Bravais-Gitter:

- kubisch einfaches (sc) Gitter
- kubisch raumzentriertes (bcc) Gitter
- kubisch flächenzentriertes (fcc) Gitter

Abbildung A.1 zeigt die drei kubischen Raumgitter. Ein Diamant besitzt ein kubisch flächenzentriertes Raumgitter, dessen Basis aus zwei Atomen aufgebaut ist. Das zweite Atom ist gegen das erste in Richtung der Raumdiagonalen der Einheitszelle um ein Viertel der Länge dieser Diagonalen verschoben. Die Kristallstruktur des Diamanten kann also beschrieben werden durch zwei um $(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4})$ versetzte fcc-Gitter.

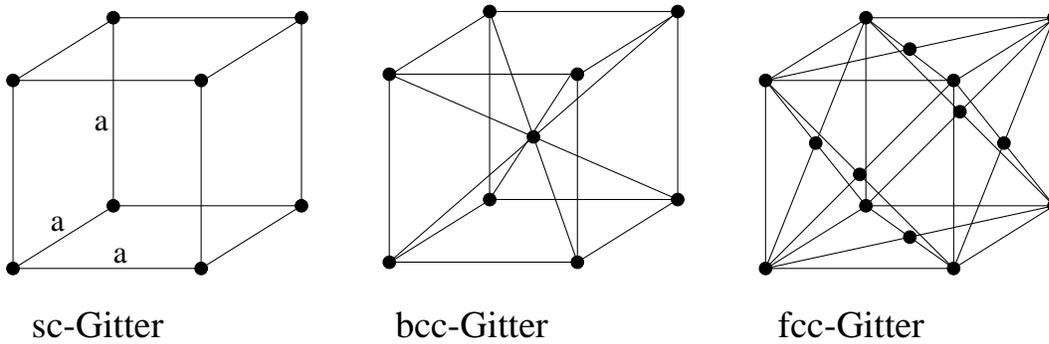


Abb. A.1: Die Einheitszellen der drei kubischen Raumgitter

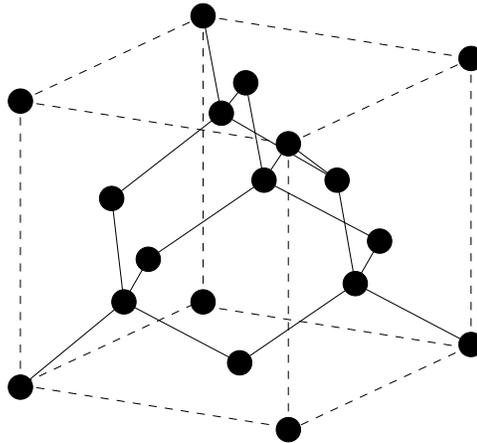


Abb. A.2: Die Kristallstruktur von Diamant

Die Lage von Kristallebenen wird durch die sogenannten Millerindizes angegeben, die durch folgende Regeln bestimmt werden:

- Man bestimmt die Schnittpunkte der Ebene mit den Achsen \vec{a}_1 , \vec{a}_2 und \vec{a}_3 und drückt das Ergebnis in Einheiten der Gitterparameter aus.
- Man bildet die Kehrwerte dieser Zahlen und sucht die drei kleinsten Zahlen, die zueinander im gleichen Verhältnis wie die drei Kehrwerte stehen. Das Ergebnis $[hkl]$ heißt Indizierung der Ebene.

Die Indizes $[hkl]$ können eine einzige Ebene oder eine Schar paralleler Ebenen bezeichnen. Ein Index kann negativ werden, wenn eine Ebene eine Achse auf der negativen Seite des Ursprungs schneidet; dies wird durch ein Minuszeichen über dem entsprechenden Index angedeutet: $[\bar{h}kl]$.

A.2 Reziprokes Gitter

Für die Betrachtung der kohärenten Bremsstrahlung ist es zweckmäßig, an Stelle des eigentlichen Kristallgitters das zugehörige reziproke Gitter zu benutzen, welches das fouriertransformierte Kristallgitter ist. Die Basis des reziproken Gittervektorraums \vec{b}_1, \vec{b}_2 und \vec{b}_3 ergibt sich aus der Basis des Kristallgitters \vec{a}_1, \vec{a}_2 und \vec{a}_3 durch Fouriertransformation:

$$\begin{aligned}\vec{b}_1 &= \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 \times \vec{a}_3} \\ \vec{b}_2 &= \frac{\vec{a}_3 \times \vec{a}_1}{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 \times \vec{a}_3} \\ \vec{b}_3 &= \frac{\vec{a}_1 \times \vec{a}_2}{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 \times \vec{a}_3}\end{aligned}$$

Gleichwertig ist die Definition

$$\vec{a}_i \cdot \vec{b}_k = 2\pi \delta_{ik}.$$

Die Vektoren des reziproken Gitters haben die Dimension einer reziproken Länge. Weiterhin gilt, daß der Vektor

$$\vec{g}_{hkl} = h\vec{b}_1 + k\vec{b}_2 + l\vec{b}_3$$

des reziproken Gitters senkrecht auf den Netzebenen des Kristallgitters mit den Millerschen Indizes $[hkl]$ steht. Der Abstand d_{hkl} zweier Netzebenen des Kristallgitters mit den Indizes $[hkl]$ ist umgekehrt proportional zum Betrag des reziproken Gittervektors \vec{g}_{hkl} :

$$d_{hkl} = \frac{2\pi}{|\vec{g}_{hkl}|}$$

Die reziproken Gittervektoren entsprechen den aufnehmbaren Impulsüberträgen.

Anhang B

Pionphotoproduktion

Der Ausgangspunkt der formalen Beschreibung der Pionproduktion ist das Streumatrixelement [BDW 67]

$$S_{fi} = \delta_{fi} - \frac{i}{(2\pi)^2} \delta^4(p_f^\mu + q^\mu - k^\mu - p_i^\mu) \sqrt{\frac{m_N^2}{4E_\gamma E_\pi E_i E_f}} \cdot T_{fi}.$$

E_γ, E_π, E_i und E_f bezeichnen die Gesamtenergie des Photons, des Pions und des ein- und auslaufenden Nukleons. Die vierdimensionale Deltafunktion der Teilchenviererimpulse stellt die Energie- und Impulserhaltung sicher.

Die Photoproduktion von Pionen am Nukleon und die zugehörigen kinematischen Variablen sind in Abb. B.1 dargestellt. Von den ursprünglich vier kinematischen Variablen p_i^μ, p_f^μ, k^μ und q^μ der am Prozeß der Photoproduktion

beteiligten Teilchen bleiben aufgrund der Energie- und Impulserhaltung nur drei unabhängige Variablen übrig. Üblicherweise faßt man je zwei dieser Variablen in den Mandelstam-Variablen

$$\begin{aligned} s &= (k^\mu + p_i^\mu)^2 = (q^\mu + p_f^\mu)^2, \\ t &= (q^\mu - k^\mu)^2 = (p_f^\mu - p_i^\mu)^2, \\ u &= (p_i^\mu - q^\mu)^2 = (p_f^\mu - k^\mu)^2 \end{aligned}$$

zusammen. Das Reaktionsmatrixelement

$$T_{fi} = \epsilon_\mu j_{fi}^\mu$$

ergibt sich aus dem Produkt des Polarisationsvektors des Photons ϵ_μ und dem Matrixelement des elektromagnetischen Nukleonenstromes

$$j_{fi}^\mu = \langle u_f(p_f), \pi(q) | j^\mu | u_i(p_i) \rangle. \quad (\text{B.1})$$

In diesem Ausdruck bezeichnen $u_i(p_i)$ und $u_f(p_f)$ die Dirac-Spinoren des ein- und auslaufenden Nukleons. Aufgrund der negativen inneren Parität des erzeugten Pions $\pi(q)$ stellt das Matrixelement des elektromagnetischen Nukleonenstromes

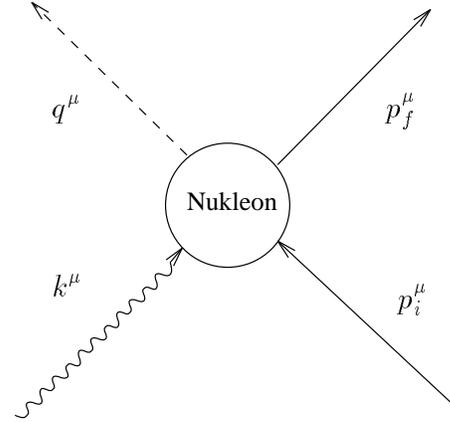


Abb. B.1: Kinematische Variablen der Photoproduktion.

in Gleichung (B.1) einen Pseudovektor dar. Im allgemeinsten Fall besteht er aus einer Linearkombination nach einer Basis aus acht unabhängigen Pseudovektoren. Unter der Voraussetzung der Stromerhaltung

$$k_\mu j^\mu = 0$$

reduziert sich die Anzahl der unabhängigen Terme auf sechs. Das Reaktionselement T_{fi} kann dann allgemein in der folgenden Form angegeben werden:

$$T_{fi} = \sum_{j=1}^6 \langle u_f(p_f) | A_j(s, t, u) M_j | u_i(p_i) \rangle. \quad (\text{B.2})$$

Diese Entwicklung gilt gleichfalls für die Elektro- und für die Photoproduktion von Pionen. Beschränkt man sich in der weiteren Betrachtung auf die Photoproduktion, so sind zwei der sechs Terme identisch Null und die Summe reduziert sich auf vier Terme [CGLN 57].

Die vier skalaren Entwicklungskoeffizienten A_j sind Funktionen der Mandelstam-Variablen s , t und u . Sie beschreiben die Dynamik des Prozesses. Darüber hinaus hängen sie vom Isospin des Endzustandes des jeweils zu beschreibenden physikalischen Prozesses ab. Der Anfangszustand des Systems mit einem Photon und einem Nukleon mit Isospin $I = 1/2$ geht über in den Endzustand des Pion-Nukleon-Systems mit Isospin $I = 1/2$ oder $I = 3/2$. Die Amplitude A_j ist jedoch kein Eigenzustand zu einem definierten Isospin, läßt sich aber im Isospinraum nach drei unabhängigen Amplituden A^0, A^+, A^- entwickeln:

$$\langle \xi_f | A_j | \xi_i \rangle = \langle \xi_f | (A_j^0 \tau_\alpha + A_j^+ \delta_{\alpha 0} + A_j^- \frac{1}{2} [\tau_\alpha, \tau_0]) | \xi_i \rangle. \quad (\text{B.3})$$

In dieser Entwicklung stellen die Operatoren τ_α ($\alpha = 0, +, -$) Linearkombinationen der Pauli-Matrizen im Isospinraum dar. In der oben angegebenen Entwicklung (B.3) gilt für die sogenannte *isoskalare* Amplitude A_j^0 die Übergangsregel $\Delta I = 0$, die direkt zu einem definierten Endzustand mit Isospin $I = 1/2$ führt. Im Gegensatz dazu sind für die sogenannten *isovektoriellen* Amplituden A_j^+ und A_j^- sowohl Übergänge mit $\Delta I = 0$ als auch mit $\Delta I = 1$ erlaubt. Amplituden mit einem definierten Endzustand ergeben sich erst durch zwei spezielle Kombinationen der beiden isovektoriellen Amplituden A_j^+ und A_j^- :

$$A_j^{1/2} = A_j^+ + 2A_j^- \quad \text{und} \quad A_j^{3/2} = A_j^+ - A_j^-. \quad (\text{B.4})$$

Insgesamt existieren daher zwei Isospinamplituden A_j^0 und $A_j^{1/2}$ mit einem Isospinzustand $I = 1/2$ und eine Isospinamplitude $A_j^{3/2}$ mit einem Isospinzustand $I = 3/2$. Durch Auflösen der beiden Beziehungen in Gleichung (B.4) nach den beiden isovektoriellen Amplituden

$$A_j^- = \frac{1}{3}(A_j^{1/2} - A_j^{3/2}) \quad \text{und} \quad A_j^+ = \frac{1}{3}(A_j^{1/2} + 2A_j^{3/2})$$

und explizitem Einsetzen in die Entwicklung (B.3) lassen sich schließlich die Amplituden der vier physikalisch existierenden Prozesse der Photoproduktion durch Amplituden mit definiertem Isospin im Endzustand ausdrücken:

$$\begin{aligned}
A_j(\gamma p \rightarrow n\pi^+) &= \sqrt{2} \left(A_j^0 + \frac{1}{3}A_j^{1/2} - \frac{1}{3}A_j^{3/2} \right), \\
A_j(\gamma n \rightarrow p\pi^-) &= \sqrt{2} \left(A_j^0 - \frac{1}{3}A_j^{1/2} + \frac{1}{3}A_j^{3/2} \right), \\
A_j(\gamma p \rightarrow p\pi^0) &= +A_j^0 + \frac{1}{3}A_j^{1/2} + \frac{2}{3}A_j^{3/2}, \\
A_j(\gamma n \rightarrow n\pi^0) &= -A_j^0 + \frac{1}{3}A_j^{1/2} + \frac{2}{3}A_j^{3/2}. \tag{B.5}
\end{aligned}$$

Die vier physikalischen Amplituden sind mit der Entwicklung nach den drei Isospinamplituden in dem Gleichungssystem (B.5) nicht mehr unabhängig voneinander. Jede dieser vier Amplituden kann daher durch die drei anderen Amplituden ausgedrückt werden. Nun wird eine Reduktion des Matrixelements T_{fi} durchgeführt.

$$T_{fi} = \sum_{j=1}^4 \langle u_f(p_f) | A_j(s, t, u) M_j | u_i(p_i) \rangle$$

Die Dirac-Spinoren $u_i(p_i)$ und $u_f(p_f)$ genügen jeweils der freien Dirac-Gleichung und haben die bekannten Lösungen:

$$\begin{aligned}
u_i(p_i) &= \sqrt{\frac{E_i + m_N}{2m_N}} \begin{pmatrix} \chi_i \\ \frac{\vec{p}_i \cdot \vec{\sigma}}{(E_i + m_N)} \chi_i \end{pmatrix} \\
u_f(p_f) &= \sqrt{\frac{E_f + m_N}{2m_N}} \begin{pmatrix} \chi_f \\ \frac{\vec{p}_f \cdot \vec{\sigma}}{(E_f + m_N)} \chi_f \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Innerhalb der Dirac-Spinoren wirken dabei die Pauli-Matrizen $\vec{\sigma}$ auf die Pauli-Spinoren χ_i und χ_f , die die Spineinstellung des Nukleons im Anfangs- und Endzustand beschreiben. Mit Hilfe dieser Lösung erfolgt dann die Reduktion der (4×4) Matrizen M_j und der Dirac-Spinoren $u_i(p_i)$ und $u_f(p_f)$ auf die Ebene einer (2×2) Matrix \mathcal{F} und den Pauli-Spinoren χ_i und χ_f :

$$T_{fi} = \sum_{j=1}^4 \langle u_f(p_f) | A_j(s, t, u) M_j | u_i(p_i) \rangle = \frac{4\pi W}{m_N} \langle \chi_f | \mathcal{F} | \chi_i \rangle. \tag{B.6}$$

Die Matrix \mathcal{F} besteht im allgemeinsten Fall aus 31 Termen, deren Anzahl aber in speziellen Koordinatensystemen drastisch reduziert werden kann. Betrachtet man das Pion-Nukleon-Schwerpunktsystem, so ist \mathcal{F} nur noch abhängig von vier skalaren Funktionen F_j , den Impulsvektoren des Photons \vec{k} und des Pions \vec{q} , der Photonenpolarisation $\vec{\epsilon}$ und den Pauli-Matrizen $\vec{\sigma}$:

$$\mathcal{F} = i\vec{\sigma} \cdot \vec{\epsilon} F_1 + \vec{\sigma} \cdot \hat{q} \vec{\sigma} \cdot (\hat{k} \times \vec{\epsilon}) F_2 + i\vec{\sigma} \cdot \hat{k} \hat{q} \cdot \vec{\epsilon} F_3 + i\vec{\sigma} \cdot \hat{q} \hat{q} \cdot \vec{\epsilon} F_4.$$

Die skalaren Funktionen F_j sind die sogenannten *CGLN-Amplituden* [CGLN 57] und beschreiben die Dynamik des Prozesses. Die über die Amplitude A_j folgende Abhängigkeit der Funktionen F_j von zwei der drei Mandelstam-Variablen ist dabei äquivalent einer Abhängigkeit von der Gesamtenergie W im Schwerpunktsystem und dem Pionproduktionswinkel θ . Für eine Entwicklung der Funktionen F_j nach kinematischen Erhaltungsgrößen bietet sich eine Entwicklung nach Eigenzuständen zu definiertem Drehimpuls, den Legendre-Polynomen $P_l(\cos(\theta_\pi^*))$ bzw. ihren Ableitungen, an. In einer solchen Entwicklung sind die Gesamtenergie W und der Pionemissionswinkel θ die einzigen Parameter und werden separiert. Diese Entwicklung ist symbolisch in der Form

$$F_j(W, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} f_j(M_{l\pm}(W), E_{l\pm}(W)) \cdot g_j(P'_l(\cos(\theta)), P''_l(\cos(\theta)))$$

mit $j = 1, 2, 3, 4$

darstellbar. Die explizite Darstellung lautet:

$$\begin{aligned} F_1 &= \sum_{l=0}^{\infty} [lM_{l+}(W) + E_{l+}(W)]P'_{l+1}(\cos(\theta)) \\ &\quad + [(l+1)M_{l-}(W) + E_{l-}(W)]P'_{l-1}(\cos(\theta)) , \\ F_2 &= \sum_{l=1}^{\infty} [(l+1)M_{l+}(W) + lM_{l-}(W)]P'_l(\cos(\theta)) , \\ F_3 &= \sum_{l=1}^{\infty} [E_{l+}(W) - M_{l+}(W)]P''_{l+1}(\cos(\theta)) + [E_{l-}(W) + M_{l-}(W)]P''_{l-1}(\cos(\theta)) , \\ F_4 &= \sum_{l=2}^{\infty} [M_{l+}(W) - E_{l+}(W) - M_{l-}(W) - E_{l-}(W)]P''_l(\cos(\theta)) . \end{aligned}$$

Die Multipole $M_{l\pm}(W)$ und $E_{l\pm}(W)$ sind energieabhängige Entwicklungskoeffizienten mit einem definierten Winkelverhalten und bezeichnen den elektrischen und magnetischen Anteil des Photonenfeldes, der zur Erzeugung von Pionen mit Drehimpuls l relativ zum Nukleon führt. Die Notation des Multipolindex mit $l\pm$ bezeichnet die Kopplung des Pionbahndrehimpulses l mit dem Spin des Nukleons zum Gesamtdrehimpuls $J = l \pm 1/2$.

Über die Abhängigkeit von den skalaren Funktionen A_j sind auch die Funktionen F_j bzw. die Multipole $M_{l\pm}(W)$ und $E_{l\pm}(W)$, im folgenden gleichfalls kurz mit $\mathcal{M}_{l\pm}(W)$ bezeichnet, abhängig vom Isospin des Pion-Nukleon-Systems. Die Entwicklung der Multipole der vier physikalisch existierenden Reaktionen nach den drei Multipolen $\mathcal{M}_{l\pm}^I(W)$ zu definiertem Isospin erfolgt analog zur ursprünglichen Entwicklung (B.5) der Amplituden A_j .

Die Multipole selbst sind komplexwertige Funktionen. Neben der Existenz von Dispersionsrelationen, die ganz allgemein Real- und Imaginärteil einer komplexen analytischen Funktion verknüpfen, gilt zusätzlich das Watson-Theorem [Wat 54]. Es besagt, daß bei einer bestimmten, fest vorgegebenen Energie W die Multipole $\mathcal{M}_{l\pm}^I(W)$ der Photopionproduktion mit Isospin I und Gesamtdrehimpuls $J = l \pm 1/2$ die gleiche Phase ϕ_{IJ} besitzen wie die entsprechende Pion-Nukleon-Streuphase δ_{IJ} aus der Pionstreuung. Durch diese Beziehung

$$\phi_{IJ} = \delta_{IJ}$$

ist das Verhältnis der Real- und Imaginärteile der Multipole zu definiertem Isospin und Gesamtdrehimpuls über die bekannte Pionstreuphase δ_{IJ} gegeben:

$$Im\left(\mathcal{M}_{l\pm}^I(W)\right) = Re\left(\mathcal{M}_{l\pm}^I(W)\right) \cdot \tan \delta_{IJ}.$$

Die Gültigkeit des Watson-Theorems ist auf den Energiebereich elastischer Reaktionen beschränkt. Prinzipiell bricht das Theorem mit der Produktionsschwelle für zwei neutrale Pionen bei einer Laborenergie von $308 MeV$ zusammen. Für die Anwendung zeigt sich aber, daß der Einfluß der inelastischen Reaktion auf die Phase für einen großen Teil der Partialwellen relativ gering ist und die Aussage des Watson-Theorems im Energiebereich der zweiten Resonanz weiter mit Einschränkungen Anwendung findet.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Photoproduktion im Pion-Nukleon-Schwerpunktsystem kann als Produkt aus dem Betragsquadrat des oben diskutierten Reaktionsmatrixelementes (Gleichung (B.6)) und dem kinematischen Phasenraumfaktor angegeben werden. Der Phasenraumfaktor ergibt sich dabei aus dem Quotienten q/k der Impulsbeträge des erzeugten Pions und des einlaufenden Photons:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(W, \theta) = \frac{q}{k} \left(\frac{m_N}{4\pi W} \right)^2 \sum_{\epsilon} \sum_{m_i, m_f} |T_{fi}|^2.$$

Für unpolarisierte Photonen und unpolarisierte Nukleonen ist über die Polarisation des Photons und den Spin des Nukleons im Anfangszustand zu mitteln und über den Spin des Nukleons im Endzustand zu summieren. Mit der expliziten Darstellung des Reaktionsmatrixelementes in Gleichung (B.6) kann der differentielle Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit der CGLN-Amplituden F_j bzw. der Multipole angegeben werden:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(W, \theta) = & \frac{q}{k} \left[|F_1|^2 + |F_2|^2 + \frac{1}{2}|F_3|^2 + \frac{1}{2}|F_4|^2 + Re(F_1 F_4^*) + Re(F_2 F_3^*) \right. \\ & + \{Re(F_3 F_4^*) - 2Re(F_1 F_2^*)\} \cos(\theta) \\ & - \left\{ \frac{1}{2}|F_3|^2 + \frac{1}{2}|F_4|^2 + Re(F_1 F_4^*) + Re(F_2 F_3^*) \right\} \cos^2(\theta) \\ & \left. - \{Re(F_3 F_4^*)\} \cos^3(\theta) \right]. \end{aligned} \quad (B.7)$$

In der Praxis zeigt sich, daß zur Beschreibung des Wirkungsquerschnittes die Entwicklung der Funktionen F_j bereits nach wenigen Bahndrehimpulsen l abgebrochen werden kann und Beiträge höherer Ordnungen vernachlässigt werden können. Im Energiebereich der Schwelle und der ersten Resonanz genügen Bahndrehimpulse bis zur Ordnung $l_{max} = 1$, im Bereich bis zur zweiten Resonanz Bahndrehimpulse bis zur Ordnung $l_{max} = 2$. Die explizite Darstellung der Funktionen F_j bis zur Ordnung $l_{max} = 1$ lautet:

$$\begin{aligned}
F_1 &= \sum_{l=0}^1 [lM_{l+} + E_{l+}]P'_{l+1}(\cos(\theta)) + [(l+1)M_{l-} + E_{l-}]P'_{l-1}(\cos(\theta)) \\
l=0 &= E_{0+} \\
l=1 &+ (M_{1+} + E_{1+})3\cos(\theta) \\
F_2 &= \sum_{l=1}^1 [(l+1)M_{l+} + lM_{l-}]P'_l(\cos(\theta)) \\
l=1 &= 2M_{1+} + M_{1-} \\
F_3 &= \sum_{l=1}^1 [E_{l+} - M_{l+}]P''_{l+1}(\cos(\theta)) + [E_{l-} + M_{l-}]P''_{l-1}(\cos(\theta)) \\
l=1 &= 3(E_{1+} - M_{1+}) \\
F_4 &= \sum_{l=1}^1 [M_{l+} - E_{l+} - M_{l-} - E_{l-}]P''_l(\cos(\theta)) \\
l=1 &= 0.
\end{aligned} \tag{B.8}$$

Diese Darstellung dient als Basis zur Bestimmung der Multipolstärken mit einem Fit, siehe dazu Kapitel 9.2 und 9.3. Die Wirkungsquerschnitte in S- und P-Wellennäherung sind im nächsten Anhangkapitel dargestellt. Man erkennt, daß in Gleichung B.7 die Terme mit F_4 verschwinden und nur noch die Terme übrigbleiben bis zur Ordnung von \cos^2 .

B.1 S- und P-Wellennäherung und das EMR

Den Wirkungsquerschnitt in S- und P-Wellennäherung kann man schreiben:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) &= \frac{q}{k} (A + B \cos \theta + C \cos^2 \theta) \\
\frac{d\sigma^{\parallel}}{d\Omega}(\theta) &= \frac{q}{k} (A_{\parallel} + B_{\parallel} \cos \theta + C_{\parallel} \cos^2 \theta) \\
\frac{d\sigma^{\perp}}{d\Omega}(\theta) &= \frac{q}{k} (A_{\perp} + B_{\perp} \cos \theta + C_{\perp} \cos^2 \theta)
\end{aligned} \tag{B.9}$$

wobei die einzelnen Parameter sich wie folgt aus den Multipolen zusammensetzen:

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{2}|2M_{1+} + M_{1-}|^2 + \frac{1}{2}|3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2 + |E_{0+}|^2 \\
B &= 2\text{Re}\left(E_{0+}(3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-})^*\right) \\
C &= |3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2 - \frac{1}{2}|3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2 \\
A_{\perp} &= |2M_{1+} + M_{1-}|^2 + |E_{0+}|^2 \\
B_{\perp} &= 2\text{Re}\left(E_{0+}(3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-})^*\right) \\
C_{\perp} &= |3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-}|^2 - |2M_{1+} + M_{1-}|^2 \\
A_{\parallel} &= |3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2 + |E_{0+}|^2 \\
B_{\parallel} &= 2\text{Re}\left(E_{0+}(3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-})^*\right) \\
C_{\parallel} &= |3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-}|^2 - |3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2
\end{aligned} \tag{B.10}$$

Das EMR-Verhältnis ergibt sich aus dem $\frac{C_{\parallel}}{A_{\parallel}}$ -Verhältnis. Unter der Vernachlässigung des E_{0+} Multipols gegenüber dem M_{1+} Multipol ergibt sich hierfür:

$$\frac{C_{\parallel}}{A_{\parallel}} = \frac{12 \cdot \text{Re}\left(E_{1+}(M_{1+} - M_{1-})^*\right)}{|M_{1+} - M_{1-}|^2} \tag{B.11}$$

Damit kann man für den $p\pi^0$ -Kanal das EMR-Verhältnis für die physikalische Amplitude ($p\pi^0$) bestimmen.

Anhang C

Ergebnisse

C.1 Ergebnisse für die Reaktion $p(\vec{\gamma}, \pi^0)p$.

$d\sigma/d\Omega$ und Σ als Funktion von $\theta_{\pi^0}^*$				
$\theta_{\pi^0}^*/^\circ$	Σ_γ	$\Delta\Sigma_\gamma$	$d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$	$\Delta d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$
270 MeV				
125.000	0.374	0.013	13.522	0.341
115.000	0.402	0.014	14.894	0.376
105.000	0.426	0.015	15.841	0.400
95.000	0.432	0.015	16.158	0.408
280 MeV				
125.000	0.391	0.013	16.553	0.418
115.000	0.424	0.015	18.261	0.461
105.000	0.437	0.015	19.384	0.489
95.000	0.445	0.015	20.108	0.508
290 MeV				
125.000	0.420	0.014	19.716	0.498
115.000	0.433	0.015	21.439	0.541
105.000	0.446	0.015	22.833	0.576
95.000	0.469	0.016	23.316	0.588
85.000	0.464	0.016	23.899	0.603
300 MeV				
125.000	0.461	0.016	21.813	0.551
115.000	0.465	0.016	24.011	0.606
105.000	0.470	0.016	25.727	0.649
95.000	0.483	0.017	26.679	0.673
85.000	0.490	0.017	26.580	0.671
310 MeV				
125.000	0.472	0.016	23.178	0.585
115.000	0.480	0.016	25.681	0.648
105.000	0.489	0.017	28.582	0.721

$d\sigma/d\Omega$ und Σ als Funktion von $\theta_{\pi^0}^*$				
$\theta_{\pi^0}^*/^\circ$	Σ_γ	$\Delta\Sigma_\gamma$	$d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$	$\Delta d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$
95.000	0.501	0.017	29.040	0.733
85.000	0.502	0.017	29.138	0.735
320 MeV				
125.000	0.501	0.017	24.312	0.371
115.000	0.509	0.017	27.345	0.417
105.000	0.514	0.018	29.571	0.451
95.000	0.518	0.018	30.730	0.468
85.000	0.519	0.018	30.689	0.468
330 MeV				
125.000	0.515	0.018	24.070	0.367
115.000	0.525	0.018	27.017	0.412
105.000	0.528	0.018	29.103	0.444
95.000	0.537	0.018	30.064	0.458
85.000	0.534	0.018	29.767	0.454
75.000	0.518	0.018	28.233	0.430
340 MeV				
125.000	0.518	0.018	20.634	0.521
115.000	0.527	0.018	23.761	0.600
105.000	0.533	0.018	26.319	0.664
95.000	0.544	0.019	27.854	0.703
85.000	0.538	0.018	28.334	0.715
75.000	0.535	0.018	27.667	0.698
350 MeV				
125.000	0.496	0.017	19.987	0.504
115.000	0.534	0.018	22.899	0.578
105.000	0.560	0.019	25.005	0.631
95.000	0.563	0.019	25.996	0.656
85.000	0.564	0.019	26.232	0.662
75.000	0.556	0.019	25.043	0.632
360 MeV				
125.000	0.525	0.018	17.451	0.440
115.000	0.544	0.019	20.282	0.512
105.000	0.577	0.020	22.215	0.561
95.000	0.579	0.020	24.140	0.609
85.000	0.569	0.020	23.944	0.604
75.000	0.559	0.019	23.326	0.589

$d\sigma/d\Omega$ und Σ als Funktion von $\theta_{\pi^0}^*$				
$\theta_{\pi^0}^*/^\circ$	Σ_γ	$\Delta\Sigma_\gamma$	$d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$	$\Delta d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$
370 MeV				
125.000	0.583	0.020	15.780	0.398
115.000	0.618	0.021	18.034	0.455
105.000	0.621	0.021	20.002	0.505
95.000	0.613	0.021	21.385	0.540
85.000	0.581	0.020	21.481	0.542
75.000	0.557	0.019	21.246	0.536
380 MeV				
125.000	0.607	0.021	13.450	0.339
115.000	0.628	0.022	15.754	0.398
105.000	0.632	0.022	17.405	0.439
95.000	0.613	0.021	18.638	0.470
85.000	0.589	0.020	19.064	0.481
75.000	0.558	0.019	18.479	0.466
390 MeV				
125.000	0.587	0.020	12.019	0.303
115.000	0.608	0.021	14.181	0.358
105.000	0.611	0.022	15.643	0.395
95.000	0.613	0.021	16.923	0.427
85.000	0.596	0.020	17.233	0.435
75.000	0.559	0.019	16.875	0.426
400 MeV				
125.000	0.598	0.020	10.426	0.263
115.000	0.608	0.022	12.171	0.307
105.000	0.603	0.021	14.031	0.354
95.000	0.614	0.021	14.367	0.363
85.000	0.602	0.021	15.055	0.388
75.000	0.572	0.020	14.844	0.385
65.000	0.521	0.018	13.354	0.337
410 MeV				
125.000	0.642	0.022	9.382	0.237
115.000	0.650	0.022	10.839	0.274
105.000	0.644	0.022	12.437	0.314
95.000	0.622	0.021	13.225	0.334
85.000	0.574	0.020	13.400	0.338
75.000	0.536	0.018	12.961	0.327

$d\sigma/d\Omega$ und Σ als Funktion von $\theta_{\pi^0}^*$				
$\theta_{\pi^0}^*/^\circ$	Σ_γ	$\Delta\Sigma_\gamma$	$d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$	$\Delta d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$
65.000	0.495	0.017	11.984	0.302
420 MeV				
125.000	0.662	0.023	8.513	0.215
115.000	0.674	0.023	9.657	0.244
105.000	0.639	0.022	10.736	0.271
95.000	0.628	0.022	11.417	0.288
85.000	0.582	0.020	11.831	0.299
75.000	0.544	0.019	11.676	0.300
65.000	0.491	0.017	10.920	0.296

C.2 Ergebnisse für die Reaktion $p(\vec{\gamma}, \pi^+)n$.

$d\sigma/d\Omega$ und Σ als Funktion von $\theta_{\pi^+}^*$				
$\theta_{\pi^+}^*/^\circ$	Σ_γ	$\Delta\Sigma_\gamma$	$d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$	$\Delta d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$
270 MeV				
45.000	0.321	0.011	9.391	0.237
55.000	0.254	0.009	11.319	0.286
65.000	0.248	0.009	14.525	0.367
75.000	0.251	0.009	16.016	0.404
85.000	0.232	0.008	17.238	0.435
95.000	0.211	0.007	18.329	0.463
105.000	0.207	0.007	18.836	0.475
115.000	0.198	0.007	18.785	0.474
125.000	0.168	0.006	18.269	0.461
135.000	0.125	0.004	17.026	0.430
280 MeV				
45.000	0.326	0.011	10.206	0.258
55.000	0.303	0.010	13.406	0.338
65.000	0.297	0.010	17.583	0.444
75.000	0.286	0.010	18.093	0.457
85.000	0.255	0.009	20.257	0.511
95.000	0.271	0.009	20.382	0.514
105.000	0.256	0.009	20.996	0.530
115.000	0.236	0.008	20.833	0.526
125.000	0.197	0.007	20.148	0.509
135.000	0.160	0.005	18.357	0.463
290 MeV				
45.000	0.339	0.012	10.214	0.258
55.000	0.321	0.011	13.077	0.330
65.000	0.323	0.011	16.418	0.414
75.000	0.321	0.011	18.632	0.470
85.000	0.316	0.011	19.943	0.503
95.000	0.315	0.011	20.732	0.523
105.000	0.298	0.010	20.649	0.521
115.000	0.252	0.009	20.516	0.518
125.000	0.239	0.008	20.032	0.506
135.000	0.178	0.006	19.325	0.488

$d\sigma/d\Omega$ und Σ als Funktion von $\theta_{\pi^+}^*$				
$\theta_{\pi^+}^*/^\circ$	Σ_γ	$\Delta\Sigma_\gamma$	$d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$	$\Delta d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$
300 MeV				
45.000	0.368	0.019	13.095	0.331
55.000	0.367	0.018	15.266	0.385
65.000	0.362	0.015	17.584	0.444
75.000	0.363	0.015	20.206	0.510
85.000	0.357	0.015	22.390	0.565
95.000	0.355	0.014	22.538	0.581
105.000	0.338	0.014	23.036	0.586
115.000	0.310	0.012	22.023	0.574
125.000	0.269	0.011	21.396	0.555
135.000	0.219	0.009	19.237	0.501
310 MeV				
45.000	0.423	0.015	13.590	0.343
55.000	0.412	0.014	16.500	0.416
65.000	0.410	0.014	18.752	0.473
75.000	0.412	0.014	20.634	0.521
85.000	0.411	0.014	22.352	0.564
95.000	0.402	0.014	22.975	0.580
105.000	0.384	0.013	22.703	0.573
115.000	0.351	0.012	21.903	0.553
125.000	0.307	0.011	20.837	0.526
135.000	0.248	0.009	19.359	0.489
320 MeV				
45.000	0.475	0.016	14.449	0.365
55.000	0.467	0.016	17.186	0.434
65.000	0.471	0.016	19.282	0.487
75.000	0.465	0.016	21.043	0.531
85.000	0.462	0.016	21.413	0.540
95.000	0.454	0.016	22.024	0.556
105.000	0.428	0.015	21.472	0.542
115.000	0.392	0.013	20.491	0.517
125.000	0.345	0.012	20.007	0.505
135.000	0.275	0.009	18.164	0.458
330 MeV				
45.000	0.525	0.018	13.160	0.332
55.000	0.522	0.018	15.243	0.385

$d\sigma/d\Omega$ und Σ als Funktion von $\theta_{\pi^+}^*$				
$\theta_{\pi^+}^*/^\circ$	Σ_γ	$\Delta\Sigma_\gamma$	$d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$	$\Delta d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$
65.000	0.521	0.018	17.390	0.439
75.000	0.522	0.018	19.087	0.482
85.000	0.517	0.018	19.843	0.501
95.000	0.508	0.017	20.476	0.517
105.000	0.484	0.017	20.086	0.507
115.000	0.445	0.015	19.097	0.482
125.000	0.381	0.013	17.366	0.438
135.000	0.308	0.011	15.941	0.402
340 MeV				
45.000	0.585	0.020	15.181	0.383
55.000	0.582	0.020	16.588	0.419
65.000	0.577	0.020	17.734	0.448
75.000	0.571	0.020	18.562	0.469
85.000	0.568	0.020	19.003	0.480
95.000	0.558	0.019	18.996	0.479
105.000	0.521	0.018	18.356	0.463
115.000	0.471	0.016	17.440	0.440
125.000	0.423	0.015	16.299	0.411
135.000	0.338	0.012	15.077	0.381
350 MeV				
45.000	0.639	0.022	14.099	0.356
55.000	0.638	0.022	15.305	0.386
65.000	0.637	0.022	16.020	0.404
75.000	0.640	0.022	16.504	0.417
85.000	0.625	0.021	16.768	0.423
95.000	0.597	0.021	16.483	0.416
105.000	0.579	0.020	15.557	0.393
115.000	0.523	0.018	14.755	0.372
125.000	0.448	0.015	13.547	0.342
135.000	0.365	0.013	13.035	0.329
360 MeV				
45.000	0.683	0.023	14.009	0.354
55.000	0.691	0.024	14.361	0.362
65.000	0.680	0.023	15.176	0.383
75.000	0.684	0.023	15.525	0.392
85.000	0.667	0.023	16.109	0.417

$d\sigma/d\Omega$ und Σ als Funktion von $\theta_{\pi^+}^*$				
$\theta_{\pi^+}^*/^\circ$	Σ_γ	$\Delta\Sigma_\gamma$	$d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$	$\Delta d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$
95.000	0.642	0.022	15.578	0.393
105.000	0.613	0.021	14.463	0.365
115.000	0.557	0.019	13.791	0.348
125.000	0.491	0.017	12.790	0.323
135.000	0.394	0.014	11.253	0.284
370 MeV				
45.000	0.731	0.025	12.951	0.327
55.000	0.737	0.025	13.603	0.343
65.000	0.726	0.025	13.845	0.349
75.000	0.732	0.025	14.011	0.354
85.000	0.718	0.025	13.291	0.335
95.000	0.692	0.024	12.491	0.315
105.000	0.655	0.022	11.368	0.287
115.000	0.593	0.020	10.960	0.277
125.000	0.525	0.018	10.098	0.255
135.000	0.420	0.014	9.252	0.234
380 MeV				
45.000	0.754	0.026	13.029	0.329
55.000	0.769	0.026	13.398	0.338
65.000	0.769	0.026	13.289	0.335
75.000	0.748	0.026	13.080	0.330
85.000	0.753	0.026	12.676	0.320
95.000	0.727	0.025	12.002	0.303
105.000	0.698	0.024	11.220	0.283
115.000	0.626	0.021	10.127	0.256
125.000	0.548	0.019	9.088	0.229
135.000	0.447	0.015	8.010	0.202
390 MeV				
45.000	0.799	0.027	12.321	0.311
55.000	0.812	0.028	12.756	0.322
65.000	0.801	0.028	12.427	0.314
75.000	0.789	0.027	11.856	0.299
85.000	0.784	0.027	11.306	0.285
95.000	0.761	0.026	10.513	0.265
105.000	0.698	0.024	9.985	0.252
115.000	0.662	0.023	9.023	0.228

$d\sigma/d\Omega$ und Σ als Funktion von $\theta_{\pi^+}^*$				
$\theta_{\pi^+}^*/^\circ$	Σ_γ	$\Delta\Sigma_\gamma$	$d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$	$\Delta d\sigma/d\Omega$ $\mu b/sr$
125.000	0.578	0.020	8.258	0.208
135.000	0.462	0.016	7.271	0.184
400 MeV				
45.000	0.828	0.028	11.784	0.297
55.000	0.842	0.029	12.058	0.304
65.000	0.832	0.029	11.912	0.301
75.000	0.821	0.028	11.151	0.281
85.000	0.809	0.028	10.449	0.264
95.000	0.786	0.027	9.749	0.246
105.000	0.741	0.025	9.211	0.232
115.000	0.686	0.024	8.392	0.212
125.000	0.597	0.021	7.373	0.186
135.000	0.468	0.016	6.521	0.165
410 MeV				
45.000	0.869	0.030	11.371	0.287
55.000	0.877	0.030	11.445	0.289
65.000	0.867	0.030	10.551	0.266
75.000	0.858	0.029	10.376	0.262
85.000	0.831	0.029	9.725	0.245
95.000	0.815	0.028	8.701	0.220
105.000	0.788	0.027	8.494	0.214
115.000	0.707	0.024	7.549	0.191
125.000	0.632	0.022	6.829	0.172
135.000	0.501	0.017	5.905	0.149
420 MeV				
45.000	0.892	0.031	11.138	0.281
55.000	0.904	0.031	10.823	0.273
65.000	0.897	0.031	10.198	0.257
75.000	0.867	0.030	9.692	0.245
85.000	0.845	0.029	9.369	0.236
95.000	0.812	0.028	8.431	0.213
105.000	0.781	0.027	8.029	0.203
115.000	0.699	0.024	6.692	0.169
125.000	0.602	0.021	6.501	0.164
135.000	0.489	0.017	5.379	0.136

C.3 Ergebnisse für die Multipolamplituden

Multipolamplituden ($p\pi^0$) $10^{-3} / m_\pi$								
E_γ	ReE_{0+}	ImE_{0+}	ReE_{1+}	ImE_{1+}	ReM_{1-}	ImM_{1-}	ReM_{1+}	ImM_{1+}
270.00	-0.66	2.84	0.04	-0.92	-2.47	0.14	16.36	11.30
280.00	0.23	2.79	0.26	-1.04	-2.92	0.18	16.48	14.69
290.00	-0.63	3.05	0.25	-1.10	-2.73	0.21	15.85	17.53
300.00	-0.22	3.02	0.41	-0.97	-3.11	0.21	13.35	21.08
310.00	-1.08	3.01	0.78	-1.12	-2.70	0.25	10.44	23.60
320.00	0.07	2.87	1.07	-0.94	-3.14	0.31	7.16	25.46
330.00	0.08	2.76	0.99	-0.77	-6.23	0.53	3.23	25.43
340.00	-0.18	3.18	1.19	-0.53	-1.65	0.32	-0.54	24.70
350.00	0.18	2.77	1.03	-0.31	0.04	0.24	-3.66	23.85
360.00	2.59	2.60	1.31	-0.10	-0.77	0.43	-5.68	21.77
370.00	0.81	2.94	1.13	0.10	-1.74	0.41	-7.87	19.71
380.00	0.65	2.66	1.20	0.21	-1.40	0.49	-8.57	17.87
390.00	1.10	2.85	1.00	0.25	-0.98	0.58	-9.61	16.06
400.00	2.11	2.76	1.02	0.21	-1.37	0.68	-9.71	14.24
410.00	1.68	3.03	0.89	0.24	-1.78	0.67	-10.02	12.71
420.00	2.51	3.08	0.88	0.14	-1.99	0.75	-9.94	11.26
Multipolamplituden ($n\pi^+$) $10^{-3} / m_\pi$								
E_γ	ReE_{0+}	ImE_{0+}	ReE_{1+}	ImE_{1+}	ReM_{1-}	ImM_{1-}	ReM_{1+}	ImM_{1+}
270.00	17.16	0.90	2.96	0.59	4.18	-0.15	-13.77	-7.95
280.00	16.41	0.98	2.96	0.66	3.75	-0.16	-14.28	-10.33
290.00	16.81	0.81	2.46	0.71	4.69	-0.19	-12.19	-12.37
300.00	16.16	0.81	1.97	0.62	2.51	-0.15	-12.18	-14.82
310.00	15.14	0.54	2.23	0.70	3.96	-0.18	-9.89	-16.60
320.00	14.44	0.69	2.12	0.56	4.09	-0.21	-6.94	-17.94
330.00	13.43	0.60	1.65	0.46	4.68	-0.37	-4.03	-17.91
340.00	14.87	0.55	1.70	0.27	4.31	-0.14	-1.74	-17.37
350.00	12.68	0.85	1.67	-0.07	4.28	0.06	0.24	-16.62
360.00	12.97	1.01	1.83	-0.06	5.27	-0.04	2.46	-15.32
370.00	12.49	0.45	1.71	-0.20	3.86	-0.10	2.61	-13.79
380.00	11.55	0.44	1.98	-0.36	5.56	-0.01	4.48	-12.55
390.00	12.33	0.53	1.77	-0.32	5.03	0.05	4.56	-11.23
400.00	12.37	0.74	1.82	-0.30	5.23	0.06	5.13	-9.97
410.00	12.91	0.61	1.46	-0.17	4.56	0.01	5.16	-8.87
420.00	13.37	0.80	1.59	-0.24	4.67	0.02	4.85	-7.82

Multipolamplitude $E_{0+} 10^{-3} / m_\pi$				
E_γ	$ E_{0+}^{1/2} $	$\Delta E_{0+}^{1/2} $	$ E_{0+}^{3/2} $	$\Delta E_{0+}^{3/2} $
270.00	7.99	0.11	-12.98	0.24
280.00	7.94	0.12	-11.57	0.27
290.00	7.84	0.13	-12.77	0.29
300.00	7.67	0.13	-11.90	0.35
310.00	6.89	0.16	-12.07	0.43
320.00	6.95	0.15	-10.41	0.41
330.00	6.47	0.13	-9.70	0.38
340.00	7.07	0.12	-11.05	0.71
350.00	6.17	0.26	-9.14	0.73
360.00	7.10	0.25	-6.84	0.70
370.00	6.13	0.19	-8.80	0.43
380.00	5.77	0.17	-7.87	0.34
390.00	6.30	0.14	-8.01	0.25
400.00	6.66	0.13	-7.00	0.21
410.00	6.77	0.10	-7.89	0.17
420.00	7.28	0.09	-7.39	0.16
Multipolamplitude $M_{1-} 10^{-3} / m_\pi$				
E_γ	$ M_{1-}^{1/2} $	$\Delta M_{1-}^{1/2} $	$ M_{1-}^{3/2} $	$\Delta M_{1-}^{3/2} $
270.00	1.15	0.10	-5.43	0.21
280.00	0.79	0.11	-5.58	0.24
290.00	1.30	0.13	-6.06	0.25
300.00	0.15	0.15	-4.90	0.30
310.00	0.97	0.20	-5.51	0.40
320.00	0.88	0.27	-6.05	0.45
330.00	0.13	0.49	-9.57	0.50
340.00	1.49	0.35	-4.72	0.31
350.00	1.81	0.29	-2.87	0.55
360.00	1.83	0.22	-4.52	0.46
370.00	1.24	0.16	-4.49	0.30
380.00	1.62	0.12	-4.54	0.23
390.00	2.05	0.10	-4.57	0.20
400.00	2.02	0.09	-5.11	0.17
410.00	1.57	0.08	-5.05	0.16
420.00	1.56	0.07	-5.35	0.14

Multipolamplitude $E_{1+}10^{-3} / m_\pi$				
E_γ	$ E_{1+}^{1/2} $	$\Delta E_{1+}^{1/2} $	$ E_{1+}^{3/2} $	$\Delta E_{1+}^{3/2} $
270.00	1.41	0.03	-2.45	0.06
280.00	1.48	0.03	-2.37	0.07
290.00	1.24	0.03	-2.19	0.06
300.00	1.06	0.04	-1.72	0.07
310.00	1.31	0.05	-1.80	0.08
320.00	1.36	0.05	-1.41	0.07
330.00	1.11	0.06	-1.11	0.07
340.00	1.20	0.06	-0.71	0.07
350.00	1.08	0.07	-0.40	0.07
360.00	1.30	0.07	-0.06	0.07
370.00	1.19	0.06	0.25	0.06
380.00	1.32	0.04	0.46	0.06
390.00	1.17	0.04	0.54	0.06
400.00	1.20	0.04	0.50	0.05
410.00	0.99	0.04	0.26	0.05
420.00	1.04	0.03	0.39	0.04
Multipolamplitude $M_{1+}10^{-3} / m_\pi$				
E_γ	$ M_{1+}^{1/2} $	$\Delta M_{1+}^{1/2} $	$ M_{1+}^{3/2} $	$\Delta M_{1+}^{3/2} $
270.00	-1.04	0.08	31.10	0.13
280.00	-1.24	0.08	34.50	0.14
290.00	-0.46	0.10	35.90	0.14
300.00	-1.29	0.11	38.45	0.15
310.00	-1.18	0.16	39.41	0.16
320.00	-0.89	0.27	40.01	0.13
330.00	-0.82	0.13	38.58	0.16
340.00	-1.00	0.14	36.99	0.19
350.00	-1.04	0.15	35.92	0.14
360.00	-0.73	0.19	33.44	0.14
370.00	-1.47	0.16	31.10	0.12
380.00	-0.75	0.11	29.21	0.11
390.00	-1.05	0.10	27.22	0.11
400.00	-0.82	0.08	25.12	0.10
410.00	-0.86	0.07	23.30	0.10
420.00	-1.03	0.07	21.46	0.09

Literaturverzeichnis

- [Adk 85] Atkins, G.S. and Nappi, C.P.P., Nucl. Phys. B249, 507(1985)
- [Ant 91] I. Anthony et al., NIM A301 (1991)230
- [Arn 95] Arndt et al., Multipolfit SAID Spring 1995
- [Aud 91] G.Audit et al., DAPHNE , NIM 310(1991)473
- [BDW 67] F. A. Berends, A. Donnachie, D. L. Weaver, Nucl. Phys. B4(1967)1
- [Bec 65] Becci, C. and Morpurgo, G., Phys. Rev. 140, B687(1965)
- [Ber 88] Bermuth, K., Drechsel, D., Tiator, L. and Seaborn, J.B., Phys. Rev. D37, 89(1988)
- [Bou 87] Bourdeau, M. and Mukhopadhyay, N., Phys Rev. Lett. 58, 976(1987)
- [CGLN 57] G. F. Chew, M. L. Goldberger, F. E. Low, Y. Nambu, Phys. Rev. 106(1957)1345
- [Cho 74] Chodos, A. et al., Phys. Rev. D9, 3471(1974); Phys. Rev. D10, 2599(1974)
- [Clo 89] Close, F.E., An Introduction to Quarks and Partons (Academic Press, London 1989)
- [Cro 65] D. T. Cromer, J. T. Waber: Acta Cryst 18 (1965) 104
- [Dia 68] G. Diambri Palazzi: Rev. Mod. Phys. 40 (1968) 611
- [Fei 56] E. L. Feinberg, I. Pomeranchuk: Suppl. Nuovo Cimento 3 (1956) 652
- [Fey 89] R. P. Feynman: Quantenelektrodynamik: 1989
- [Fis 72] G. Fischer et al. , Zeitschrift für Physik 253, 38-52(1972)
- [Fri 59] O. R. Frisch: Betrachtungen zur kohärenten Bremsstrahlung, 1959
- [Gan 76] V.B. Ganenko et al., Yad. Fiz. 23, 310-322(1976)
- [Gen 74] H. Genzel et al., Zeitschrift für Physik 268, 43-50(1974)
- [Ger 81] Gershtein, S.S. and Dzhikiya, G.V., Sov. J. Nucl. Phys. 34, 870(1981)
- [Gla 79] Glashow, S.L., Physica 96A, 27(1979)
- [God 85] Godfrey, S. and Isgur, N., Phys. Rev. D32, 189(1985) und Godfrey, S., Phys. Rev. D31, 2375(1985)
- [Gog 87] Gogilidze, S.A., Surovetsev, Yu.S. and Tkebuchava, F.G., Yad. Fiz. 45, 1085(1987)

- [Gor 73] V. G. Gorbenko et al., *Yad. Fiz.* 17, 793-799(1973)
- [Gre 95] W. Greiner, J. Reinhardt: *Theoretische Physik Band 7, Quantenelektrodynamik*; Harri Deutsch ·Thun und Frankfurt am Main, 1995
- [Gru 89] V. F. Grushin, *Photoproduction of pions on low-energy protons: Complete experiments and multipole analysis*, Nova Science Publishers, Inc. by the All-Copyright Agency of the USSR
- [Här 96] Doktorarbeit in Vorbereitung F. Härter, Mainz 1996
- [Har 65] Harari, H. and Lipkin, H., *Phys. Rev.* 140, B1617(1965)
- [Hei 54] W. Heitler: *The Quantum Theory of Radiation*, 1954
- [Her 90] Herminghaus et al. : *Proc. 1990 Linear Accelerator Conf.*, Albuquerque (1990)
- [Isg 82] Isgur, N., Karl, G. and Koniuk, R., *Phys. Rev.* D25, 2394(1982)
- [Isg 79] Isgur, N. and Karl, G., *Phys. Rev.* D18, 4187(1978), D12, 147(1979)
- [Jac 85] J. D. Jackson: *Klassische Elektrodynamik*; de Gruyter, Berlin, 1985
- [Kam 95] Program from S. Kamalov 1995
- [Käl 88] Kälbermann, G. and Eisenberg, J.M., *Phys. Rev.* D28, 71(1988)
- [Kra 93] Diplomarbeit Albrecht Kraus, Göttingen 1993
- [Lan 86] L. D. Landau, E. M. Lifschitz: *Lehrbuch der Theoretischen Physik, Band 4, Quantenelektrodynamik*; Akademie-Verlag, Berlin, 1986
- [LEGS 92] G. Blanpied, *Phys. Rev. Lett.* 69 (1992) 1880
- [Loh 92] D. Lohmann: Diplomarbeit, Göttingen (1992)
- [Lut 67] G. Lutz, Dissertation, Hamburg 1967
- [MaW 83] Ma, Z.Y. and Wambach, J., *Phys. Lett.* 132B, 1(1983)
- [May 51] M. May: *Phys. Rev.* 84 (1951) 265
- [NBL 90] Nozawa, Blankleider, Lee, *Nucl. Phys.* A513(1990)459
- [Ped 93] P. Pedroni: *The range telescope method : NIM A343* (1994) 623-628
- [Pfe 72] W. Pfeil and D. Schwela, *Nucl. Phys.* B45(1972) 379-396
- [Ram 95] Diplomarbeit Frank Rambo: Juni 1995
- [Sch 95] Diplomarbeit Axel Schmidt: Juli 1995
- [The 80] Théberge, S., Thomas, A. and Miller, G.A., *Phys. Rev.* D22, 2838(1980)

- [Tho 81] Thomas, A., Théberge, S. and Miller, G.A., Phys. Rev. D24, 216(1981)
- [Tim 64] U. Timm: Grundlagen des Überall-Effekts, Deutsches Elektronen-Synchrotron Report DESY 64/9, Hamburg (1964)
- [Tim 69] U. Timm: Coherent Bremsstrahlung of Electrons in Crystals, Fortschr. Phys 17 (1969) 765
- [Ueb 56] H. Überall: Phys. Rev. 103 (1956) 1055
- [Wat 54] K. M. Watson, Phys. Rev. 95(1954)228
- [Wey 86] Weyrauch, M. and Weber, H.J., Phys. Rev. Lett. 58, 976(1987)
- [WWA 96] P. Wilhelm, Th. Wilbois und H. Arenhövel, Preprint MKPH-T-96-1
- [Wil 96] Dissertation in Vorbereitung, Th. Wilbois, Mainz 1996
- [Whe 39] J.A.Wheeler, W.E.Lamb: Phys. Rev. 55 (1939) 858
- [Wir 87] Wirzba, A. and Weise, W., Phys. Lett. B188, 6(1987)
- [Wolf 94] Stefan Wolf: Diplomarbeit, Göttingen (1994)