# Messung der Polarisierbarkeiten des Protons

Dissertation

zur Erlangung des Grades "Doktor der Naturwissenschaften" am Fachbereich Physik der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz

> Víctor M. Olmos de León geboren in Valencia

Institut für Kernphysik Johannes Gutenberg-Universität Mainz Mainz 2000

A mi mujer, Pepa

Ι

II

## ABSTRACT

The electromagnetic polarizabilities of nucleons and mesons are their lowest order structure constants that go beyond static properties, like mass, spin, charge and magnetic moment. Elastic photon scattering (or Compton scattering) on the proton provides a tool to measure these polarizabilities of the proton: the electric polarizability  $\bar{\alpha}$  and the magnetic susceptibility  $\bar{\beta}$ .

The Compton scattering cross section on the proton has been measured at laboratory angles of 59°, 85°, 107°, 133° and 155° and photon energies between 59 and 163 MeV with a systematic error of 6 %. The experiment was performed with tagged photons from the Glasgow Tagger at the minimum available energy from MAMI, i.e. 180 MeV. With this setup photon energies between 25 and 167 MeV could be tagged with an energy resolution of 0.5 MeV and a tagging efficiency of about 20 %. The scattered photons were detected with the TAPS photon spectrometer consisting of 384  $BaF_2$  crystals plus individual plastic charged particle veto-detectors.

Using a model dependent dispersion relation, the values for the polarizabilities extracted from the cross sections without using the Baldin sum rule are:

$$\bar{\alpha} = 11.89 \pm 0.57$$
  
 $\bar{\beta} = 1.17 \pm 0.75$ 

These values confirm the predictions of the Baldin sum rule:

$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} = 13.69 \pm 0.14$$

# VORWORT

Wenn ein Mensch Brot ißt, folgt, daß in ihm Fleisch, Knochen, und Organe wachsen. Diese Tatsache, die heutzutage keinen mehr wundert, führte im fünften Jahrhundert vor Christus zu einer interessanten philosophischen Diskussion. Der griechische Philosoph Anaxagoras fragte sich, wie sowas geschehen könnte, wenn das Brot nicht vorher schon einen Teil von Fleisch, Blut oder Knochen enthielte. Er kam zu dem Schluß, daß jedes Element des Universums einen Teil jeder Sache beinhalte. Die Theorien von Anaxagoras und anderer Griechen wie Empedokles, Heraklit oder Parmenides sind Beweis für den enormen intelektuellen Aufwand, der damals der Frage der Struktur der Materie gewidmet wurde.

Keine dieser Theorien wird so bewundert wie die von Leukipp und Demokrit vorgestellte atomistische Theorie, nach der die gesamte Materie aus winzigen unteilbaren und unzerstörbaren Teilchen besteht. Diese Teilchen wurden Atome (griech. unteilbar) genannt.

Einige griechische Weisen akzeptierten diese Theorie von Demokrit, aber die meisten glaubten an die Theorie des Aristoteles, der behauptete, daß die Materie einen kontinuierlichen Aufbau habe. Dies war dann auch die Meinung der mittelalterlichen Alchimisten.

John Dalton wird als Vater der modernen Atomtheorie gesehen. In seinem 1808 veröffentlichten Buch "A new system of chemical philosophy", stellte Dalton seine atomistische Theorie vor: Die ganze Materie besteht aus Atomen, und alle Atome eines konkreten Elements sind identisch.

1910 entdeckte Ernst Rutherford den Atomkern mit Hilfe seines berühmten Experiments, der Streuung von Alpha-Teilchen. Neun Jahre später beobachtete er, daß ein Alpha-Teilchen von einem Stickstoffkern absorbiert werden kann, was dann zur Emission eines Wasserstoffkerns führt.

Mit diesem Experiment verwirklichte Rutherford den alten Traum der Alchimisten: die Verwandlung eines Elements in ein anderes. Aus ähnlichen Experimenten schloß er, daß der Wasserstoffkern ein fundamentaler Baustein aller anderen Kerne sei und wegen dieser Bedeutung erhielt er den besonderen Namen: Proton (aus dem Griechischen Protos, der Erste).

Für die moderne Physik hat die Struktur der Materie immer noch fundamentale Bedeutung. Ziel der Kern-und Teilchenphysik ist es, eben diese kleinsten Bausteine der Materie, die Elementarteilchen und ihre Wechselwirkungen untereinander zu untersuchen.

# Inhaltsverzeichnis

1.	Ein	m leitung
2.	The	eoretische Grundlagen
	2.1	Klassische Theorie der Polarisierbarkeit
	2.2	Die Polarisierbarkeiten des Protons
		2.2.1 Polarisierbarkeit des Protons
		2.2.2 Nukleonmodelle
	2.3	Theorie der Compton-Streuung am Proton
		2.3.1 Klassische Streutheorie
		2.3.2 Kinematik der Comptonstreuung
		2.3.3 Die Streuung an einem punktförmigen Teilchen 16
		2.3.4 Invariante Amplitude und Niederenergie Theorem 19
		2.3.5 Dispersionsrelationen und Summenregel
		$2.3.6  {\rm Dispersions relationen \ f\"{u}r \ die \ Comptons treuung \ am \ Proton \ . }  26$
3.	Das	$\mathbf{S} \mathbf{Experiment}$
	3.1	Frühere Experimente
	3.2	Überblick über das Experiment
	3.3	Experimenteller Aufbau
		3.3.1 Der Elektronenbeschleuniger
		3.3.2 Die Erzeugung energiemarkierter Photonen
		3.3.3 Der TAPS Detektor
		3.3.4 TAPS-TAGGER Aufbau
		3.3.5 Die Meßelektronik
		3.3.6 Das Targetsystem
	3.4	Experimentdurchführung 56
		3.4.1 Aufbau des TAPS-Detektors
		3.4.2 Durchführung des Compton-Experiments
		3.4.3 Durchführungen der Eichungen
	3.5	Schwierigkeiten des Experiments
4.	Dat	enauswertung
	4.1	Überblick über die Analyse
	4.2	Eichungen
		4.2.1 Tagger Eichungen
		4.2.2 TAPS Eichungen
		4.2.3 Zeitlicher Abgleich TAPS-Tagger
		4.2.4 Korrekturen
		4.2.5 Energie- und Zeitauflösung
	4.3	Anzahl der Ereignisse aus der Compton-Streuung
		4.3.1 Schauerrekonstruktion

		4.3.2	Erkennung der Teilchenart	3						
		4.3.3	Ortsrekonstruktion	1						
		4.3.4	Prozeßerkennung	Ś						
		4.3.5	Reduktion des Untergrunds	)						
	4.4	Bestin	nmung des Photonenflusses	;						
		4.4.1	Bestimmung von $N_{e^-}$	7						
		4.4.2	Bestimmung von $\epsilon_{tag}$	7						
	4.5	Bestin	nmung der Targetbelegung	)						
	4.6	Bestin	nmung des effektiven Raumwinkels	3						
		4.6.1	Der effektive Raumwinkel	}						
		4.6.2	Simulationsrechnung	ŧ						
		4.6.3	Analyse der simulierten Daten 97	7						
	4.7	Bestin	nmung der Wirkungsquerschnitte	)						
	4.8	Fehler	rechnung $\ldots \ldots 106$	;						
		4.8.1	Statistische Fehler	;						
		4.8.2	Systematische Fehler	;						
5.	Erg	ebniss	e	9						
	51	Differe	entielle Wirkungquerschnitte	, )						
	5.2	Restin	amung der Polarisierbarkeiten	1						
	5.2	Diskus	ssion der Ergebnisse	с 7						
	$5.0 \\ 5.4$	Fazit	119	)						
	_	1 0210	-							
6.	Zus	amme	m nfassung	1						
Α.	Tab	ellen		3						
	A.1	Differe	entielle Wirkungsquerschnitte	3						
n	ъ		11							
в.	Pro	duktio	on von reellen	_						
	Pho	otonen	$12^{\circ}$	(						
$\mathbf{C}.$	Die	Tagge	erelektronik	9						
D.	Die	Effizie	enz der Vetodetektoren	1						
$\mathbf{L}^{\mathrm{i}}$	Literatuverzeichnis									
D	Danksagung									

# 1. Einleitung

Wenige Jahre nach der Entdeckung des Protons gab es die ersten experimentellen Hinweise darauf, daß es kein elementares Teilchen wie das Elektron ist. Die Messung des magnetischen Moments (1933) ergab nämlich einen viel größeren Wert als den für ein punktförmiges Teilchen erwarteten. Fermis Entdeckung der  $\Delta$ -Resonanz (1952) durch die Streuung von Pionen an Protonen oder die Messung der elektromagnetischen Struktur des Protons von Hofstadter (1955) zeigten, daß das Proton eine Ladungsverteilung und eine gewisse Struktur haben muß.

1964 wurde das Quark-Modell, in dem alle Hadronen aus kleineren Teilchen, den Quarks, bestehen, von Gell-Mann und Zweig vorgeschlagen. Fünf Jahre später konnte diese Annahme experimentell bestätigt werden durch tiefinelastische Streuung von Elektronen an einem Protonentarget.

Heutzutage ist das Standardmodell eine etablierte Theorie, die die Struktur der Hadronen beschreibt. In diesem Modell bestehen die Nukleonen, so wie alle Hadronen, aus drei Quarks und die Mesonen aus einem Quark-Antiquark-Paar.

Im Institut für Kernphysik der Universität Mainz werden die Struktur von Atomkernen und ihrer Bausteine, den Nukleonen, untersucht. Das wesentliche Werkzeug für diese Experimente ist der Elektronenbeschleuniger MAMI, der derzeit eine maximale Energie von 855 MeV erreicht.

Innerhalb der internationalen A2-Kollaboration werden Experimente mit reellen Photonen aus dem Bremsstrahlungsprozeß durchgeführt. Dazu steht als zentrales Experimentiergerät eine breitbandige Photonenmarkierungsanlage zur Verfügung, mit deren Hilfe der Elektronenstrahl in einen Strahl monochromatischer Photonen konvertiert wird.

Die Photonen sind eine nützliche Sonde, um die Struktur der Kerne zu untersuchen. Ihre Wechselwirkung mit der Kernmaterie, beschrieben durch die Quantenelektrodynamik (QED), ist sehr gut bekannt. Außerdem ist diese Wechselwirkung relativ schwach, also ist die mittlere Weglänge von Photonen in Kernmaterie groß gegenüber den Kernabmessungen, wodurch das gesamte Kernvolumen ausgeleuchtet wird.

Die Compton-Streuung, d.h. die elastische Streuung von Photonen, ist für das Studium der Struktur der Nukleonen und Kerne besonders geeignet, da das rein elektromagnetisch wechselwirkende Photon keiner starken Anfangs -und Endzustandswechselwirkung unterliegt. Mit niederenergetischer Compton-Streuung am Proton kann man aufgrund eines Niederenergietheorems die elektrische Polarisierbarkeit und die magnetische Suszeptibilität des Protons (im folgenden die Polarisierbarkeiten des Protons genannt) messen. Dies sind fundamentale Struktureigenschaften des Protons, die beschreiben, wie leicht die Konstituenten des Protons durch elektrische oder magnetische Felder verschoben oder etwa ausgerichtet werden können. Diese Strukturkonstanten stehen in einer Reihe mit statischen Eigenschaften wie der Masse, der Ladung, dem Spin oder dem anomalen magnetischen Moment und mit Struktureigenschaften, wie der Ladungs- und Massenverteilung. Mithilfe verschiedener Kernmodelle (Chirale Störungstheorie, MIT Bag Modell ...) erhält man unterschiedliche Vorhersagen für die Polarisierbarkeiten des Protons.

Die Summe der Polarisierbarkeiten ist über eine Summenregel (Baldin, 1960) mit dem totalen Absorptionsquerschnitt verbunden. Diese Regel basiert auf fundamentalen Prinzipien der Physik wie der Kausalität und der Unitarität.

Eine unabhängige experimentelle Bestimmung beider Polarisierbarkeiten dient zur Überprüfung der Baldin-Summenregel und zum Test verschiedener Nukleonmodelle.

Zwischen Juni 1995 und April 1996 wurden neun verschiedene photonukleare Experimente innerhalb der A2-Kollaboration mit dem Photonspektrometer TAPS durchgeführt. Eines dieser Experimenten war die Niederenergie–Compton– Streuung am Proton ( $E_{\gamma} < 180 MeV$ ) mit dem Ziel, die Polarisierbarkeiten des Protons mit hoher Genauigkeit zu bestimmen. Die Durchführung und Auswertung dieses Experiments ist der Kern dieser Dissertation, die wie folgt gegliedert ist:

Nach der Einleitung werden im zweiten Kapitel die theoretischen Grundlagen zu den Polarisierbarkeiten und zur Compton-Streuung am Proton vorgestellt. Im Kapitel drei werden der Experimentaufbau und die Experimentdurchführung beschrieben. Kapitel 4 befaßt sich mit der Auswertung der Daten; hier wird gezeigt, wie man aus den experimentellen Roh-Daten den differentiellen Wirkungsquerschnitt gewinnen kann. Die Bestimmung der Polarisierbarkeiten und die Diskussion der Ergebnissen folgt dann im Kapitel 5.

# 2. Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel wird zunächst das klassische Konzept der Polarisierbarkeit eingeführt und der Zusammenhang mit anderen makroskopischen Größen aus der klassischen Elektrodynamik erläutert. Danach wird die Polarisierbarkeit für das Proton aus der Sicht der Quantenmechanik definiert und es werden verschiedene Nukleonmodelle vorgestellt und deren Vorhersagen für die Polarisierbarkeiten des Protons diskutiert. Für die Messung der Polarisierbarkeiten des Protons wird Comptonstreuung am Proton genutzt; deshalb wird im dritten Abschnitt dieses Kapitels die Theorie der Comptonstreuung vorgestellt.

# 2.1 Klassische Theorie der Polarisierbarkeit

Stellt man ein dielektrisches Objekt in ein elektrisches Feld (Abb. 2.1), so ordnen sich die Ladungen des Objekts und es entsteht ein Dipolmoment. Die dielektrische



**Abbildung 2.1**: In der Nähe eines elektrischen Feldes ordnen sich die Ladungen des Objekts und es ensteht eine Polarisation

Polarisation  $\vec{P}$  wird definiert als das Dipol<br/>moment pro Volumene<br/>inheit, gemittelt über das Volumen des Objekts:

$$\vec{P} = \sum q_n \cdot \vec{r_n} \tag{2.1}$$

hier ist  $r_n$  der Ort der Ladung  $q_n$ .

Ein homogenes elektrisches Feld  $\vec{E}$  induziert in einem homogenen Medium eine homogene Polarisation  $\vec{P}$ . Die dielektrische Suszeptibilität  $\chi$  verbindet das makroskopische Feld  $\vec{E}$  mit der Polarisation  $\vec{P}$ :

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} \tag{2.2}$$

Die dielektrische Suszeptibilität ist eine makroskopische Größe, die eine Eigenschaft des Dielektrikums beschreibt. Sie enthält Information über die Beweglichkeit der Ladungen innerhalb des Dielektrikums.

Die Dielektrizitätskonstante bezüglich des Vakuums,  $\epsilon$ , von einem isotropen oder kubischen Medium ist definiert als:

$$\epsilon = \frac{\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}{\epsilon_0 \vec{E}} = 1 + \chi \tag{2.3}$$

Die Suszeptibilität ist also:

$$\chi = \frac{\vec{P}}{\epsilon_0 \vec{E}} = \epsilon - 1 \tag{2.4}$$

Hier ist  $\vec{E}$  das makroskopische elektrische Feld.

Um die Dielektrizitätskonstante mit den mikroskopischen Eigenschaften des Mediums zu verbinden, muß man zuerst die elektrischen Felder innerhalb des Objekts betrachten. Der Wert des lokalen elektrischen Feldes in der Nähe eines Atoms ist deutlich verschieden vom Wert des makroskopischen elektrischen Feldes (Abbildung 2.2). Das lokale Feld ist die Summe der Felder  $\vec{E_0}$  von externen Quellen und der Felder innerhalb des Mediums. Das totale lokale Feld für eine kubische Gitterstruktur ist ([Kit 89],[Ash 76]):

$$\vec{E}_{lok} = \vec{E} + \frac{1}{3\epsilon_0}\vec{P} \tag{2.5}$$

Dieses ist die Lorentz-Relation: das wirkende Feld für ein Atom in einer kubischen



Abbildung 2.2: Elektrisches Feld innerhalb des Dielektrikums

Gitterstruktur ist die Summe aus dem makroskopischen Feld und dem Beitrag der Polarisation der anderen Atome des Mediums.

Die Polarisierbarkeit  $\alpha$  eines Atoms ist definiert für das lokale elektrische Feld in der Nähe des Atoms:

$$\vec{p} = \alpha \cdot \vec{E}_{lok} \tag{2.6}$$

Hier ist  $\vec{p}$  das Dipolmoment.

Während die Polarisierbarkeit eine Eigenschaft des Atoms ist, hängt die Dielektrizitätskonstante, die die makroskopischen Eigenschaften beschreibt, davon ab, wie sich die Atome anordnen, um das Medium zu bilden. Die Polarisierbarkeit hat die Dimension eines Volumens, d.h.  $[L]^3$ , denn das Dipolmoment ist definiert als  $[Q] \times [L]$  und das Feld als  $[Q] \times [L]^{-2}$ . Die Polarisation im Kristall kann in erster Näherung als Produkt der Polarisierbarkeiten der Atome mit den lokalen Feldern geschrieben werden:

$$\vec{P} = \sum_{j} N_j \vec{P}_j = \sum_{j} N_j \alpha_j \vec{E}_{lok}(j)$$
(2.7)

wo  $N_j$  die Anzahl der Atome und  $\alpha_j$  die Polarisierbarkeit des Atoms j sind.  $\vec{E}_{lok}(j)$  ist das Feld am Ort des Atoms j. Die Beziehung zwischen Dielektrizitätskonstante und Polarisierbarkeit hängt von der Relation zwischen dem makroskopischen elektrischen Feld und dem lokalen Feld ab. Wenn das lokale Feld durch die Lorentz-Gleichung 2.5 gegeben ist, gilt:

$$\vec{P} = \left(\sum_{j} N_j \alpha_j\right) \left(\vec{E} + \frac{1}{3\epsilon_0} \vec{P}\right) \tag{2.8}$$

Also

$$\chi = \frac{\vec{P}}{\epsilon_0 \vec{E}} = \frac{\sum N_j \alpha_j}{1 - \frac{1}{3\epsilon_0} \sum N_j \alpha_j}$$
(2.9)

Mit der Definition  $\epsilon = 1 + \chi$  bekommt man:

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{1}{3\epsilon_0} \sum_j N_j \alpha_j \tag{2.10}$$

Das ist die Clausius-Mosotti-Relation. Diese gibt eine Beziehung zwischen Dielektrizitätskonstante und Polarisierbarkeit, gilt aber nur für Kristallstrukturen, in denen die Lorentz-Gleichung für das lokale Feld gültig ist.

#### Elektronische Polarisierbarkeit<sup>1</sup>

Die totale Polarisierbarkeit besteht normalerweise aus drei Termen ([Kit 89]): elektronische, ionische und dipolare. Der elektronische Beitrag stammt aus der Bewegung der Elektronen bezüglich des Kernes. Der ionische Beitrag aus der Verschiebung zwischen verschiedenen geladenen Ionen und die Dipol-Polarisierbarkeit stammt aus den Molekülen mit einem permanenten elektrischen Dipolmoment, die ihre Orientierung durch die Wechselwirkung mit einem elektrischen Feld ändern können.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Auch Atom-Polarisierbarkeit gennant

Die Dielektrizitätskonstante bei optischen Frequenzen besteht hauptsächlich aus der elektronischen Polarisierbarkeit, denn die ionischen und dipolaren Beiträge bei hohen Frequenzen sind sehr klein wegen der größeren trägen Masse der Moleküle und Ionen.

Im optischen Bereich kann man die Clausius-Mosotti-Relation 2.10 wie folgt schreiben:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{1}{3\epsilon_0} \sum N_j \alpha_j(elek)$$
(2.11)

hier haben wir die Relation  $n^2 = \epsilon$  für den Brechungsindex n benutzt.

Mit dieser Gleichung kann man experimentelle Werte für die elektronischen Polarisierbarkeiten von vielen Kristallen finden, die Ergebnisse stimmen mit den Werten für die Brechungsindizes überein. Die Clausius-Mosotti-Relation 2.11 gibt somit einen interessanten Zusammenhang zwischen makroskopischen (Brechungsindex) und mikroskopischen (Polarisierbarkeit) Eigenschaften des Mediums.

#### Klassische Theorie der elektronischen Polarisierbarkeit

In einem einfachen Atommodell kann man annehmen, daß die Elektronen über Federn (Federkonstante **k**) mit dem Kern verbunden sind (Abbildung 2.3). Ein mit dem Atom harmonisch verbundenes Elektron zeigt Resonanzabsorption bei einer Frequenz  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ . Die Verschiebung x des Elektrons aufgrund der



Abbildung 2.3: Atommodell mit Federn

Wirkung des elektrischen Feldes  $\vec{E}_{lok}$  ist:

$$-e\vec{E}_{lok} = k\vec{x} = m\omega_0^2\vec{x} \tag{2.12}$$

so daß für die elektronische Polarisierbarkeit gilt:

$$\alpha(elek.) = \frac{\vec{p}}{\vec{E}_{lok}} = -\frac{e\vec{x}}{\vec{E}_{lok}} = \frac{e^2}{m\omega_0^2}$$
(2.13)

oder als Funktion der Federkonstante k,

$$\alpha(elek.) = \frac{e^2}{k} \tag{2.14}$$

Dieses einfache Modell beschreibt die elektrische Polarisierbarkeit sehr anschaulich: Ein "elastisches" Objekt hat eine große Polarisierbarkeit, während ein "starres" Objekt eine kleine Polarisierbarkeit hat.

Im allgemeinen hängt die elektronische Polarisierbarkeit von der Frequenz  $\omega$  ab, und man kann leicht folgende Formel herleiten:

$$\alpha(elek.) = \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{2.15}$$

Im Bereich des sichtbaren Lichtes spielt die Frequenzabhängigkeit (Dispersion) bei den meisten durchsichtigen Materialien keine große Rolle.

Im nächsten Abschnitt werden wir eine ähnliche Formel wie 2.15 für die quantenmechanische Definition der Polarisierbarkeit benutzen.

#### Magnetische Suszeptibilität

Analog zu der Definition der elektrischen Polarisierbarkeit kann man eine magnetische Suszeptibilität  $\beta$  für die Proportionalitätskonstante zwischen dem magnetischen Moment und dem Magnetfeld einführen:

$$\vec{m} = \beta \cdot \vec{B}_{lok} \tag{2.16}$$

Die magnetische Suszeptibilität hat zwei Beiträge: einen paramagnetischen Teil aus der Ausrichtung der permanenten Dipolmomente und einen diamagnetischen Teil aus den induzierten Strömen, die ein Gegenfeld erzeugen, um das äußere Feld zu kompensieren (Lenzsche Regel).

#### Energie des Systems

In der Nähe eines elektromagnetischen Feldes wird die gesamte Energie des Systems um folgenden Faktor kleiner:

$$\Delta E(elek.) = -\frac{1}{2}\alpha |\vec{E}|^2 \tag{2.17}$$

$$\Delta E(mag.) = -\frac{1}{2}\beta |\vec{B}|^2 \tag{2.18}$$

D.h. ein System mit großen Polarisierbarkeiten  $\alpha$  und  $\beta$  kann viel elektromagnetische Energie austauschen, wenn eine elektromagnetische Welle auf das System trifft. Damit dieser Energieaustausch zwischen System und elektromagnetischer Welle stattfindet, muß es eine Wechselwirkung zwischen System und Welle (Photon) geben. Im Abschnitt 2.3.5 werden wir die Baldin-Summenregel besprechen, die genau diese Tatsache beschreibt: Sie gibt eine Beziehung zwischen den Polarisierbarkeiten und dem totalen Absorptionsquerschnitt.

#### Messung von Polarisierbarkeiten

Normalerweise mißt man die Dielektrizitätskonstante eines Materials, indem man die Kapazitäten zweier Plattenkondensatoren, die mit den zu studierenden Medium und mit Vakuum gefüllt sind, vergleicht. Aus dem Quotient:

$$\epsilon = \frac{C_{Medium}}{C_{Vakuum}} \tag{2.19}$$

bestimmt man die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  des Materials. Bei Frequenzen im Mikrowellenbereich muß man eine andere Methode verwenden. Hier wird normalerweise die Wellenlänge  $\lambda$  der Mikrowellenstrahlung in dem zu studierenden Medium gemessen und man bestimmt die Dielektrizitätskonstante aus der Gleichung:

$$\frac{\lambda(Vakuum)}{\lambda(Medium)} = (\epsilon\mu)^{\frac{1}{2}}$$
(2.20)

Hier ist  $\mu$  die Permeabilität bezüglich des Vakuums.

Bei der Messung der Polarisierbarkeit eines Mediums muß man die Beiträge der drei Polarisierbarkeiten (ionische, dipolare und elektronische) berücksichtigen. Jede dieser Polarisierbarkeiten hat eine unterschiedliche Abhängigkeit von der Frequenz und deshalb ist die Bestimmung von Polarisierbarkeiten kein einfaches Problem. Im optischen Bereich kann man die ionische und dipolare Polarisierbarkeiten vernachlässigen, denn der relevante Beitrag wird durch die elektronische Polarisierbarkeit bestimmt. Durch die Messung des Brechungsindex und anhand der Clausius-Mossottischen Gleichung 2.11 kann man experimentelle Werte für die Polarisierbarkeiten gewinnen. In diesem Fall werden die dynamischen elektromagnetischen Felder der Photonen verwendet, um die Polarisierbarkeiten zu bestimmen.

Im nächsten Abschnitt werden wir die Polarisierbarkeit für das Proton definieren. Bei der Messung dieser Polarisierbarkeit muß man auch dynamische Felder verwenden, da die statischen Felder nicht genug Intensität haben, um das Proton zu polarisieren. Durch die Messung der Photonstreuung am Proton kann man deshalb Information über die Polarisierbarkeit des Protons gewinnen. Im Abschnitt 2.3 wird deshalb auf die Theorie der Comptonstreuung am Proton, d.h. elastische Streuung von Photonen am Proton, eingegangen.

# 2.2 Die Polarisierbarkeiten des Protons

### 2.2.1 Polarisierbarkeit des Protons

Durch tiefinelastische Streuexperimente von Elektronen an einem Protonentarget am Fermilab und am DESY wurde festgestellt, daß das Proton eine innere Struktur hat, die sich am besten mit der Annahme von drei geladenen Partonen beschreiben läßt (Abb. 2.4). In Analogie zur klassischen Elektrodynamik wird eine elektrische Polarisierbarkeit und eine magnetische Suszeptibilität für das Proton definiert. Die Tabelle 2.2.1 zeigt die Größenordnung der elektrischen Polarisierbarkeit des Protons in Vergleich zu anderen Systemen.



Abbildung 2.4: Modell des Protons mit drei Quarks

System	Elek. Polarisierbarkeit $\alpha$ $(fm^3)$
Proton	$\sim 10^{-3}$
Neutron	$\sim 10^{-4}$ ?
Deuteron	$\sim 1.5$
Wasserstoffatom	$\sim 10^{15}$

 Tabelle 2.1:
 Elektrische Polarisierbarkeiten von verschiedenen Systemen

Im Rahmen der Quantenfeldtheorie werden die Polarisierbarkeiten des Protons wie folgt definiert<sup>2</sup> ([Pet 81],[L'vo 93]):

$$\overline{\alpha} = 2 \sum_{n \neq N} \frac{|\langle n | D_z | N \rangle|^2}{E_n - E_N} + \Delta \alpha \equiv \alpha_0 + \Delta \alpha \tag{2.21}$$

$$\overline{\beta} = 2\sum_{n \neq N} \frac{|\langle n|M_z|N \rangle|^2}{E_n - E_N} + \Delta\beta \equiv \beta_0 + \Delta\beta$$
(2.22)

In der Literatur werden  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  als Comptonpolarisierbarkeiten und  $\alpha_0$  und  $\beta_0$  als "reine" oder statische Polarisierbarkeiten des Nukleons bezeichnet. Die statischen Anteile werden aus der Summe der quadratischen Erwartungswerte für die z-Achsen-Projektion der elektrischen  $(D_z)$  und magnetischen  $(M_z)$  Dipolmoment-Operatoren aller elektrischen bzw. magnetischen Anregungszustände des Protons, gewichtet mit der Energiedifferenz zum Grundzustand, gebildet.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Im Analogie zur Gleichung 2.15

In [Pet 64] findet man für  $\Delta \alpha$  :

$$\Delta \alpha = \frac{e^2 r_E^2}{3M} \tag{2.23}$$

für Teilchen ohne Spin und

$$\Delta \alpha = \frac{e^2 r_E^2}{3M} + \frac{e^2 (\kappa^2 + 1)}{4M^3}$$
(2.24)

für Teilchen mit Spin 1/2 und anomalem magnetischem Moment  $\mu = \frac{e_{\kappa}}{2M}$ , d.h.  $\Delta \alpha$  hängt vom elektrischen Radius des Protons ab. Mit dem experimentellen elektrischen Radius für das Proton:

$$r_{E_p}^2 = 0.74 \pm 0.02 \ fm^2 \tag{2.25}$$

erhält man folgende Korrektur:

$$\Delta \alpha_p = 4.5 \pm 0.1 \tag{2.26}$$

Dies ist etwa 40% des gesamten Wertes von  $\overline{\alpha}_p$  (siehe Werte der Tabelle 2.2).

Die Terme  $\Delta \alpha$  und  $\Delta \beta$  in der Gleichung für die Polarisierbarkeiten sind modellabhängige Korrekturen zu den statischen Anteilen, die unter anderem Retardierungseffekte wegen der räumlichen Struktur des Protons enthalten. Man kann diese räumlichen Korrekturen als eine Änderung des Thomsonquerschnitts (punkförmige Ladung) wegen der Ausdehnung des Streuobjekts verstehen. Klassisch wird erwartet, daß das elektrische Feld des ein- und auslaufenden Photons an verschiedenen Stellen des Protons mit unterschiedlicher Phasen wechselwirkt. Da die räumliche Ladungsverteilung durch den elektrischen Formfaktor  $F_E$  beschrieben wird, führt dies zu folgender Korrektur der Thomson-Amplitude:

$$f_{Thomson} = -\frac{e^2}{M} \to -\frac{e^2}{M} \cdot F_E(k) \cdot F_E(k') + \omega \omega' \alpha_0 \equiv -\frac{e^2}{M} + \omega \omega' (\alpha_0 + \frac{e^2 r_E^2}{3M}) + \dots$$

Die Entwicklung des Formfaktors:

$$F_E(k) = 1 - \frac{r_E^2}{6}k^2 + \dots$$

ergibt den Beitrag der Ordnung 1/m zum Korrekturterm  $\Delta \alpha$ . Berücksichtigt man den Spin und das anomale magnetische Moment des Nukleons, so kommt ein weiterer Term der Ordnung  $1/m^3$  hinzu (siehe Gl. 2.24).

In einem relativistischen Modell muß man unter anderem die Frequenzabhängigkeit des Formfaktors berücksichtigen, was zu anderen Korrekturen von  $\Delta \alpha$  führt.

 $\Delta\beta$  wird im nichtrelativistischen Quarkmodell mit zwei Termen angegeben, der eine entspricht der Langevinschen Formel der diamagnetischen Polarisierbarkeit und der andere Fluktuationen des erzeugten elektrischen Dipolmoments.

Die Polarisierbarkeiten (im folgenden  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$ ) sind fundamentale Struktureigenschaften des Protons, die zusammen mit anderen Strukturkonstanten das Proton eindeutig beschreiben. Die Tabelle 2.2 faßt die wichtigsten Eigenschaften des Protons mit den entsprechenden aktuellen experimentellen Werten zusammen.

uud
$938.27231 \pm 0.00028 ~{\rm MeV}$
$< 1.0 \times 10^{-21}$
$(2.79284739 \pm 0.00000006) \ \mu_N$
$(-4 \pm 6) \times 10^{-23} ecm$
$(12.1 \pm 0.9) \times 10^{-4} fm^3$
$(2.1 \pm 0.9) \times 10^{-4} fm^3$
$> 1.6 \times 10^{25}$ Jahre

Tabelle 2.2: Eigenschaften des Protons aus dem Particle Data Booklet ([Gro 98])

# 2.2.2 Nukleonmodelle

Für die theoretische Bestimmung der Polarisierbarkeiten des Protons muß man ein Modell für die Struktur des Protons annehmen.

Die Polarisierbarkeiten des Protons sind im Rahmen von Constituent–, Chiral– Quark– und Soliton-Modellen berechnet worden ([Dre 96]). Die erste Vorhersage der ChPT wurde von Bernard et al. gemacht. Die elektrische Polarisierbarkeit des Protons wird hierbei in Termen der Massenverhältnisse  $\mu = m_{\pi}/m$  geschrieben,

$$\alpha = \frac{e^2 g_{\pi N}^2}{192\pi^3 m^3} \{ \frac{5\pi}{2\mu} + 18ln\mu + \frac{33}{2} + [\mu] \}$$
(2.27)

Dieses Ergebnis stimmt mit dem des linearen  $\sigma$ -Modells für den Fall einer unendlichen Masse des  $\sigma$  überein. Wie erwartet, divergiert  $\alpha$  beim *soft-pion* Limes  $\mu \to 0$ . Bei diesem Limes gilt die Beziehung  $\alpha = 10\beta$ , in recht guter Übereinstimmung mit den experimentellen Daten.

Um eine konsistentere Entwicklung in Termen von  $m^{-1}$  zu gewinnen, muß man die Rechnung in *heavy baryon* ChPT bis zur Ordnung  $O(q^4)$  wiederholen.

Die Tabelle 2.3 aus [Sch 98] stellt eine Liste der wichtigsten Nukleonmodelle und deren Vorhersagen für die Polarisierbarkeiten dar.

# 2.3 Theorie der Compton-Streuung am Proton

In diesem Abschnitt wird die Theorie der Compton-Streuung am Proton beschrieben. Zuerst aus der Sicht der klassischen Streutheorie, was zu den Thomson und

Literaturangabe	Model	$\bar{lpha}$	$\beta$
[Hec 81]	MIT Bag	7.1	2.6
[Nym 84]	Skyrme model		2
[Sch 84]	MIT Bag	10.8	2.3
[Wei 85]	Chiral Quark Model	7-9	$\leq 2$
[Che 87]	Skyrme	8.3	8.5
		25.2	1.7
[Sco 89]	Chiral Soliton	13.4	1.3
[Ber 92]	HBChPT	12.8	1.3
[Li 93]	NRQM	7.25	12
[Hem 97]	$\epsilon^3   { m ChPT}$	17.1	9.2

 Tabelle 2.3:
 Nukleonmodelle und Polarisierbarkeiten

Rayleigh Formeln führt und danach aus der Sicht der Quantenelektrodynamik (QED).

# 2.3.1 Klassische Streutheorie

#### **Thomson Streuung**

Fällt eine ebene Welle monochromatischer, elektromagnetischer Strahlung auf ein freies Teilchen mit der Ladung e und der Masse m, so wird das Teilchen beschleunigt und emittiert infolgedessen Strahlung (Abb. 2.5). Diese Strahlung hat für nichtrelativistische Bewegungen des Teilchens die gleiche Frequenz wie die einfallende Strahlung. Obwohl der Prozeß in zwei Schritten stattfindet (zuerst Absorption und dann Wiederemission der Strahlung) kann er auch als Streuung der einfallenden Strahlung betrachtet werden.



Abbildung 2.5: Klassische Beschreibung der Thomsonstreuung

Aus der Anwendung der Lienard-Wiechert-Potentiale bekommt man für die in einen Raumwinkel  $d\Omega$  abgestrahlte mittlere Leistung ([Jac 82]):

$$\left\langle \frac{dP}{d\Omega} \right\rangle = \frac{c}{8\pi} |E_0|^2 \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 |\epsilon^* \cdot \epsilon_0|^2 \tag{2.28}$$

hier sind  $\epsilon$  und  $\epsilon_0$  die Polarisationsvektoren der emittierten bzw. einfallenden Strahlung. Der einfallende Energiestrom ist nichts anderes als das zeitliche Mittel des Poynting-Vektors der ebenen Welle, also gleich  $c|E_0|^2/8\pi$ . Die in ein Raumwinkelelement abgestrahlte Leistung, bezogen auf den einfallenden Strom (Leistung pro Flächeneinheit), ist der differentielle Streuquerschnitt. Mit der letzten Gleichung ergibt sich damit für den differentiellen Streuquerschnitt der Thomson-Streuung:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 |\epsilon^* \cdot \epsilon_0|^2 \tag{2.29}$$

Für den unpolarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitt folgt

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{unpol} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\psi = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \cdot \left(1 + \cos^2\theta\right)$$
(2.30)

mit dem Winkel  $\psi$  zwischen dem Polarisationsvektor des Photons und einer zum Wellenvektor orthogonalen Achse und dem Winkel  $\theta$  zwischen dem Wellenvektor und der Beobachtungsrichtung. Dies ist die bekannte Thomsonsche Formel für die Streuung von Strahlung an einer freien Ladung. Sie läßt sich anwenden auf die Streuung von Röntgen-Strahlen an Elektronen oder von  $\gamma$ -Strahlen an Protonen. Integriert man dieses Ergebnis über  $\theta$ , so erhält man den totalen Streuquerschnitt, den sog. Thomson-Streuquerschnitt:

$$\sigma_{tot} = \frac{8\pi}{3} (\frac{e^2}{mc^2})^2 \tag{2.31}$$

Die Längeneinheit  $r_0=e^2/mc^2=2.82\times 10^{-13}~cm$ heißt klassischer Elektronenradius: Eine klassische Ladungsverteilung von der Gesamtladung des Elektrons muß einen Radius dieser Größenordnung haben, wenn ihre elektrostatische Selbstenergie gleich der Ruheenergie des Elektrons sein soll. Es gilt:  $4\pi r_0^2=0.9977~barn\approx 1~barn$ .

Die klassische Thomsonsche Formel ist nur für kleine Frequenzen gültig, bei denen der Impuls des einfallenden Photons vernachlässigt werden kann. Wird der Impuls des Photons vergleichbar mit *mc* oder sogar größer, so treten quantenmechanische Modifikationen auf. Die wichtigste ist die von Compton experimentell festgestellte. Die Energie oder der Impuls des gestreuten Photons sind kleiner als die des einfallenden, da das geladene Teilchen bei der Streuung einen Rückstoß erhält. Wendet man die relativistische Zwei-Körper-Kinematik auf den Prozeß an, so zeigt sich, daß das Verhältnis von auslaufender zu einlaufender Wellenzahl des Photons gegeben ist durch die Comptonsche Formel

$$\frac{k'}{k} = \frac{1}{1 + \frac{h\omega}{mc^2}(1 - \cos\theta)}$$
(2.32)

wobei  $\theta$  der Streuwinkel im Laborsystem ist. Berücksichtigt man den Compton Effekt, so erhält man für den Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \cdot r_0^2 \cdot \left(\frac{k'}{k}\right)^2 \cdot (1 + \cos^2\theta)$$
(2.33)

#### **Rayleigh Streuung**

Die Streuung elektromagnetischer Wellen an Systemen, deren Ausdehnung gegenüber der Wellenlänge der Strahlung groß ist, ist eine ebenso wichtige wie häufige Erscheinung. Zur Beschreibung solcher Wechselwirkungen geht man von der Vorstellung aus, daß die einfallenden Felder elektrische und magnetische Multipole induzieren (Abb. 2.6), die in fester Phasenbeziehung zur einfallenden Welle oszillieren und in andere Richtungen Energie abstrahlen als in die Einfallsrichtung.



Abbildung 2.6: Rayleigh Streuung

Die in ein Raumwinkelelement in Richtung von n mit der Polarisation  $\epsilon$  abgestrahlte Leistung, bezogen auf den in Richtung von  $n_0$  mit der Polarisation  $\epsilon_0$ einfallenden Strom gibt uns folgenden differentiellen Streuquerschnitt ([Jac 82]):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(n,\epsilon;n_0,\epsilon_0) = \frac{k^4}{E_0^2} |\epsilon^* \cdot p + (n \times \epsilon^*) \cdot m|^2$$
(2.34)

Die Abhängigkeit des Streuquerschnitts von  $n_0$  und  $\epsilon_0$  ist implizit in den Dipolmomenten p und m enthalten. Die Änderung des differentiellen Streuquerschnitts mit  $k^4$  bzw.  $\omega^4$  ist ein nahezu universelles Charakteristikum der Streuung langwelliger Strahlung durch ein endlich ausgedehntes System. Die Gleichung 2.34, die diese Frequenzabhängigkeit beschreibt, nennt man das Rayleigh-Gesetz.

#### Streuung an einer kleinen dielektrischen Kugel

Als einfaches Beispiel für die Dipolstreuung betrachten wir die Streuung an einer kleinen dielektrischen Kugel mit einem Radius a und einer homogenen und isotropen Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$ . Das elektrische Dipolmoment dieser Kugel ist:

$$p = \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}\right) \cdot a^3 \cdot E_i \tag{2.35}$$

während ihr magnetisches Dipolmoment Null ist. Der differentielle Streuquerschnitt 2.34 ergibt sich zu:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \omega^4 a^6 \left| \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right|^2 |\epsilon^* \cdot \epsilon_0|^2 \tag{2.36}$$

Die Polarisierbarkeit einer dielektrischen Kugel mit Radius a ist:

$$\alpha = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} a^3 \tag{2.37}$$

Der differentielle Streuquerschnitt, summiert über die Polarisationen der gestreuten Strahlung und mit der Polarisierbarkeit  $\alpha$ , ergibt sich zu:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2}\omega^4 \alpha^2 (1 + \cos^2 \theta) \tag{2.38}$$

während man für den totalen Streuquerschnitt

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \frac{8\pi}{3} \omega^4 \alpha^2 \tag{2.39}$$

erhält.

# 2.3.2 Kinematik der Comptonstreuung

Die Streuung eines Photons an einem Kern kann elastisch oder inelastisch ablaufen. Die elastische Streuung nennt man, nicht ganz konsequent, Comptonstreuung, da sie der gleichen Kinematik wie die Streuung am Elektron unterliegt. Vor und nach dem Streuprozeß hat man die gleichen Teilchen und die Summe aller kinetischen Energien bleibt erhalten. Die Kinematik der Comptonstreuung ist in der Abbildung 2.7 gezeigt.



Abbildung 2.7: Kinematik der Comptonstreuung

Aus der Energieerhaltung ergibt sich:

$$E_{\gamma} = E_{\gamma}' + M_0(\gamma - 1)$$
 (2.40)

mit  $M_0$ , der Ruhemasse des Protons,  $E_{\gamma}$  und  $E'_{\gamma}$  den Energien des einlaufenden und des gestreuten Photons und  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2}$  (c = 1).

Für den Impuls des Photons gilt:

$$p_{\gamma} = E_{\gamma} \tag{2.41}$$

Und aus der Impulserhaltung erhält man:

$$E_{\gamma} = E_{\gamma}' \cos \theta + M_0 \gamma v \cos \phi \tag{2.42}$$

$$0 = E'_{\gamma} \sin \theta - M_0 \gamma v \sin \phi \tag{2.43}$$

Aus den Audrücken 2.40, 2.42, 2.43 kann man folgende Gleichung für die Energie des gestreuten Photons herleiten:

$$E'_{\gamma} = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{E_{\gamma}}{M_0}(1 - \cos\theta)} \tag{2.44}$$

Man kann natürlich auch die Energie des einlaufendes Photons als Funktion der Energie des gestreuten Photons schreiben:

$$E_{\gamma} = \frac{E_{\gamma}'}{1 - \frac{E_{\gamma}'}{M_0}(1 - \cos\theta)} \tag{2.45}$$

# 2.3.3 Die Streuung an einem punktförmigen Teilchen

Beim Übergang von der klassischen Elektrodynamik zur Quantenfeldtheorie wird das Konzept der Streuamplitude eines Prozesses eingeführt. Die Streuamplitude f beinhaltet die Wahrscheinlichkeit, daß ein gewisser Prozeß stattfindet. Die folgende Gleichung gibt uns den Zusammenhang zwischen Streuamplitude und Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(E,\theta)|^2 \tag{2.46}$$

Anhand der Feynman-Graphen kann man unter Verwendung der Feynman-Regeln die Streuamplitude, die den gewünschten Prozeß bis zu einer gewissen Ordnung in Störungstheorie beschreibt, bestimmen. Dieser Formalismus ist äquivalent der Beschreibung des Prozesses mit einer Lagrangedichte.

#### Photonstreuung an einem Spin-0 Teilchen

Für die Streuung von Photonen an Spin-0 Teilchen hat man bis zur zweiten Ordnung die Graphen der Abbildung 2.8:



Abbildung 2.8: Feynman-Graphen für die Streuung von Photonen an Spin-0 Teilchen

Bei der Berechnung kann man die Polarisationsvektoren  $\epsilon_i$  und  $\epsilon_f$  so wählen, daß  $\epsilon_i \cdot p_i = \epsilon_f \cdot p_f = 0$ , damit liefert nur der dritte Graph, der Kontakt- oder Seagull-Term, einen Beitrag zum Wirkungsquerschnitt ([Itz 87]):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4m^2} \left(\frac{\omega_f}{\omega_i}\right)^2 (\epsilon_f \cdot \epsilon_i)^2 \tag{2.47}$$

Hier sind  $\omega_i$  und  $\omega_f$  die Energie des einlaufenden bzw. auslaufenden Photons und  $\alpha = e^2/4\pi hc \approx 1/137$  ist die Feinstrukturkonstante.

Bei kleinen Energien hat man  $\omega_i \approx \omega_f$  und wir finden wieder die Thomson Formel (Gl. 2.29):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4m^2} (\epsilon_f \cdot \epsilon_i)^2 \tag{2.48}$$

Wenn der Photonenstrahl nicht polarisiert ist und die Endpolarisation der Photonen nicht nachgewiesen wird, muß man über  $\epsilon_i$  mitteln und über  $\epsilon_f$  summieren, um den unpolarisierten Wirkungsquerschnitt zu bestimmen:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{unpol} = \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{m^2} (1 + \cos^2 \theta)$$
(2.49)

Dieses Ergebnis ist auch bei einer nichtrelativistischen Theorie gültig, dort spielt der Kontakt-Term die führende Rolle.

Der Thomson Wirkungsquerschnitt hängt nur von globalen Eigenschaften des Systems wie der Gesamtladung und der Masse ab.

#### Photonstreuung an einem Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen

Für die Berechnung der Photonstreuung an einem Spin-1/2-Teilchen geht man von der Diracgleichung aus. Ohne Berücksichtigung einer inneren Struktur des Teilchens müssen in erster Näherung die beiden Born-Diagramme im s- und u-Kanal aus Abb.2.8 bestimmt werden. Der Kontakt Term fehlt, da im Gegensatz zur Klein-Gordon-Gleichung die Diracgleichung linear im Impuls ist und deswegen kein  $A^2$ -Term im Hamiltonian auftritt. Die Berechnung führt auf die Klein-Nishina-Formel ([Kle 29]):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4m^2} \left(\frac{\omega_f}{\omega_i}\right)^2 \left[\frac{\omega_f}{\omega_i} + \frac{\omega_i}{\omega_f} + 4(\epsilon_f \cdot \epsilon_i)^2 - 2\right]$$
(2.50)

Im niederenergetischen Limes  $k_i/m \to 0$ , geht die Klein-Nishina-Formel in das klassische Ergebnis der Thomsonstreuung über.

Unter Vorwärtsrichtung, wenn  $\theta \to 0$ , geht die Gleichung auch in das nichtrelativistische Ergebnis, unabhängig von der Energie des einlaufenden Photons über. Der unpolarisierte Wirkungsquerschnitt ist:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4m^2} \left(\frac{\omega_f}{\omega_i}\right)^2 \left[\frac{\omega_f}{\omega_i} + \frac{\omega_i}{\omega_f} - \sin^2\theta\right]$$
(2.51)

### Photonstreuung an einem punkförmigen Teilchen mit anomalem magnetischem Moment

Die Klein-Nishina-Formel ist richtig für die Beschreibung der Streuung von Photonen an Elektronen, da das Elektron als ein punktförmiges Teilchen gilt. Das gilt aber nicht für das Proton. Bei der Streuung von Photonen an Protonen spielen somit Struktureffekte eine sehr große Rolle. Durch die Abweichung vom Punktteilchen-Grenzwert und der dazugehörigen Winkelverteilung erhält man Informationen über die Struktur des Teilchens.

In erster Näherung berechnete Powell 1949 [Pow 49] den Wirkungsquerschnitt für die Streuung von Photonen an punktförmigen Protonen mit einem anomalen magnetischen Moment  $\mu$ . Das anomale magnetische Moment des Protons deutet aber schon darauf hin, daß das Proton eine Ausdehnung hat und kein punktförmiges Teilchen ist. Deshalb führt auch diese Rechnung zu falschen Werten für den Wirkungsquerschnitt (siehe Abbildung 2.9).

Der Powell-Wirkungsquerschnitt ist:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Powell} = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2}{M}\right)^2 \left(\frac{\omega_f}{\omega_i}\right)^2 \left\{ (1 + \cos^2\theta) + \left(\frac{\omega_i\omega_f}{M^2}\right) \left[ (1 - \cos\theta)^2 + f(\cos\theta) \right] \right\} (2.52)$$

hier ist  $f(\cos\theta)$  eine Funktion des anomalen magnetischen Moments  $\mu$ :

$$f(\cos\theta) = a_0 + a_1\cos\theta + a_2\cos\theta^2 \tag{2.53}$$

mit,

$$a_0 = 2\mu + (9/2)\mu^2 + 3\mu^3 + (3/4)\mu^4$$
  

$$a_1 = -4\mu - 5\mu^2 - 2\mu^3$$
  

$$a_2 = 2\mu + (1/2)\mu^2 - \mu^3 - (1/4)\mu^4$$

Der Powell-Wirkungsquerschnitt wird auch Point-Wirkungsquerschnitt, d.h.  $(d\sigma/d\Omega)_{Point}$ , genannt. Für die Beschreibung des Prozesses in dieser Nährung braucht man nur drei Strukturkonstanten des Protons: die Ladung e, die Masse M und das anomale magnetische Moment  $\mu$ .

## 2.3.4 Invariante Amplitude und Niederenergie Theorem

### Niederenergie Theorem (LET)<sup>3</sup>

Das niederenergie Theorem wurde in den 50er Jahren von Low, Gell-Mann und Goldberger ([Low 54],[Gel 54]) entwickelt und zeigt, daß die Streuamplitude der Comptonstreuung am Nukleon (genauer, an Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen) in Potenzen der Energie entwickelt werden kann und daß die zwei ersten Terme dieser Entwicklung als Funktion der makroskopischen Eigenschaften des Systems geschrieben werden können. Der erste Term ist von der Thomson-Amplitude gegeben und hängt nur von der Gesamtladung und der Masse ab und der zweite Term hängt von der Ladung, der Masse und dem magnetischen Moment des Systems ab.

A. Klein ([Kle 55]), Baldin ([Bal 60]) und Petrun'kin ([Pet 61]) studierten die quadratischen Terme der Entwicklung der Amplitude und stellten fest, daß es genügt nur zwei neue Strukturkonstanten einzuführen: die elektrische Polarisierbarkeit und die magnetische Suszeptibilität.

In der von Petrun'kin angegebenen Verallgemeinerung des Niederenergietheorems ([Pet 64]), ist die Amplitude der Proton Comptonstreuung bis zu  $O(\omega^2)$  im Laborsystem:

$$f = f_B + \omega \omega' \overline{\alpha}(\epsilon \epsilon') + \omega \omega' \overline{\beta}(ss') + O(\omega^3)$$
(2.54)

Hier sind  $(\omega, \mathbf{k})$  und  $(0, \epsilon)$  Impuls und Polarisation des Photons,  $s = k \times \epsilon$  ist die Richtung des Magnetfelds und die gestrichenen Variablen gehören zum auslaufenden Photon. Diese Niederenergie-Entwicklung hat eine einfache und symmetrische Form, wenn die Anfangsenergie  $\omega$  und die Endenergie  $\omega' = \omega [1 + \frac{\omega}{M}(1-x)]^{-1}$ benutzt werden. Hier ist  $x = \cos \theta$ .

Der Term  $f_B$  wird von der Masse M, der Ladung e und dem anomalen magnetischen Moment  $\kappa$  des Protons bestimmt und aus den relevanten Born-Diagrammen der  $\gamma N$ -Streuung berechnet. Der erste Term der Entwicklung von  $f_B$  ist wieder die Thomsonamplitude:

$$f_B(\omega = 0) = f_T = -\frac{e^2}{M}(\epsilon \epsilon')$$
(2.55)

Aus  $f_B$  bekommt man den Powell-Querschnitt (Gl. 2.52) für die Streuung an einer punktförmigen Ladung.

Aus der Amplitude 2.54 kann man den Wirkungsquerschnitt bis zu  $\omega^2$ -Termen in der Amplitude bestimmen:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{LET} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Point} - \frac{e^2}{M} \left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^2 \left[\frac{\omega\omega'}{(\hbar c)^2}\right] \left\{\frac{\bar{\alpha} + \bar{\beta}}{2} (1 + \cos\theta)^2 + \frac{\bar{\alpha} - \bar{\beta}}{2} (1 - \cos\theta)^2\right\}$$
(2.56)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Englische Abkürzung für Low Energy Theorem

Der zweite Term in dieser Gleichung kommt aus der Interferenz der Thomsonund der  $\omega^2$ -Amplitude. Hier sieht man, daß in Vorwärtsrichtung der Wirkungsquerschnitt sensitiv auf  $\bar{\alpha} + \bar{\beta}$  ist, in Rückwärtsrichtung auf  $\bar{\alpha} - \bar{\beta}$  und bei  $\theta = 90^{\circ}$ auf  $\bar{\alpha}$ .

Abbildung 2.9 zeigt Wirkungsquerschnitte für die Comptonstreuung am Proton als Funktion der Photonenenergie für  $\theta = 90^{\circ}$ . In der Abbildung sieht man die theoretischen Kurven zum Thomson-, Powell-, LET- und L'vov-Wirkungsquerschnitts<sup>4</sup>. Man erkennt, daß bei sehr kleinen Energien ( $E_{\gamma} < 40 \ MeV$ ) alle Kurven zum Thomsonquerschnitt konvergieren und, daß bis etwa 90 MeV die LET-Kurve eine gute Näherung ist (Übereinstimmung mit der L'vov-Kurve).



**Abbildung 2.9**: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Comptonstreuung am Proton für  $\theta = 90^{\circ}$  ([Olm 97]).

#### Invariante Amplituden der Comptonstreuung

Die allgemeine Amplitude der Comptonstreuung ist linear in den Polarisationsvektoren des einlaufenden und auslaufenden Photons,  $T = \epsilon'^{\mu} \epsilon^{\nu} T_{\mu\nu}$  ([Dre 96]). Hier ist  $T_{\mu\nu}$  der Compton-Tensor, der aus den unabhängigen Impulsen und den Dirac-Matrizen des Nukleons aufgebaut wird. Aufgrund der Lorentz- und Eichinvarianz und der *Crossing Symmetry* gibt es im Fall der reellen Comptonstreuung 6 unabhängige Strukturfunktionen  $O_i$ , die mit 6 lorentzinvarianten Amplituden

 $<sup>^{4}</sup>$ Dispersionsrechnung (siehe Abschnitt 2.3.6 )

 $A_i$  in Verbindung stehen:

$$T = \sum_{i=1}^{6} A_i(s, t) O_i$$
 (2.57)

Unterhalb der Pionschwelle,  $s \leq (m + m_{\pi})^2$ , sind diese Amplituden reell. Zwei dieser Amplituden hängen nicht vom Spin des Nukleons ab; sie sind mit den (skalaren) Polarisierbarkeiten  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  verbunden. Die Matrixelemente der relativistischen Invarianten  $O_i$  zwischen den Kernspinoren können in der üblichen Form  $a1 + i\vec{b} \cdot \vec{\sigma}$  geschrieben werden. Als Beispiel: die Vorwärtsstreuamplitude hat die Form:

$$4\pi f(\omega, \theta = 0) = \hat{\epsilon}' \hat{\epsilon} \cdot f_1(\omega) + i\omega \vec{\sigma} \cdot (\hat{\epsilon}' \times \hat{\epsilon}) f_2(\omega)$$
(2.58)

Die Funktionen  $f_1$  und  $f_2$  können nach der Energie entwickelt werden:

$$f_{1}(\omega) = a_{0} + a_{1}\omega^{2} + a_{2}\omega^{4} + \dots$$
  

$$f_{2}(\omega) = b_{0} + b_{1}\omega^{2} + b_{2}\omega^{4} + \dots$$
(2.59)

Die ersten Koeffizienten von  $f_1$  und  $f_2$  geben die elektrostatischen Eigenschaften des Nukleons wieder:

$$a_0 = -\frac{e^2}{M}, \qquad b_0 = -\frac{e^2 \kappa^2}{2M^2}$$
 (2.60)

und die Koeffizienten zum Term der Ordnung  $\omega^2$  bestimmen im Fall der Vorwärtsstreuung die elektromagnetischen bzw. Vektor-Polarisierbarkeiten:

$$a_1 = \bar{\alpha} + \bar{\beta}, \qquad b_1 = \gamma \tag{2.61}$$

Der dominante Term der spinunabhängigen Amplitude  $f_1$  beim Limes  $\omega \to 0$  ist die Thomson Amplitude, die nur von globalen Eigenschaften des Protons (Ladung und Masse) abhängt. Die spinabhängige Amplitude  $f_2$  hat als Hauptterm das anomale magnetisches Moment  $\kappa_N$ , und als nächsten Term zweiter Ordnung die spinabhängige oder Vektor-Polarisierbarkeit  $\gamma$ .

Aufgrund der crossing symmetry sind  $f_1$  und  $f_2$  gerade Funktionen von  $\omega = \omega_{CM}$ . Der Wert beider Funktionen bei  $\omega = 0$  ist von globalen Eigenschaften des hadronischen Systems bestimmt (Ladung, Masse und anomales magnetisches Moment) und nur die nächsten Terme  $O(\omega^2)$  geben Information über die inneren Freiheitsgrade (Polarisierbarkeiten). Dieses Verhalten wurde im Niederenergietheorem von Gell-Mann, Goldberger und Low gezeigt.

Die Comptonamplitude kann also in folgender Form geschrieben werden:

$$T = T_{Born} + T_{Terme\ h.O.} \tag{2.62}$$

Hier beinhaltet  $T_{Born}$  alle Diagramme mit Nukleonen-Polen im s- oder u-Kanal, Pion-Pole im t-Kanal und Kontaktterme. Alle anderen Terme höherer Ordnung (Resonanzen, Schleifen...) sind im zweiten Term  $T_{Terme\ h.O.}$  enthalten, der zu keinen Infrarot-Divergenzen im Limes  $q \to 0$  führt.

Es ist die Essenz des Niederenergietheorems, daß aufgrund der Eichinvarianz die O(1)-Terme modellunabhängig bestimmt werden können.

## 2.3.5 Dispersionsrelationen und Summenregel

#### Klassische Kramers-Kronig-Dispersionsrelationen

Die Dispersionsrelationen von Kramers-Kronig wurden 1926 für die klassische Dispersion von Licht hergeleitet und geben eine Beziehung zwischen dem realen (Dispersion) und dem imaginären (Absorption) Teil des Brechungsindex.

Die dielektrische Verschiebung  $\vec{D}$  beschreibt die elektrischen Felder innerhalb des Materials und ist mit dem elektrischen Feld  $\vec{E}$  durch die sogenannte Materialgleichung verknüpft:

$$\vec{D}(x,\omega) = \epsilon(\omega)\vec{E}(x,\omega) \tag{2.63}$$

Die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon(\omega)$  beschreibt die Reaktion des Materials. Sie hängt nicht nur von seiner molekularen und u.U. auch kristallinen Struktur ab, sondern auch von makroskopischen Eigenschaften wie Dichte und Temperatur. Im allgemeinen hängt die Dielektrizitätskonstante auch von der Frequenz des einlaufenden Feldes ab (Dispersion). Eine Konsequenz dieser Frequenzabhängigkeit von  $\epsilon(\omega)$  ist eine zeitliche, nichtlokale Verknüpfung zwischen der dielektrischen Verschiebung  $\vec{D}(x, t)$  und dem elektrischen Feld  $\vec{E}(x, t)$ . Mit der Raumkoordinate als Parameter schreiben sich die Fourier-Integrale bezüglich der Zeit und der Frequenz in der Form ([Jac 82]):

$$\vec{D}(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{D}(x,\omega) e^{-i\omega t} d\omega \qquad (2.64)$$

Entsprechend für  $\vec{E}$ . Setzt man die Gleichung 2.63 in 2.64 ein, so bekommt man mit Hilfe der Greens-Funktion  $G(\tau)$ :

$$\vec{D}(x,t) = \vec{E}(x,t) + \int_{-\infty}^{\infty} G(\tau) E(x,t-\tau) d\tau$$
(2.65)

wobei  $G(\tau)$  die Fourier-Transformierte von  $\epsilon(\omega) - 1$  darstellt:

$$G(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\epsilon(\omega) - 1] e^{-i\omega t} d\omega \qquad (2.66)$$

Die letzten Gleichungen beschreiben einen nichtlokalen Zusammenhang zwischen  $\vec{D}$  und  $\vec{E}$  denn zu einer Zeit t hängt  $\vec{D}$  vom elektrischen Feld  $\vec{E}$  zu anderen

Zeiten als t ab. Man kann beweisen, daß für  $\tau < 0$   $G(\tau)$  verschwindet. Dies bedeutet, daß zu einer bestimmten Zeit t nur die Werte des elektrischen Feldes vor dieser Zeit für die dielektrische Verschiebung bestimmend sind. Dies entspricht natürlich auch unseren Vorstellungen von der kausalen Verknünpfung physikalischer Erscheinungen. Gleichung 2.65 läßt sich also auch in der Form:

$$\vec{D}(x,t) = \vec{E}(x,t) + \int_0^\infty G(\tau)\vec{E}(x,t-\tau)d\tau$$
 (2.67)

schreiben. Tatsächlich ist diese Gleichung die allgemeinste räumlich lokale, lineare und kausale Beziehung, die sich für  $\vec{D}$  und  $\vec{E}$  in einem homogenen, isotropen Medium aufstellen läßt. Ihre Gültigkeit besteht unabhängig von jedem Modell für die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon(\omega)$ .

Letztere läßt sich aufgrund von Gl. 2.66 durch  $G(\tau)$  ausdrücken:

$$\epsilon(\omega) = 1 + \int_0^\infty G(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \qquad (2.68)$$

Da  $\vec{D}$  und  $\vec{E}$  und somit auch  $G(\tau)$  real sind, folgt in Verbindung mit der letzten Gleichung für komplexe  $\omega$ :

$$\epsilon(-\omega) = \epsilon^*(\omega^*) \tag{2.69}$$

Betrachtet man Gleichung 2.68 als Darstellung von  $\epsilon(\omega)$  in der komplexen  $\omega$ -Ebene, dann besagt die letzte Gleichung, daß  $\epsilon(\omega)$  eine in der oberen  $\omega$ -Halbebene analytische Funktion ist, sofern  $G(\tau)$  für alle  $\tau$  endlich ist.

Die Analytizität von  $\epsilon(\omega)$  in der oberen  $\omega$ -Halbebene gestattet die Anwendung der Cauchyschen Integralformel, um den Real- und Imaginärteil von  $\epsilon(\omega)$  längs der reellen Achse miteinander zu verknüpfen. Man bekommt folgende Beziehungen:

$$Re\epsilon(\omega) = 1 + \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\omega' Im\epsilon(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$
(2.70)

$$Im\epsilon(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{[Re\epsilon(\omega') - 1]}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$
(2.71)

wobei  $\mathcal{P}$  dem Hauptwert bedeutet.

Diese Beziehungen werden Kramers-Kronig-Relationen oder Dispersionsrelationen genannt. Sie wurden das erste Mal, unabhängig voneinander, von H.A. Kramers (1927) und R.L. Kronig (1926) hergeleitet. Sie geben eine Beziehung zwischen dem realen Teil (Dispersion) und dem imaginären Teil (Absorption) des Brechungsindex.

Die Kramers-Kronig-Relationen sind von sehr allgemeiner Gültigkeit, da sie aus kaum mehr als der Annahme folgen, daß die dielektrische Verschiebung und das elektrische Feld durch die kausale Beziehung 2.67 miteinander verknüpft sind. Die empirische Kenntnis von  $Im\epsilon(\omega)$  aus Absorptionsmessungen gestattet nach Gleichung 2.70 die Berechnung von  $Re\epsilon(\omega)$ . Die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon(\omega)$  ist mit dem Brechungsindex eines Materials  $n(\omega)$  durch die Maxwellsche Beziehung verknüpft:

$$\epsilon(\omega) = n^2(\omega) \tag{2.72}$$

Der komplexe Brechungsindex wird wie folgt definiert:

$$n(\omega) = n_r(\omega) + \frac{ic}{2\omega}\alpha(\omega)$$
(2.73)

wobei  $\alpha(\omega)$  der Absorptionskoeffizient ist.

Mit analogen Argumenten für den Brechungsindex wie für die Dielektrizitätskonstante, bekommt man folgende Dispersionsrelation:

$$n_r(\omega) = 1 + \frac{c}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\alpha(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$
(2.74)

In dieser Form wurde die Dispersionsrelation von Kramers und Kronig 1926 vorgestellt.

#### Dispersionsrelationen für die Vorwärtsstreuung von Teilchen

Im Fall der Streuung von Teilchen sprechen wir von der kohärenten Vorwärts-Streuamplitude  $f(\omega)$  anstatt vom Brechungsindex  $n(\omega)$ . Für die klassische Streuung vom Licht gibt es folgende Beziehung ([Scr 61]):

$$n(\omega) = 1 + \frac{2\pi c^2}{\omega^2} N \cdot f(\omega)$$
(2.75)

wobei N die Zahl der Streuzentren pro Volumen ist. Wenn man den Brechungsindex in der Dispersionsrelation 2.74 durch die rechte Seite der Gleichung 2.75 ersetzt, erhält man:

$$Ref(\omega) = \frac{2\omega^2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{Imf(\omega'))d\omega'}{\omega'(\omega'^2 - \omega^2)}$$
(2.76)

Dieses Resultat gilt für gebundene Elektronen aber nicht für freie Teilchen. Für gebundene Elektronen ist Ref(0) = 0, aber für freie Teilchen  $f(0) \neq 0$ . Das kann gelöst werden, indem die Konstante f(0) subtrahiert wird:

$$Ref(\omega) - f(0) = \frac{2\omega^2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{Imf(\omega'))d\omega'}{\omega'(\omega'^2 - \omega^2)}$$
(2.77)

Dies ist die allgemeine subtrahierte Dispersionsrelation von Kramers-Kronig für die Streuung und Absorption vom Licht. 1954 wurde von Gell-Mann, Goldberger und Thirring der quantenmechanische Beweis der Dispersionsrelationen für die Vorwärtsstreuung von Licht veröffentlich. Der Beweis basierte auf der mikroskopischen Kausalitätsbedingung, wonach der Kommutator (Antikommutator) von zwei Boson-(Fermion-)Heisenberg-Feldoperatoren in verschiedenen Raum-Zeit Punkten für raumartige Abstände dieser zwei Punkten verschwinden muß. Als erstes wurden diese Relationen auf den Kern-Photoeffekt und die Comptonstreuung von Photonen durch Kerne angewandt.

#### Das optische Theorem

Eine fundamentale Beziehung, die man *optisches Theorem* nennt, verknüpft den totalen Absorptionsquerschnitt mit dem Imaginärteil der Vorwärtsstreuamplitude. Sie folgt aus sehr allgemeinen Betrachtungen zur Energie- und Stromerhaltung (klassische Elektrodynamik) und zur Erhaltung der Wahrscheinlichkeit -Unitarität- (quantenmechanische Streutheorie).

Die übliche Form des optisches Theorems ist:

$$Imf(\omega) = \frac{\omega}{4\pi}\sigma_{tot}(\omega) \tag{2.78}$$

Das optische Theorem stellt eine Beziehung dar zwischen verschiedenen Aspekten der Streuung und Absorption elektromagnetischer Strahlung (Photonen) an einem einzelnen Streukörper.

#### Summenregeln

Wenn man das optische Theorem in die Dispersionsrelation 2.77 einsetzt, erhält man folgende Relation:

$$Ref(\omega) = f(0) + \frac{\omega^2}{2\pi^2} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\sigma_{tot}(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$
(2.79)

Für die spinunabhängige Vorwärtsstreuamplitude  $f_1(\omega)$  aus Gleichung 2.58 bekommt man unter Verwendung der Dispersionsrelation folgende Gleichung:

$$Ref_1(\omega) = -\frac{e^2}{m} + \frac{\omega^2}{2\pi^2} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\sigma_{tot}(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$
(2.80)

Für kleine Energien unterhalb der Pionschwelle ( $\omega \ll m_{\pi}$ ) bekommt man:

$$Ref_1(\omega) = -\frac{e^2}{m} + \frac{\omega^2}{2\pi^2} \int_{m_\pi}^{\infty} \frac{\sigma_{tot}(\omega')}{\omega'^2} d\omega'$$
(2.81)

Vergleicht man diese Gleichung mit der Entwicklung von  $f_1(\omega)$  nach der Energie, so folgt direkt die Baldin-Summenregel ([Bal 60]), die die Summe der Polarisierbarkeiten mit dem totalen Wirkungsquerschnitt verbindet:

$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{m_{\pi}}^{\infty} \frac{\sigma_{tot}(\omega')}{\omega^2} d\omega'$$
(2.82)

Das Integral läuft über alle Photonenenergien oberhalb der Pionenschwelle. Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{tot}$  ist der totale Wirkungsquerschnitt für die Photoproduktion von Hadronen am Proton. Wegen des  $\frac{1}{\omega^2}$ -Faktors konvergiert das Integral 2.82 schnell. Aus Photoabsorptionsmessungen am Proton kann man den Wert für den rechten Teil der letzten Gleichung berechnen und damit eine Vorhersage für die Baldin-Summenregel machen. Aus [Dam 70] bekommt man:

$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} = (14.2 \pm 0.5) \times 10^{-4} fm^3$$
 (2.83)

Nach einer neuen Bestimmung des Integrals in 2.82 erhält man [Bab 98]:

$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} = (13.69 \pm 0.14) \times 10^{-4} fm^3$$
 (2.84)

Ein ähnliches Argument kann für die spinabhängige Amplitude verwendet werden. Koppelt man die Helizitäten des Photons und des Nukleons zu 3/2 und 1/2, so ergibt sich für den differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma^{3/2,1/2}}{d\Omega} = \left|\frac{m}{W}f_{3/2,1/2}\right|^2 \tag{2.85}$$

wobei die Amplituden  $f_{3/2}$  und  $f_{1/2}$  für parallelen bzw. antiparallelen Spin zwischen Photon und Nukleon stehen. Sie werden folgendermaßen definiert:

$$4\pi f_{1/2} = f_1 + f_2, \qquad 4\pi f_{3/2} = f_1 - f_2 \tag{2.86}$$

Das optische Theorem verknüpft in diesem Fall den imaginären Teil der Amplituden mit dem Absorptionsquerschnitt in den verschiedenen Spin-Kanälen. Mit der Beziehung  $\sigma_{tot} = 1/2(\sigma_{1/2} + \sigma_{3/2})$  und ähnlichen Argumenten wie oben erhält man:

$$I(0) = \frac{1}{2\pi^2} \int_{m_{\pi}}^{\infty} d\omega \frac{\sigma_{1/2}(\omega, 0) - \sigma_{3/2}(\omega, 0)}{\omega} = -\frac{e^2 \kappa^2}{4\pi m^2}$$
(2.87)

Dies ist die Gerasimov-Drell-Hearn (GDH) Summenregel, die das anomale magnetische Moment des Nukleons mit der Differenz des Absorptionsquerschnitts in den zwei Spin-Kanälen verbindet. Die GDH-Summenregel kann durch die Streuung von zirkular polarisierten Photonen an longitudinal polarisierten Nukleonen gemessen werden. Ein Experiment für die experimentelle Überprüfung der GDH-Summenregel wird zur Zeit gemeinsam in Mainz und Bonn durchgeführt. Der Mainzer Teil des Experiments wurde 1998 abgeschlossen und befindet sich in der Auswertung.

# 2.3.6 Dispersionsrelationen für die Comptonstreuung am Proton

Anhand von Dispersionsrelationen kann man die Amplitude der Photonstreuung mit den verschiedenen Reaktionskanälen verbinden ([Dre 96]). Damit kann man
die Amplituden und Wirkungsquerschnitte für die Comptonstreuung berechnen. Die Dispersionsrelationen basieren auf Analytizität, Unitarität und crossing symmetry. Aus der Analytizität folgt, daß der reelle Teil der Streuamplitude die Hilbert-Transformation des imaginären Teils ist. Durch die crossing symmetry und die Analytizität kann man das Integral über die negativen  $\omega$ -Werte aufgrund der positiven Werte bestimmen. In der Literatur gibt es zwei Methoden für die Behandlung der Divergenzen der resultierenden Integrale: Die Methode von A. L'vov mit nichtsubtrahierten Dispersionsrelationen ([L'vo 81], [L'vo 97]) und die Methode von D. Drechsel et al. mit subtrahierten Dispersionsrelationen ([Dre 99]) (siehe unten).

Die Streumatrix S der Comptonstreuung am Proton ( $\gamma(k)N(p) \rightarrow \gamma'(k')N(p')$ ) wird durch sechs allgemeine Amplituden  $T_{fi}$  (siehe Abschnitt 2.3.4) beschrieben:

$$\langle f|S-1|i\rangle = i(2\pi)^4 \delta^4 (k+p-k'-p')T_{fi}$$
 (2.88)

Damit ergibt sich der unpolarisierte differentielle Wirkungsquerschnitt zu:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \sum_{spins} |T_{fi}|^2 \tag{2.89}$$

Um die kinematischen Singularitäten der  $T_{fi}$ -Amplituden zu vermeiden, werden sechs Amplituden  $A_i(\nu, t)$  eingeführt, die nichts anderes als eine lineare Kombination der  $T_{fi}$ -Amplituden sind ([L'vo 97]). Diese sechs unabhängigen und invarianten Amplituden  $A_i$  hängen von der Laborenergie  $E_{\gamma}$  und dem C.M.-Streuwinkel  $\theta_{cm}$  oder von zwei Lorentz Invarianten, z.B.  $\nu$  und t (wie folgt definiert), ab. Die Mandelstam Variablen s, t, und u werden durch die üblichen Gleichungen definiert:

$$s = (k+p)^2$$
  $t = (k-k')$   $u = (k-p')$ , (2.90)

sie erfüllen folgende Beziehung:

$$s + t + u = 2M^2 \tag{2.91}$$

Die Variable  $\nu$  wird dann wie folgt definiert:

$$\nu = \frac{s-u}{4M} = E_{\gamma} + \frac{t}{4M} \tag{2.92}$$

Die Amplituden  $A_i$  haben keine kinematischen Singularitäten, wegen der crossing symmetry erfüllen sie folgende Relation:

$$A_{i}(\nu, t) = A_{i}(-\nu, t)$$
(2.93)

Wenn man Analytizität und ein geeignetes Verhalten bei hohen Energien annimmt, erfüllen die Amplituden  $A_i$  folgende nichtsubtrahierte Dispersionsrelationen bei festem t:

$$ReA_i(\nu, t) = A_i^B(\nu, t) + \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_{v_{thr}}^{+\infty} d\nu' \frac{\nu' Im_s A_i(\nu', t)}{\nu'^2 - \nu^2}$$
(2.94)

Hier sind  $A_i^B$  die Born Beiträge,  $Im_sA_i$  die Diskontinuitäten auf dem s-Kanal Schnitt des Comptonprozesses und  $\nu_{thr} = m_{\pi} + (m_{\pi}^2 + t/2)/(2M)$ . Das Integral der Gleichung 2.94 ist nicht immer konvergent, man muß daher ein Modell für die Behandlung der Divergenzen annehmen. Im folgenden werden kurz die Rechnungen von A. L'vov und von der Drechsel-Gruppe beschrieben.

#### Nichtsubtrahierte Dispersionsrelationen

In der dispersionstheoretische Rechnung von A. L'vov ([L'vo 81]) wird das Konvergenzproblem mit Hilfe des Regge-Modells für den asymptotischen Teil behandelt. Für die reelle Comptonstreuung wird folgendes hochenergetisches Verhalten für  $\nu \to \infty$  und festes t von der Regge-Theorie vorhergesagt:

$$A_{1,2} \sim \nu^{\alpha(t)}, \quad A_{3,5,6} \sim \nu^{\alpha(t)-2}, \quad A_4 \sim \nu^{\alpha(t)-3}$$
 (2.95)

Hier ist  $\alpha(t) \leq 1$  die Regge-Trajektorie. Da aufgrund dieses hochenergetischen Verhaltens das Integral in 2.94 für die Amplituden  $A_1$  und  $A_2$  divergiert, wird das Kurvenintegral mit einem Halbkreis in der oberen Hälfte der komplexen  $\nu$ -Ebene mit einem endlichen Radius  $\nu_{max}$  (anstatt wie üblich mit einem unendlichen Radius) gelöst. D.h. die reellen Teile von  $A_1$  und  $A_2$  werden durch folgende Zerlegung berechnet:

$$ReA_{i}(\nu, t) = A_{i}^{B}(\nu, t) + A_{i}^{int}(\nu, t) + A_{i}^{as}(\nu, t)$$
(2.96)

mit,

$$A_{i}^{B}(\nu,t) = \frac{a_{i}(t)}{\nu^{2} - t^{2}/16M^{2}}$$

$$A_{i}^{int}(\nu,t) = \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_{\nu_{thr}}^{\nu_{max}} Im A_{i}(\nu',t) \frac{\nu' d\nu'}{\nu'^{2} - \nu^{2}}$$

$$A_{i}^{as}(\nu,t) = \frac{2}{\pi} \int_{\nu_{max}}^{\infty} Im A_{i}(\nu',t) \frac{\nu' d\nu'}{\nu'^{2} - \nu^{2}} \quad (i = 3, 4, 5, 6)$$
(2.97)

Der erste Beitrag der Gleichung 2.96 kann durch die Born-Graphen exakt berechnet werden. Der Integralterm  $A_i^{int}$  ist das übliche Dispersionsintegral integriert zwischen der Pionphotoproduktion-Schwelle ( $\nu_{thr}(t) = E_{thr} + t/4M$ , mit  $E_{thr} \approx 150 \ MeV$ ) und der maximalen Energie  $\nu_{max}$ , unterhalb derer die imaginären Amplituden über die Unitarität und die bekannten Amplituden der Mesonphotoproduktion bestimmt werden können. Normalerweise wählt man  $E_{\gamma} = \nu_{max}(t) - t/(4M) \approx 1.5 \ GeV$ . Alle anderen Beiträge aus höheren Energien werden von dem asymptotischen Term  $A_i^{as}$  getragen, der, nach verschiedenen modellabhängigen Annahmen, von einer endlichen Anzahl von energieunabhängigen Polen im t-Kanal ersetzt wird. Der asymptotische Beitrag der Amplituden  $A_{3,4,5}^{as}$  ist vernachlässigbar und der Beitrag von  $A_2^{as}$  kann bestimmt werden. Es bleiben noch die Beiträge der restlichen Amplituden  $A_{1,6}$ , die mit den Polarisierbarkeiten in Verbindung gesetzt werden können:

$$\bar{\alpha} - \bar{\beta} = -\frac{1}{2\pi} \left[ A_1^{int}(0,0) + A_1^{as}(0,0) \right]$$
(2.98)

$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} = -\frac{1}{2\pi} \left[ A_3^{int}(0,0) + A_3^{as}(0,0) + A_6^{int}(0,0) + A_6^{as}(0,0) \right]$$
(2.99)

Diese sind die einzigen freien Parameter aus der Dispersionsrechnung von L'vov, die aus den experimentellen Daten der Comptonstreuung bestimmt werden müssen.

#### Subtrahierte Dispersionsrelationen

Als Alternative für das Konvergenzproblem der nichtsubtrahierten Dispersionsrelationen schlägt die Drechsel-Gruppe Dispersionsrelationen für festes t, die bei  $\nu = 0$  subtrahiert sind ([Dre 99]) vor:

$$ReA_{i}(\nu,t) = A_{i}^{B}(\nu,t) + [A_{i}(0,t) - A_{i}^{B}(0,t)] + \frac{2}{\pi}\nu^{2}\mathcal{P}\int_{\nu_{thr}}^{\infty} d\nu' \frac{Im_{s}A_{i}(\nu',t)}{\nu'(\nu'^{2}-\nu^{2})} \quad (2.100)$$

Dank der zwei zusätzlichen Potenzen von  $\nu'$  im Nenner konvergieren diese subtrahierten Dispersionsrelationen für alle sechs invarianten Amplituden. Der Nachteil dieser alternativen Methode ist das Auftreten von Subtraktionsfunktionen  $A_i(\nu = 0, t)$ , die bei kleinen (negativen) t-Werten bestimmt werden müssen. Das wird mit dem Ansatz einer einfachen subtrahierten Dispersionsrelation (dieses Mal) in der Variable t gemacht:

$$A_{i}(0,t) - A_{i}^{B}(0,t) = \left[A_{i}(0,0) - A_{i}^{B}(0,0)\right] + \left[A_{i}^{t-pole}(0,t) - A_{i}^{t-pole}(0,0)\right]$$
$$+ \frac{t}{\pi} \int_{(2m_{\pi})^{2}}^{+\infty} dt' \frac{Im_{t}A_{i}(0,t')}{t'(t'-t)} + \frac{t}{\pi} \int_{-\infty}^{a} dt' \frac{Im_{t}A_{i}(0,t')}{t'(t'-t)}$$

Hier sind  $A_i^{t-pole}$  die Beiträge der Pole im t-Kanal, zum Beispiel vom  $\pi^0$ -Pol im Fall der  $A_2$ -Amplitude. Innerhalb des Modells von Drechsel et al. ist die t-Abhängigkeit der Subtraktionsfunktionen  $A_i(0,t)$  bekannt und nur die Subtraktionskonstanten  $A_i(0,0)$  müssen fixiert werden. Diese sind über folgende Parameter

$$a_i = A_i(0,0) - A_i^B(0,0) (2.101)$$

mit den Polarisierbarkeiten verbunden, die aus einem Fit an die experimentellen Daten der Comptonstreuung bestimmt werden können. Für die spin-unabhängigen Polarisierbarkeiten  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  hat man die Gleichungen:

$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} = -\frac{1}{2\pi}(a_3 + a_6)$$
 (2.102)

$$\bar{\alpha} - \bar{\beta} = -\frac{1}{2\pi}a_1 \tag{2.103}$$

Obwohl die sechs Subtraktionskonstanten  $a_i$  der Gleichung 2.101 als Fit-Parameter bei dieser Rechnung eingesetzt werden können, werden in der Praxis die Konstanten  $a_4$ ,  $a_5$  und  $a_6$  aus einer nichtsubtrahierten Summenregel:

$$a_{4,5,6} = \frac{2}{pi} \int_{\nu_{thr}}^{\infty} d\nu' \frac{Im_s A_{4,5,6}(\nu', t=0)}{\nu'}$$
(2.104)

bestimmt, und es verbleiben nur drei Parameter  $a_1$ ,  $a_2$  und  $a_3$  oder die äquivalenten  $(\bar{\alpha} - \bar{\beta})$ ,  $(\bar{\alpha} + \bar{\beta})$  und  $\gamma_{\pi}$  (die Spin Polarisierbarkeit). Diese können anhand einer Anpassung an die experimentellen Daten bestimmt werden.

# 3. Das Experiment

In diesem Kapitel soll das Mainzer Niederenergie-Comptonstreu-Experiment beschrieben werden. Dieses Experiment wurde 1995 mit dem Photonspektrometer TAPS und dem TAGGER der A2-Kollaboration durchgeführt. Im ersten Abschnitt sollen frühere Compton-Experimente zur Bestimmung der Polarisierbarkeiten kurz beschrieben werden. Im zweiten Teil des Kapitels wird das Mainzer Compton-Experiment motiviert und ein Überblick darüber gegeben. Der experimentelle Aufbau wird danach im dritten Abschnitt im Detail beschrieben. Am Schluß folgen noch technische Daten zur Durchführung des Experiments.

## 3.1 Frühere Experimente

Für die Bestimmung der Polarisierbarkeiten des Protons benötigt man dynamische elektromagnetische Felder (Photonen), die das Proton wie eine Sonde abtasten. Deshalb gilt die elastische Streuung von Photonen an Protonen (Comptonstreuung) als idealer Weg, um die Polarisierbarkeiten des Protons experimentell zu bestimmen.

Experiment	$E_{\gamma} ({ m MeV})$	θ	$\bar{\alpha} + \bar{\beta}$	$\bar{\alpha} - \bar{\beta}$
Gol'danski [Gol 60]	31-81	$70^{o} - 150^{o}$		
Baranov [Bar 75]	70 - 110	$90^{o}, 150^{o}$	$5.8\pm3.3\pm0.2$	$17.8 \pm 2.0 \pm 0.9$
Federspiel [Fed 91]	32 - 72	$60^{o}, 135^{o}$	$15.8 \pm 4.5 \pm 0.1$	$11.9 \pm 5.3 \pm 0.2$
Zieger [Zie 92]	98,132	$180^{o}$		$7.6\pm2.9\pm1.0$
Hallin [Hal 93]	149-286	$24^{o} - 135^{o}$	$12.1 \pm 1.7 \pm 0.9$	$7.9\pm1.4\pm2.0$
MacGibbon [Mac 95]	70 - 148	$90^{o}, 135^{o}$	$15.0 \pm 3.1 \pm 0.4$	$10.8 \pm 1.8 \pm 1.0$
Dieses Experiment	58 - 163	$59^{o} - 155^{o}$		

**Tabelle 3.1**: Experimente zur Niederenergie-Comptonstreuung am Proton aus [Mac 95]. Die Werte für die Polarisierbarkeiten sind in Einheiten  $10^{-4}$  fm<sup>3</sup> angegeben. Der erste Fehler ist eine Kombination aus statistischen und systematischen Fehlern und der zweite ist eine Abschätzung der modellabhängigen Unsicherheiten.

Alle früheren Experimente zur Bestimmung der Polarisierbarkeiten des Protons benutzten Niederenergie-Comptonstreuung. Das erste wichtige Experiment wurde von Goldanski 1960 durchgeführt. In den 70er Jahren gab es einen weiteren Versuch von Baranov. Beide Experimente lieferten bereits erstaunlich gute Ergebnisse, die schon deutlich zeigten, daß  $\bar{\alpha} > \bar{\beta}$  ist. Man mußte dann bis zur Nutzung der neuen Generation von Beschleunigern in den 90er Jahren warten, bis genauere Messungen durchgeführt werden konnten und so eine bessere Bestimmung der Polarisierbarkeiten ermöglichten. In [Fel 95], [Mac 95], und [Nat 96] findet man eine Zusammenfassung der wichtigsten Experimente zur Niederenergie-Comptonstreuung am Proton. Die wichtigsten Parameter hierzu sind in der Tabelle 3.1 dargestellt. Dort sieht man die Energie- und Winkelbereiche der Messungen, sowie die Ergebnisse für  $\bar{\alpha} + \bar{\beta}$  und  $\bar{\alpha} - \bar{\beta}$ , die in [Mac 95] aus den experimentellen Wirkungsquerschnitten der entsprechenden Messungen und mit Hilfe der Dispersionsrechnung von A. L'vov bestimmt wurden.



**Abbildung 3.1**: Wirkungsquerschnitte nach B. MacGibbon ([Mac 95]) und Dispersionsrechnung von A. L'vov ([L'vo 81]) mit  $\bar{\alpha} = 12.1$  und  $\bar{\beta} = 2.1$ .

Als Beispiel zeigt Abb. 3.1 die differentiellen Wirkungsquerschnitte als Funktion der Energie für die zwei untersuchten Streuwinkel des Experiments von Mac-Gibbon am SAL<sup>1</sup>. Der statistische Fehler dieser Messung lag zwischen 10% und 16%. Die eingezeichnete theoretische Kurve stammt aus der Dispersionsrechnung

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Saskatchewan Accelerator Laboratory

von L'vov. Diese Rechnungen und die Baldin Summenregel wurden in [Mac 95] für die Bestimmung der Polarisierbarkeiten  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  verwendet. Nach der Anpassung an die experimentellen Daten geben die Autoren folgende Werte für die Polarisierbarkeiten aus dem Experiment von MacGibbon an:

$$\bar{\alpha} = 12.5 \pm 0.6 \pm 0.7 \pm 0.5 \tag{3.1}$$

$$\beta = 1.7 \mp 0.6 \mp 0.7 \mp 0.5 \tag{3.2}$$

Beim ersten Fehler handelt es sich um statistische Fehler, beim zweiten um systematische Fehler und der dritte ist eine Abschätzung des Fehlers aus der Modellabhängigkeit.

Bei zusätzlicher Verwendung der Daten aus den Experimenten von Federspiel, Zieger und Hallin und der Summenregel wurde für die Polarisierbarkeiten gefunden:

$$\bar{\alpha} = 12.1 \pm 0.8 \pm 0.5 \tag{3.3}$$

$$\beta = 2.1 \mp 0.8 \mp 0.5 \tag{3.4}$$

Hier sind im ersten Fehler die statistischen und systematischen Fehler kombiniert. Diese sind die Literaturwerte, die in das Particle Data Booklet ([Gro 98]) eingingen.

Da  $\bar{\alpha}$  und  $\beta$  über die Baldin-Summenregel verknüpft sind, ist es interessant, die Werte für  $\bar{\alpha} + \bar{\beta}$  aus den Streumessungen mit der Summenregel zu vergleichen. Abbildung 3.2 zeigt ein  $,,\bar{\alpha} - \bar{\beta}$ -Bild" mit den Werten von  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  aus früheren Experimenten. Die Baldin-Summenregel,  $\bar{\alpha} + \bar{\beta} = 14.2 \pm 0.5$ , ist als ein Band eingezeichnet.

## 3.2 Überblick über das Experiment

Das Ziel unseres Experiments ist die Messung des differentiellen Wirkungsquerschnitts der Comptonstreuung am Proton in einem großen Winkel- und Energiebereich unterhalb der Pionschwelle, mit einer Genauigkeit, die die Bestimmung der Polarisierbarkeiten auf jeweils  $\pm 1$  ohne Hinzunahme der Baldinschen Summenregel ermöglicht. Absicht ist, die Summenregel und Vorhersagen aus verschiedenen Nukleonmodellen zu testen ([Ahr 94a]).

Wir wollen also folgende Prozeß untersuchen:

$$\gamma + p \longrightarrow \gamma + p \tag{3.5}$$

Abbildung 3.2 zeigt eine Skizze des Prozesses mit den wichtigsten Elementen des Experiments. Der energiemarkierte Photonenstrahl wird aus dem Elektronenstrahl von MAMI mit Hilfe des Taggers erzeugt. Als Target dient eine 20 cm



**Abbildung 3.2**:  $\bar{\alpha}$ - und  $\bar{\beta}$ -Werte aus früheren Experimenten und die Baldin-Summenregel ([Mac 95]).

lange Targetzelle, die mit flüssigem Wasserstoff gefüllt ist. Die im Target gestreuten Photonen werden mit dem TAPS-Detektor nachgewiesen.

Die Energie der Protonen im Endzustand reicht nicht, um das Target zu verlassen. Deshalb wird nur ein Teilchen, das Photon, im Endzustand nachgewiesen. Dies hat zur Folge, daß nur ein wenig selektiver Trigger benutzt werden kann, was zu einem großen Untergrund führt.

## 3.3 Experimenteller Aufbau

In diesem Abschnitt sollen die experimentellen Einrichtungen im Detail beschrieben werden. Als erstes wird der Elektronenbeschleuniger MAMI vorgestellt. Mit dem Elektronenstrahl aus MAMI wird in einer Energiemarkierungsanlage (Tagger) ein monochromatischer Photonenstrahl erzeugt. Damit werden alle Experimente mit reellen Photonen in der Experimentierhalle der A2-Kollaboration



Abbildung 3.3: Überblick des Compton-Experiments

durchgeführt. Der Tagger und seine Funktionsweise werden vorgestellt. Schließlich werden das Photonenspektrometer TAPS, die Meßelektronik und das Targetsystem beschrieben.

## 3.3.1 Der Elektronenbeschleuniger

Der Elektronenbeschleuniger MAMI (MAinzer MIkrotron) besteht aus einer Kaskade von drei Rennbahn-Mikrotronen (*Race Track Microtrons*, RTM) mit einem 3.5 MeV-Linearbeschleuniger als Injektor (Abb. 3.4)

Das Prinzip der Beschleunigung mit einem Mikrotron besteht in der mehrmaligen Benutzung einer Beschleunigungsstrecke durch Rückführung der Elektronen mit Hilfe zweier um je 180° ablenkender, homogener Magnetfelder. Dabei werden die Radien der Elektronenbahnen im Magnetfeld mit zunehmender Energie immer größer.

Die Elektronen werden durch die drei Mikrotrone auf eine Endenergie von maximal 855 MeV beschleunigt mit einer Energieschärfe von  $\pm 60 keV$ . Die Extraktion des Elektronenstrahls ist innerhalb der dritten Stufe (RTM3) nach jedem geradzahligen Umlauf möglich. Damit sind Elektronenenergien von 180 MeV bis 855 MeV in Schritten von 15 MeV einstellbar.

MAMI ist ein Dauerstrich-Elektronenbeschleuniger mit einem makroskopischen Tastverhältnis von 100% und einem Maximalstrom von 100 $\mu A$ . Diese Eigenschaft



Abbildung 3.4: Das Mainzer Mikrotron MAMI

erlaubt es, Koinzidenzexperimente mit Elektronen und Photonen sehr effizient durchzuführen. MAMI zeichnet sich im Betrieb durch eine exzellente Strahlqualität und hohe Strahlstabilität aus. Detaillierte Beschreibungen von MAMI finden sich in [Her 86], [Wal 90], [Fri 91] und [Ahr 94b]. Die wesentlichen Parameter von MAMI sind in der Tabelle 3.2 zusammengestellt.

Da in unserem Experiment Compton-Streuung unterhalb der Pionschwelle gemessen werden sollte, wurde MAMI mit der minimalen Energie von 180 MeV betrieben. Der Elektronenstrahl wurde am dritten Mikrotron vobeigeführt und in die Taggerhalle transportiert.

## 3.3.2 Die Erzeugung energiemarkierter Photonen

### Erzeugung hochenergetischer Photonen

Für die Durchführung photonuklearer Experimente ist eine Quelle hochenergetischer Photonen erforderlich. Da die Photonen neutrale Teilchen sind, kann man

Stufe	Linac	RTM1	RTM2	RTM3
Endenergie (MeV)	3.45	14.35	179.7	855.0
Anzahl der Unläufe		18	51	90
Energiegewinn / Umlauf (MeV)		0.599	3.24	7.50
Energiebreite (keV)		$\pm 9$	$\pm 18$	$\pm 60$
Magnetfeldstärke (T)		0.1026	0.555	1.284
vertikale Emittanz $(\pi \cdot mm \cdot mrad)$		< 0.17	< 0.014	$\leq 0.04$
horizontale Emittanz $(\pi \cdot mm \cdot mrad)$		< 0.17	< 0.014	$\leq 0.14$
Tastverhältnis	100 %			
Maximaler Strom $(\mu A)$	100			
Endenergie (MeV)	180–855 (variabel in Stufen von 15 MeV)			

**Tabelle 3.2**: Die wesentlichen Parameter des Elektronenbeschleunigers MAMI ([Jah 91]).

sie nicht direkt in elektrischen Feldern beschleunigen. Man muß also einen Strahl geladener Teilchen in einen Photonenstrahl konvertieren.

Es gibt 3 Methoden für die Erzeugung hochenergetischer Photonenstrahlen:

• Positronenannihilation im Fluge

Hierbei wird der Elektronenstrahl in einem Target mit hohem Z über Bremsstrahlung und Paarbildung in einen Positronenstrahl konvertiert. Durch die Annihilation der Positronen in einem Target mit möglichst kleinem Z (um Bremsstrahlung zu unterdrücken) entstehen Photonen, die in Vorwärtsrichtung weitgehend die kinetische Energie der Positronen übernehmen. Diese Technik spielte an Beschleunigern der vorhergehenden Generation eine große Rolle, wird aber heutzutage kaum mehr verwendet.

• Compton-Rückstreuung von Laserlicht an relativistischen Elektronen (Laser Back Scattering, LBS).

Diese Technik wird an Elektronenstrahlen in Speicherringen angewandt. Laserphotonen mit einer Energie von z.B. 3.5 eV werden dem gespeicherten Elektronenstrahl (z.B.  $E_e = 2.5 \ GeV$ ) entgegengeschossen; durch die elastische Rückstreuung der Photonen an den Elektronen erhalten die um 180° gestreuten Photonen maximale Energien, die für photonukleare Experimente benutzt werden können. Mehrere solcher Anlagen sind im Einsatz (GRAAL-Grenoble, LEGS-Brookhaven).

• Energiemarkierung von Bremsstrahlungsphotonen

Diese Technik wird am MAMI benutzt. Aus einem Elektronenstrahl wird mittels des Bremsstrahlungsprozesses ein hochenergetischer Photonenstrahl produziert. Im nächsten Abschnitt wird diese Technik näher beschrieben. Tabelle B.1 im Anhang B zeigt die wichtigsten Anlagen, an denen photoninduzierte Experimente durchgeführt werden, mit Angabe der benutzten Methoden und den wesentlichen Strahleigenschaften.

Sowohl bei der Bremsstrahlungsmethode als auch beim LBS erhält man zunächst Photonenstrahlen mit einem breiten Energiespektrum. Deshalb müssen die Photonen mit Hilfe eines Geräts (Tagger<sup>2</sup>) durch Bestimmung der Elektronenenergie nach dem Prozeß energiemarkiert werden. In den nächsten Abschnitten sollen das Prinzip und die Funktionsweise unseres Bremsstrahl-Taggers beschrieben werden. Die Energie- und Zeitauflösung, sowie der Photonenfluß, die mit einer Photonenmarkierungsanlage erreichbar sind, hängen von Konstruktionsmerkmalen ab (siehe unten).

Da die Polarisation der Photonen bei der Comptonstreuung mit hohen Energien erhalten bleibt, ist es relativ einfach, mit der LBS-Methode Photonenstrahlen mit hohem Polarisationsgrad zu erzeugen. Aber auch im Fall der Bremsstrahlung ist es möglich, polarisierte Photonen zu erzeugen. Wenn der Bremsstrahlungsprozeß anstatt in einem Ni-Target in einem Diamanttarget stattfindet, kann man linear polarisierte Photonen erhalten. Zur Produktion zirkular polarisierter Photonen benutzt man longitudinal polarisierte Elektronen, die im Bremsstrahlungsprozeß die gewünschte Polarisation durch Helizitätsübertrag bewirken. Beide Arten der Photonenpolarisation kommen in der A2-Kollaboration zum Einsatz.

## Der Bremsstrahlungsprozeß

Beim Bremsstrahlungsprozeß wird ein hochenergetisches Elektron im Coulomb-Feld eines Kerns beschleunigt, es emittiert dabei ein Photon (siehe Abbildung 3.5 a).



**Abbildung 3.5**: Bremsstrahlungsproze $\beta$ : (a) Skizze und (b und c) Feynman-Graphen des Prozesses.

Die Bremsstrahlung ist ein Prozeß zweiter Ordnung dessen zugehörige Feynman-Graphen in Abbildung 3.5 (b) und (c) dargestellt sind. Der Prozeß kann durch

 $<sup>^2\</sup>mathrm{to}$ tag, englisch für markieren

einen Ein-Photon-Austausch zwischen dem Elektron und dem Kern beschrieben werden. Wegen der großen Masse des Kerns wird auf ihn praktisch nur Impuls und kaum Energie übertragen, so daß die Rückstoßenergie auf den Kern vernachlässigt werden kann. Damit gilt für die Energie des emittierten Photons:

$$E_{\gamma} = E_{e^{-}} - E'_{e^{-}} \tag{3.6}$$

wobei  $E_{e^-}$  und  $E'_{e^-}$  die Elektronenenergien vor und nach dem Bremsstrahlungsprozeß sind. Die Markierungsanlage, die im nächsten Abschnitt beschrieben wird, basiert auf dieser Eigenschaft. Durch Kenntnis der entsprechenden Energie des Elektrons gewinnt (markiert) man die Energie des emittierten Photons mit Hilfe einer Koinzidenzbedingung.

Die Energie- und Winkelverteilungen der emittierten Photonen werden durch relativ komplizierte Wirkungquerschnittsformeln beschrieben. In einfachen Näherungen können jedoch beide Verteilungen unabhängig voneinander durch folgende Ausdrücke dargestellt werden:

$$\frac{d\sigma}{dE_{\gamma}} \propto \frac{1}{E_{\gamma}} \tag{3.7}$$

$$\frac{d\sigma}{d\theta} \propto \frac{\theta}{(\theta^2 + \theta_c^2)^2} \tag{3.8}$$

Die Energieverteilung der Photonen liegt zwischen Null und der Primärenergie der einlaufenden Elektronen. Das Photonenspektrum hat näherungsweise einen  $1/E_{\gamma}$ -Verlauf (siehe Abbildung 4.2).

Die Winkelverteilung wird durch einen mittleren Winkel der Photonen beschrieben:

$$\theta_c = \sqrt{\langle \theta_\gamma^2 \rangle} \propto \frac{m_e}{E_e} \tag{3.9}$$

Innerhalb dieses *charakteristischen Winkels* liegen etwa 50 % der emittierten Photonen. Sein Wert ist allein durch die Energie der einlaufenden Elektronen gegeben. Die Bremsstrahlungsphotonen werden daher in einen engen Winkelbereich nach vorwärts emittiert.

#### Der Glasgow-Mainz Tagger

Die Bestimmung der Energie der Bremsstrahlungsphotonen erfolgt in einer von der Universität Glasgow entwickelten und finanzierten Photonenmarkierungsanlage, dem sogenannten Tagger, der in Abbildung 3.6 dargestellt ist. Er besteht aus einem dünnen Bremsstrahlungstarget (Radiator) und einem magnetischen Elektronenspektrometer hoher Impulsakzeptanz. Die Elektronen, die im Bremsstrahlungsprozeß Energie verloren haben, durchlaufen das Spektrometer und werden in einem ortsauflösenden Detektorsystem (Elektronenleiter) nachgewiesen. Diese Elektronenleiter besteht aus 352 zur Hälfte überlappender Plastikszintillatoren, die etwa 5 cm hinter der chromatischen Bildlinie des Spektrometers montiert

sind. Durch die Koinzidenz aus zwei benachbarten Plastikdetektoren ist ein Leiterkanal definiert. Weitere Parameter dieses Tagger-Detektors sind in Tabelle 3.3 angegeben ([Ant 91], [Hal 96]).

Dipolfeld	$\sim 1T$		
Gewicht	70 t		
Impulsakzeptanz	95~%		
Feldhomogenität im zentralen Bereich	$< 0.5 \ \%$		
Intrinsische Auflösung	$\sim 120~{ m keV}$		
Anzahl der Detektoren	352		
Photonenenergien ( $E_e = 180 \ MeV$ )	9 - 167 $MeV$		
Energieauflösung ( $E_e = 180 \ MeV$ )	$0.2$ - $0.5~{\rm MeV}$		

**Tabelle 3.3**: Die Parameter des Glasgow-Mainz Taggers. Bei diesem Experiment hatte man eine Elektroneneinschußenergie von 180 MeV.



Abbildung 3.6: Der Glasgow-Mainz Tagger

Der Elektronenstrahl von MAMI trifft auf den Radiator (typisch eine 4  $\mu m$  dicke Nickelfolie) und erzeugt Bremsstrahlungsphotonen. Die Elektronen werden mit dem Magnetspektrometer impulsanalysiert und in der Fokalebene von den Leiterdetektoren nachgewiesen. Daraus folgt die Energie  $E'_e$  des analysierten Elektrons. Verursacht das dazugehörige Photon eine Reaktion im eigentlichen Experiment (siehe Abbildung 3.6), so ist durch die Koinzidenz zwischen dem Experiment-Detektor und dem Leitersignal die Photonenergie bestimmt (Tagging Verfahren).

Der primäre Elektronenstrahl, der "ohne Wechselwirkung" den Radiator passiert, läuft durch den Tagger, wird in einer benachbarten Experimentierhalle auf einen Faradaybecher gelenkt und dort absorbiert.

Für die Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnitts einer Reaktion benötigt man nicht nur die Energie der Photonen, sondern auch die Anzahl der auf das Experimentiertarget treffenden Photonen. Für die Messung des Photonenflußes kann auch der Tagger verwendet werden.

Nimmt man an, daß zu jedem auf der Taggerleiter nachgewiesenen Elektron ein Photon gehört, so würde gelten  $N_{\gamma} = N_e$ . Da aber die Elektronen im Radiator auch strahlungslos Energie verlieren können (z.B. Møller–Streuung) und der Photonenstrahl kollimiert werden muß, damit die Strahlfleckgröße auf dem Experimentiertarget begrenzt bleibt und keine Reaktionen außerhalb des Targets stattfinden, gilt stets:  $N_{\gamma} < N_e$ . Man führt daher eine Wahrscheinlichkeit ein, die Markierungseffizienz (Taggingefficiency). Sie bedeutet das Verhältnis aus der Anzahl markierter Photonen am Experimentiertarget zu der Anzahl der in der Elektronenleiter nachgewiesenen Elektronen:

$$\epsilon_{tag} = \frac{N_{\gamma}}{N_e} \tag{3.10}$$

Die Markierungseffizienz hängt u.a. von der Einschußenergie der Elektronen (charakteristischer Winkel) und von der Kollimation des Photonenstrahls ab und muß experimentell bestimmt werden. Im Abschnitt 3.4.3 wird beschrieben, wie man eine solche Markierungseffizienzmessung durchführt.

Da während eines Experiments die Einschußenergie und die Kollimatoren konstant sind, bleibt auch im Prinzip die Markierungseffizienz konstant, sofern der Elektronenstrahl Ort und Auftreffwinkel auf dem Radiator nicht ändert. Wenn  $\epsilon_{tag}$  konstant und bekannt ist, erfolgt somit die Bestimmung des Photonenflusses während eines Experiments über die Zählrate der im Tagger nachgewiesenen Elektronen:

$$N_{\gamma} = \epsilon_{tag} \cdot N_e \tag{3.11}$$

Da die Markierungseffizienz von der Kollimation abhängt, kann die relative Lage zwischen Photonenstrahl- und Kollimatorachse den Wert von  $\epsilon_{tag}$  ändern. Leichte Strahländerungen beeinflussen so die Markierungseffizienz, die deshalb während der Messungen überwacht werden sollte. Hierfür benutzen wir eine P2-Ionisationskammer, die den gesamten, auch den nicht markierten, Photonenenergiefluß ständig mißt. Diese Kammer ist in den Photonenstrahlfänger am Ende der A2-Taggerhalle integriert. Als relatives Maß für die Markierungseffizienz dient dann der Quotient P2-Anzeige/Elektronenzahl (Tagger-Leiter). Der erreichbare Photonenfluß ist maßgeblich durch die Leistungsfähigkeit der Elektronendetektoren am Tagger gegeben. Die Einzelraten der Elektronenzähler sind auf 10<sup>6</sup> Ereignisse pro Sekunde begrenzt, um eine ausreichende Lebensdauer der an die Plastikszintillatoren angeschlossenen Photomultiplier zu gewährleisten. Da das Bremsspektrum etwa einen  $1/E_{\gamma}$ -Verlauf hat, ist der gesamte Photonenfluß durch die niedrigste eingestellte Photonenenergie begrenzt. Deshalb werden je nach Experiment Elektronezähler, die nicht interessierende (niedrige) Photonenenergien markieren, ausgeschaltet (Auschalten der PM-Hochspannung). Der maximal unter diesen Bedingungen erreichbare integrale Photonenfluß (über den gesamten energiemarkierten Bereich) liegt in der Größenordnung von 10<sup>7</sup> bis 10<sup>8</sup> Photonen pro Sekunde.

## 3.3.3 Der TAPS Detektor

Das Photonspektrometer TAPS (ursprünglich Two Arm Photon Spektrometer) ist von einer internationalen Kollaboration entwickelt und gebaut worden. Zur TAPS-Kollaboration gehören Physiker aus folgenden Instituten: GANIL<sup>3</sup>, IFIC<sup>4</sup>, GSI<sup>5</sup>, KVI<sup>6</sup>, Institute of Nuclear Physics in Řež, Universität Gießen und Universität Mainz.

Das Detektorsystem wurde speziell für den Nachweis von Photonen aus dem Zerfall neutraler Mesonen  $(\pi^0, \eta)$  entworfen und ist als transportfähiges System gebaut worden, um an unterschiedlichen Beschleunigern (GANIL, CERN, MA-MI, KVI, GSI) zum Einsatz kommen zu können (siehe [Nov 87] und [Nov 91]). Die ursprünglichen Anforderungen an das Detektormaterial waren folgende:

- sehr gute Zeitauflösung für Koinzidenzexperimente
- gute Energieauflösung über einen großen Energiebereich
- hohe Ortsaufösung zur genauen Bestimmung des Öffnungswinkels zwischen den Zerfallsphotonen
- Möglichkeit der Teilchenidentifizierung
- hohe Effizienz für den Nachweis von Photonen

Das Material, das am besten diese Anforderungen erfüllte, war der anorganische Szintillator Bariumfluorid  $(BaF_2)$ , der im wesentlichen die folgenden Eigenschaften hat:

• Das Szintillationslicht hat eine schnelle ( $\tau = 0.6 \ ns$ ,  $\lambda = 220 \ nm$ ) und eine langsame ( $\tau = 620 \ ns$ ,  $\lambda = 310 \ nm$ ) Komponente. Die Intensität der schnellen

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Grand Accélérateur National d'Ions Lourds, Caen, Frankreich

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Instituto de Física Corpuscular, Valencia, Spanien

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Gesellschaft für Schwerionenforschung, Darmstadt, Deutschland

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Kernfysisch Versneller Institut, Groningen, Holland

Komponente ist für Photonen ( $\gamma$ ) und Leptonen ( $e^{\pm}, \mu^{\pm}$ ) (minimal ionisierende Teilchen) größer als für Protonen, Neutronen und  $\alpha$ -Teilchen (siehe Abb. 3.7). Durch die Bestimmung des Verhälnisses zwischen langer und kurzer Komponente (Puls-Form-Analyse oder PSA) kann man diese zwei Sorten von Teilchen trennen.

- Durch die schnelle Komponente erreicht man eine sehr gute Zeitauflösung  $(\Delta t = 80 \ ps$  bei einer Koinzidenzmessung zwischen zwei  $BaF_2$ -Detektoren)
- Die hohe Dichte  $(4.89g/cm^2, \text{Strahlungslänge} = 2.05 \text{ cm})$  ermöglicht eine kompakte Bauweise und eine hohe Effizienz für den Nachweis von Photonen.

Alle technischen Eigenschaften des Detektormaterials  $BaF_2$  sind nochmals in Tabelle 3.4 zusammengestellt.

Dichte	4.89 $g/cm^{3}$
Brechungsindex	1.56
${ m Strahlungslänge}$	$2.05~{ m cm}$
${ m Moli}\dot{e}{ m re} ext{-Radius}$	$3.39~\mathrm{cm}$
Kritische Energie	$12.7 { m ~MeV}$
$dE/dx~({ m Min.~Ion.~Part.})$	$6.6 \ MeV/cm$
Wellenlänge:	
schnelle Komponente	$220  \mathrm{nm}$
langsame Komponente	$310  \mathrm{nm}$
Abklingzeit	
schnelle Komponente	$0.7 \ \mathrm{ns}$
langsame Komponente	$629  \mathrm{ns}$
${\rm Photonen/MeV}$	
schnelle Komponente	2000
langsame Komponente	6500
Hygroskopisch	ganz schwach

 Tabelle 3.4:
 Eigenschaften des BaF<sub>2</sub>-Szintillators nach [Gro 98].

Um eine hohe Winkelauflösung zu erreichen und gleichzeitig die Transportfähigkeit des Detektors zu gewährleisten, wurde TAPS aus einzelnen  $BaF_2$ -Kristallen aufgebaut. Durch dieses modulare Konzept läßt sich die Geometrie des Detektorsystems sehr leicht den Wünschen und Erfordernissen der jeweiligen Experimente anpassen. Normalerweise werden jeweils 64 Kristalle in einen TAPS-Block zusammengefaßt.

### Eigenschaften der BaF<sub>2</sub>-Detektormodule

Die  $BaF_2$ -Kristalle haben hexagonalen Querschnitt, dadurch können die Kristalle leicht bienenwabenartig zu Strukturen zusammengestellt werden. Abbildung 3.8 zeigt den Aufbau eines TAPS-Moduls. Die Länge des Kristalls beträgt 25



Abbildung 3.7: Kurze und lange Szintillationslichtkomponenten des Bariumfluorid

cm, das entspricht etwa 12 Strahlungslängen  $X_0$ . Daraus folgt, daß für 100 MeV Photonen nur etwa 4 % der Schauerenergie durch die Rückseite des Kristalls verlorengeht. Die Module haben einen Innenradius von 2.95 cm (Schlüsselweite 5.8 cm). Die letzten 2.5 cm des Kristalls haben zylindrische Form mit einem Radius von 2.7 cm, dadurch kann die  $\mu$ -Metall Abschirmung des Photomultipliers über die Photokathode hinausragen.



Abbildung 3.8: BaF<sub>2</sub>-Modul

Die transversale Verteilung des Schauers und damit des erzeugten Lichtes wird durch den Molière-Radius  $R_M$  beschrieben, innerhald dessen 90% des elektromagnetischen Schauers liegen. Da  $BaF_2$  einen Molièreradius von 3.4 cm hat, hat ein Kristall einen Durchmesser von etwa 87 % zweier Molière-Radien. Zur Optimierung der Lichtsammlung ist der Kristall mit mehreren Lagen Teflon- und Aluminiumfolie umwickelt. Vor jedem  $BaF_2$ -Kristall ist ein zusätzlicher Plastikszintillator zur Erkennung von geladenen Teilchen montiert. Diese Charged Particle Veto (CPV) bestehen aus dem Szintillationsmaterial NE102A. Sie haben ebenfalls hexagonalen Querschnitt (Innendurchmesser: 6.5 cm) und eine Dicke von 0.5 cm. Da dieses Material eine große Strahlungslänge hat ( $X_0 = 43 \text{ cm}$ ), werden geladene Teilchen nachgewiesen, während Photonen das Material weitgehend ungehindert durchlaufen.

Zur Überwachung der Stabilität und zur Durchführung der Zeiteichung der  $BaF_2$ -Module wird das Licht eines  $N_2$ -Lasers der Wellenlänge  $\lambda = 337 \ nm$  mit einer Pulsdauer von 3 ns benutzt. Das Laserlicht wird über ein Verteilersystem mit Lichtleitern aus Quarzglas individuell in jeden Detektor eingespeist.

## Gesamtaufbau des TAPS-Detektorsystems

Jeweils 64  $BaF_2$ -Module werden in einer 8 × 8-Matrix zusammengefaßt und bilden einen standard TAPS-Block, der von einem Rahmen aus Aluminium umgeben ist. Die vor jedem  $BaF_2$ -Kristall angeordneten Vetodetektoren werden über Plexiglas-Lichtleiter von individuellen Photomultipliern ausgelesen. Jeweils drei dieser TAPS-Blöcke sind auf einer Plattform montiert, die verfahren werden kann.

Der Aufbau des bei unserem Experiment verwendeten TAPS-Detektorsystems ist in Abbildung 3.9 gezeigt. Insgesamt wurden 6 TAPS-Blöcke (A-F) verwendet (im Gegensatzt zu den anderen Experimenten der Strahlzeit 1995/96 in Mainz, die einen zusätzlichen Vorwärtsdetektor benutzten).

Da die TAPS-Kollaboration nur 320  $BaF_2$ -Kristalle zur Verfügung hatte, mußte man einen der Blöcke unter Rückwärtswinkel (Block F) aus kleineren "GSI-Kristallen" aufbauen (Länge: 20 cm, Durchmesser: 5.25 cm, kein Endzylinder). Insgesamt hatten wir ein System mit 384  $BaF_2$ -Modulen.

Die sechs Blöcke wurden in einer Ebene mit einer mittleren Entfernung von 57 cm zwischen Targetzelle und vertikaler Vorderfront aufgestellt. Eine der Plattformen war so justiert, daß der Block E (siehe Abbildung 3.9) unter einem Polarwinkel von  $\theta = 90^{\circ}$  stand, während die andere Plattform (Blöcke A,B,C) soweit wie möglich nach hinten gedreht wurde, so daß mit Block A möglichst große Streuwinkel vermessen werden konnten. Die genauen Entfernungen zur Targetzelle und die Winkel bezüglich der Strahlachse sind in Tabelle 3.5 zusammengestellt.

### Funktionsweise des TAPS-Detektors

Wenn ein Photon einen TAPS-Block erreicht, tritt es in Wechselwirkung mit dem  $BaF_2$  (Photoeffekt, Comptonstreuung oder Paarproduktion), wodurch ein elektromagnetischer Schauer erzeugt wird. Dieser Schauer entwickelt sich in allen Richtungen um den Wechselwirkungspunkt, so daß Signale in mehreren nebeneinander stehenden  $BaF_2$ -Modulen entstehen. Es bildet sich eine Gruppe oder *Cluster* von benachbarten Detektoren mit Signal.

Für die Rekonstruktion der gesamten Energie des Teilchens muß man die Signale



Abbildung 3.9: Gesamtaufbau des Taps-Detektors.

aller Detektoren des Clusters addieren. Die Ortsrekonstruktion auf dem Block erfolgt über eine Schwerpunktsanalyse des Clusters. Damit kann man eine Ortsauflösung, die besser ist als nur durch die Größe eines einzelnen  $BaF_2$ -Moduls vorgegeben, erreichen. Wenn man den Eintrittsort des Teilchens in den Block kennt, kann man aus der Detektoranordnung den Streuwinkel des Teilchens bestimmen.

Die Zeitinformation für die Bestimmung der Koinzidenz mit dem Tagger (siehe Abschnitt 3.3.5) wird aus der Zeitinformation des zentralen Detektors des

Block	Abstand zum Target (mm)	Winkel zur Strahlachse
А	580	$152.5^{o}$
В	583	$103.0^{o}$
С	569	$53.0^{o}$
D	567	$40.5^{o}$
Е	571	$90.0^{o}$
F	561	$140.0^{o}$

 Tabelle 3.5: Anordnung der TAPS-Blöcke bei dem Comptonexperiment.

Clusters bestimmt. Der Zentraldetektor des Clusters ist der Detektor mit der maximalen Energie im Cluster.

## 3.3.4 TAPS-TAGGER Aufbau

Der Tagger- und der TAPS-Detektor bilden ein gemeinsames Detektorsystem. Die Erzeugung des Triggers und die Messung der Zeitsignale im Tagger und im TAPS sind die wesentlichen Aspekte, die beide Detektoren verknüpfen, denn über diese Zeitmessungen bestimmt man die zeitliche Korrelation zwischen Elektronen im Tagger und Ereignissen im TAPS (Koinzidenzbedingung). Die hierfür verwendete Elektronik und die Funktionsweise der Zeitmessungen werden im nächsten Abschnitt beschrieben. Hier soll zunächst ein Überblick über die Funktionsweise des Experiments gegeben werden.

Abbildung 3.10 zeigt eine Skizze des gesamten Experimentaufbaus.



Abbildung 3.10: Skizze des TAPS-Tagger Aufbaus.

Ein sogennantes ,,gutes" Comptonereignis wird nach folgenden Schritten gefunden:

- 1. Ein Elektron mit der Energie  $E_{e^-}$  trifft auf den Radiator des Taggers und verliert über den Bremsstrahlungsprozeß einen Teil seiner Energie, indem es ein Photon der Energie  $E_{\gamma_0}$  abstrahlt.
- 2. Durchläuft das Photon die Kollimatoren hinter dem Tagger, so trifft es auf das Proton-Target innerhalb der TAPS-Streukammer. Dort wird es an einem

Proton unter einem Winkel  $\theta_{\gamma}$  elastisch gestreut. Bei der Streuung verliert das Photon ein Teil seiner Energie (Rückstoß des Protons) und tritt mit einer Energie  $E'_{\gamma}$  in den TAPS-Block ein.

- 3. Das gestreute Photon wird in einem  $BaF_2$ -Detektor in einen elektromagnetische Schauer konvertiert und erzeugt ein Signal. Liegt die Höhe dieses Signals oberhalb einer Schwelle<sup>7</sup> (z.B. 20 MeV), wird dieses Ereignis als ein potentielles gutes Ereigniss gewertet. Ein logisches Signal wird zu der Trigger-Logik gesendet (pre-Trigger). Wenn die Trigger-Logik "grünes Licht" gibt, wird ein Trigger-Signal (Mastertrigger) erzeugt. Alle Detektoren mit einem Signal über einer niedrigeren Schwelle<sup>8</sup> (z.B. ein paar MeV) werden ausgelesen. Im TAPS wird die Energie- und die Zeitinformation jedes einzelnen  $BaF_2$ -Moduls registriert. Auch die Signale der Vetodetektoren werden ausgelesen.
- 4. Das im Radiator gestreute Elektron mit der Energie  $E'_{e^-}$  wird im Tagger nach Maßgabe seines Impulses abgelenkt und in einem Leiterdetektor nachgewiesen. Nachdem der Mastertrigger erzeugt wurde, werden die Zeiten aller Taggerdetektoren ausgelesen. Die Position des Detektors auf der Leiter gibt uns die Energie des gestreuten Elektrons.

Nachdem der Mastertrigger erzeugt wurde, werden alle TAPS- und Tagger-Einzeldetektoren, die ein Signal haben, innerhalb eines Zeitfensters von etwa 80 ns, ausgelesen. Wird aber ein Cosmic-Ereignis "gleichzeitig" in TAPS registriert oder erzeugt ein Elektron aus einem anderen Prozeß in diesem Zeitfenster ein Signal in einem anderen Leiterdetektor, so werden diese Ereignisse mitregistriert. Die Kunst bei der späteren Auswertung der Daten (Offline-Analyse) besteht darin, die guten Comptonereignisse über die Zeit- und Energieinformation von den anderen Ereignissen (Untergrund) zu trennen.

Man erhält also folgende Information aus dem Experiment:

## • Tagger Information

- Zeitinformation des gestreuten Elektrons. Notwendig für die Koinzidenzanalyse mit dem TAPS-Detektor und die Zuordnung des Elektrons zu einem einlaufenden Photon (Markierungsverfahren).
- Energie des gestreuten Elektrons  $(E'_e)$ . Damit wird die Energie  $(E_{\gamma})$  des einlaufendes Photon bestimmt.
- Anzahl der Elektronen. Damit wird die Anzahl der Photonen bestimmt (Normierung).

• Taps Information

- Zeitinformation des nachgewiesenen Teilchens (Koinzidenzanlyse).

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>LED-Schwelle, siehe Abs. 3.3.5

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>CFD-Schwelle, siehe Abs. 3.3.5

- Energie des gestreuten Teilchens. Notwendig f
  ür die Rekonstruktion der Kinematik.
- Winkel des gestreuten Teilchens. Notwendig f
  ür die Rekonstruktion der Kinematik.
- Veto und PSA-Information. Zur Teilchenidentifizierung.

## 3.3.5 Die Meßelektronik

In diesem Abschnitt wird ein Überblick über die in dem Experiment verwendete Meßelektronik gegeben.

Die Teilchen, die die Detektoren erreichen, erzeugen Szintillationslicht, das in den Photomultipliern in ein analoges elektrisches Signal (elektrischer Puls) umgewandelt wird. Diese analogen Signale werden von der Meßelektronik in digitale Signale gewandelt und auf Magnetband geschrieben. Die Meßelektronik hat also folgende Aufgaben:

1. Trigger

Aus den vielen Signalen, die während des Experiments auftreten, sollen die Signale, die zu möglichen guten Ereignissen gehören, vorselektiert werden. Ein so gefundenes Ereignis liefert dann das Trigger-Signal, das die Digitalisierung und Datenaufnahme startet.

2. Digitalisierung

Bei der Auslese eines interessanten Ereignisses übersetzt die Elektronik die physikallische Information (z.B. Pulshöhe und Zeit) in digitale Signale (mittels Analog-zu-Digital-Wandlern).

3. Datenerfassung

Die digitale Information aus jedem Detektor mit Signal wird mit einer sinnvollen Ereignis-Struktur auf Magnetband geschrieben.

Im folgenden werden diese drei Punkte genauer beschrieben.

### Die Triggerelektronik

Das Ziel dieses Experiments ist die Messung aller Comptonstreu-Ereignisse. Da diese während des Experiments nicht eindeutig identifiziert werden können, stellt man sich zunächst das Ziel, alles zu registrieren, was wie im Target gestreute Photonen aussieht. Da während des Experiments nicht nur Compton-Streuung auftritt, sondern auch andere Ereignisse, die Signale wie die gewünschten Photonen erzeugen, registriert man auch Untergrund-Prozesse: Photonen aus der Produktion von  $\pi^0$ -Mesonen und deren Zerfall, Paarproduktion am Wasserstoff mit nachfolgender Bremsstrahlung, Myonen aus der Höhenstrahlung, die, da sie nicht vom Target kommen, nicht als geladene Teilchen unterdrückt werden, etc. Der Trigger des Experiments soll aus diesen Ereignissen eine sinnvolle Vorauswahl treffen, um den Untergrund so gut wie möglich zu unterdrücken. Bei unserem Experiment konnte man die Ereignisse aus den anderen Prozessen mit dem Trigger nur sehr schlecht unterdrücken, da die Triggerbedingungen sehr großzügig sein mußten, um sicherzustellen, daß kein Compton-Ereignis verworfen wird. Praktisch die einzige zugängliche Einschränkung war die Unterdrückung niederenergetischer Photonen mit Hilfe einer Schwelle ( $E_{\gamma} < 20$  MeV).

Bei der Beschreibung der Meßelektronik ist die Kenntnis einer Vielzahl von Abkürzungen der elektronischen Module erforderlich, die in Tabelle 3.6 zusammengefaßt sind.

Elek. Modul	Bedeutung (auf englisch)
CFD	Constant-Fraction-Discriminator
LED	Leading-Edge-Discriminator
QDC	Charge(Q)-to- $Digital$ - $Converter$
RDV	<i>Retard-Durée-Variable</i> (Gate-and-Delay-Generator)
TDC	Time-to- $Digital$ - $Converter$
COREG	Coincidence- $Register$
MPU	Multiplicity-and- $Pattern$ - $Unit$
CAMAC	Computer Applicated Measurement And Control
VME	Versa Module Europe

Tabelle 3.6: Abkürzungen der im Experiment verwendeten elektronischen Module

In Abbildung 3.11 ist eine Skizze der Triggerelektronik gezeigt. Das Ausgangssignal jedes  $BaF_2$ -Moduls wird über einen Signalteiler (Split) auf zwei Diskriminatoren verteilt, einen LED (Leading Edge Discriminator), der prüft, ob die Signalhöhe einen vorgegebenen Wert (Schwelle) übersteigt, und einen CFD (Constant Fraction Discriminator). Der CFD wird hauptsächlich für die Zeitmessung verwendet. Seine Funktionsweise wird deshalb später erläutert. Die Schwelle des LEDs wurde so eingestellt, daß nur für Teilchen, die eine Energie größer als etwa 20 MeV im  $BaF_2$ -Detektor deponierten, ein Signal erzeugt wurde. Die 64 LED-Ausgänge aus den  $BaF_2$ -Modulen eines Blocks wurden einem logischen 'oder' zugeführt, so daß ein LED-Block-Signal erzeugt werden konnte. Die LED-Block-Signale der 6 TAPS-Blöcke wurden als Pre-Trigger zum Tagger geführt (siehe Abbildung 3.11). Dort wurden diese Signale in einem Koinzidenzmodul verarbeitet, in dem Koinzidenzen, Antikoinzidenzen und Multiplizitäten vorgegeben werden konnten. Wollte man etwa die Zerfallssphotonen eines  $\pi^0$ -Mesons nachweisen, so würde man eine Multiplizität zwei wählen.

Für dieses Experiment mußte dagegen die Bedingung eingestellt werden, daß nur ein TAPS-Block ein Signal oberhalb der LED-Schwelle lieferte (pre-Trigger). Für den Fall eines in diesem Sinne positiven Ereignisses wurde dann noch eine



Abbildung 3.11: Die Triggerelektronik

zusätzliche Koinzidenz mit dem Signal eines Elektrons im Tagger verlangt, wobei ein Koinzidenzfenster von 80 ns gewählt wurde. Das so produzierte Koinzidenzsignal diente als vorläufiger Trigger (X-Trigger) und bereitete die Ausleseelektronik des Taggers vor. Dort wurde u.a. ein sogenanntes Inhibit-Signal<sup>9</sup> erzeugt, welches auf der Taggerseite z.B. dafür sorgte, daß die freilaufenden Elektronenzähler während des Auslesevorgangs gesperrt wurden. X-Trigger und Inhibit Signal wurden weiterhin zur TAPS-Elektronik geleitet, wo der X-Trigger einmal zum Start der Zeitmessung diente und außerdem mit Hilfe einer weiteren Triggerlogik den endgültigen Trigger (Master-Trigger) gegebenenfalls startete. Das Inhibit-Signal sperrte die Triggerlogik, so daß verhindert wurde, daß ein weiteres Ereignis einen Trigger starten konnte. Das Master-Trigger-Signal setzte das Zeitfenster für die TAPS-Elektronik, startete ein TAPS-internes Inhibit-Signal und aktivierte die Datenaufnahme. Der Master-Trigger läuft zur Taggerelektronik zurück, um die Taggerauslese zu starten. Für den Fall, daß dieses rücklaufende Signal innerhalb von 2  $\mu$ s nach dem X-Trigger ausblieb, startete die Taggerelektronik ein sogenanntes Fast-Clear-Signal. Damit wurden die Tagger-Module automatisch zurückgesetzt und das Inhibit wurde zurückgenommen.

## Die Ausleseelektronik

Abbildung 3.12 zeigt ein vereinfachtes Bild der Funktionen der Ausleseelektronik. Links stehen die verschiedenen Detektoren (Taggerleiter,  $BaF_2$ s und Vetodetektoren), in der Mitte stehen die elektronischen Module, die die Information der Detektoren auslesen und rechts steht die dazugehörige physikalische Information zu den Teilchen.

In Abbildung 3.13 ist der Signalverlauf für einen einzelnen  $BaF_2$ - bzw. Vetodetektor dargestellt. Das Ausgangssignal des Vetodetektors (CPV) läuft über einen Diskriminator (LED) zu einem Koinzidenzregister (COREG). Dieses Mo-

 $<sup>^{9}</sup>$ Hemm-Signal



Abbildung 3.12: Skizze der Ausleseelektronik

dul setzt in einem Register ein Bit, wenn das dazugehörige Eingangssignal innerhalb eines Zeitfensters auf logisch '1' steht. Damit weiß man später, welche Vetodetektoren ein Signal lieferten und geladene Teilchen können identifiziert werden.

Das Ausgangssignal der  $BaF_2$ -Detektoren wird mit Hilfe eines Signalteilers (Split) in ein direktes und zwei abgeleitete Signale aufgeteilt. Das Signal im direkten Ausgang wird um 500 ns verzögert (Analog Delay) und an den QDC (Charge to Digital Converter) geleitet. Dort werden mit zwei unterschiedlichen Zeitfenstern die kurze (narrow gate) und die kurze+lange (wide gate) Komponente des Szintillationslichtes gemessen. Über die 'lange' Komponente gewinnt man Information über die Energie des Teilchens, die kurze Integration (narrow) dient zur Teilchenidentifizierung. Von den zwei anderen Ausgängen geht ein Signal zum LED-Diskriminator, es wird zu Triggerzwecken verwendet (siehe oben). Das andere Signal wird zu einem CFD geleitet. Der CFD hat, ähnlich wie ein LED, eine einstellbare Schwelle. In ihm wird der Zeitpunkt des Eintreffens des Signals danach bestimmt, wann das Eingangssignal einen bestimmten Bruchteil der Gesamtsignalhöhe erreicht hat (siehe z.B. [Leo 87]). Dadurch wird weitgehend verhindert, daß die zeitliche Information von der Höhe des Signals abhängt. Damit ist die Zeitinformation dann von der Energie des Teilchens unabhängig. CFD-Signale sind damit für die Messung von Zeiten geeignet.



Abbildung 3.13: Elektronik

Das CFD-Signal wird erstmal verzögert (Delay) und dann wieder in drei Signale aufgeteilt:

- ein Signal geht zu einem TDC-Modul (Time to Digital Converter), das die Zeitmessung durchführt (siehe unten: Zeitmessung).
- das zweite Signal wird mit einem RDV-Modul<sup>10</sup> verbunden. Dieses Modul setzt die zwei unterschiedlich langen Zeitfenster der QDC-Module (narrow and wide gate) für die Integration der beiden Komponenten des  $BaF_2$ -Szintillationslichtes.
- das dritte Signal wird auf ein Koinzidenzregister (COREG) geführt, um festzuhalten, welche Kristalle ein Signal erzeugt haben (Ortsrekonstruktion).

Die Schwellen der CFD-Module waren auf möglichst kleine Werte gesetzt, um sehr kleine Signale, die später aufaddiert werden müssen, in den Detektoren zu registrieren.

 $<sup>^{10}{\</sup>rm Gate}\;{\rm Generator}$ 

Die Taggerelektronik sei hier nur sehr grob beschrieben. Anhang C enthält einen detallierten Schaltplan der Taggerelektronik. Die Taggerdetektoren sind mit folgenden Modulen verbunden:

- freilaufende Zähler (Scaler), die die Anzahl der Elektronen auf der Taggerleiter messen (Messung des Photonenflusses).
- TDC-Module für die Zeitmessung (siehe unten)

### Zeitmessung

Die möglichst genaue Zeitmessung spielt in Koinzidenzexperimenten eine wesentliche Rolle, da die zeitliche Korrelation zwischen den Ereignissen von den verschiedenen Detektoren (TAPS, Tagger) möglichst genau bestimmt werden muß. Abbildung 3.14 zeigt ein Schema der Elektronik, die die Zeitmessung durchführt.



Abbildung 3.14: Elektronik zur Zeitmessung

Die Tagger-TDCs werden von den individuellen Taggerdetektoren gestartet und später gemeinsam vom TAPS-LED-Signal (pre-Trigger) gestoppt. Man hat also folgende Zeitdifferenz:

$$T_{Tagger} = T_{TAPS-LED}^{stop} - T_{Tagger-Elektron}^{start}$$
(3.12)

Die TAPS-TDCs werden gemeinsam vom TAPS-LED-Signal gestartet und mit dem verzögerten Signal der TAPS-CFDs individuell gestoppt:

$$T_{TAPS} = T_{TAPS-CFD}^{stop} - T_{TAPS-LED}^{start}$$
(3.13)

Bei dieser Schaltung benutzt man also das gleiche Signal für Tagger-Stop und für TAPS-Start, so daß man für die Summe der TDC-Werte erhält:

$$T_{sum} = T_{Tagger} + T_{TAPS} \tag{3.14}$$

$$T_{sum} = T_{CFD}^{stop} - T_{Elektron}^{start} \tag{3.15}$$

Man hat also die Zeitdifferenz zwischen dem CFD-Signal im TAPS und dem Elektron-Signal im Tagger. Bei zeitlich korrelierten Ereignissen ist diese Zeitdifferenz konstant, solche Ereignisse findet man deshalb in einem Peak im Zeitspektrum. Mit einem Schnitt auf diesen Koinzidenzpeaks, d.h. mit einer Auswahl von Zeiten um diesen Peak, kann man dann die korrellierten Ereignisse anreichern (siehe Auswertungskapitel).

## Die Datenaufnahme

Bei der Datenaufnahmeelektronik kann man drei Bereiche unterscheiden (siehe [Hej 98]):

- die Experimentsteuerung mit Standard-Arbeitsplatzrechnern (DEC Ultrix, DEC Alpha und DEC Vax)
- die eigentliche Datenaufnahme mit einem Verbund aus Eltec E6 und E7<sup>11</sup> Modulen in einem VME<sup>12</sup>-Crate
- die Detektorelektronik (QDC,TDC,COREG,...) in verschiedenen CAMAC<sup>13</sup>-Crates.

Die eigentliche Datenaufnahme wurde von zwei E6-Modulen und einer E7 durchgeführt. Wird ein Master-Trigger erzeugt, so startet das Programm die Datenaufnahme.

Die Datenarchivierung erfolgt auf einem Laufwerk des Typs Exabyte 8500 mit Data-Cartridges der Speicherkapazität von 4GB pro Band.

## 3.3.6 Das Targetsystem

Bei diesem Experiment benötigen wir ein Protonentarget, wofür sich flüssiger Wasserstoff als ideale Lösung anbietet.

 $<sup>^{11}\</sup>mathrm{Einplatinenrechner}$ mit einer Motorola68020 bzw.  $68030~\mathrm{CPU}$ 

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>Versa Module Europe. Die Module in diesem Crate können über einen schnellen Daten-Adressbus miteinander kommunizieren

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Computer Applicated Measurement And Control

Im allgemeinen sind Experimente durch die zur Verfügung stehende Strahlzeit (bei diesem Experiment etwa 200 Stunden) begrenzt. Um den statistischen Fehler so klein wie möglich zu halten, muß man, speziell bei der Messung der hier extrem kleinen (etwa 10 nb/sr) Comptonstreuquerschnitte, eine große Luminosität (Produkt aus Strahlstrom und Massenbelegung des Targets) anstreben. Da der Photonenfluß durch den Tagger begrenzt ist, benötigt man eine große Targetmassenbelegung, die mit flüssigem Wasserstoff gewährleistet ist. Chemische Verbindungen des Protons, wie z.B. Wasser, liefern zwar bei gleicher Dicke eine größere Anzahl/cm<sup>2</sup> an Protonen, sie scheiden aber aus wegen der großen Untergründe durch die Streuungen an den schwereren Elementen (hier O).

Das in Mainz verwendete Wasserstofftargetsystem wurde von Friedhelm Härter ([Här 92],[Här 95]) aufgebaut. Es besteht im wesentlichen aus den folgenden Elementen:

• Targetzelle.

Der flüssige Wasserstoff (20 K) muß in eine Zelle gefüllt werden, die in gutem Isoliervakuum vom Strahl getroffen wird. Um Untergründe durch die Streuung an den Strahl-Ein- und Austrittsfenstern klein zu halten, ist die Targetzelle aus dünner Kaptonfolie aufgebaut. Sie ist zylinderförmig mit einem Durchmesser von 4 cm und einer Länge von etwa 20 cm. Diese relativ lange Targetzelle war notwendig, um eine möglichst große Luminosität zu erreichen.

• Streukammer.

In der Streukammer wird ein Hochvakuum  $(10^{-7}mbar)$  aufrecht erhalten, um die thermische Isolation der Targetzelle zu gewährleisten.

• Wasserstoffverflüssiger.

Die verwendete Kältemaschiene arbeitet mit einem geschlossenen Heliumgas-Kreislauf nach dem Gifford-McMahon-Prinzip. Sie besteht im wesentlichen aus einer Expansionseinheit, dem sogenannten *Kaltkopf*, und einem Kompressor. Beide Komponenten sind durch flexible Druckleitungen verbunden und können voneinander räumlich getrennt aufgestellt werden.

## 3.4 Experimentdurchführung

## 3.4.1 Aufbau des TAPS-Detektors

Im April 1995 kam der TAPS-Detektor nach Mainz für die Durchführung der 2. Generation von TAPS-Experimenten am MAMI. Für diese Runde waren folgende 9 Experimente geplant:

• Niederenergie-Comptonstreuung am Proton

- $\eta$ -Produktion am <sup>4</sup>He
- $2\pi^0$ -Production am Proton
- $\pi^0$ -Produktion am Proton mit linear polarisierten Photonen in der  $\Delta$ -Resonanz
- $\pi^0$ -Produktion am Proton mit linear polarisierten Photonen an der Schwelle
- Comptonstreuung am Deuterium
- $\eta$ -Production am Deuterium
- $\pi^0$ -Produktion am Deuterium
- Kohärente  $\pi^0$ -Produktion an <sup>4</sup>He

Der Detektor wurde von April bis Ende Juni 1995 aufgebaut, die Vorwärtswand wurde erst im Oktober 1995 eingesetzt. Alle Experimente sollten mit dem gleichen TAPS-Aufbau durchgeführt werden. Die Strahlzeit der gesamten TAPS-Meßperiode am MAMI fand -mit Unterbrechungen- in den Monaten Juli 1995 bis März 1996 statt.

## 3.4.2 Durchführung des Compton-Experiments

Das Experiment zur Niederenergie Comptonstreuung am Proton wurde zwischen dem 15. Juli und dem 9. August 1995 durchgeführt. Die Messung war in 3 Meßperioden (Runs) unterteilt, was zu einer Gesamtmeßzeit von 346 Stunden führte. Die effektive Strahlzeit betrug 203 Stunden plus etwa 66 Stunden für weitere Eichungen (Leertargetmessung, 855 MeV-Messung, usw.). Die wichtigsten Betriebsparameter zu diesem Experiments sind in Tabelle 3.7 zusammengefaßt.

Der Elektronenstrahl von MAMI hatte während der gesamten Strahlzeit eine Energie von 180 MeV. Ein Ereignis wurde aufgenommen, wenn ein Teilchen im TAPS-Detektor eine Energie größer als die eingstellte Schwellenenergie (LED-Schwelle) deponierte und die Zeitdifferenz zwischen dem Auftreffen dieses Teilchens im TAPS und dem Nachweis eines abgebremsten Elektrons auf der Elektronenleiter in ein Zeitfenster von 80 ns paßte.

Im ersten Run war diese Schwelle auf 10 MeV eingestellt. Alle Taggerdetektoren waren eingeschaltet, so daß der Tagger Photonen zwischen 8 und 167 MeV markierte. In diesem ersten Run wurde ein Kollimator von 7.0 mm Durchmesser verwendet, was zu einer Markierungswahrscheinlichkeit von etwa 17 % führte.

Im zweiten Run wurden die Schwellen der TAPS-Detektoren auf 20 MeV erhöht, da die Ereignisse unterhalb dieser Schwelle uns nicht interessant erschienen und diese nur die Triggerrate erhöht hätten. Gleichzeitig wurden deshalb die letzten 32

Elektronenbeschleuniger: MAMI	
Einschußenergie	$180 { m MeV}$
Mittlerer Strom	20 nA
Tastverhältnis	100~%
Tagger:	
Magnetfeld	0.214 Tesla
Photonenenergie	$24-167 {\rm ~MeV}$
Radiator	$4 \ \mu m$ Nickel
Kollimator	7.0 / 8.5 mm
Tagging Effizienz	17 % / 22 %
Wasserstofftarget:	
Länge	200 mm
Durchmesser	40 mm
Photonspektrometer: TAPS	
Detektormaterial	$BaF_2$ -Kristall
$BaF_2$ -Modul	250  mm Tiefe, hex. $60  mm$
TAPS-Block	$8 \times 8$ Matrix
Gesamtdetektor	6 Blöcke (384 Detektoren)
Targetabstand	$\sim 600 \text{ mm}$
Polarwinkel	$27^{o} - 165^{o}$
Raumwinkel	
Energieschwelle	$20 { m MeV}$
Zählraten:	
Triggerrate	100 Hz

 Tabelle 3.7:
 Parameter des Niederenergie-Comptonstreuung-Experiments

Taggerkanäle (kleine Photonenergien) ausgeschaltet. Damit konnte die Srahlintensität (d.h. der Photonenfluß) erhöht werden, da durch den letzten aktiven Detektor, der mit der höchsten Elektronenrate belastet wird, die Leistungsfähigkeit der Taggerleiter erreicht wird. Nach dem Abschalten dieses Teils der Taggerleiter wurden Photonen mit Energien zwischen ca. 24 MeV und 167 MeV markiert.

Im dritten Run wurde ein größerer Kollimator (8.5 mm) verwendet, so daß die Markierungseffizienz auf etwa 22 % stieg. An den TAPS-Schwellen und am Tagger wurde nichts geändert. In der Tabelle 3.8 werden die wichtigsten Parameter jedes Runs gegeben.

Für die absolute Bestimmung des Wirkungsquerschnitts braucht man eine genaue Messung des Photonflusses während der Strahlzeit. Der Photonfluß hängt in unserem Fall von der Markierungseffizienz ab  $(N_{\gamma} = N_{e^-} \times T_{Eff})$ , die sich durch kleine Strahlschwankungen leicht ändern kann. Um diese Schwankungen zu kontrollieren, wurde der Photonfluß während der Messung laufend mit ei-

Run	$E_{e^-}$ (MeV)	Tagg.Kanäle	$\begin{array}{c} \text{LED-Schwelle} \\ \text{(MeV)} \end{array}$	Kolli. (mm)	Tagg.Eff. (%)	Strahlzeit (Stunden)
1	180	352	10	7.0	17	59
2	180	320	20	7.0	17	109
3	180	320	20	8.5	22	168
4	855	320	20	7.0	65	10

**Tabelle 3.8**: Zusammenfassung der wichtigsten Parametern der vier Meßperioden (Runs) des Experiments

ner Ionisationskammer von Typ P2 am Ende der Experimentierhalle überwacht. Dieser P2-Detektor liefert einen Wert, der proportional zum totalen Photonenenergiefluß ist (Integral über Photonenenergie × Photonenanzahl). Der Quotient zwischen diesem P2-Wert und der Summe der Elektronenleiterkanäle gibt einen Wert (P2/Scaler), der proportional zur Markierungseffizienz ist. Mit diesem P2/Scaler-Wert als Funktion der Zeit kann man dann die Markierungseffizienz während der Strahlzeit überwachen. Um diese Effizienz absolut zu bestimmen, muß man eine gesonderte Messung (siehe unten) durchführen (Eichung des P2/Scaler-Werts). Diese absolute Messung von  $T_{Eff}$  mußte während des Experiments regelmäßig, speziell vor und nach jeder Strahloptimierung, wiederholt werden.

## 3.4.3 Durchführungen der Eichungen

Da in den zur Verfügung stehenden Daten sämtliche Werte nur in der jeweiligen angesprochenen Kanalnummern der QDCs oder TDCs vorlagen, mußten dafür zunächst genaue Eichungen durchgeführt werden:

## 1. Tagger-Energieeichung

Die Energieeichung des Taggers gibt die Zuordnung zwischen der Elektronenenergie (bzw. Photonenenergie) und dem Taggerkanal auf der Taggerleiter. Die Eichung hängt von der Magnetfeldstärke im Tagger, d.h. von der Einschußenergie der Elektronen ab. Der Tagger wurde vor Beginn seiner Inbetriebnahme von den schottischen Mitarbeitern geeicht. Man kann somit heute diese Zuordnung mit einem Programm abrufen.

## 2. Tagger-Zeiteichung

Mit Hilfe eines speziellen Moduls<sup>14</sup> ist es möglich, in einem Zeitintervall von über 100 ns Start-Stop-Signale mit einer Periode von 10 ns zu erzeugen. Damit erhielt man über diesen Bereich 10 scharfe Signale im Abstand von

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>ORTEC Time Calibrator Model 462

10 ns, wodurch sowohl die Zeiteichung gewonnen, als auch die Linearität der TDCs überprüft werden konnten.

### 3. TAPS-Zeiteichung

Zur Zeiteichung der TAPS-Detektoren wird ein Laser-Referenzsystem eingesetzt, dessen Signal die TAPS-TDCs startet. Gleichzeitig dient das Laserlicht als Signal in den Detektoren, aus dem das Stoppsignal für die TDCs gebildet wird. Durch Verwendung unterschiedlich langer Verzögerungskabel (0 ns, 2.14 ns, 4.18 ns, 6.18 ns und 10.30 ns), die mittels eines Oszilloskops vermessen wurden, entstehen in den TDCs mehrere scharf getrennte Maxima, aus denen wiederum die Zeiteichung bestimmt werden kann.

#### 4. TAPS-Energieeichung

Zur Energieeichung der TAPS-Detektoren wurden nach jedem Experiment (Meßperiode) Eichmessungen mit der kosmischen Höhenstrahlung durchgeführt. Die Myonen aus der Höhenstrahlung sind minimal ionisierende Teilchen, die unabhängig von ihrer Energie ca. 6.45 MeV pro Zentimeter Wegstrecke in den  $BaF_2$ -Kristallen deponieren und entsprechend im Mittel ein Signal von 37.7 MeV "Photonenenergie" in den einzelnen Kristallen erzeugen ([Röb 91]). Als zweiter Referenzpunkt zur Energieeichung der QDC-Spektren wird das Pedestal (Fußwert) herangezogen, das dem QDC-Kanal enspricht, der den Energiewert 0 MeV hat, d.h. der dem Integral über das Rauschen ohne anliegendes Signal entspricht.

#### 5. Tagging Efficiency Messung

Die Messung der Markierungseffizienz  $T_{Eff}$  erfolgte mit einem totalabsorbierenden Photonendetektor (BGO-Detektor), der hinter dem Experiment in den Photonstrahl gefahren werden konnte. Dieser Detektor konnte nur bei sehr niedrigen Strahlströmen<sup>15</sup> benutzt werden. Er bestimmte die Koinzidenzrate  $N_{koin}$  mit dem jeweiligen Leiterkanal, d.h. die Anzahl der auf das Target laufenden energiemarkierten Photonen,  $N_{\gamma}$ . Parallel wurde die Anzahl der Elektronen,  $N_{e^-}$ , auf der Taggerleiter mittels freilaufender Zähler gemessen,  $N_{free}$ . Die Markierungseffizienz ist das Verhälnis dieser Koinzidenzrate zu der freien Rate des jeweiligen Leiterkanals:

$$\epsilon_{tag} = \frac{N_{\gamma}}{N_e} = \frac{N_{koin}}{N_{free}} \tag{3.16}$$

## 3.5 Schwierigkeiten des Experiments

Bevor wir im nächsten Kapitel auf die Datenauswertung eingehen, sollten hier die schwierigsten Punkte dieses Experiments kommentiert werden.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup>Der Strahlstrom wurde so eingestellt, daß der BGO mit einer Rate von 1kHz zählte.

## Messung bei sehr niedrigen Energien

Da der Mainzer Tagger nicht für ein Experiment bei so niedrigen Energien ( $E_{\gamma} < 180 \ MeV$ ) gebaut wurde, mußten wir bei diesem Experiment den Photonenstrahl relativ stark kollimieren, um ein definiertes Strahlprofil am Targetort zu haben. Die Folgen dieser starken Kollimation sind:

- eine kleine Markierungseffizien<br/>z (20 %), die die Luminosität des Experiments beschränkt,
- Untergrund aus der Photonenabsorption in den Kollimatoren. Etwa 80 % der produzierten Photonen wechselwirken in den Kollimatoren und produzieren einen elektromagnetischen Schauer ( $\gamma, e^{\pm}$ ). Die Elektronen und Positronen werden mit Hilfe eines Reinigungsmagneten aus der Strahlachse gelenkt. Jedoch erreichen noch Untergrundsphotonen den Experimentbereich.

Eine weitere Folge der Messung bei niedrigen Energien ist, daß nur ein Teilchen (das Photon) aus dem Endzustand das Target verlassen kannt, da das Proton zu geringe Energie hat und deshalb im Targetmaterial stecken bleibt. Diese Tatsache zwang uns, einen sehr unselektiven Trigger zu benutzen: es bedurfte nur eines Ereignisses, das in einem TAPS-Block ein Signal über der 20 MeV-Schwelle erzeugte. (Bei den meisten TAPS-Experimenten werden z.B.  $\pi^{\circ}$ -Mesonen über ihren Zerfall in zwei Photonen nachgewiesen, man verlangt also eine Koinzidenz zwischen zwei Blöcken.) Als Folge, konnte z.B. jedes Kosmik-Ereignis, das einen TAPS-Block traf, die Datenauslese starten (TAPS hat keinen Plastikschild zur Unterdrückung dieser Ereignisse).

### Kleinheit des Wirkungsquerschnitts

Da der Wirkungsquerschnitt der Comptonstreuung am Proton extrem klein ist (etwa 10 nb/sr), mußten wir verschiedene Maßnahmen treffen, um die Luminosität des Experiments zu erhöhen und damit die Meßzeit möglichst klein zu halten:

• Langes Target.

Um die Anzahl der Protonen pro Flächeneinheit zu erhöhen, wurde ein sehr langes Target (20 cm) verwendet. Als Folge hat man einen Fehler bei der Bestimmung des Streuwinkels, da wir nicht wissen können, an welchem Punkt des Targets der Prozeß stattgefunden hat.

• Hohe Strahlintensität

Der Tagger wurde mit maximaler Elektronenrate betrieben, d.h. die Strahlintensität (Anzahl der Elektronen pro Sekunde) wurde so hoch wie erlaubt eingestellt. Während des Experiments hatte man damit eine Gesamttaggerrate von  $10^8 Hz$  im Vergleich zu einer Triggerrate von  $10^2 Hz$  (wobei aus dem gesuchten Effekt lediglich eine Ereignisrate von 0.1 Hz erwartet wurde). Dadurch kommt es zu zufälligen Koinzidenzen mit TAPS-Signalen, was sich darin zeigt, daß zu einem Master-Trigger mehrere Taggerkanäle in Koinzidenz sind, d.h. die "Taggermultiplizität" wird groß.

### Konkurrenz-Prozesse

Im Energiebereich dieses Experiments gibt es am Proton folgende mit der Comptonstreuung konkurrierende Prozesse:

- $\pi^0$ -Production  $(\gamma p \longrightarrow p \pi^0)$
- $\pi^+$ -Production  $(\gamma p \longrightarrow n\pi^+)$
- Paarproduktion  $(\gamma p \longrightarrow e^+ e^- p)$
- Comptonstreuung am Elektron ( $\gamma e^- \longrightarrow \gamma e^-$ )

Im nächsten Kapitel wird gezeigt, daß die meisten dieser Prozesse gut von der Comptonstreuung trennbar sind. Nur die Paarproduktion macht besonders bei kleinen Winkeln Schwierigkeiten, da die Unterdrückung geladener Teilchen durch die den TAPS-Kristallen vorgeschalteten Vetozähler nicht perfekt ist.
# 4. Datenauswertung

Ziel des Experiments ist die Messung des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die Niederenergie–Comptonstreuung am Proton. In diesem Kapitel wird gezeigt, wie man diese Größe aus den experimentellen Rohdaten gewinnen kann.

## 4.1 Überblick über die Analyse

Die experimentelle Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnitts erfolgt durch:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\Delta E, \Delta \theta) = \frac{N_{\gamma}^{Compton}(\Delta E, \Delta \theta)}{N_{\gamma}^{ein}(\Delta E) \cdot N_T \cdot \Delta \Omega_{eff}(\Delta E, \Delta \theta)}$$
(4.1)

wobei  $N_{\gamma}^{Compton}(\Delta E, \Delta \theta)$  die Anzahl der Compton-Ereignisse im Energie- und Polarwinkelintervall  $(\Delta E, \Delta \theta)$  ist,  $N_{\gamma}^{ein}(\Delta E)$  ist die Anzahl der einlaufenden Photonen im gleichen Energiebereich,  $N_T$  bezeichnet die Anzahl der Target–Protonen pro Fläche und  $\Delta \Omega_{eff}(\Delta E, \Delta \theta)$  der effektive Raumwinkel in diesem Energie-und Winkelbereich.

Für die Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnitts muß jede der Größen auf der rechten Seite der Gleichung 4.1 unabhängig bestimmt werden. Folgende Analyseschritte werden durchgeführt:

#### 1. Eichungen

Im ersten Schritt der Analyse wird die ausgelesene Detektorinformation (Kanalzahl und -inhalt) durch Vergleich mit Referenzsignalen in physikalische Größen (Energie und Zeit) umgewandelt. (Abschnitt 4.2)

- 2. Bestimmung der Anzahl der Ereignisse aus der Comptonstreuung Dies ist der aufwendigste Teil der Analyse, er wird im Abschnitt 4.3 genauer beschrieben. Für die Bestimmung von  $N_{\gamma}^{Compton}$  muß man folgende Schritte durchführen:
  - Schauerrekonstruktion

Aus den geeichten Detektordaten wird der von einem Teilchen produzierten Schauer rekonstruiert.

• Teilchenerkennung

Mit Hilfe der Information der Veto-Detektoren und der Pulse-Shape-Analyse wird der Teilchentyp identifiziert. • Orts- und Energierekonstruktion

Die Energiebeiträge aus den einzelnen zum Cluster gehörenden Kristallen werden aufaddiert, über eine Schwerpunktanalyse der Energiebeiträge wird der Eintrittsort (Winkel) des Teilchens bestimmt.

• Prozeßerkennung und Koinzidenzanalyse

Mit der Zeit- und Energieinformation aus dem Tagger und dem TAPS-Detektor wird eine Koinzidenz- und Energiedifferenz-Analyse (Missing-Energy-Analyse) für die Compton-Streuereignisse durchgeführt. Dadurch werden andere Ereignisse unterdrückt.

#### • Reduktion des Untergrunds

Untergrundereignisse aus der Targetzelle oder anderen Konkurrenzprozessen werden substrahiert.

• Vergleich mit der Simulation

Schließlich werden die Energiedifferenzspektren mit den entsprechenden Spektren aus der Simulation verglichen. Durch die Integration der in der Amplitude angepaßten Spektren aus der Simulation wird die Anzahl der Comptonereignisse bestimmt.

#### 3. Bestimmung des Photonflusses

Die Anzahl der auf das Target treffenden Photonen wird aus der Anzahl der im Tagger nachgewiesenen Elektronen und der Tagging Efficiency bestimmt. Die Auswertung der Tagging Efficiency Messungen wird im Abschnitt 4.4 beschrieben.

4. Bestimmung der Anzahl der Protonen pro Flächeneinheit

Durch die Vermessung der Länge der Targetzelle und die Kenntnis der Targettemperatur kann man die Anzahl der Protonen pro Flächeneinheit bestimmen. Das Verfahren wird im Abschnitt 4.5 gezeigt.

#### 5. Bestimmung des effektiven Raumwinkels

Mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation wird der effektive Raumwinkel für ein Winkel-Energieintervall bestimmt. Die simulierten Spektren werden mit den experimentell gefundenen verglichen (Abschnitt 4.6).

Hat man diese Faktoren, so kann man den differentiellen Wirkungsquerschnitt für ein bestimmtes Energie-und Winkel-Intervall ( $\Delta E, \Delta \theta$ ) bestimmen (Abschnitt 4.7). Abbildung 4.1 zeigt nochmal ein Flußdiagramm zu diesen Analyseschritten.

## 4.2 Eichungen

Die Eichung der Meßdaten ist der erste Schritt zur Konstruktion physikalisch relevanter Meßgrößen aus den digitalisierten Detektorsignalen. Im Abschnitt 3.4.3



**Abbildung 4.1**: Überblick zu den Analyseschritten. Die Schauerrekonstruktion erfolgt mit dem gleichen Analyseprogramm für die simulierten und für die wirklichen experimentellen Daten.

wurde gezeigt, wie Messungen mit Referenzsignalen durchgeführt wurden, die jetzt dazu dienen, die Kanalnummerierung der QDC- und TDC-Module der Einzeldetektoren in Energie- bzw. Zeitskalen zu überführen. Jeder Einzeldetektor vom TAPS und vom Tagger muß in Energie und Zeit geeicht werden. Schließlich muß noch ein zeitlicher Abgleich zwischen dem TAPS- und dem Tagger-Detektor gemacht werden.

### 4.2.1 Tagger Eichungen

#### Tagger Energieeichung

Für jede feste Elektronen-Einschußenergie gibt die Tagger Energieeichung eine Zuordnung zwischen der Nummer des Tagger-Kanals in der Fokalebene und der Energie der detektierten Elektronen, wodurch die Energie der Photonen festgelegt ist. Hierzu steht ein Programm der Glasgow-Gruppe der A2-Kollaboration zur Vefügung, mit dem man z.B. die Eichung bei der niedrigstmöglichen Einschußenergie, 180 MeV, erhält (linkes Bild der Abbildung 4.2). Wären alle Taggerdetektoren im Einsatz, so könnte man Photonenenergien zwischen 8.6 und 167 MeV mit einer Energieauflösung zwischen 0.2 und 0.5 MeV markieren. Das rechte Bild



**Abbildung 4.2**: Links: Energieeichung des Taggers. Bei einer Einschußenergie von 180 MeV kann man Photonen zwischen 8.6 und 167 MeV energiemarkieren. Rechts: gemessenes Bremsstrahlungsspektrum nachdem die letzten Taggerkanäle ausgeschaltet waren (siehe Text). Die Intensität fällt proportional zu  $1/E_{\gamma}$  ab, die Struktur bei hohen Energien rührt von einem Wechsel der Detektorbreiten her.

der Abbildung 4.2 zeigt das gemessene Bremsstrahlungsspektrum nachdem die letzten Taggerkanälen ausgeschaltet waren (Photonenenergien zwischen 24 und 167 MeV).

#### Tagger–Zeiteichung

Das linke Bild der Abbildung 4.3 zeigt das Spektrum eines Tagger-TDCs. Man sieht Pulsersignale in Abständen von 10 ns. Durch die Bestimmung der Kanalnummern zu den einzelnen Peaks erhält man die gewünschte Zuordnung zwischen der Zeit und der Kanalnummer. Die Steigung der angepaßten Gerade liefert den sogenannten Gain-Faktor, d.h. die Anzahl der Nanosekunden pro TDC-Kanal. Bei den Tagger-TDCs liegt der Gain bei etwa 0.19 ns/Kanal. Das rechte Bild der Abbildung 4.3 zeigt den Gain als Funktion der Tagger-Detektoren.



**Abbildung 4.3**: Eichspektrum eines Taggerkanals (links) und Zeiteichung der Taggerdetektoren. Einer der Tagger-TDC-Modulen (Leiterkanäle 32-64) wurde während des Experiments gewechselt (gestrichelte Linie im rechten Spektrum).

### 4.2.2 TAPS Eichungen

#### **TAPS** Energieeichung

Nach jeder Meßperiode wurde eine Energieeichung der einzelnen  $BaF_2$ -Module mit Höhenstrahlung durchgeführt.

Die Myonen aus der Höhenstrahlung sind minimal-ionisierende Teilchen, die unabhängig von ihrer Energie ca. 6.45 MeV pro Zentimeter Wegstrecke in den  $BaF_2$ -Kristallen deponieren ([Röb 91]). Dies entspricht einem mittleren Energieverlust von 37.7 MeV in den einzelnen Kristallen. Das linke Bild der Abbildung 4.4 zeigt ein typisches Energiespektrum eines  $BaF_2$ -Moduls. Man erkennt deutlich den 'Minimum-Ionizing-Peak'. Mit Hilfe dieses Eichpunktes und des sogenannten Pe-



destals (Nullpunkt der Energie) erhält man die Energie<br/>eichung für jedes einzelne  $BaF_2$ -Modul.

**Abbildung 4.4**: Links: mit einem  $BaF_2 - Modul$  gemessenes Energiespektrum aus der Höhenstrahlung. Rechts: Ergebnis der Zeiteichung eines  $BaF_2$ -Detektors. Der Gain-Faktor beträgt etwa 37 ps/Kanal.

#### **TAPS** Zeiteichung

Die Zeiteichung der einzelnen  $BaF_2$ -Module wurde mit Hilfe eines Laser-Pulsers (Abschnitt 3.4.3) durchgeführt. Es wurden Meßreihen mit Signalverzögerungen von 0, 2.14, 4.18, 6.18 und 10.30 ns aufgenommen, was zu einer definierten Verschiebung der Peaklage in den TDC-Spektren führt. Das rechte Bild der Abbildung 4.4 zeigt die Auswertung einer derartigen Messung für ein  $BaF_2$ -Modul. Dort sieht man die Zuordnung zwischen der Zeit und der Kanalnummer des TD-Cs. Der gefundene Gain-Faktor entspricht hier 36.7 ps/Kanal.

### 4.2.3 Zeitlicher Abgleich TAPS-Tagger

Die Zeitmessungen für die beiden Systeme, Tagger und TAPS sind so miteinander verbunden (siehe Abschnitt 3.3.5), daß sich für zeitlich korrelierte Ereignisse im TAPS und Tagger (Koinzidenzbedingung) eine konstante Zeit ergibt. Solche Ereignisse erscheinen dann in einem Koinzidenzpeak. Nicht korrelierte Ereignisse sind dagegen gleichmäßig über das ganze Koinzidenzfenster (80 ns) verteilt.

Da die Zeitsignale durch unterschiedliche Kabel und TDC-Module laufen, erhält man für verschiedene Kombinationen  $BaF_2$ -Modul-Tagger-Kanal unterschiedliche Lagen der Koinzidenz-Peaks. In der Praxis werden mehrere Taggerkanäle und  $BaF_2$ -Detektoren zusammengefaßt, deshalb ist es sinnvoll, die Peaklagen der Zeitspektren so gegeneinander abzugleichen, daß die Koinzidenz-Zeit für jede Kombination bei Null liegt.

Im Idealfall sollte jede einzelne  $BaF_2$ -Taggerkanal Kombination untersucht und auf Null geschoben werden. Da es aber 319 Taggerkanäle und 384  $BaF_2$ -Detektoren (d.h. 122496 mögliche Kombinationen) gibt, ist dies so nicht durchführbar. Stattdessen wird ein iteratives Verfahren angesetzt, in dem die TAPS- und die Taggerdetektoren in verschiedenen Schritten gegeneinander verschoben werden. Der ganze Vorgang läuft in folgenden Stufen ab:

• Taggershift<sup>1</sup>

Im ersten Schritt wurden die 320 Spektren der einzelnen Tagger-Kanäle mit Hilfe einer Tagging-Efficiency-Messung aufeinander geschoben. Dies ist möglich, weil bei dieser Messung nur ein Detektor (der BGO) als Referenz benutzt wird.

• TAPSshift mit der 855 MeV Messung

Als nächstes wurden TDC-Summenspektren zwischen einem  $BaF_2$ -Detektor und allen Taggerkanälen aufgebaut:

$$T_{Sum}^{BaF_2}(i) = T^{BaF_2}(i) + \sum_{Tagger} T^{Tagg.}$$
(4.2)

Damit hatte man 384 Spektren, mit denen die TAPS-Detektoren auf Null geschoben werden können. Dies geschah mit Hilfe des Pionenpeaks der 855 MeVMessung gemacht, da in den Spektren der 180 MeV Messung kein Peak in den einzelnen Spektren zu erkennen war (zu viel Untergrund).

• Taggershift mit der 855 MeV Messung Danach wurden ähnliche Spektren wie in Gl. 4.2 für die Taggerdetektoren aufgebaut. Es wurde ein Taggerkanal gegen alle TAPS-Detektoren geschoben:

$$T_{Sum}^{Tagg.}(i) = T^{Tagg.}(i) + \sum_{TAPS} T^{BaF_2}$$
 (4.3)

Dies wurde wieder als Erstes mit der 855 MeV Messung durchgeführt.

• TAPSshift mit der 180 MeV Messung

Zum Schluß sollten die Spektren mit der 180 MeV Messung geschoben werden, um mögliche Zeitunterschiede wegen der Einschußenergie zu vermeiden. Um das zu machen, wurden als erstes TAPS-Spektren wie in der Gl. 4.2 aufgebaut, aber diesmal nur für Comptonereignisse. D.h. es wurden Histogramme nur mit den Ereignissen, die grob die Comptonkinematik erfüllen, aufgebaut. Mit dieser Energiebedingung (Energieschnitt) ließ sich viel Untergrund aus der Höhenstrahlung unterdrücken und man hatte einen Comptonpeak, den man in den TAPS-Spektren schieben konnte.

 $<sup>^1{\</sup>rm shift},$  englisch für schieben

• Taggershift mit der 180 MeV Messung Analog, aber mit den Spektren der Gleichung 4.3 wurden die Taggerspektren auf Null geschoben.

Die letzten zwei Schritte wurden mehrmals wiederholt, bis keine Änderung in den Zeitspektren mehr zu erkennen war. Darüber hinaus wurde auch jeder Run in zwei Meßperioden unterteilt und separat geschoben, um mögliches Driften der TDC-Peaks der einzelnen Detektoren zu korrigieren.

## 4.2.4 Korrekturen

#### Walk-Korrektur

Obwohl die Zeitmessungen mit Constant Fraction Diskriminatoren (CFD) durchgeführt worden sind, gibt es trotzdem eine kleine Amplitudenabhängigkeit (Energieabhängigkeit) des Zeitwerts des TDCs. Dieser Effekt wird als "walk" bezeichnet und muß korrigiert werden. Für die Durchführung der Walk-Korrektur trägt man die Koinzidenzzeit eines Photons gegen seine Energie auf. Der Effekt wird korrigiert, indem man für jeden  $BaF_2$ -Detektor (d.h. jeden CFD) eine Korrekturfunktion ermittelt, die angibt, um welchen Wert das Zeitsignal für jede gegebene Energiedeposition im Detektor korrigiert werden muß.

Da bei diesem Experiment die Photonen relativ niedrige Energien hatten (im Vergleich zu anderen TAPS-Experimenten innerhalb der A2-Kollaboration), spielt der Walk-Effekt keine große Rolle. Die Walk-Korrekturen betragen in diesem Experiment nicht mehr als 300 ps.

#### Energiekorrektur

Nach der Durchführung der TAPS-Energieeichung mit Hilfe von Höhenstrahlungsmessungen findet man, daß der Wert der invarianten Masse des Pionpeaks nicht bei dem richtigen Betrag von  $m_{\pi^0} = 134.97 \ MeV$  liegt, sondern etwas tiefer. Aus dem linken Spektrum der Abbildung 4.5 erhält man die experimentelle Peaklage  $m_{\pi^0}(exp) = 116.35 \ MeV$ . Man sollte also die gemessene Photonenenergie mit dem Faktor:

$$E_{korr} = \frac{134.97}{116.35} = 1.16 \tag{4.4}$$

korrigieren, damit der Pionpeak richtig liegt. Die Gründe für diese fehlende Energie können entweder an den Energieverlusten durch die Ränder oder hintere Seite der  $BaF_2$ -Detektoren oder an einem möglichen Unterschied zwischen einer Energieeichung mit Höhenstrahlung (Myonen) und mit Photonen liegen (die Selbstabsorption des Szintillationslichtes spielt sicher in beiden Fällen eine unterschiedliche Rolle).

Diese Korrektur wird bei den meisten TAPS-Experimenten in Mainz durchgeführt, da man am Nachweis von Pionen interessiert ist und damit eine bessere Auflösung im Invarianten-Massenspektrum der Pionen erreicht. Bei dem Comptonexperiment wurden die Missing-Energy-Spektren mit und ohne Energiekorrektur verglichen, es konnte keine Verbesserung der Energieauflösung festgestellt werden. Da der einzige Vorteil der Verwendung dieser Korrektur ästhetischer Natur ist, weil dann die Peaks im Missing-Energy-Spektrum bei Null liegen, entschlossen wir uns, hier diese Korrektur nicht zu benutzen. Damit hatten wir folgende Vorteile:

- man braucht nur einen Korrekturfaktor, um die Simulation an die Daten anzupassen. (In der Simulation wird die Schauerentwicklung nicht ganz vollständig behandelt -siehe Kapitel 4.6.2- und deshalb muß man dort eine andere Energiekorrektur bestimmen).
- wir behandeln die geladenen Teilchen so wie die Photonen (siehe Abschnitt 4.3.5).

## 4.2.5 Energie- und Zeitauflösung

Nachdem alle Eichungen und Korrekturen durchgeführt worden sind, kann man die Energie- und Zeitauflösung untersuchen. Als Maß für die erreichbare Energieauflösung des TAPS-Detektors wird die volle Halbwertsbreite (FWHM) des  $\pi^{\circ}$ -Peaks im invarianten Massenspektrum genommen. Das linke Spektrum der Abbildung 4.5 zeigt den Wert der invarianten Masse:

$$m_{\gamma\gamma}^{2} = 2E_{\gamma_{1}}E_{\gamma_{2}}(1 - \cos\phi_{\gamma_{1}\gamma_{2}}) \tag{4.5}$$

aller Koinzidenzen zwischen zwei TAPS-Blöcken. Das dunkle Spektrum wurde aus Leertargetmessungen gewonnen; dort sieht man keinen Pionen-Peak, weil der größte Teil des Untergrunds aus der Höhenstrahlung kommt. Aus dem gefundenen Peak bei der Ruhemasse des  $\pi^{\circ}$ -Mesons findet man eine Energieauflösung von  $FWHM = 11.4 \ MeV$ . Da man für die Bestimmung der invarianten Masse die Meßwerte von zwei Photonen benutzt, erhält man für ein Photon:

$$FWHM_{Compton} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot FWHM_{m_{\pi^0}} = 8.1 \ MeV \tag{4.6}$$

Das rechte Bild der Abbildung 4.5 zeigt ein TAPS-Tagger TDC-Summenspektrum nach einem Schnitt im Missing-Energy-Spektrum auf die gewünschten Comptonereignisse. Die erreichbare Zeitauflösung beträgt in diesem Fall  $FWHM = 1.42 \ ns.$ 

## 4.3 Anzahl der Ereignisse aus der Compton-Streuung

Die Ereignisse aus der Compton-Streuung müssen identifiziert und gezählt werden. Bevor man dieses Ziel erreichen kann, müssen mehrere Analyseschritte



Abbildung 4.5: Rechts: Energieauflösung aus dem Pion-Peak. Links: Zeitauflösung

durchgeführt werden: Schauerrekonstruktion, Erkennung der Teilchenart, Ortsrekonstruktion, Prozeßerkennung und Reduktion des Untergrunds. Abbildung 4.6 zeigt einen Ablaufplan, die Schritte werden in den folgenden Abschnitten einzeln erklärt.

## 4.3.1 Schauerrekonstruktion

Bei der Bearbeitung eines Ereignisses sucht das Programm als erstes nach Gruppen von Detektoren, die ein Signal lieferten<sup>2</sup>. Alle geometrisch benachbarten Detektoren, die angesprochen haben, bilden ein sogenanntes Cluster, das von der Schauerentwicklung eines Teilchens, das einen TAPS-Block getroffen hat, stammt. Die Clusterenergie wird bestimmt, indem alle individuellen Energien aufaddiert werden. Als zentraler Detektor des Clusters wird derjenige angesehen, in dem die höchste Energie deponiert wurde. Seine Zeitinformation wird als Referenzzeit des Clusters für die weiteren Auswertungen benutzt.

Je nach dem, wo die  $BaF_2$ -Module im TAPS-Block angeordnet sind, können sie 2,3,4,5 oder 6 Nachbar-Detektoren haben: die Module an den Ecken des Blocks haben 2 oder 3 Nachbarn, die an den Seiten haben 4 oder 5 und die inneren De-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Detektoren mit einer Energiedeposition größer als die CFD-Schwelle



**Abbildung 4.6**: Flußdiagramm der Analyseschritte zur Rekonstruktion der Comptonereignisse.

tektoren haben 6 Nachbarn. In der Analyse kann man mit einer Option (NMIN) eine Mindestanzahl von Nachbarn wählen, die der zentrale Detektor eines Clusters haben muß, um als solcher zugelassen zu werden. Wählt man z.B. NMIN = 6, so werden nur Cluster zugelasen, bei denen der zentrale Detektor 6 geometrische Nachbarn hat, er also nicht am Rand oder gar an einer Ecke des Blocks liegt. Man schränkt in diesem Fall die geometrische Akzeptanz ein, die Energieauflösung wird aber besser.

## 4.3.2 Erkennung der Teilchenart

Da nicht nur Photonen, sondern auch Neutronen, Elektronen, geladene Pionen und Protonen mit TAPS nachgewiesen werden können, ist eine Unterscheidung der Photonentreffer von Signalen anderer Teilchen wichtig. Deshalb soll das Analyseprogramm die Cluster im nächsten Schritt in Teilchenklassen (Clusterypen) einteilen.

Wesentlichter Teil dieser Aufgabe ist die Unterscheidung zwischen geladenen und neutralen Teilchen, wobei die ersteren hauptsächlich Elektronen sind, da bei den niedrigen Energien im hier beschriebenen Experiment kaum geladene Pionen produziert werden und die Protonen zu wenig Energie haben, um das Target zu verlassen. Die neutralen Teilchen sind hauptsächlich Photonen, da Neutronen nur bei Energien oberhalb der Pionschwelle produziert werden können. Photonen können von den langsamen Neutronen durch Messung der Flugzeit unterschieden werden.

Die Trennung zwischen geladenen und neutralen Teilchen erfolgt mit Hilfe der Veto-Detektoren (CPV). Ein Cluster wird als neutrales Teilchen definiert, wenn sowohl der CPV-Detektor vor dem zentralen Detektor des Clusters als auch die CPV-Detektoren vor den benachbarten<sup>3</sup> Detektoren nicht angesprochen haben. Da sich die Vetodetektoren bis zu 2 cm vor den  $BaF_2$ -Modulen befinden, kann es bei schrägem Einfall eines Teilchens dazu kommen, daß nicht der Vetodetektor vor dem zentralen Detektor anspricht, sondern der eines seiner Nachbarn.

Im Gegensatz zu anderen TAPS-Experimenten bei höheren Energien wird bei dieser Auswertung die PSA für die Teilchendiskriminierung nicht verwendet. Hier besteht der Hauptuntergrund aus Elektronen, deren Pulsform identisch der der Photonen ist. Die wenigen Protonen, geladenen Pionen und Neutronen können anhand von anderen Methoden (Kinematik) aussortiert werden.

### 4.3.3 Ortsrekonstruktion

Über die Bestimmung des Auftreffortes des Teilchens auf den TAPS-Block kann man den Polarwinkel des gestreuten Teilchens bestimmen. Mit diesem Parameter und der Energie kann man die restlichen kinematischen Variablen des uns interessierenden Prozesses eindeutig bestimmen.

Die Ortsbestimmung erfolgt in der Analyse durch Ermittlung des Schauerschwerpunktes. Da die Form des elektromagnetischen Schauers in einem TAPS-Block von der Frontseite aus gesehen einer Gauß-Verteilung entspricht und somit einer Exponentialfunktion folgt, erfolgt die Rekonstruktion des Auftreffortes über eine logarithmische Wichtung der jeweiligen Detektorkoordinaten mit der deponierten Energie ([Awe 92]):

$$\vec{X}_{Cluster} = \frac{\sum_{i} \omega_{i} x_{i}}{\sum_{i} \omega_{i}}$$
(4.7)

 $\operatorname{mit}$ 

$$\omega_i = max\{0, P + \log(\frac{E_i}{E_{Cluster}})\}$$
(4.8)

 $E_{Cluster}$  ist die Gesamtenergie des Clusters und P ein dimensionsloser freier Parameter. Für den Parameter P wurde 5 als optimaler Wert (unabhängig von der Energie) gefunden.

Im Rahmen der Mainzer Detektortests wurde auch die erreichbare Ortsauflösung bestimmt ([Mol 92]). Für senkrecht einfallende Photonen mit einer Energie bis zu 200 MeV ist die Ortsauflösung ( $FWHM \approx 4-5cm$ ) durch die Detektorgröße bestimmt, da der größte Teil der Energie im getroffenen Detektor deponiert wird.

 $<sup>^3,\!,\!</sup>$ Benachbarte Detektoren" sind hier und im folgenden immer alle Mitglieder des Clusters, außer dem zentralen Detektor

Bei höheren Photonenenergien nimmt die Clustergröße zu und die Ortsauflösung erreicht bei  $E_{\gamma} = 700 MeV$  in der vollen Halbwertsbreite 1.9 cm. Fallen die Photonen nicht senkrecht auf den Detektor, so sind Korrekturen vorzunehmen, die in [Röb 95] und [Hej 98] ausführlich beschrieben sind.

## 4.3.4 Prozeßerkennung

Im nächsten Analyseschritt werden die kinematischen Parameter des gefundenen Teilchens sowie die Zeitinformation und die Kenntnis der Energie des einfallenden Photons benutzt, um die Ereignisse aus der Comptonstreuung zu finden.

#### Missing Energy Analyse

Kennt man die Energie,  $E'_{\gamma}$ , und den Winkel,  $\theta$ , des gestreuten Photons, so kann man über die Compton-Kinematik die Energie des einlaufenden Photons,  $E^{TAPS}_{\gamma_o}$ , berechnen:

$$E_{\gamma_o}^{TAPS} = \frac{E_{\gamma}'}{1 - \frac{E_{\gamma}'}{M_P}(1 - \cos\theta)}$$
(4.9)

mit  $M_P = 938 MeV$ , der Masse des Protons.

Die Energie des einlaufenden Photons,  $E_{\gamma_o}^{Tagger}$ , ist aber auch über den Tagger bestimmt. Man kann daher einen Energiedifferenzwert (Missing-Energy) definieren als:

$$E_{miss} = E_{\gamma_o}^{Tagger} - E_{\gamma_o}^{TAPS} \tag{4.10}$$

Dieser Wert muß (innerhalb der Auflösung der Detektoren) für die Ereignisse aus der Comptonstreuung am Proton Null sein. In Wirklichkeit liegt er nicht exakt bei Null aufgrund der TAPS-Energieeichung (siehe Abschnitt "Energiekorrektur" im Kapitel 4.2.4 ).

#### Koinzidenzanalyse

Parallel zur Missing-Energy-Analyse kann eine Koinzidenzanalyse durchgeführt werden, die darauf beruht, daß sich die zeitlich korrelierten Ereignissen in den Zeitspektren zwischen dem Tagger und dem TAPS-Detektor in einem Koinzidenzpeak befinden, der nach Schieben der einzelnen TDC-Spektren bei Null liegt (siehe Kapitel 4.2.3).

Man kann also für jede Photon-Elektron-Kombination den Zeitwert bestimmen:

$$T_{sum} = T_{Tagger} + T_{TAPS} = T_{Photon}^{stop} - T_{Elektron}^{start}$$
(4.11)

Im Analyseprogramm geht man wie folgt vor: Zuerst wird eine Schleife über alle im TAPS nachgewiesenen Photonen ausgeführt. Für jedes Photon läuft dann eine weitere Schleife über alle im Tagger nachgewiesenen Elektronen. So werden alle möglichen Kombinationen zwischen einem Photon in TAPS und einem Elektron auf der Taggerleiter behandelt. Für jede dieser Photon-Elektron-Kombinationen werden dann der Missing-Energy-Wert  $(E_{miss})$  und der Zeitwert  $(T_{sum})$  bestimmt. Diese dienen als x- $(E_{miss})$  bzw. y-Koordinate  $(T_{sum})$  eines 2-dimensionalen Histogramms. Abbildung 4.7 zeigt ein Beispiel. Da wir am differentiellen Wirkungsquerschnitt interessiert sind, werden jeweils Ereignisse in das Spektrum eingetragen, deren einlaufendes Photon im gewünschten Energieintervall liegt  $(E_o \pm \Delta E)$  und deren auslaufendes Photon entsprechend in einen Winkelbereich  $(\theta_o \pm \Delta \theta)$  gestreut wurde. In der Abbildung 4.7 sind  $E_{\gamma} = (126 \pm 4) MeV$  und  $\theta = 133^o \pm 10^o$ .



**Abbildung 4.7**: Koinzidenz- und Missing-Energy-Analyse  $(E_{\gamma} = 126 \pm 4 \text{ MeV} \text{ und} \theta = 133^{\circ} \pm 10^{\circ}).$ 

Die Ereignisse, die der Compton-Streu-Kinematik entsprechen (Energiebedingung) liegen nahe dem Nullwert der x-Achse (in der Abbildung bei etwa 15 MeV) und diejenigen, die die Koinzidenzbedingung (Zeitbedingung) erfüllen, befinden sich beim Nullwert der y-Achse. Die "guten" Compton-Ereignisse sind dann diejenigen, die beide Bedingungen erfüllen, d.h. die Ereignisse, die nahe dem Punkt (0,0) des 2-dimensionalen Histograms liegen. In der Abbildung erkennt man, daß sich unter den Compton-Ereignissen noch Untergrundereignisse befinden, die abgezogen werden müssen.

Für die Bestimmung von  $N_{\gamma}^{Compton}$  werden folgende Schritte durchgeführt:

• Energieschnitt

Als erstes wird ein großzügiger Energieschnitt (x-Achse) um die Comptonereignisse gelegt (z.B. zwischen -75 und 75 MeV), d.h. Ereignisse, die relativ weit von der Missing-Energy 0 liegen, werden verworfen (Untergrundereignisse bei etwa 95 MeV). Die Projektion der verbleibenden Ereignisse auf die y-Achse ergibt ein Zeitspektrum, das in der Abbildung 4.8 (links) gezeigt ist. In diesem Spektrum sieht man den Koinzidenzpeak um den Nullpunkt. Der Peak steht auf einem zeitlich gleichverteilten Untergrund von zufälligen Ereignissen,die noch abgezogen werden müssen.



**Abbildung 4.8**: Zeitspektrum (links) und Missing-Energy-Spektrum (rechts) ( $E_{\gamma} = 126 \pm 4 \text{ MeV}$  und  $\theta = 133^{\circ} \pm 10^{\circ}$ ).

• Bestimmung der Zeitschnittparameter

Der Koinzidenzpeak wird durch eine Gaußfunktion angepaßt, die Schnittparameter für das Koinzidenzfenster werden auf  $\pm 2\sigma$  gesetzt. Außerhalb des Peaks werden Fenster im flachen Untergrund festgelegt. Links vom Koinzidenzpeak liegt ein großer Peak bei etwa -5 ns. Er stammt aus der Streuung von Photonen in den Kollimatoren (siehe Kapitel 4.3.5) und kann durch den Zeitschnitt abgetrennt werden.

• Zeitschnitte

Mit diesen Schnittparametern werden die Ereignisse um Null und Untergrundereignisse ausgewählt. In der Abbildung 4.8 rechts sind die Energieprojektionen dieser beiden Schnitte gezeigt.

Nach Abzug des zufälligen Untergrunds, erhält man das Missing-Energy-Spektrum der Abbildungs 4.9. Aus diesem Spektrum kann man die Anzahl der Comptonereignisse  $(N_{\gamma}^{Compton})$  durch eine einfache Integration über den Peak bestimmen oder man paßt eine geeignete Funktion an und bestimmt so die Fläche. Im Abschnitt 4.7 wird gezeigt, wie letztere Methode mit Hilfe der Responsefunktion aus der Simulation angewandt wird.



**Abbildung 4.9**: Missing-Energy-Spektrum für  $E_{\gamma} = 126 \pm 4$  MeV und  $\theta = 133^{\circ} \pm 10^{\circ}$ . Die gestrichelte Linie ist eine an dem simulierten Spektrum angepaßte Funktion.

## 4.3.5 Reduktion des Untergrunds

Bei der Bestimmung der Comptonereignisse werden hauptsächlich die folgenden Informationen verwendet: die Teilchenidentifizierung mit Hilfe der Vetodetektoren, die Kinematik (redundante Energieinformation) und die Koinzidenzanalyse (Zeitinformation). Der nach den Schnitten verbleibende Untergrund besteht aus all jenen Ereignissen, die aus anderen physikalischen Prozessen stammen, deren Energie-und Zeitinformation aber ähnlich wie bei den Ereignissen aus der Comptonstreuung ist. Untergrundereignisse, die selektiv identifiziert und verworfen werden können (z.B. die mit den Vetodetektoren identifizierten Elektronen), wurden bereits entfernt, es gibt aber auch andere, die die gleiche Signatur wie die Comptonereignisse haben und deshalb nicht als Einzelereignisse identifiziert werden können (z.B. ein Myon aus der Höhenstrahlung, das zufällig zeitrichtig mit einem Elektron im Tagger eintrifft und scheinbar die gleiche Kinematik wie die Comptonstreuung hat). Im letzteren Fall muß man ihre Anzahl über eine andere Methode abschätzen und sie dann abziehen.

Bei diesem Experiment hat man im wesentlichen die folgenden Untergrundquellen:

- Pionen

- Höhenstrahlung

- Elektronen-Paarproduktion

- Streuung an den Kollimatoren und an der Targetzelle

In den nächsten Abschnitten werden diese Prozesse diskutiert. Es wird gezeigt, wie man sie entweder unterdrücken (verwerfen) oder abziehen kann.

## Pionen

Bei Energien oberhalb der Pionschwelle  $(E_{\gamma} > 135 MeV)$  können folgende Untergrund-Prozesse stattfinden:

$$\begin{array}{c} \gamma + p \longrightarrow p + \pi^o \\ \gamma + p \longrightarrow n + \pi^+ \end{array}$$

Die geladenen Pionen zerfallen auf der kurzen Strecke zwischen Target und TAPS-Block nicht. Sie können mit den Vetodetektoren als geladene Teilchen identifiziert und verworfen werden. Dagegen zerfallen die neutralen Pionen kurz nach ihrer Entstehung ( $10^{-16}$ s) in zwei Photonen, die die TAPS-Blöcke erreichen können. Diese Photonen sind mit einem Elektron im Tagger korreliert (Koinzidenzbedingung) und können von den Photonen aus der Comptonstreuung nur über die Kinematik unterschieden werden.

Im Energiebereich dieses Experiments ( $E_{\gamma} < 165 MeV$ ) haben die Pionen einen sehr kleinen Impuls, deshalb haben die Zerfallsphotonen kleine Energien im Vergleich zu elastisch gestreuten Photonen. Im Missing-Energy-Spektrum liegen diese Ereignisse also weit rechts vom Comptonpeak (Abbildung 4.10). An diesem Beispiel sieht man, daß die Comptonereignisse gut von den Pionereignissen trennbar sind.



Abbildung 4.10: Missing-Energy-Spektrum bei hohen Energien. Man sieht der Compton-Peak bei etwa 15 MeV nebem einen großen Untergrund aus den Pionen.

#### Höhenstrahlung

Die Höhenstrahlung liefert einen sehr großen Anteil des Untergrunds bei diesem Experiment. Wegen des hier notwendigen sehr einfachen Triggers (siehe Abschnitt 3.5) wurde jedes kosmische Ereignis mit einer Energiedeposition in einem  $BaF_2$ -Modul größer als der LED-Schwelle (20 MeV) entsprechend registriert.

Die Höhenstrahlung auf der Erdoberfläche besteht hauptsächlich aus zwei Komponenten:

• eine hochenergetische (oder "harte") Komponente, die genug Energie hat, um einen TAPS-Block zu durchqueren, und • eine niederenergetische (oder "weiche") Komponente, die an den Randdetektoren eines Blocks absorbiert wird.

Es gibt natürlich auch kosmische Ereignisse, die in der Mitte des Blocks gestoppt werden oder andere, die von der Rück- oder Vorderseite eintreten, wieder andere, die eine Ecke eines Blocks durchqueren. Jedes dieser Ereignisse deponiert unterschiedlich viel Energie im Block. Deshalb ist die Untersuchung der Höhenstrahlung besonders schwierig.

Die harten kosmischen Ereignisse, die mehr als 5  $BaF_2$ -Module durchqueren, deponieren im Mittel mehr als 180 MeV in einem TAPS-Block. Da in diesem Experiment die einlaufenden getaggten Photonen eine maximale Energie von 167 MeV haben, sind solche Ereignisse im Missing-Energy-Spektrum gut von den Comptonereignissen getrennt.



Abbildung 4.11: Clusterenergie und Clustermultiplizität von Höhenstrahlungsereignissen

Um die Eigenschaften der weichen kosmischen Ereignisse zu untersuchen, wurden Höhenstrahlungsmessungen analysiert. Dabei wurde aus jedem kosmischen Ereignis die Clusterenergie und die Clustermultiplizität<sup>4</sup> in ein 2-dimensionales

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Anzahl der angesprochenen  $BaF_2$ -Module pro Cluster

Histogramm eingetragen (Abbildung 4.11). Man erkennt eine Korrelation zwischen der Clusterenergie und der Clustermultiplizität, aber man kann keine genaue Aussage über diesen Parameter machen, um die Höhenstrahlungsereignisse bei Energien unterhalb von 167 MeV eindeutig zu identifizieren.

Die gleiche Analyse wurde für verschiedene Werte von  $NMIN^5$  durchgeführt. Abbildung 4.12 zeigt die x-und y-Projektionen des vorherigen 2-dimensionalen Histogramms für drei Fälle: NMIN = 2, 3, 6. Bei NMIN = 2 können alle Detektoren des Blocks Zentraldetektor eines Clusters sein (alle Ereignisse werden zugelassen), während bei NMIN = 6 keiner der Randdetektoren Zentraldetektor eines Clusters sein darf. Im letzteren Fall werden Ereignisse, bei denen die meiste Energie in einem Randdetektor deponiert wird, unterdrückt. Die Energieinformation dieser Detektoren wird aber verwendet, wenn der zentrale Detektor des Clusters nicht Randdetekor ist.

Im rechten Bild sieht man, daß mit der Option NMIN = 6 niederenergetische Ereignisse stark unterdrückt werden können. In diesem Fall dienen die Randdetektoren als eine Art Schild vor der Höhenstrahlung. Dies ist die einzige verwendbare Maßnahme für die Unterdrückung der weichen kosmischen Ereignisse, da die Energiedeposition und Clustergröße ähnlich wie bei den Comptonereignissen sind.



**Abbildung 4.12**: Clustermultiplizität (links) und Clusterenergie (rechts) von Höhenstrahlungsereignissen mit verschiedenen NMIN-Optionen in der Analyse (siehe Text)

 $<sup>^5 \</sup>rm Kleinste$  Anzahl von geometrischen Nachbarmodulen des zentralen Clusterdetektors, siehe Abschnitt4.3.1

Durch die Verwendung der Option NMIN = 6 in der Analyse wird der effektive Raumwinkel des Detektors kleiner, aber die Energieauflösung wird viel besser, da die Energieverluste zur Seite kleiner sind.

Die Höhenstrahlungsereignisse, die nicht wegen zu hoher Energiedeposition oder über die Randdetektoren verworfen werden, können mit Hilfe der Koinzidenzbedingung (Zeitspektrum) abgezogen werden, da sie stets zufällig sind. Sie bilden also im Zeitspektrum einen gleichmässig verteilten Untergrund über das 80 ns Zeitfenster (Abbildung 4.8 links).

## Elektronen-Paarproduktion

Bei der Elektronen-Paarproduktion, die sowohl im Coulombfeld des Protons als auch in dem des Elektrons des Wasserstoffatoms stattfinden kann, wird ein Elektron-Positron Paar erzeugt. Der Wirkungsquerschnitt dieses Prozesses ist bei den hier betrachteten Polarwinkeln von der gleichen Größenordnung wie der der Comptonstreuung, die Energieverteilung der Elektronen und Positronen ist ähnlich der der elastisch gestreuten Photonen.

Die Elektronen und Positronen sind geladene Teilchen, die im Prinzip mit den Vetodetektoren identifiziert und aussortiert werden könnten. Da aber die Vetodetektoren nicht 100 % Effizienz haben (sondern nur etwa 80 %, siehe [Mat 96] und Anhang D), können Elektronen und Positronen, bei denen die Vetodetektoren nicht angesprochen haben, mit Photonen verwechselt werden und so fälschlich in das Photonenspektrum eingetragen werden. Da das Signal von Photonen, Elektronen und Positronen in den  $BaF_2$ -Modulen identisch sein kann, gibt es außer der Erkennung mit Hilfe der Vetodetektoren keine andere Möglichkeit, diese beiden Teilchensorten voneinander zu unterscheiden, auch die Pulsformanalyse kann man nicht verwenden. Man kann aber die Anzahl der Ereignisse aus der Paarproduktion mit Hilfe der Vetodetektoren bestimmen und von der Anzahl der Comptonereignisse abziehen.

Da die geladenen Teilchen überwiegend aus der Paarproduktion stammen, wurden die mit den Vetodetektoren als geladen identifizierten Teilchen untersucht und mit Rechnungen von Andrei Polonski für die Paarproduktion verglichen. Abbildung 4.13 zeigt den Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Wirkungsquerschnitten  $d^2\sigma/dEd\Omega$  als Funktion der Energie für einen Polarwinkel von  $\theta = 37^o$  und eine Photonenenergie von  $E_{\gamma} = 96~MeV$ . Die gute Übereinstimmung zwischen den Meßdaten und der Rechnung bestätigen die Annahme, daß die geladenen Teilchen weitestgehend aus der Paarproduktion stammen.

Abbildung 4.14 zeigt ein Missing-Energy-Spektrum für  $\theta = 59^{\circ}$  und  $E_{\gamma} = 108 \ MeV$ . Dort erkennt man, daß der Untergrund rechts vom Comptonpeak (oberes Bild) die gleiche Form wie das entsprechende Spektrum für geladenen Teilchen aus der Paarproduktion hat (unteres Bild). Der Normierungsfaktor zwischen beiden Spektren entspricht auch den Ergebnissen von Andrei Polonski für



**Abbildung 4.13**: Wirkungsquerschnitt der Paarproduktion als Funktion der Energie. Vergleich zwischen gemessenen Werten und den Rechnungen von Andrei Polonski

die Effizienz der Vetodetektoren (siehe Anhang D). Im Abschnitt 4.7 werden wir sehen, wie die Information aus der Paarproduktion (geladene Teilchen) verwendet wird, um diesen Untergrund zu beseitigen.

#### Streuung an den Kollimatoren

Eine weitere Untergrundquelle bei diesem Experiment war der elektromagnetische Schauer, der durch die Streuung einlaufender Photonen an den Kollimatoren produziert wurde. Die Skizze der Abbildung 4.15 veranschaulicht den Verlauf dieser Streuung für zwei Fälle: Einer der Rückwärtsblöcke (großer Polarwinkel) und einer der Vorwärtsblöcke (kleiner Winkel) wird getroffen. Im ersten Fall erreichen die Ereignisse aus den Kollimatoren die Detektoren etwa 4 ns früher als die im Target gestreuten Photonen. Diese Zeit entspricht der zweifachen Strecke zwischen Target und Block (etwa 120 cm).

Abbildung 4.16 zeigt zwei Zeitspektren aus der Leertargetmessung: Das linke Bild für einen Rückwärtswinkel ( $\theta = 155^{\circ}$ ) mit einen Peak bei etwa -4 ns und das rechte Bild für einen Vorwärtswinkel ( $\theta = 37^{\circ}$ ) mit einem Peak bei Null. Da es sich um eine Leertargetmessung handelt, ist es selbstverständlich, daß diese Ereignisse entweder aus der Targetzelle oder aus der Streuung an den Kollimatoren



**Abbildung 4.14**: Missing-Energy-Spektrum für Photonen (oben) und für mit den Vetodetektoren als geladen identifizierten Teilchen (unten) ( $\theta = 59^{\circ}$  und  $E_{\gamma} = 108 \text{ MeV}$ ).

stammen, wobei die erstere Möglichkeit ausgeschlossen ist, da dieser Effekt auch bei Messungen ohne Target auftrat. Für Rückwärtswinkel kann man diese Ereignisse von den Compton-Ereignissen mit einem geeigneten Zeitschnitt trennen. In der Abbildung 4.8 sieht man den Effekt als zwei Peaks bei einer normalen Messung mit Target. Für Vorwärtswinkel ist diese Zeittrennung nicht möglich, denn die Ereignisse aus den Kollimatoren durchlaufen etwa die gleiche Strecke wie die im Target gestreuten Photonen und es ergibt sich ein Peak bei Null.

Im Fall der Vorwärtsstreuung ist die Behandlung dieses Untergrunds extrem schwierig, da sich im Missing-Energy-Spektrum die Effekte aus der Paarproduktion und aus der Streuung in den Kollimatoren mischen. Abbildung 4.17 zeigt drei Missing-Energy-Spektren für einen kleinen Winkel,  $\theta = 37^{\circ}$ , und  $E_{\gamma} = 108 \ MeV$ . Das obere Bild zeigt das Spektrum für Photonen; dort sieht man die Ereignisse aus der Comptonstreuung nahe  $E_{miss} = 0$  neben einem großen Untergrund. Im mittleren Bild sind die als geladen nachgewiesenen Teilchen eingetragen und man erkennt die charakteristische Form der Paarproduktion. Das untere Bild kommt aus der Leertargetmessung, es zeigt die Form des Untergrunds aus der Streuung an den Kollimatoren. Der Untergrund im Photonenspektrum besteht



**Abbildung 4.15**: Skizze der Streuung an den Kollimatoren unter Rückwärtswinkel (links) und unter Vorwärtswinkel (rechts)

aus Beiträgen der unteren Spektren, d.h. geladenen Teilchen, die nicht mit den Vetodetektoren identifiziert wurden, und Photonen, die nach einer Streuung am Kollimator die Detektoren erreichen. Als Folge dieser Effekte können die Ereignisse bei kleinen Winkeln nicht ausgewertet werden, da die Unsicherheiten bei der Bestimmung des Untergrunds zu groß sind.

Im Abbildung 4.17 sieht man auch, daß der Effekt der Streuung an den Kollimatoren erst bei kleinen Energien (ab 40 MeV im Missing-Energy-Spektrum) eine Rolle spielt. Mit geeigneten Energieschnitten kann man also diesen Effekt vermindern (siehe Kapitel 4.7).

## 4.4 Bestimmung des Photonenflusses

Zur Bestimmung des absoluten Wirkungsquerschnitts ist die Normierung der Anzahl der im Experiment nachgewiesenen Comptonereignisse auf den einfallenden Photonenfluß notwendig. Der Photonenfluß, d.h. die Anzahl der markierten Photonen pro Taggerkanal ist:

$$N_{\gamma}^{Kanal} = \epsilon_{tag}^{Kanal} \cdot N_{e^-}^{Kanal} \tag{4.12}$$

Über die Tagger-Energieeichung erhält man die Anzahl der markierten Photonen pro Energieintervall:

$$N_{\gamma}(\Delta E_{\gamma}) = \epsilon_{tag}(\Delta E_{\gamma}) \cdot N_{e^{-}}(\Delta E_{\gamma})$$
(4.13)

Hier ist  $\epsilon_{tag}$  die Taggingeffizienz und  $N_{e^-}$  die Anzahl der zugehörigen, nachgewiesenen Elektronen.



**Abbildung 4.16**: Zeitspektren aus der Leertargetmessung für  $\theta = 155^{\circ}$  (links) und für  $\theta = 37^{\circ}$  (rechts)

## 4.4.1 Bestimmung von $N_{e^-}$

Die Anzahl der pro Taggerkanal nachgewiesenen Elektronen erhält man aus freilaufenden Zählern (free Scaler) für die einzelnen Taggerdetektoren. Der Inhalt dieser Zähler wurde bei diesem Experiment alle 2000 Ereignisse (x-Trigger) ausgelesen und aufsummiert.

Das Tagger-Scaler-Spektrum der Abbildung 4.18 beinhaltet die Anzahl der nachgewiesenen Elektronen pro Taggerkanal, summiert über eine ganze Meßperiode. Man bestimmt  $N_{e^-}(\Delta E_{\gamma})$  für einen Energiebereich  $\Delta E_{\gamma}$  durch die Summierung der entsprechenden Taggerkanäle.

## 4.4.2 Bestimmung von $\epsilon_{tag}$

Für die genaue Bestimmung des Photonenflusses ist die Kenntnis der Taggingeffizienz erforderlich. Wie in Abschnitt 3.4.3 schon beschrieben, wurde während des Experiments die Taggingeffizienz mit Hilfe einer P2-Ionisationskammer überwacht und auch in regelmäßigen separaten Messungen absolut bestimmt.

Bei einer Absolutmessung der Taggingeffizienz wird ein totalabsorbierender BGO-Detektor bei sehr geringem Elektronenstrom im direkten Photonenstrahl betrieben. Dieser Detektor ist in Koinzidenz mit dem Tagger geschaltet, so daß sich die



**Abbildung 4.17**: Missing-Energy-Spektren für die Vorwärtsstreuung ( $\theta = 37^{\circ}$ ). Oben: Photonen, mitte: geladene Teilchen (Paarproduktion) und unten: Leertargetmessung (Streuung an den Kollimatoren)

Taggingeffizienz aus dem Verhältnis der Anzahl koinzident gemessener Photonen zur Anzahl der frei gezählten Elektronen in einem Taggerkanal ergibt:

$$\epsilon_{eff}(Kanal_i) = \frac{N_{e^-}^{koinBGO-Tagger}(Kanal_i)}{N_{e^-}^{frei}(Kanal_i)} = \frac{N_{\gamma}(Kanal_i)}{N_{e^-}(Kanal_i)}$$
(4.14)

Abbildung 4.19 zeigt das Ergebnis für eine Taggingeffizienzmessung. Das Histogramm stellt die Taggingeffizienz als Funktion des Taggerkanals dar. Da die Taggingeffizienz eine glatte Funktion der Energie sein muß, wird eine Funktion an dieses Spektrum angepaßt, um über die statistischen Schwankungen in den einzelnen Taggerkanälen zu mitteln. In diesem Beispiel beträgt die Taggingeffizienz etwa 17%. Der Abfall der Taggingeffizienz bei den letzten Taggerkanälen wird vermutlich von der Schwelle des BGO-Detektors oder durch Aufaktivierung am Taggerausgang verursacht, d.h. es werden nicht alle niederenergetischen Photonen gezählt. Da Simulationsrechnungen von Andrei Polonski eine konstante Taggingeffizienz (bei festem Kollimator) in diesem Energiebereich vorhersagen, wird die Taggingeffizienz der ersten 200 Taggerkanäle zu den höheren Kanälen extrapoliert.



Abbildung 4.18: Zahl der nachgewiesenen Elektronen pro Taggerkanal

Der P2-Detektor mißt den gesamten Photonenenergiefluß während einer Meßperiode. Er liefert damit einen zur Anzahl der auf das Target laufenden Photonen proportionalen Meßwert. Das Verhältnis des Meßwertes aus dem P2-Detektor zur Anzahl der Taggerereignisse gibt also einen Wert, der proportional zur Taggingeffizienz ist:

$$\frac{P2}{Scaler} \propto \epsilon_{tag} \tag{4.15}$$

Mit Hilfe der Taggingeffizienzsmessungen kann man den P2/Scaler-Wert eichen und damit die Taggingeffizienz über die ganze Meßperiode bestimmen.

Abbildung 4.20 zeigt einen Vergleich zwischen dem absolut gemessenen  $\epsilon_{tag}$  und dem geeichten Verlauf des Verhältnisses P2/Scaler. Hieraus kann man eine mittlere Taggingeffizienz für jede Meßperiode bestimmen.



Abbildung 4.19: Die Taggingeffizienz als Funktion des Taggerkanals

## 4.5 Bestimmung der Targetbelegung

Für die Normierung des differentiellen Wirkungsquerschnittes ist die genaue Kenntnis der Anzahl der Targetkerne, d.h. die Anzahl der Protonen pro Fläche im Flüssigwasserstofftarget, erforderlich. Diese Anzahl ist gegeben durch:

$$N_{Target} = \frac{N_A \cdot \rho_{H_2} \cdot L_{Target}}{A_{H_2}} \tag{4.16}$$

Hier ist  $N_A = 6.023 \cdot 10^{23} Teilchen/Mol$  die Avogadrozahl,  $\rho_{H_2}$  die Dichte des flüssigen Wasserstoffs,  $L_{Target}$  die Länge des Targetmaterials und  $A_{H_2} = 1.01g/Mol$  die Molzahl von Wasserstoff.

Die Bestimmung der Dichte des flüssigen Wasserstoffs erfolgt mit Hilfe der Temperaturmessung über die Dampfdruckregelung. Mit dieser Methode und der Berücksichtigung der Bläschenbildung ([Här 92]) ist die Dichte  $\rho_{H_2} = (0.0708 \pm 0.0011) g/cm^3$  auf 1.5 % genau bekannt.



**Abbildung 4.20**: Vergleich zwischem den Taggingeffizienzmessungen und dem zeitlichen Verlauf des Verhältnisses P2/Scaler

Bei der Bestimmung der Länge des Targets muß man, da das Target keine flachen Ein- und Austrittsfenster hat, zwei Effekte berücksichtigen:

- das Strahlprofil, d.h. die Verteilung der Bremsstrahlphotonen  $N_\gamma$ auf dem Target
- die Form der Targetzelle, d.h. die Verteilung der Anzahl der Targetkerne  $N_{Target}$ . Diese wird durch die Wölbung der Targetfenster bestimmt.

Abbildung 4.21 zeigt eine Skizze des Strahlprofils und der Targetzelle um die Strahlachse. Durch die zylindrische Symmetrie kann man beide Verteilungen  $N_{\gamma}(R)$  und die Länge L(R) bzw.  $N_{Target}(r)$  als Funktion des Abstands R zur Strahlachse schreiben. Naturgemäß ist das Target in der Mitte "dicker" als am Rand des Strahls. Man muß also eine mittlere oder effektive Targetlänge bestimmen, die im Durchschnitt von den Photonen "gesehen" wird.



Abbildung 4.21: Strahlprofil und Targetzelle (Skizze)

Durch eine Monte-Carlo-Simulation wurde die Verteilung der Bremsstrahlungsphotonen als Funktion des Radius R bestimmt. Das linke Bild der Abbildung 4.22 zeigt diese Verteilung dN/dr für eine Einschußenergie von 180 MeV und einen Kollimator von 8.5 mm. Die Länge der Targetzelle wurde durch eine Messung bestimmt. Das rechte Bild zeigt als Ergebnis die Länge L(R) der Zelle als Funktion des Radius R.

Die effektive Targetlänge wird dann durch die Faltung beider Verteilungen gewonnen:

$$L_{Target}^{eff} = \frac{\int_0^R \frac{dN}{dr} \cdot D(r) \cdot dr}{\int_0^R \frac{dN}{dr} \cdot dr}$$
(4.17)

In Tabelle 4.1 sind die effektiven Targetlängen und die Anzahl der Kerne in der Zelle für die eingesetzten Kollimatoren zusammengestellt.

Kollimatordurchmesser (mm)	Eff. Targetlänge (cm)	Anzahl der Targetkerne $(10^{23} \cdot cm^{-2})$
7.0	20.51	$8.66 \pm 0.18$
8.5	20.48	$8.65 \pm 0.18$

**Tabelle 4.1**: Die effektiven Targetlängen und die Anzahl der Targetkerne pro Fläche für die zwei verwendeten Kollimatoren



**Abbildung 4.22**: Photonenverteilung (links) und Länge der Targetzelle als Funktion des Radius R

## 4.6 Bestimmung des effektiven Raumwinkels

### 4.6.1 Der effektive Raumwinkel

Zur Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnittes ist die Kenntnis des Raumwinkels des Detektorssystems,  $\Delta\Omega$ , erforderlich (siehe Gleichung 4.1).

Die Detektoren sind nicht ideal: Teilchen, die durch eine Ecke des Detektors durchlaufen oder die wenig Energie tragen, deponieren manchmal nicht genug Energie im Kristall, um ein Signal über der LED-Schwelle zu erzeugen. Diese Teilchen werden also nicht nachgewiesen. Die Detektoren haben dann eine gewisse Nachweiswahrscheinlichkeit (Effizienz)  $Eff(E_{\gamma}, \theta)$ , die vom Winkel  $\theta$  (genauer gesagt, von der relativen Position des Kristalls in einem TAPS-Block) und von der Energie  $E_{\gamma}$  des Photons abhängig ist. Man definiert einen effektiven Raumwinkel des Detektors  $\Delta\Omega_{eff}$ , der vom Polarwinkel und von der Energie des Photons abhängt:

$$\Delta\Omega_{eff}(E_{\gamma},\theta) = \Delta\Omega_{geom} \cdot Eff(E_{\gamma},\theta) \tag{4.18}$$

Da  $Eff(E_{\gamma}, \theta) \leq 1$  ist, ergibt sich  $\Delta \Omega_{eff} \leq \Delta \Omega_{geom}$ .

Der Raumwinkel kann als Funktion des Polarwinkels  $\theta$  und des Azimutwinkels  $\phi$  ausgedrückt werden:

$$\Delta\Omega_{geom}(\phi,\theta) = \Delta\phi \cdot \sin\theta \cdot \Delta\theta \tag{4.19}$$

Integriert man über  $\phi$ , so findet man den Raumwinkel als Funktion des Polarwinkels  $\theta$ :

$$\Delta\Omega_{geom}(\theta) = 2\pi \cdot \sin\theta \cdot \Delta\theta \tag{4.20}$$

Für einen konstanten Winkel  $\theta$  entspricht dieser Raumwinkel einem Ring um den Winkel  $\theta$  mit der Breite  $\Delta \theta$ .

Mit den Gleichungen 4.20 und 4.18 kann der differentielle Wirkungsquerschnitt 4.1 folgendermaßen geschrieben werden:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E_{\gamma},\theta) = \frac{N_{\gamma}^{Compton}}{N_{\gamma}^{ein} \cdot N_T \cdot 2\pi \sin \theta \cdot \Delta \theta \cdot Eff(E_{\gamma},\theta)}$$
(4.21)

oder

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E_{\gamma},\theta) = \frac{1}{2\pi\sin\theta} \cdot \left(\frac{d\sigma}{d\theta}\right)$$
(4.22)

 $\operatorname{mit}$ 

$$\frac{d\sigma}{d\theta}(E_{\gamma},\theta) = \frac{N_{\gamma}^{Compton}}{N_{\gamma}^{ein} \cdot N_T \cdot \Delta\theta_{eff}(E_{\gamma},\theta)}$$
(4.23)

hier ist  $\Delta \theta_{eff}(\theta)$  der effektive Polarwinkel. Für die Bestimmung von  $\Delta \theta_{eff}(\theta)$ muß sowohl die geometrische Anordnung der Detektoren als auch ihre Effizienz, die von der Energie und dem Polarwinkel des Detektors abhängt, bekannt sein.

Diese verschiedenen Faktoren beeinflussen in komplizierter Weise den effektiven Raumwinkel, so daß seine Bestimmung nur mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationstechniken möglich ist. Bei der Simulationsrechnung werden zuerst die experimentellen Bedingungen mit einem Softwareprogramm reproduziert (Target, Streukammer, Detektoren, usw.) und danach ähnliche Ereignisse wie beim Experiment aus dem Target erzeugt. Aus dem Verhältnis zwischen den gestarteten Ereignisse  $N_{start}(E_{\gamma}, \theta)$  und den von den Detektoren nachgewiesenen Ereignissen  $N_{detekt.}(E_{\gamma}, \theta)$  erhält man:

$$\Delta\theta_{eff}(E_{\gamma},\theta) = \frac{N_{detekt.}(E_{\gamma},\theta)}{N_{start}(E_{\gamma},\theta)}$$
(4.24)

### 4.6.2 Simulationsrechnung

Die Simulationsrechnungen wurden mit dem Programmpaket GEANT durchgeführt. GEANT wurde am CERN als eine Sammlung von Fortran-Funktionsbibliotheken entwickelt. Der Benutzer hat Subroutinen zu programmieren, die die Parameter zur Beschreibung des Experiments enthalten und eine Datenstruktur bereitzustellen, in der Teilchentrajektorien und simulierte Detektorantworten aufgezeichnet werden. Durch den Vergleich der simulierten Spektren mit den im Rahmen der Datenanalyse der Messung aufgebauten experimentellen Spektren kann man die Güte der Simulationsrechnung überprüfen. Erst wenn beide Spektrenarten übereinstimmen, kann man die Simulation für die Bestimmung des effektiven Raumwinkels verwenden. Dieser Vergleich zwischen simulierten und experimentellen Daten ermöglicht auch die Kontrolle der Wirksamkeit der einzelnen in der Datenanalyse gesetzten Schnitte.

Bei der Simulation werden folgende Schritte durchgeführt:

- Definition des Experimentaufbaus
- Erzeugung von Comptonereignissen
- Simulation der Teilchenspuren und der Wechselwirkung mit den Detektoren
- Archivierung der Information aus der Simulation

Nach der Simulation werden die simulierten Daten ausgewertet und mit den Daten aus dem Experiment verglichen. In diesem Abschnitt werden zunächst die Simulationsschritte beschrieben.

## Definition des Experiments

An erster Stelle müssen alle Elemente des Experimentaufbaus definiert werden. Dazu gehören:

- die  $BaF_2$ -und die Vetodetektoren mit ihren Volumina und Materialien
- die TAPS-Blöcke mit ihren Aluminiumhalterungen
- die Streukammer und die Strahlrohre
- die Targetzelle aus Kapton gefüllt mit flüssigem Wasserstoff

Die  $BaF_2$ -Detektoren werden zu TAPS-Blöcken, bestehend aus einer Matrix aus 8 x 8 Detektoren zusammengefaßt und die Blöcke werden zum Gesamtaufbau wie in der Messung angeordnet. Die Streukammer und das Target stehen im Zentrum des Gesamtdetektors. Abbildung 3.9 zeigt den Aufbau des Experiments, wie er für die Simulation definiert wurde. Das ganze System bildet ein virtuelles Detektorsystem, das eine möglichst exakte geometrische Nachbildung des Experiments darstellt.

## Der Ereignisgenerator

Bei der Simulation will man die Eigenschaften der Detektoren bestimmen, indem man die experimentellen Bedingungen mit einem Programm nachbildet. Nach der Definition des Experimentaufbaus müssen nun dem Experiment ähnliche Ereignisse erzeugt werden.

In unserem Fall will man Comptonereignisse erzeugen, d.h. Photonen, die die Comptonkinematik erfüllen. Beim Experiment können diese Ereignisse in jedem vom Strahl getroffenen Targetpunkt entstehen, deshalb soll in der Simulation als erstes der Vertex innerhalb des Targets erwürfelt werden. In Strahlrichtung (z-Koordinate) sollen die Vertizes homogen verteilt sein, während in xy-Richtung



Gaußsche Verteilungen um die Targetachse angenommen werden (linkes Bild der Abbildung 4.23).

**Abbildung 4.23**: Links: Gaußsche Verteilung der xy-Kordinaten der Vertizes. Rechts: Die Startverteilung als Funktion der Energie und des Polarwinkels

Aus dem erwürfelten Vertex werden dann Photonen mit einer Energie  $E'_{\gamma}$  und einem Winkel  $\theta$  emittiert. Für die Energie wurde eine homogene und für den Polarwinkel eine isotrope Verteilung angenommen, d.h. in jedes Raumwinkelelement  $d\Omega$  wird die gleiche Anzahl von Ereignissen emittiert. Abbildung 4.23 zeigt ein zweidimensionales Spektrum mit der Startverteilung als Funktion der Energie und des Polarwinkels.

Aus diesen kinematischen Variablen kann man über die Comptonkinematik die Energie  $E_{\gamma}$  des imaginären, einlaufenden Photons bestimmen. Mit Hilfe der Energieeichung des Taggers ist damit auch der dazugehörige Taggerkanal festlegt. Man hat also folgende Startparameter für jedes Ereignis: Vertexkoordinaten (x,y,z), einlaufende Energie  $E_{\gamma}$  (und Taggerkanal), Energie  $E'_{\gamma}$  und Polarwinkel  $\theta$  des gestreuten Photons.

#### Simulation der Teilchenspuren (tracking)

Nachdem der Ereignisgenerator die Startparameter des Photons festgelegt hat, startet das Photon seine Spur aus dem Vertex innerhalb des Targets mit einer Energie  $E'_{\gamma}$  und einer von den Winkeln  $\theta$  und  $\phi$  festgelegten Richtung. Das Si-

mulationsprogramm verfolgt dann die Spur des Teilchens, indem es schrittweise die Wahrscheinlichkeit einer Wechselwirkung des Teilchens mit den verschiedenen Medien auf seinem Weg bis zum Nachweis in den Detektoren berechnet. Dazu sind alle Wechselwirkungsarten der Teilchen mit Materie quantitativ durch ihre Wirkungsquerschnitte zu berücksichtigen. Alle dazu notwendige Daten sind im Programmpaket GEANT enthalten.

Die Energiedeposition und Richtungsänderung im Targetmaterial, in der Streukammer sowie in den Detektoren selbst wird ermittelt, bis schließlich die Energie eines Teilchens einen Grenzwert von typischerweise 100 keV unterschreitet. Die Restenergie wird dann demjenigen Medium zugeordnet, in dem sich das Teilchen zu diesem Zeitpunkt befindet.

### Information aus der Simulation

Die Information aus der Simulation wird in der gleichen Datenstruktur wie die Meßdaten archiviert. Dies hat den großen Vorteil, daß die simulierten Daten mit den gleichen Programmen wie die wirklichen Meßdaten analysiert werden können.

Aus jedem simulierten Ereignis wird folgende Information gespeichert:

- Startparameter: Teilchentyp, Vertexkoordinaten und kinematische Variablen (Energie und Winkel)
- Energiedeposition in den einzelnen Detektoren

Das Zeitverhalten der Detektoren in Bezug auf den Tagger und die Pulsformanalyse für die Teilchenidentifizierung können durch die Simulation nicht erfaßt werden.

## Durchführung der Simulation

Insgesammt wurden 10 Millionen Comptonereignisse auf einem DEC-Alpha-Rechner simuliert. Das entspricht mindestens 15 mal mehr simulierten Comptonereignissen als während des Experiments auftraten. Damit ist gewährleistet, daß der statistische Fehler der Simulation deutlich kleiner als der der Meßdaten ist.

## 4.6.3 Analyse der simulierten Daten

Die Rekonstruktion der kinematischen Variablen bei den simulierten Daten erfolgt ebenso wie bei der Analyse der Meßdaten. Aus der deponierten Energie in den Detektoren kann die Cluster-Routine die Position im TAPS-Block und damit den Polarwinkel und auch die Energie des gestreuten Photons rekonstruieren. Abbildung 4.24 zeigt einen Vergleich von emittiertem zu rekonstruiertem Polarwinkeln. Das rechte Bild zeigt die Winkelverteilung für Photonen, die einem Winkel von  $\theta = 85^{\circ} \pm 10^{\circ}$  zugeordnet wurden.



**Abbildung 4.24**: Vergleich von emittierten zu rekonstruierten Polarwinkeln von Photonen. Rechts: Winkelverteilung für Photonen die einem Winkel von 85° zugeschrieben wurden.

Durch Benutzung der Comptonkinematik kann man dann die Energie des einlaufenden Photons bestimmen. Man kann also den Missing-Energy-Wert definieren:

$$E_{miss}^{Sim} = E_{\gamma}^{Start} - E_{\gamma}^{Taps-Rek} \tag{4.25}$$

und ihn mit dem entsprechenden Missing-Energy-Wert (Gl. 4.10) aus den experimentellen Daten vergleichen. Abbildung 4.25 zeigt einen solchen Vergleich. Die gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment zeigt, daß die Simulation das Experiment sehr gut beschreibt und die Annahmen in der Simulation über die Wechselwirkungen der Photonen mit den Materialien und Detektoren richtig sind. Die Form des Missing-Energy-Spektrums stellt die Antwort-Funktion (Response Function) des Target-Detektorsystems dar, d.h. sie ist eine Eigenschaft dieses Systems. Die Response-Funktion kann durch Anpassung einer Funktion parametrisiert werden. Zu diesem Zweck wird eine Funktion  $F(x; p_1, p_2, p_3, p_4)$ gewählt, bestehend aus einer Gaußfunktion und einer Exponentialfunktion, die den Abfall beschreibt:

$$F(x) = \begin{cases} p_4 \cdot (f_{gauss}(x) + f_{tale}(x)) & x \ge p_1 + 0.2\\ p_4 \cdot f_{gauss}(x) & x < p_1 + 0.2 \end{cases}$$
(4.26)

 $\operatorname{mit}$ 

$$f_{gauss}(x) = exp(\frac{-(x-p_1)^2}{2 \cdot p_2^2})$$
(4.27)

$$f_{tale}(x) = exp(\frac{-(x-p_1)}{p_3}) \cdot (1 - f_{gauss})$$
(4.28)


Abbildung 4.25: Vergleich zwischen simulierten und experimentellen Daten. Die Punkten mit Fehlerbalken sind aus dem Experiment, die gestrichelte Linie ist aus der Simulation und die durchgezogene Linie ist die angepaßte Funktion.

Die Fit-Parameter haben folgende Bedeutung:

- $p_1$ : Mittelwert der Gaußchen Verteilung
- $p_2$ :  $\sigma$  der Gaußschen Verteilung
- $p_3$ : exponentieller Abfall
- $p_4$ : Höhe der Verteilung

D.h. die Form der Response-Funktion wird durch die Parameter  $p_2$  und  $p_3$  definiert, während die Fläche der Verteilung zusätzlich durch den Parameter  $p_4$  bestimmt wird. Im Abschnitt 4.7 werden wir zeigen, wie wir die Kenntnis der Response-Funktion für die Bestimmung der Wirkungsquerschnitte verwenden können.

#### Bestimmung des effektiven Raumwinkels

Abbildung 4.25 zeigt das simulierte Missing-Energy-Spektrum für einen bestimmten Energie- und Winkelbereich:  $\Delta E$  und  $\Delta \theta$ . Die Anzahl der bei der Simulation ,,<br/>nachgewiesenen" Comptonereignisse,  $N_{detec}^{Sim-Comp}(\Delta E, \Delta \theta)$ ist das Integral über diese<br/>s Spektrum. Aus dem Verhältnis zwischen dieser Anzahl und der Anzahl der in diesem Energie- und Winkelbereich gestarteten Ereignisse  $N_{start}^{Sim-Comp}(\Delta E, \Delta \theta)$ erhält man den gesuchten effektiven Raumwinkel:

$$\theta_{eff}(\Delta E, \Delta \theta) = \frac{N_{detec}^{Sim-Comp}(\Delta E, \Delta \theta)}{N_{start}^{Sim-Comp}(\Delta E, \Delta \theta)}$$
(4.29)

$$\Omega_{eff} = 2\pi \cdot \sin \theta \cdot \theta_{eff} \tag{4.30}$$

Das linke Bild der Abbildung 4.26 zeigt den effektiven Raumwinkel als Funktion der Energie für einen bestimmten Polarwinkel  $\theta = 133^{\circ} \pm 10^{\circ}$ .



**Abbildung 4.26**: Links: Der effektive Raumwinkel als Funktion der Energie für  $\theta = 133^{\circ}$ . Rechts: Der  $p_1$ -Parameter als Funktion des Energiepunkts (Erklärung siehe Abschnit 4.6.3).

### 4.7 Bestimmung der Wirkungsquerschnitte

Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\Delta E, \Delta \theta) = \frac{1}{2\pi \cdot \sin \theta} \cdot \left(\frac{d\sigma}{d\theta}\right)$$
(4.31)

mit,

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \frac{N_{\gamma}^{Compton}}{N_{\gamma}^{in} \cdot N_T \cdot \Delta\theta_{eff}(\theta)}$$
(4.32)

Die Bestimmung der Normierungsfaktoren  $N_{\gamma}^{in}$ ,  $N_T$ , und  $\Delta \Omega_{eff}$  wurde in den vorhergehendenen Abschnitten beschrieben. Um die Anzahl der Comptonereignisse

 $N_{\gamma}^{Compton}$ zu finden, muß das Missing-Energy-Spektrum (siehe Abbildung 4.25) für jedes Energie- und Winkelintervall integriert werden. Man kann aber auch die Information aus der simulierten Response-Funktion verwenden, nachdem sie an das Missing-Energy-Spektrum angepaßt wurde. Die Anzahl der Comptonereignisse entspricht dann dem Integral dieser Funktion.

Zur Bestimmung der Anzahl der Comptonereignisse in einem bestimmten Energie und Winkelintervall ( $\Delta E, \Delta \theta$ ) werden also folgende Schritte durchgeführt:

- 1. Aus der Simulation wird die Response-Funktion bestimmt. Diese wird durch 4 Fit-Parameter beschrieben, wobei zwei davon  $(p_2 \text{ und } p_3)$  die Information über die Form der Funktion tragen.
- 2. In einem ersten Iterationsschritt wird die Response-Funktion an das experimentelle Missing-Energy-Spektrum angepaßt mit  $p_1$  und  $p_4$  als freien Parametern, d.h. die Form der Funktion wird festgehalten, man läßt nur die Höhe und den Mittelwert (Schwerpunkt oder Peakposition) der Funktion variieren.
- 3. Da die Peaklagen eine glatte Funktion der Energie sein müssen, wird die Energieabhängigkeit dieser Parameter durch eine Gerade angepaßt. Das rechte Bild der Abbildung 4.26 zeigt den Parameter  $p_1$  als Funktion der Energie und die angepaßte Funktion.
- 4. Im zweiten Iterationsschritt wird die Anpassung an das experimentelle Missing-Energy-Spektrum nur mit der Höhe des Peaks als freiem Parameter durchgeführt.
- 5. Die Anzahl der Comptonereignisse wird dann durch die Integration der angepaßten Funktion bestimmt. Der statistische Fehler dieses Wertes ist durch den Fit-Fehler des  $p_4$ -Parameters gegeben.

Abbildung 4.27 zeigt zwei Beispiele von Missing-Energy-Spektren jeweils mit der angepaßten Funktion.

Bei manchen Energie- und Winkelintervallen muß noch der Untergrund aus der Targetzelle und aus der Paarproduktion berücksichtigt werden. In den folgenden Abschnitten werden diese zwei Fälle behandelt.

#### Leertargetmessung

Durch die Analyse der Leertargetmessung wird die Anzahl der Ereignisse aus Reaktionen in den Targetfenstern und durch Strahlhalo bestimmt (Streuung in den Kollimatoren). Dafür werden die gleichen Missing-Energy-Spektren wie bei der Analyse der Produktionsdaten ausgewertet. Der Effekt hängt von Energie und Winkel ab und kann durch geeignete Energieschnitte (siehe Abschnitt 4.3.4) vermindert werden. Das untere Bild der Abbildung 4.17 zeigt ein solches Spektrum der Leertargetmessung. Dort sieht man, daß unterhalb von 35 MeV im Missing-Energy-Spektrum der Effekt sehr klein ist. Um diesen Effekt zu berücksichtigen,



**Abbildung 4.27**: Beispiele von Missing-Energy-Spektren für  $\theta = 133^{\circ}$ ,  $E_{\gamma} = 89$  MeV (links) und für  $\theta = 155^{\circ}$ ,  $E_{\gamma} = 134$  MeV (rechts).

wird der Mittelwert des Spektrums bestimmt und der auf den Photonenfluß der Messung am vollen Target normierte Wert vom Missing-Energy-Spektrum der Comptonereignisse substrahiert.

#### Paarproduktion

Bei Winkeln unterhalb etwa 110° gibt es einen zusätzlichen Untergrund aus der Elektronen-Paarproduktion. Die Elektronen und Positronen, die nicht mit den Vetodetektoren als geladene Teilchen identifiziert werden, treten als Untergrund im Missing-Energy-Spektrum der Comptonereignisse auf. Dieser Effekt wurde schon im Kapitel 4.3.5 diskutiert. Hier soll gezeigt werden, wie dieser Untergrund berücksichtigt werden kann.

Die Abbildung 4.28 zeigt ein Beispiel für  $E_{\gamma} = 89 \ MeV$  und  $\theta = 59^{\circ}$ . Im linken Bild ist das Missing-Energy-Spektrum für Photonen aufgetragen; dort sieht man den Comptonpeak (links) und den Untergrund aus der Paarproduktion (rechts). Das rechte Bild zeigt das Missing-Energy-Spektrum für die gleichen Energie- und Winkelbereiche, aber für die als geladen identifizierten Teilchen.

Zur Behandlung dieses Untergrunds werden folgenden Schritte durchgeführt:

- 1. Aus der Simulation werden die Fit-Parameter der Response-Funktion bestimmt.
- 2. Dann wird das Spektrum der geladenen Teilchen mit einem Polynom dritten Grades angepaßt (siehe Abb. 4.28).



**Abbildung 4.28**: Missing Energy für Photonen (links) und für geladene Teilchen (rechts) ( $E_{\gamma} = 89 \text{ MeV}$  und  $\theta = 59^{\circ}$ ) mit der angepaßten Funktion.

- 3. Schließlich wird die Summe aus der Response-Funktion und dem Untergrund-Polynom an das Missing-Energy-Spektrum angepaßt. Bei der Anpassung werden die Fit-Parameter der Simulation und des Spektrums der geladenen Teilchen benutzt und nur zwei Normierungsparameter (einer für jede Funktion) freigelassen. Abbildung 4.29 zeigt die Anpassung der Funktion an das experimentelle Spektrum für zwei Beispiele ( $\theta = 59^{\circ}$  und  $\theta = 85^{\circ}$ )
- 4. Mit dem so angepaßten Normierungs-Parameter  $p_4$  kann man die Response-Funktion integrieren und erhält so die Anzahl der Comptonereignisse.

#### Differentielle Wirkungsquerschnitte

Nachdem alle Untergründe abgezogen sind kann man die Anzahl der Comptonereignisse bestimmen. Mit den anderen Normierungsfaktoren und unter Verwendung der Gleichungen 4.31 und 4.32 bestimmt man den differentiellen Wirkungsquerschnitt.

Für ein typisches Beispiel erhält man folgende Werte:

Winkelintervall:	$\Delta \theta = 155^o \pm 10^o$
Energieintervall:	$\Delta E = 117 \pm 4 \ MeV$
Targetkerne:	$N_T = 8.672 \cdot 10^{23} \ 1/cm^2$
Einl. Photonen:	$N^i_{\gamma} = 8.32 \cdot 10^{10}$
Eff. Raumwinkel:	$\Delta \dot{\theta}_{eff} = 0.1937 \ ster$
Comptonereignisse:	$N_{\gamma}^{Compton} = 314$



Abbildung 4.29: Missing-Energy-Spektren mit den angepaßten Funktionen.

Wirkungsquerschnitt:  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = 24.44 \ nbarn/ster$ 

In diesem Beispiel wurde eine Meßperiode von etwa 90 Stunden Strahlzeit ausgewertet, 314 Comptonereignisse wurden in diesem Energie und Winkelbereich gefunden. Ein einziger  $BaF_2$ -Detektor hatte während dieser Meßperiode etwa 16 Comptonereignisse nachgewiesen. Bei diesem Beispiel sieht man, wie wichtig es ist, jeden kleinen Effekt zu berücksichtigen, da ein sehr kleiner Wirkungsquerschnitt zu bestimmen ist.

Insgesamt wurden 65 ( $\Delta E$ ,  $\Delta \theta$ )-Intervalle (5 Polarwinkel und 13 Energiepunkte) unabhängig für jede Meßperiode ausgewertet. Von den Meßperioden der Tabelle 3.8 wurden Run2 und Run3 komplett ausgewertet, während Run1 und Run4 zu Eichungen und Testzwecken genutzt wurden. Die Abbildungen 4.30 und 4.31 zeigen zwei Beispiele der Ergebnisse für diese zwei Meßperioden. In Abb. 4.30 ist der Wirkungsquerschnitt als Funktion der Photonenenergie für einen festen Polarwinkel aufgetragen und in Abb. 4.31 ist die Winkelverteilung des Wirkungsquerschnittes für feste Photonenenergie dargestellt. Die durchgezogene Kurve stammt aus der Dispersionsrechnung von A. L'vov mit  $\bar{\alpha} = 12.1$  und  $\bar{\beta} = 2.1$ .

#### "Winkelkorrektur" des Wirkungsquerschnittes

Aufgrund des bei diesem Experiment verwendeten langen Targets  $(20 \ cm)$  wird der Polarwinkel mit einer sehr großen Unsicherheit bestimmt, denn alle Winkel



**Abbildung 4.30**: Wirkungsquerschnitt als Funktion der Photonenenergie für  $\theta_{Lab} = 85^{\circ} \pm 10^{\circ}$  (Run2 und Run3).

werden so bestimmt, als ob die Teilchen vom Targetmittelpunkt kämen, egal an welchem Ort des Targets die Wechselwirkung tatsächlich stattgefunden hat. Andererseits werden bei der Analyse relativ große Polarwinkelintervalle gewählt  $(\Delta \theta = 20^{\circ})$ , um ausreichende Genauigkeit für ein Intervall zu erhalten.

Aus dem rechten Bild der Abbildung 4.24 sieht man zum Beispiel, daß bei der Zuordnung zum Winkel  $\theta = 85^{o} \pm 10^{o}$  gestartete Winkel zwischen etwa 67<sup>o</sup> und 105<sup>o</sup> beitragen.

Die gewonnenen Wirkungsquerschnitte sind also mit diesen Winkelverteilungen gefaltet. Um die experimentellen Daten mit den theoretischen Werten zu vergleichen, müssen die experimentellen Daten entfaltet werden. Ein Korrekturfaktor wird wie folg bestimmt: Man bestimmt einen mittleren theoretischen Wirkungsquerchnitt  $\overline{\sigma}_{Th}(\theta_0)$  über die zu dem Winkel  $\theta_0$  gehörende Winkelverteilung. Ist  $\sigma_{Th}(\theta_0)$  der Wert des theoretischen Wirkungsquerschnitts beim Winkel  $\theta_0$ , so gilt:

$$\frac{\sigma_{Th}(\theta_0)}{\overline{\sigma}_{Th}(\theta_0)} = \frac{\sigma_{Exp}^{K\,orr}(\sigma_0)}{\overline{\sigma}_{Exp}(\theta_0)} \tag{4.33}$$

hier ist  $\overline{\sigma}_{Exp}(\theta_0)$  der gemessene Wirkungsquerschnitt für  $\theta_0$  und  $\sigma_{Exp}^{Korr}(\theta_0)$  der gewünschte entfaltete Wirkungsquerschnitte. Aus 4.33 hat man:

$$\sigma_{Exp}^{Korr}(\theta_0) = \overline{\sigma}_{Exp}(\theta_0) \cdot \frac{\sigma_{Th}(\theta_0)}{\overline{\sigma}_{Th}(\theta_0)} = \overline{\sigma}_{Exp}(\theta_0) \cdot \mathcal{F}(\theta_0)$$
(4.34)

Der Faktor  $\mathcal{F}$  wurde anhand der Rechnungen von A. L'vov und der entsprechenden Winkelakzeptanzen für jeden Energie- und Winkelbereich bestimmt, die Wirkungsquerschnitte wurden damit korrigiert. Diese Korrekturen lagen zwischen 1 % und 3%.



**Abbildung 4.31**: Wirkungsquerschnitt als Funktion des Laborwinkels für  $E_{\gamma} = 100 \pm 4MeV$  (Run2 und Run3)

### 4.8 Fehlerrechnung

#### 4.8.1 Statistische Fehler

Die statistischen Fehler der Wirkungsquerschnitte haben zwei Ursachen. Die eine ist der reine statistische Fehler, der durch die Poissonstatistik und Fehlerfortpflanzung gegeben ist. Da die Zahl der Compton-Ereignisse schließlich durch einen Fit der Responsefunktion und einer Untergrundfunktion an ein Missing-Energy-Spektrum erhalten wird, ist der endgültige Fehler durch den Fit-Fehler des entsprechenden Koeffizienten gegeben. Dieser Fehler liegt zwischen 4 % und 12 % .

Eine weitere Fehlerquelle ist durch die Unsicherheiten in der Analyseeffizienz gegeben. Er ergibt sich durch die Wahl der Energie- und Zeitschnitte und läßt sich durch Variieren der Analyseschnitte abschätzen. Durch diese Variationen schwanken die Wirkungsquerschnitte im Mittel um etwa 3 %. Dies ist eigentlich ein systematischer Fehler, der aber statistischen Charakter hat. Wir haben ihn deshalb quadratisch zu dem reinen statistischen Fehler addiert, was zu einem geringfügig größeren "statistischen" Fehler von 5 % bis 13 % führt (siehe Abbildung 4.32).

#### 4.8.2 Systematische Fehler

Der systematische Gesamtfehler setzt sich aus mehreren unabhängigen Faktoren zusammen:



**Abbildung 4.32**: Statistischer Fehler aller Me $\beta$ punkte. Die Linien trennen die verschiedenen Winkelbereiche.

#### • Anzahl der Targetkerne

Der Fehler in der Bestimmung der Protonenzahl in der Targetzelle wird durch den Fehler in der Bestimmung der Dichte des flüssigen Wasserstoffs (etwa 1.5 %) und den Fehler in der Vermessung der Targetzelle (ewa 1.4 %) bestimmt. Man erhält einen relativen Fehler von:

$$\frac{\Delta N_T}{N_T} = 2.1 \%$$
 (4.35)

#### • Zahl der einlaufenden Photonen

Der Photonenfluß wurde aus den Zählraten der Taggerdetektoren und der integralen Photonenflußmessung durch die Ionisationskammer (P2) ermittelt. Die Eichung des P2-Detektors wurde mit Hilfe der Tagging-Effizienz-Messungen durchgeführt. Der Fehler bei der Bestimmung des Photonenflusses wird vom systematischen Fehler in der Eichung der Ionisationskammer dominiert und auf

$$\frac{\Delta N^i_{\gamma}}{N^i_{\gamma}} = 2.0 \% \tag{4.36}$$

abgeschätzt.

#### • Effektiver Raumwinkel (Nachweiswahrscheinlichkeit)

Der Fehler in der Bestimmung des effektiven Raumwinkels wird durch Ungenauigkeiten in der Simulationsrechnung gegeben. Die Simulation berücksichtigt nicht das Zeitverhalten der Detektoren (Koinzidenzanalyse) sowie die Teilchenidentifizierung mit Hilfe der Veto-Detektoren oder der Pulsformanalyse. Der Fehler bei der Vermessung der Geometrie oder der Fehler in den Wechselwirkungsprozessen in GEANT tragen ebenfals bei. Der resultierende Fehler wird abgeschätzt zu:

$$\frac{\Delta\theta_{eff}}{\theta_{eff}} = 5.0 \% \tag{4.37}$$

#### • Gesamtfehler

Durch die quadratische Addition dieser Einzelbeiträge ergibt sich als systematischer Gesamtfehler ein Wert von 5.7~%. Es wird daher eine obere Grenze von 6~% als wahrscheinlicher systematischer Fehler angenommen.

## 5. Ergebnisse

Dieses Kapitel beschreibt die Ergebnisse der Analyse des Experiments zur Niederenergie-Comptonstreuung am Proton. Im ersten Abschnitt werden die differentiellen Wirkungsquerschnitte sowohl mit älteren Meßdaten als auch mit der Rechnung von A. L'vov verglichen. Im zweiten Teil des Kapitels wird gezeigt, wie man aus den Wirkungsquerschnitten die Polarisierbarkeiten des Protons bestimmt. Eine Diskussion der Resultate beschließt dieses Kapitel.

### 5.1 Differentielle Wirkungquerschnitte

Der differentielle Wirkungsquerschnitt der Comptonstreuung am Proton ist die physikalische Größe, aus der man die Polarisierbarkeiten des Protons bestimmen kann. Im letzten Kapitel wurde erläutert, wie man die differentiellen Wirkungsquerschnitte aus den physikalischen Meßgrößen bestimmt. In diesem Abschnitt werden die differentiellen Wirkungsquerschnitte im Laborsystem zum einen als Polarwinkelverteilung bei fest vorgegebener Photonenenergie und zum anderen bei fest vorgegebenem Laborwinkel als Funktion der Energie des einlaufenden Photons gezeigt. Die Werte der Wirkungsquerschnitte sind im Anhang A dieser Arbeit tabelliert als statistisch unabhängige Ergebnisse aus den zwei ausgewerteten Meßperioden (Run2 und Run3) und deren gewichtetes Mittel.

#### Energie- und Winkelintervalle

Das Ziel dieses Experiments war die Messung des differentiellen Wirkungsquerschnittes in einem großen Energie- und Polarwinkelbereich. Bei dem Experiment wurde bei Photonenenergien zwischen 24 und 167 MeV und bei Polarwinkeln zwischen 27° und 165° gemessen. Da sich aber bei kleinen Winkeln die Untergrundeffekte aus der Paarproduktion und der Streuung an den Kollimatoren überlagern, wurden diese Daten nicht endgültig analysiert, da sie mit zu großen Unsicherheiten behaftet sind. Auch bei kleinen Photonenenergien traten Untergründe auf, die die Auswertung zu unzuverlässig machten.

Tabelle 5.1 zeigt eine Zusammenfassung der Energie- und Winkelbereiche, in denen die Wirkungsquerschnitte zuverlässig bestimmt werden konnten.

#### Zusammenstellung der Ergebnisse

Die gewichteten Mittel der Energie- und Winkelverteilungen der Wirkungsquerschnitte werden im folgenden stets als offene Quadrate dargestellt. Gezeigt werden nur die statistischen Fehler.

	Bereich	Punkte	Intervalle
Polarwinkel $\theta$	49°-165°	5	20°
Photon energie $E_{\gamma}$	54-167 MeV	13	6-10 MeV

**Tabelle 5.1**: Ausgewertete Energie- und Polarwinkelbereiche.

In Abbildung 5.1 sind die differentiellen Wirkungsquerschnitte für verschiedene Laborwinkel als Funktion der Photoneneinschußenergie dargestellt. Dabei sind jeweils 20 Taggerkanäle zusammengefaßt, so daß jedem Punkt eine Energiebreite von 6 bis 10 MeV entspricht. Gemeinsam mit den Ergebnissen dieses Experiments sind zum Vergleich Ergebnisse älterer Experimente von Goldanski ([Gol 60]), Federspiel ([Fed 91]), Hallin([Hal 93]) und MacGibbon ([Mac 95]) und die Dispersionsrechnung von A. L'vov ([L'vo 81]) mit  $\bar{\alpha} = 12.1$  und  $\bar{\beta} = 2.1$  gezeigt.

Die Abbildungen 5.2, 5.3 und 5.4 zeigen entsprechend die Winkelverteilungen für verschiedene Photonenenergien. Hier sind die Meßwerte jeweils über 20 Winkelgrade gemittelt.



**Abbildung 5.1**: Differentielle Wirkungsquerschnitte als Funktion der Photoneneinschußenergie für verschiedene Polarwinkel im Laborsystem verglichen mit älteren Experimenten und der Dispersionsrechnung von A. L'vov ( $\bar{\alpha} = 12.1$  und  $\bar{\beta} = 2.1$ ).



**Abbildung 5.2**: Differentielle Wirkungsquerschnitte als Funktion des Polarwinkels für verschiedene Photoneneinschußenergien im Vergleich zu älteren Experimenten und der Dispersionsrechnung von A. L'vov ( $\bar{\alpha} = 12.1$  und  $\bar{\beta} = 2.1$ )



**Abbildung 5.3**: Differentielle Wirkungsquerschnitte als Funktion des Polarwinkels für verschiedene Photoneneinschußenergien im Vergleich zu älteren Experimenten und der Dispersionsrechnung von A. L'vov ( $\bar{\alpha} = 12.1$  und  $\bar{\beta} = 2.1$ )



**Abbildung 5.4**: Differentieller Wirkungsquerschnitt als Funktion des Polarwinkels für  $E_{\gamma} = 163 \text{ MeV}$  im Vergleich zu älteren Experimenten und der Dispersionsrechnung von A. L'vov ( $\bar{\alpha} = 12.1 \text{ und } \bar{\beta} = 2.1$ )

### 5.2 Bestimmung der Polarisierbarkeiten

Aus den differentiellen Wirkungsquerschnitten können nun die elektromagnetischen Polarisierbarkeiten des Protons  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  bestimmt werden. Dies erfolgt mit Hilfe einer  $\chi^2$ -Analyse, bei der man die Werte für  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  variiert und die Wertekombination sucht, mit der sich die Dispersionsrechnung von A. L'vov am besten an die experimentellen Daten anpaßt.

Bei dieser  $\chi^2$ -Analyse wird also folgender Wert minimiert:

$$\chi^{2} = \sum_{i} \left[ \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{i}^{L'vov} \left(\bar{\alpha}, \bar{\beta}\right) - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{i}^{Exp}}{\delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{i}^{Exp}} \right]^{2}, \qquad (5.1)$$

wo i die einzelnen Meßwerte abzählt.

Mit Hilfe einer Standard- $\chi^2$ -Minimierung<sup>1</sup> und mit  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  als unabhängige freie Parameter ergab sich folgendes Ergebnis ([Wis 00]):

$$\bar{\alpha} = \mathbf{11.89} \pm \mathbf{0.57}$$
 (5.2)

$$\overline{\beta} = \mathbf{1.17} \pm \mathbf{0.75} \tag{5.3}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Es wurde das Programmpaket MINUIT der CERNlib verwendet, um zuverlässige Fehler aller Parameter zu gewinnen.

mit einem reduzierten  $\chi^2$ -Wert von:

$$\chi_{red}^2 = \frac{69.9}{63} = 1.11\tag{5.4}$$

In der  $\chi^2$ -Analyse wurde als Fehler der Daten die quadratische Summe der statistischen und systematischen Fehler genommen.

#### Die Spin Polarisierbarkeit $\gamma_{\pi}$

Bei den Dispersionsrechnungen von A. L'vov wird normalerweise die Spin Polarisierbarkeit  $\gamma_{\pi}$  mit -37 als fester Parameter eingegeben. Man kann aber auch Datensätze für andere  $\gamma_{\pi}$ -Werte erstellen und jeweils die  $\chi^2$ -Analyse wiederholen. Man erhält dann neben den günstigsten Werten für  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  jeweils einen minimalen  $\chi^2$ -Wert. Das Minimum dieser Werte liefert dann den günstigsten Wert für  $\gamma_{\pi}$ . Abbildung 5.5 zeigt die Ergebnisse für  $\alpha + \beta$ ,  $\alpha - \beta$  und die minimalen  $\chi^2$ -Werte für verschiedene  $\gamma_{\pi}$ -Werte. Man findet für die Spin Polarisierbarkeit:

$$\gamma_{\pi} = -35.61 \pm 1.9 \tag{5.5}$$

in guter Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert -37, mit dem die oben angegebenen Ergebnisse für die skalaren Polarisierbarkeiten  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  erhalten wurden.

#### Die Baldin Summenregel

Aus unseren Ergebnissen für die Polarisierbarkeiten erhält man für die Summe  $\bar{\alpha} + \bar{\beta}$ :

$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} = \mathbf{13.06} \pm \mathbf{0.94} \tag{5.6}$$

Dieses Ergebnis stimmt im Rahmen des Fehlers mit der Auswertung der Baldin Summenregel ([Bal 60]) durch Babusci et al. ([Bab 98]) überein, die in einer sorgfältigen Analyse der totalen Photoabsorptionsquerschnitte am Proton erhielten:

$$\bar{\alpha} + \beta = \mathbf{13.69} \pm \mathbf{0.14} \tag{5.7}$$

Dies ist keine Überraschung, da die theoretische Vorhersage dieser Regel auf gut etablierten, fundamentalen Prinzipien der Physik basiert.

Der Wert der Gleichung 5.7 ist in der Abbildung 5.5 als horizontales Band eingezeichnet.



Abbildung 5.5:  $\chi^2$ -Analyse für verschiedene Werte der Spin Polarisierbarkeit  $\gamma_{\pi}$ .

### 5.3 Diskussion der Ergebnisse

In dieser Arbeit wurden die elektromagnetischen Polarisierbarkeiten des Protons  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  mit hoher Genauigkeit bestimmt:

$$\bar{\alpha} = 11.89 \pm 0.57$$
 (5.8)

$$\bar{\beta} = 1.17 \pm 0.75$$
 (5.9)

Um diese Ergebnisse für die elektromagnetischen Polarisierbarkeiten mit älteren Ergebnissen zu vergleichen, kann man die gleiche  $\chi^2$ -Analyse an die älteren Niederenergie-Daten der Comptonstreuung von Federspiel ([Fed 91]), MacGibbon ([Mac 95]) und Zieger ([Zie 92]) anwenden. Zur Berücksichtigung der verschiedenen systematischen Fehler dieser unabhängigen Experimente wird eine neue  $\chi^2$ -Funktion minimiert ([Wis 00]):

$$\chi^{2} = \sum_{i} \left[ \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{i}^{L'vov}(\bar{\alpha},\bar{\beta}) - N\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{i}^{Exp}}{N\delta\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{i}^{Exp}} \right]^{2} + \left(\frac{N-1}{\delta_{sys}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{i}^{Exp}}\right)^{2}$$
(5.10)

Hier ist N ein Normierungsparameter, der die Normierung der Daten innerhalb seiner systematischen Fehler variiert.

Abbildung 5.6 zeigt die mit dieser  $\chi^2$ -Analyse gewonnenen Werte von  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  aus den verschiedenen Experimenten als Kontur  $\chi^2 + 1$  in einem  $\alpha$ - $\beta$ -Bild. Die Kontur mit der durchgezogenen Linie zeigt eine globale Anpassung an all diese experimentellen Daten.

Als Ergebnis der globalen Anpassung an all diese Daten erhält man:

$$\bar{\alpha} = 11.92 \pm 1.57$$
 (5.11)

$$\bar{\beta} = 3.12 \pm 1.82$$
 (5.12)

Hier sind im Fehler die statistischen und systematischen Fehler quadratisch addiert.

Zum Schluß wird eine  $\chi^2$ -Analyse mit den Daten aus diesem Experiment, den Daten aus [Fed 91],[Zie 92] und [Mac 95] und der Summenregel  $\bar{\alpha} + \bar{\beta} = 13.82 \pm 0.13$  durchgeführt. Als Ergebnis folgt der neue globale Mittelwert für die Polarisierbarkeiten:

$$\bar{\alpha} = 12.24 \pm 0.24 \pm 0.54 \pm 0.37$$
 (5.13)

$$\beta = 1.57 \pm 0.25 \pm 0.52 \pm 0.37 \tag{5.14}$$

Hier handelt es sich beim ersten Fehler um statistische Fehler, beim zweiten Fehler um systematische Fehler und der dritte ist eine Abschätzung des Fehlers aus der



**Abbildung 5.6**: Werte von  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  aus den früheren Experimenten ([Fed 91],[Zie 92] und [Mac 95]) als Kontur  $\chi^2 + 1$ . Die durchgezogene Kontur ist das globale Mittel aus diesen Experimenten.

Modellabhängigkeit. Diese wurde durch Variation der wichtigsten Parameter, die die invariante Amplitude beschreiben, abgeschätzt (siehe [Wis 00]).

Aus den Gleichungen 5.13 und 5.14 erhält man für die Differenz  $\bar{\alpha} - \bar{\beta}$ :

$$\bar{\alpha} - \bar{\beta} = 10.67 \pm 0.83 \pm 0.75$$
 (5.15)

Hier sind im ersten Fehler die statistischen und systematischen Fehler kombiniert und im zweiten Fehler steckt die Abschätzung der Modellabhängigkeit.

Ein Vergleich mit dem von MacGibbon et al. bestimmten globalen Mittelwert ([Mac 95]) für  $\bar{\alpha} - \bar{\beta}$ :

 $\bar{\alpha} - \bar{\beta} = 10.00 \pm 1.5 \pm 0.9$  (5.16)

zeigt, daß diese Messung den Fehler um einen Faktor größer als zwei reduzieren konnte.

Abbildung 5.7 zeigt ein  $\bar{\alpha}$ - $\bar{\beta}$ -Bild mit der Summenregel ( $\bar{\alpha} + \bar{\beta} = 13.82 \pm 0.14$ ) als abfallendes diagonales Band, dem globalen Wert aus den wichtigsten früheren Experimenten, dem Ergebnis aus diesem Experiment und dem neuen globalen Fit an alle Daten (durchgezogene Kontur).



**Abbildung 5.7**: Werte von  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  aus den verschiedenen Experimenten als Kontur  $\chi^2 + 1$  im Vergleich mit dem Ergebnis aus dieser Arbeit (TAPS) und einem neuen globalen Mittel (durchgezogene Kontur) aus sämtlichen Experimenten.

### 5.4 Fazit

In dieser Arbeit wurde der differentielle Wirkungsquerschnitt der Comptonstreuung am Proton in einem großen Energie- und Winkelbereich bestimmt. Dank des erhaltenen Datensatzes konnten wir unter Verwendung der Dispersionsrechnung von A. L'vov die elektromagnetischen Polarisierbarkeiten unabhängig von der Baldin-Summenregel bestimmen. Damit wurde diese Summenregel zum ersten Mal experimentell überprüft. Als neuer globaler Mittelwert für  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\beta}$  erhalten wir:

$$\bar{\alpha} = 12.24 \pm 0.24 \pm 0.54 \pm 0.37$$
 (5.17)

$$\bar{\beta} = 1.57 \pm 0.25 \pm 0.52 \pm 0.37$$
 (5.18)

Diese neuen Werte weichen sehr wenig von den älteren globalen Mittelwerten aus [Mac 95] ab:

$$\bar{\alpha} = 12.5 \pm 0.6 \pm 0.7 \pm 0.5$$
 (5.19)

$$\bar{\beta} = 1.7 \pm 0.6 \pm 0.7 \pm 0.5$$
 (5.20)

Der große Vorteil dieser Messung liegt in einer erheblichen Reduzierung der Fehler.

## 6. Zusammenfassung

Die elektrische Polarisierbarkeit  $(\bar{\alpha})$  und die magnetische Suszeptibilität  $(\bar{\beta})$  sind fundamentale Strukturkonstanten des Protons, die dessen Verhalten in externen elektromagnetischen Feldern beschreiben.

Die Summe dieser elektromagnetischen Polarisierbarkeiten ist über die Baldin Summenregel mit dem totalen Photoabsorptionsquerschnitt verknüpft:

$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{m_{\pi}}^{\infty} \frac{\sigma_{tot}(\omega')}{\omega^2} d\omega'$$

Die Summenregel basiert auf fundamentalen Prinzipien, wie der Kausalität. Eine Auswertung mit Hilfe des recht gut bekannten totalen Photoabsorptionsquerschnitts am Proton liefert den Wert:

$$\bar{\alpha} + \beta = 13.69 \pm 0.14$$

Die Niederenergie-Comptonstreuung am Proton bietet sich als idealer Weg zur Bestimmung der Polarisierbarkeiten des Protons an. Bei der elastischen Streuung der Photonen am Proton nutzt man die elektromagnetischen Felder der Photonen als Sonde, um das Verhalten der innerer Freiheitsgrade des Protons zu untersuchen.

In dieser Arbeit wurde der differentielle Wirkungsquerschnitt der Comptonstreuung am Proton für Photonenenergien zwischen 59 und 163 MeV und für Polarwinkel zwischen 59° und 155° bestimmt. Das Experiment wurde im Rahmen der A2-Kollaboration am Mainzer Mikrotron MAMI im energiemarkierten Strahl reeller Photonen (Tagging-System der Universität Glasgow) durchgeführt. Die gestreuten Photonen wurden mit dem Photonenspektrometer TAPS nachgewiesen. Dank des erhaltenen Datensatzes in einem großen Energie- und Polarwinkelbereich konnten wir unter Verwendung der Dispersionsrechnung von A. L'vov die elektromagnetischen Polarisierbarkeiten des Protons mit hoher Genauigkeit bestimmen:

$$ar{lpha} = {f 11.89 \pm 0.57} \ ar{eta} = {f 1.17 \pm 0.75}$$

Dieses Ergebnis ist in Übereinstimmung mit der Vorhersage der Baldin Summenregel, die hiermit mit verbesserter Genauigkeit experimentell überprüft worden ist.

## A. Tabellen

## A.1 Differentielle Wirkungsquerschnitte

Im folgenden sind die Ergebnisse für die differentiellen Wirkungsquerschnitte der Comptonstreuung am Proton tabelliert. Die fünf Tabellen enthalten die Wirkungsquerschnitte für die fünf ausgewertete Winkelbereiche:  $\theta_{Lab} =$ 59°, 85°, 107°, 133° und 155°. Jede Tabelle enthält 13 Energiepunkte zwischen 58.94 und 163.71 MeV. Gezeigt sind die Werte der Wirkungsquerschnitte der zwei ausgewerteten Meßperioden und der gewichtete Mittelwert. Die angegebenen Fehler handelt sind statistisch.

$\theta_{Lab} = 59^o \pm 10^o$										
	]	Run	2		Run	3	gewie	gewicht. Mittel		
$E_{\gamma}$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$	
(MeV)	(nb/sr)		(nb/sr)	(nb/sr)		(nb/sr)	(nb/sr)		(nb/sr)	
58.94	13.27	$\pm$	1.04	13.15	$\pm$	0.84	13.20	$\pm$	0.65	
69.05	13.64	$\pm$	1.09	13.74	$\pm$	0.90	13.70	$\pm$	0.69	
79.19	11.98	$\pm$	1.08	13.70	$\pm$	0.95	12.95	$\pm$	0.71	
89.11	11.08	$\pm$	1.13	11.34	$\pm$	0.90	11.24	$\pm$	0.70	
98.90	9.37	$\pm$	1.26	11.23	$\pm$	0.97	10.53	$\pm$	0.77	
108.42	7.48	$\pm$	1.06	10.65	$\pm$	0.98	9.19	$\pm$	0.72	
117.60	10.72	$\pm$	1.36	12.38	$\pm$	1.23	11.63	$\pm$	0.91	
126.40	8.12	$\pm$	1.44	7.77	$\pm$	1.01	7.88	$\pm$	0.83	
134.73	9.38	$\pm$	1.55	9.97	$\pm$	1.32	9.72	$\pm$	1.00	
142.58	7.14	$\pm$	1.63	10.88	$\pm$	1.40	9.30	$\pm$	1.06	
149.87	9.70	$\pm$	1.76	10.09	$\pm$	1.69	9.90	$\pm$	1.22	
157.31	8.77	$\pm$	1.82	9.47	$\pm$	2.03	9.08	$\pm$	1.35	
163.71	14.08	$\pm$	2.57	10.38	$\pm$	1.80	11.60	$\pm$	1.47	

**Tabelle A.1**: Differentieller Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega$  ( $\theta_{Lab} = 59^{\circ}$ )  $\gamma p \rightarrow \gamma p$ 

$\theta_{Lab} = 85^o \pm 10^o$											
	]	Run	2	]	Run 3				gewicht. Mittel		
$E_{\gamma}$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$		
(MeV)	(nb/sr)		(nb/sr)	(nb/sr)		(nb/sr)	(nb/sr)		(nb/sr)		
58.94	12.63	$\pm$	1.01	10.77	$\pm$	0.76	11.44	$\pm$	0.60		
69.05	10.87	$\pm$	0.94	10.57	$\pm$	0.78	10.70	$\pm$	0.60		
79.19	10.58	$\pm$	0.99	9.53	$\pm$	0.75	9.92	$\pm$	0.60		
89.11	12.26	$\pm$	1.19	10.32	$\pm$	0.84	10.97	$\pm$	0.68		
98.90	10.29	$\pm$	1.08	11.23	$\pm$	1.01	10.79	$\pm$	0.74		
108.42	10.92	$\pm$	1.36	10.67	$\pm$	1.00	10.76	$\pm$	0.80		
117.60	14.47	$\pm$	1.63	11.58	$\pm$	1.12	12.51	$\pm$	0.92		
126.40	12.36	$\pm$	1.65	9.02	$\pm$	1.11	10.06	$\pm$	0.92		
134.73	10.32	$\pm$	1.54	11.63	$\pm$	1.42	11.03	$\pm$	1.04		
142.58	12.58	$\pm$	2.02	10.76	$\pm$	1.59	11.46	$\pm$	1.25		
149.87	12.16	$\pm$	2.14	15.61	$\pm$	1.92	14.07	$\pm$	1.42		
157.31	17.51	$\pm$	2.71	16.71	$\pm$	2.34	17.05	$\pm$	1.77		
163.71	19.24	$\pm$	3.19	17.56	±	2.42	18.17	±	1.92		

**Tabelle A.2**: Differentieller Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega \ (\theta_{Lab} = 85^o) \ \gamma p \longrightarrow \gamma p$ 

$\theta_{Lab} = 107^o \pm 10^o$									
	]	Run	2	]	Run	3	gewicht. Mittel		
$E_{\gamma}$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$
(MeV)	(nb/sr)		(nb/sr)	(nb/sr)		(nb/sr)	(nb/sr)		(nb/sr)
58.94	12.50	±	0.98	12.39	±	0.81	12.43	±	0.62
69.05	13.66	$\pm$	1.09	12.56	$\pm$	0.87	12.98	$\pm$	0.68
79.19	11.96	$\pm$	1.04	15.31	$\pm$	0.99	13.70	$\pm$	0.72
89.11	12.45	$\pm$	1.14	11.31	$\pm$	0.89	11.74	$\pm$	0.70
98.90	11.57	$\pm$	1.09	11.64	$\pm$	0.98	11.61	$\pm$	0.73
108.42	11.46	$\pm$	1.20	12.68	$\pm$	1.05	12.15	$\pm$	0.79
117.60	13.06	$\pm$	1.38	10.87	$\pm$	0.99	11.62	$\pm$	0.80
126.40	15.72	$\pm$	1.78	15.18	$\pm$	1.41	15.39	$\pm$	1.11
134.73	16.01	$\pm$	1.87	13.41	$\pm$	1.36	14.32	$\pm$	1.10
142.58	13.92	$\pm$	1.60	16.89	$\pm$	1.68	15.33	$\pm$	1.16
149.87	15.10	$\pm$	2.11	16.52	$\pm$	1.86	15.90	$\pm$	1.39
157.31	22.94	$\pm$	2.84	18.41	$\pm$	2.17	20.08	$\pm$	1.73
163.71	22.15	$\pm$	3.04	20.85	$\pm$	2.45	21.36	$\pm$	1.91

**Tabelle A.3**: Differentieller Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega$  ( $\theta_{Lab} = 107^o$ )  $\gamma p \longrightarrow \gamma p$ 

Г

Г

$\theta_{Lab} = 133^o \pm 10^o$											
	]	Run	2		Run 3				gewicht. Mittel		
$E_{\gamma}$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$		
(MeV)	(nb/sr)		(nb/sr)	(nb/sr)		(nb/sr)	(nb/sr)		(nb/sr)		
58.94	14.42	±	1.13	14.03	$\pm$	0.92	14.19	$\pm$	0.71		
69.05	13.95	$\pm$	1.13	13.55	$\pm$	0.91	13.71	$\pm$	0.71		
79.19	13.44	$\pm$	1.16	12.90	$\pm$	0.93	13.11	$\pm$	0.72		
89.11	12.75	$\pm$	1.15	13.02	$\pm$	0.97	12.91	$\pm$	0.74		
98.90	14.19	$\pm$	1.32	13.98	$\pm$	1.09	14.06	$\pm$	0.84		
108.42	11.57	$\pm$	1.26	10.40	$\pm$	0.97	10.84	$\pm$	0.77		
117.60	12.57	$\pm$	1.46	16.29	$\pm$	1.34	14.58	$\pm$	0.99		
126.40	17.34	$\pm$	1.89	15.49	$\pm$	1.40	16.14	$\pm$	1.12		
134.73	14.75	$\pm$	1.75	15.42	$\pm$	1.45	15.15	$\pm$	1.11		
142.58	18.31	$\pm$	2.23	19.26	$\pm$	1.87	18.87	$\pm$	1.43		
149.87	20.81	$\pm$	2.59	18.06	$\pm$	2.08	19.14	$\pm$	1.62		
157.31	21.93	$\pm$	2.76	21.69	$\pm$	2.51	21.80	$\pm$	1.86		
163.71	23.11	$\pm$	3.24	26.60	±	2.75	25.13	±	2.10		

**Tabelle A.4**: Differentieller Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega \ (\theta_{Lab} = 133^o) \ \gamma p \longrightarrow \gamma p$ 

$\theta_{Lab} = 155^o \pm 10^o$											
	]	Run	2		Run 3				gewicht. Mittel		
$E_{\gamma}$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$	$d\sigma/d\Omega$		$\Delta d\sigma/d\Omega$		
(MeV)	(nb/sr)		(nb/sr)	(nb/sr)		(nb/sr)	(nb/sr)		(nb/sr)		
58.94	19.81	±	1.49	18.55	±	1.16	19.03	±	0.91		
69.05	18.33	$\pm$	1.42	17.20	$\pm$	1.13	17.64	$\pm$	0.88		
79.19	17.86	$\pm$	1.41	18.57	$\pm$	1.20	18.27	$\pm$	0.91		
89.11	20.72	$\pm$	1.60	20.53	$\pm$	1.32	20.60	$\pm$	1.02		
98.90	19.67	$\pm$	1.62	17.07	$\pm$	1.22	18.02	$\pm$	0.97		
108.42	22.01	$\pm$	1.89	15.62	$\pm$	1.23	17.52	$\pm$	1.03		
117.60	22.88	$\pm$	2.20	19.13	$\pm$	1.56	20.39	$\pm$	1.27		
126.40	14.28	$\pm$	1.60	19.01	$\pm$	1.56	16.71	$\pm$	1.12		
134.73	18.24	$\pm$	1.94	20.23	$\pm$	1.76	19.33	$\pm$	1.30		
142.58	17.69	$\pm$	1.96	21.42	$\pm$	1.85	19.67	$\pm$	1.34		
149.87	20.72	$\pm$	2.56	24.05	$\pm$	2.24	22.61	$\pm$	1.68		
157.31	29.55	$\pm$	3.05	31.45	$\pm$	2.90	30.55	$\pm$	2.10		
163.71	28.59	$\pm$	3.37	35.02	$\pm$	3.16	32.01	$\pm$	2.31		

**Tabelle A.5**: Differentieller Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega$  ( $\theta_{Lab} = 155^{o}$ )  $\gamma p \longrightarrow \gamma p$ 

## B. Produktion von reellen Photonen

Labor	Beschleuniger	$E_{\gamma}$ (MeV)	Polariz.	Methode	$\gamma/s$
	Linac +	<200	Linear	off.axis coh.brems	$10^{6}$
SAL	Stretcher	300	Zirkular	pol. elec.	$10^{6}$
		500	Linear	Laser-back	$10^{4}$
LEGS	Syncro.	500	Zirkular	Laser-back	$10^{4}$
		2000	Linear	coh. brems (diam.)	$10^{6}$
CEBAF/B1	ReCycl.	4000	Zirkular	pol. elec.	$10^{6}$
		500	Linear	Laser-back	$10^{4}$
CEBAF/B2	ReCycl.	500	Zirkular	Laser-back	$10^{4}$
	Linac +				
DUKE	Speicherring	200	$\operatorname{Linear}$	Laser-back	$10^{8}$
	Linac +	600	Linear?	forward elec.scatt.	?
Bates	$\operatorname{Stretcher}$	600	Zirkular?		?
		500	Linear	coh.brems.(diam.)	$10^{6}$
MAMI	Microtron	855	Zirkular	pol. elec.	$10^{6}$
	Sync.+	< 900	Linear	$\operatorname{coh.brems.(diam.)}$	$10^{6}$
ELSA	$\operatorname{Stretcher}$	3000	Zirkular	pol. elec.	$10^{6}$
				brems.	$10^{6}$
Darmstadt	$\operatorname{Linac}$	<100		no tagger	$10^{6}$
	Linac +	1500	Linear	Laser-back	$10^{4}$
GRAAL	Speicherring	1500	Zirkular	Laser-back	$10^{4}$
	Sync.			brems.+	$10^{6}$
Lund	Stretcher	<100		tagger	$10^{6}$
	Syn.	>500	Linear	Laser-back	?
Spring8	Storage Ring	$>\!500$	Zirkular	Laser-back	?

**Tabelle B.1**: Überblick über die wichtigsten Anlagen, in dem hochenergetische Photonen produziert werden. Die benutzten Methoden und die wesentlichen Strahleigenschaften sind angedeutet.

## C. Die Taggerelektronik



## D. Die Effizienz der Vetodetektoren

In diesem Anhang werden die Ergebnisse von Andrei Polonski für die Bestimmung der Effizienzen der Veto-Detektoren vorgestellt.

Als Basis für seine Untersuchungen benutzte er geladenene Pionen $\pi^+$ aus dem Prozeß:

$$\gamma + p \to \pi^+ + n \tag{D.1}$$

Um genug Statistik an geladenen Pionen zu haben, wurde die 855 MeV-Messung ausgewertet. Mit Hilfe der Pulsform-Analyse konnte man die Photonen, Elektronen und Positronen von den Pionen, Protonen und Neutronen trennen. Da die Neutronen und Protonen 'langsame' Teilchen sind, konnte man auch die Pionen mit einem Zeitschnitt von diesen Teilchen trennen. Damit hatte man eine Methode, um die geladenen Pionen nur mit der Information der  $BaF_2$ -Detektoren eindeutig zu identifizieren. Das Verhälnis zwischen den mit den  $BaF_2$ -Detektoren nachgewiesenen Pionen zu den mit den Veto-Detektoren nachgewisenen Pionen gibt uns ein Maß für die Nachweiswahrscheinlichkeit der Vetodetektoren.

Abbildung D.1 zeigt die mit dieser Methode bestimmte Effizienz als Funktion der Vetodetektoren. Der Mittelwert der Effizienzen liegt bei etwa 80 %, was mit den Ergebnissen in [Mat 96] übereinstimmt.



**Abbildung D.1**: Ergebnisse von Andrei Polonski für die Nachweiswahrscheinlichkeit der Vetodetektoren. Der Mittelwert liegt bei etwa 80 %.

# Abbildungsverzeichnis

2.1	In der Nähe eines elektrischen Feldes ordnen sich die Ladungen des	
	Objekts und es ensteht eine Polarisation	3
2.2	Elektrisches Feld innerhalb des Dielektrikums	4
2.3	Atommodell mit Federn	6
2.4	Modell des Protons mit drei Quarks	9
2.5	Klassische Beschreibung der Thomsonstreuung	12
2.6	Rayleigh Streuung	14
2.7	Kinematik der Comptonstreuung	15
2.8	Feynman-Graphen für die Streuung von Photonen an Spin-0 Teilchen	17
2.9	Differentieller Wirkungsquerschnitt der Comptonstreuung am Pro-	
	ton für $\theta = 90^{\circ}$ ([Olm 97])	20
3.1	Wirkungsquerschnitte nach B. MacGibbon ([Mac 95]) und Dispersionsrechnung von A. L'vov ([L'vo 81]) mit $\bar{\alpha} = 12.1$ und $\bar{\beta} = 2.1$	
		32
3.2	$\bar{\alpha}$ - und $\beta$ -Werte aus früheren Experimenten und die Baldin-	
	Summenregel ([Mac 95]). $\ldots$	34
3.3	Uberblick des Compton-Experiments	35
3.4	Das Mainzer Mikrotron MAMI	36
3.5	Bremsstrahlungsprozeß: (a) Skizze und (b und c) Feynman-	
	Graphen des Prozesses.	38
3.6	Der Glasgow-Mainz Tagger	40
3.7	Kurze und lange Szintillationslichtkomponenten des Bariumfluorid	44
3.8	$BaF_2$ -Modul	44
3.9	Gesamtaufbau des Taps-Detektors	46
3.10	Skizze des TAPS-Tagger Aufbaus.	47
3.11	Die Triggerelektronik	51
3.12	Skizze der Ausleseelektronik	52
3.13	Elektronik	53
3.14	Elektronik zur Zeitmessung	54
4.1	Überblick zu den Analyseschritten. Die Schauerrekonstruktion er-	
	folgt mit dem gleichen Analyseprogramm für die simulierten und für die wirklichen experimentellen Daten	65
4.9	Links: Energiaeichung des Taggars Bei einer Finschußenergie von	00
4.2	180 MeV kann man Photonen zwischen 8.6 und 167 MeV ener-	
	giemarkieren. Rechts: gemessenes Bremsstrahlungsspektrum nach-	
	dem die letzten Taggerkanäle ausgeschaltet waren (siehe Text) Die	
	Intensität fällt proportional zu $1/E_{\sim}$ ab, die Struktur bei hohen	
	Energien rührt von einem Wechsel der Detektorbreiten her.	66

4.3	Eichspektrum eines Taggerkanals (links) und Zeiteichung der Tag- gerdetektoren. Einer der Tagger-TDC-Modulen (Leiterkanäle 32-	
	64) wurde während des Experiments gewechselt (gestrichelte Linie	
	im rechten Spektrum)	67
4.4	Links: mit einem $BaF_2 - Modul$ gemessenes Energiespektrum aus	
	der Höhenstrahlung. Rechts: Ergebnis der Zeiteichung eines $BaF_2$ -	
	Detektors. Der Gain-Faktor beträgt etwa 37 $ps/Kanal$	68
4.5	Rechts: Energieauflösung aus dem Pion-Peak. Links: Zeitauflösung	72
4.6	Flußdiagramm der Analyseschritte zur Rekonstruktion der	
	Comptonereignisse.	73
4.7	Koinzidenz- und Missing-Energy-Analyse ( $E_{\gamma} = 126 \pm 4 \ MeV$ und	
	$\theta = 133^o \pm 10^o).$	76
4.8	Zeitspektrum (links) und Missing-Energy-Spektrum (rechts) ( $E_{\gamma} =$	
	$126 \pm 4 \ MeV \text{ und } \theta = 133^{\circ} \pm 10^{\circ})$	77
4.9	Missing-Energy-Spektrum für $E_{\gamma} = 126 \pm 4 \ MeV$ und $\theta = 133^{o} \pm$	
	10°. Die gestrichelte Linie ist eine an dem simulierten Spektrum	
	angepaßte Funktion	78
4.10	Missing-Energy-Spektrum bei hohen Energien. Man sieht der	
	Compton-Peak bei etwa 15 MeV nebem einen großen Untergrund	
	aus den Pionen.	80
4.11	Clusterenergie und Clustermultiplizität von Höhenstrahlungsereig-	0.1
4 10	$nissen \dots \dots$	81
4.12	Clustermultiplizitat (links) und Clusterenergie (rechts) von Hohen-	
	Analyza (gipha Text)	00
1 19	Winkungssusschnitt der Deerpreduktion als Euroption der Energie	02
4.15	Vergleich zwischen gemessenen Werten und den Bechnungen von	
	Andrei Polonski	8/
1 11	Missing Energy Spektrum für Photonon (oben) und für mit den	04
4.14	Vetodetektoren als geladen identifizierten Teilchen (unten) ( $\theta = 50^{\circ}$	
	und $E_{\rm e} = 108 \ MeV$	85
4 15	Skizze der Streuung an den Kollimatoren unter Rückwärtswinkel	00
1.10	(links) und unter Vorwärtswinkel (rechts)	86
4 16	Zeitspektren aus der Leertargetmessung für $\theta = 155^{\circ}$ (links) und	00
1.10	für $\theta = 37^{\circ}$ (rechts)	87
4.17	Missing-Energy-Spektren für die Vorwärtsstreuung ( $\theta = 37^{\circ}$ ).	
	Oben: Photonen, mitte: geladene Teilchen (Paarproduktion) und	
	unten: Leertargetmessung (Streuung an den Kollimatoren).	88
4.18	Zahl der nachgewiesenen Elektronen pro Taggerkanal	89
4.19	Die Taggingeffizienz als Funktion des Taggerkanals	90
4.20	Vergleich zwischem den Taggingeffizienzmessungen und dem zeitli-	
	chen Verlauf des Verhältnisses P2/Scaler	91
4.21	Strahlprofil und Targetzelle (Skizze)	92
------------	--	-----
4.22	Photonenverteilung (links) und Länge der Targetzelle als Funktion	
	des Radius $R$	93
4.23	Links: Gaußsche Verteilung der xy-Kordinaten der Vertizes. Rechts: Die Startverteilung als Funktion der Energie und des Polarwinkels	96
4.24	Vergleich von emittierten zu rekonstruierten Polarwinkeln von Pho- tonen. Rechts: Winkelverteilung für Photonen die einem Winkel von	0.0
4.05	85° zugeschrieden wurden.	98
4.25	Punkten mit Fehlerbalken sind aus dem Experimentellen Daten. Die chelte Linie ist aus der Simulation und die durchgezogene Linie ist	
	die angepaßte Funktion.	99
4.26	Links: Der effektive Raumwinkel als Funktion der Energie für $\theta = 133^{\circ}$ . Rechts: Der $p_1$ -Parameter als Funktion des Energiepunkts (Erklärung siehe Abschnit 4.6.3)	100
$4\ 27$	Beispiele von Missing-Energy-Spektren für $\theta = 133^{\circ}$ $E_{-} = 89$ MeV	100
1.21	(links) und für $\theta = 155^{\circ}$ , $E_{\gamma} = 134 \ MeV$ (rechts).	102
4.28	Missing Energy für Photonen (links) und für geladene Teilchen	
	(rechts) $(E_{\gamma} = 89 \ MeV \text{ und } \theta = 59^{\circ})$ mit der angepaßten Funktion.	103
4.29	Missing-Energy-Spektren mit den angepaßten Funktionen	104
4.30	Wirkungsquerschnitt als Funktion der Photonenenergie für $\theta_{Lab} = 85^{\circ} \pm 10^{\circ}$ (Run2 und Run3).	105
4.31	Wirkungsquerschnitt als Funktion des Laborwinkels für $E_{\gamma} = 100 \pm 4MeV$ (Run2 und Run3)	106
4.32	Statistischer Fehler aller Meßpunkte. Die Linien trennen die ver- schiedenen Winkelbereiche.	107
5.1	Differentielle Wirkungsquerschnitte als Funktion der Photonenein- schußenergie für verschiedene Polarwinkel im Laborsystem vergli- chen mit älteren Experimenten und der Dispersionsrechnung von A. L'vov ( $\bar{\alpha} = 12.1$ und $\bar{\beta} = 2.1$ )	111
5.2	Differentielle Wirkungsquerschnitte als Funktion des Polarwinkels für verschiedene Photoneneinschußenergien im Vergleich zu älteren Experimenten und der Dispersionsrechnung von A. L'vov ( $\bar{\alpha} = 12.1$	
	und $\beta = 2.1$ )	112
5.3	Differentielle Wirkungsquerschnitte als Funktion des Polarwinkels für verschiedene Photoneneinschußenergien im Vergleich zu älteren	
	Experimenten und der Dispersionsrechnung von A. L'vov ( $\bar{\alpha} = 12.1$	
<b>-</b> .	und $\beta = 2.1$ )	113
5.4	Differentieller Wirkungsquerschnitt als Funktion des Polarwinkels für $E_{\gamma} = 163 \ MeV$ im Vergleich zu älteren Experimenten und der	
	Dispersionsrechnung von A. L'vov ( $\bar{\alpha} = 12.1$ und $\beta = 2.1$ )	114

5.5	$\chi^2\text{-}\mathrm{Analyse}$ für verschiedene Werte der Spin Polarisierbarkeit $\gamma_\pi$	116
5.6	Werte von $\bar{\alpha}$ und $\bar{\beta}$ aus den früheren Experimenten ([Fed 91], [Zie 92]	
	und [Mac 95]) als Kontur $\chi^2 + 1$ . Die durchgezogene Kontur ist das	
	globale Mittel aus diesen Experimenten	118
5.7	Werte von $\bar{\alpha}$ und $\bar{\beta}$ aus den verschiedenen Experimenten als Kontur	
	$\chi^2 + 1$ im Vergleich mit dem Ergebnis aus dieser Arbeit (TAPS)	
	und einem neuen globalen Mittel (durchgezogene Kontur) aus sämt-	
	lichen Experimenten.	119
П 1	Engebrigge von Andrei Delengki für die Nachweigwahrscheinlichkeit	
D.1	Ergebnisse von Andrei Polonski für die Nachweiswahrscheinfichkeit	
	der Vetodetektoren. Der Mittelwert liegt bei etwa 80 $\%$	132

## Tabellenverzeichnis

2.1	Elektrische Polarisierbarkeiten von verschiedenen Systemen	9
2.2	Eigenschaften des Protons aus dem Particle Data Booklet ([Gro 98])	11
2.3	Nukleonmodelle und Polarisierbarkeiten	12
3.1	Experimente zur Niederenergie-Comptonstreuung am Proton aus [Mac 95]. Die Werte für die Polarisierbarkeiten sind in Einheiten $10^{-4} fm^3$ angegeben. Der erste Fehler ist eine Kombination aus statistischen und systematischen Fehlern und der zweite ist eine Abschätzung der modellabhängigen Unsicherheiten.	31
3.2	Die wesentlichen Parameter des Elektronenbeschleunigers MAMI	37
2 2	([Jan 91]).	51
ე.ე	hatte man eine Elektroneneinschußenergie von 180 MeV.	40
3.4	Eigenschaften des $BaF_2$ -Szintillators nach [Gro 98]	43
3.5	Anordnung der TAPS-Blöcke bei dem Comptonexperiment.	46
3.6	Abkürzungen der im Experiment verwendeten elektronischen Module	50
3.7	Parameter des Niederenergie-Comptonstreuung-Experiments	58
3.8	Zusammenfassung der wichtigsten Parametern der vier Meßperi- oden (Runs) des Experiments	59
4.1	Die effektiven Targetlängen und die Anzahl der Targetkerne pro Fläche für die zwei verwendeten Kollimatoren	92
5.1	Ausgewertete Energie- und Polarwinkelbereiche	110
A.1	Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega \ (\theta_{Lab} = 59^{\circ}) \ \gamma p \longrightarrow \gamma p$ 1	123
A.2	Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega \ (\theta_{Lab} = 85^{\circ}) \ \gamma p \longrightarrow \gamma p$ 1	124
A.3	Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ ( $\theta_{Lab} = 107^{\circ}$ ) $\gamma p \longrightarrow \gamma p$ 1	124
A.4	Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ ( $\theta_{Lab} = 133^{\circ}$ ) $\gamma p \longrightarrow \gamma p$ 1	125
A.5	Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega \ (\theta_{Lab} = 155^{\circ}) \ \gamma p \longrightarrow \gamma p$ 1	125
B.1	Überblick über die wichtigsten Anlagen, in dem hochenergetische Photonen produziert werden. Die benutzten Methoden und die we-	107
	sentinchen Strämeigenschaften sind angedeutet.	LZ(

## Literaturverzeichnis

- [Awe 92] T.C. Awes et al. A simple method of shower localization and identification in laterally segmented calorimeters. *Nucl. Inst. and Meth.*, A311:130, 1992.
- [Ahr 94a] J. Ahrens et al. Low energy compton scattering on the proton precise measurement of the electromagnetic polarizabilities. Proposal for an Experiment, 1994.
- [Ahr 94b] J. Ahrens et al. The mainz microtron MAMI: A facility portrait with a glimpse at first results. *Nuclear Physics News Europe*, 4:5, 1994.
- [Ant 91] I. Anthony, J.D. Kelly, S.J. Hall, D.J. Miller, and J. Ahrens. Design of a tagged photon spectrometer for use with the mainz 840 MeV microtron. Nucl. Inst. and Meth., A301:230, 1991.
- [Ash 76] Ashcroft and Mermin. Solid state physics. Holt, Rinehart and Winston, 1976.
- [Bar 75] P.S. Baranov et al. Elastic scattering of low-energy photons by protons. Sov. J. Part. Nucl., 21(4):355, 1975.
- [Bab 98] D. Babusci et al. A new evaluation of the baldin sum rule. *Phys. Rev.*, C57:291, 1998.
- [Bal 60] A.M. Baldin. Polarizability of nucleons. Nucl. Phys., 18:310, 1960.
- [Ber 92] V. Bernard, N. Kaiser, J. Kambor, and U. Meißner. Chiral structure of the nucleon. *Nucl. Phys.*, B 388:315, 1992.
- [Che 87] M. Chemtob. Two-current nucleon observables in skyrme model. Nucl. Phys., A473:613, 1987.
- [Dam 70] M. Damashek and F.J. Gilman. Forward compton scattering. *Phys. Rev.*, D 1(5):1319, 1970.
- [Dre 96] D. Drechsel. General introduction to compton scattering. Actes de Proceedings of Virtual Compton Scattering, Clermont-ferrand, 1996.
- [Dre 99] D. Drechsel et al. Fixed-t subtracted dispersion relations for compton scattering off the nucleon. *Submitted to Phys. Rev. C*, Preprint hepph/9904290, 1999.
- [Fed 91] F.J. Federspiel et al. Proton compton effect: A measurement of the electric and magnetic polarizabilities of the proton. *Phys. Rev. Lett.*, 67(12):1511, 1991.
- [Fel 95] G. Feldman. The status of nucleon polarizabilities. Baryons'95. Proceedings of the 7th. Int. Conf. on the Structure of Baryons, 1995.

[Fri 91]	J. Friedrich et al. MAMI geht in Betrieb: Das Mainzer Mikrotron und das Forschungsprogramm. <i>Physikalische Bätter</i> , 47:291, 1991.
$[Gol \ 60]$	V. I. Gol'danski et al. Sov.J.Nucl.Phys., JETP 11:1223, 1960.
[Gel 54]	M. Gell-mann and L. Goldberger. Scattering of low-energy photons by particles of spin 1/2. <i>Phys. Rev.</i> , 96(5):1433, 1954.
[Gro 98]	Particle Data Group. Particle physics booklet. <i>available from LBNL and CERN</i> , Juli 1998.
[Hal 93]	E.L. Hallin et al. Compton scattering from the proton. Phys. Rev., C 48(4):1497, 1993.
[Hal 96]	S.J. Hall et al. A focal plane system for the 855 MeV tagged photon spectrometer at MAMI-b. <i>Nucl. Inst. and Meth.</i> , A368:698, 1996.
[Här 92]	F. Härter. Aufbau eines Kryo-Target-Systems. Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Mainz, 1992.
[Här 95]	F. Härter. Photoproduktion neutraler Pionen am Proton im ersten und zweiten Resonanzgebiet. Dissertation, Institut für Kernphysik, Mainz, 1995.
[Hec 81]	P.C. Hecking and G.F. Bertsch. Proton polarizability in the mit bag model. <i>Phys. Lett.</i> , 99 B:237, 1981.
[Hej 98]	V. Hejny. Photoproduktion von $\eta$ -Mesonen an Helium 4. Dissertation, Justus-Liebig-Universität Gießen, 1998.
[Hem 97]	T.R. Hemmert, B. Holstein, and J. Kambor. $\Delta(1232)$ and the polarizabilities of the nucleon. <i>Phys. Rev.</i> , D 55:5598, 1997.
[Her 86]	H. Herminghaus. Das Mainzer Mikrotron. Forschungsmagazin der Johannes Gutenberg Universität Mainz, 1986.
[Itz 87]	C. Itzykson and J-B. Zuber. Quantum field theory. <i>McGraw-Hill</i> , 1987.
[Jac 82]	J.D. Jackson. Klassische Elektrodynamik. Berlin; New York: de Gruyter, 1982.
[Jah 91]	Jahresbericht. Institut für Kernphysik, Johannes-Gutenberg- Universität Mainz, 1991.
[Kit 89]	Ch. Kittel. Einführung in die Festkörperphysik. R. Oldenbourg Verlag, 1989.
[Kle 29]	O. Klein and Y. Nishina. Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac. Zeitschrift fuer Physik, 52:853, 1929.

- [Kle 55] A. Klein. Low-energy theorems for renormalizable field theories. *Phys. Rev.*, 99(3):998, 1955.
- [Leo 87] W.R. Leo. Techniques for nuclear and particle physics experiments. Springer Verlag, 1987.
- [Li 93] Z. Li. Compton scattering and polarizabilities of the nucleon in the quark model. *Phys. Rev.*, D 48:3070, 1993.
- [Low 54] F.E. Low. Scattering of light of very low frequency by systems of spin 1/2. *Phys. Rev.*, 96(5):1428, 1954.
- [L'vo 81] A. L'vov. Compton scattering on the proton at energies up to 400 MeV and finite-energy sum rules. *Sov. J. Nucl. Phys.*, 34(4):597, 1981.
- [L'vo 93] A. L'vov. Theoretical aspects of the polarizability of the nucleon. Int. J. Mod. Phys., A 8:5267, 1993.
- [L'vo 97] A. L'vov, V.A. Petrun'kin, and M. Schumacher. Dispersion theory of proton compton scattering in the first and second resonance regions. *Phys. Rev.*, C 55:359, 1997.
- [Mac 95] B.E. MacGibbon et al. Measurement of the electric and magnetic polarizabilities of the proton. *Phys. Rev.*, C 52(4):2097, 1995.
- [Mat 96] T. Matulewicz et al. Identification of hydrogen isotopes with the  $BaF_2$  electromagnetic calorimeter taps. Nucl. Inst. and Meth., A 378:179, 1996.
- [Mol 92] K. Molenaar. Performance of TAPS in the tagged photon beam of MAMI. Diplomarbeit, Rijksuniversitat Groningen (Nierderlande), 1992.
- [Nov 87] R. Novotny et al. Detection of hard photons with  $BaF_2$ -scintillators. Nucl. Inst. and Meth., A262:340, 1987.
- [Nov 91] R. Novotny et al. The  $baf_2$  photon spectrometer TAPS. *IEEE Trans.* on Nucl. Science, A262:38, 1991.
- [Nat 96] A.M. Nathan. Experimental status of the nucleon polarizabilities. Actes de Proceedings of Virtual Compton Scattering, Clermont-ferrand, 1996.
- [Nym 84] E.M. Nyman. Magnetic polarizability of protons in the skyrne model. *Phys. Lett.*, 142 B:388, 1984.
- [Olm 97] V. Olmos de León et al. Contribution to the Working Group on Hadron Polarizabilities and Form Factors. Proceedings of the Workshop "Chyral Dynamics: Theory and Experiment", Mainz Sept. 1997, Springer-Verlag 1998.

- [Pet 61] V.A. Petrun'kin. Scattering of low-energy photons on a system with spin 1/2. Sov. Physics JETP, 13(4):808, 1961.
- [Pet 64] V.A. Petrun'kin. Scattering of low-energy photons on a zero-spin particle. Nucl. Phys., 55:197, 1964.
- [Pet 81] V.A. Petrun'kin. Electric and magnetic polarizability of hadrons. Sov.J.Part.Nucl., 12(3):278, 1981.
- [Pow 49] J.L. Powell. Note on the bremsstrahlung produced by protons. *Phys. Rev.*, 75:32, 1949.
- [Röb 91] M.E. Röbig. Eichung des TAPS-Detektorsystems mit Höhenstrahlung. Diplomarbeit, Justus-Liebig-Universität Gießen, 1991.
- [Röb 95] M.E. Röbig-Landau. Photoproduktion von  $\eta$ -Mesonen an komplexen Kernen. Dissertation, Justus-Liebig-Universität Gießen, 1995.
- [Sch 84] A. Schäfer et al. Electric and magnetic polarizability of the nucleon in the mit bag model. *Phys. Lett.*, 143 B:323, 1984.
- [Sch 98] S. Scherer. Real and virtual compton scattering at low energies. Lectures at the 11th Indian-Summer School on Intermediate Energy Physics Mesons and Light Nuclei, Prague, Sept. 1998.
- [Sco 89] N.N. Scoccola and W. Weise. Electromagnetic polarizabilities of the nucleon as a chiral soliton. *Phys. Lett.*, B 232:287, 1989.
- [Scr 61] G.R. Screaton (Editor). Dispersion relations (scottisch universities' summer school. *Oliver and Boyd*, 1961.
- [Wal 90] Th. Walcher. The mainz microtron facility MAMI. Prog. Part. Nucl. Phys., 24:189, 1990.
- [Wei 85] R. Weiner and W. Weise. Electromagnetic polarizability of the nucleon and chiral quark models. *Phys. Lett.*, 159 B:85, 1985.
- [Wis 00] F. Wissmann. Habilitation in Vorbereitung. Universität Göttingen, 2000.
- [Zie 92] A. Zieger et al. 180° compton scattering by the proton below the pion threshold. *Phys. Lett.*, B 278:34, 1992.

## Danksagung

Diese Arbeit wurde in der Zeit zwischen Juni 1995 und Dezember 1999 innerhalb der Mainzer Gruppe der A2-Kollaboration am Insitut für Kernphysik der Johannes-Gutenberg-Universität Mainz realisiert. Für die gute Zusammenarbeit und angenehme Atmosphäre während dieser Zeit möchte ich allen Mitgliedern des Instituts für Kernphysik danken.

Viele Personen haben an dem Gelingen dieser Arbeit durch ihre Mitarbeit, Ratschläge und Unterstützung beigetragen und deshalb möchte ich mich an dieser Stelle bei ihnen bedanken.

Bei Herrn Prof. Dr. H-J. Arends bedanke ich mich für die interessante Themenstellung, die Betreuung und die Förderung der Arbeit.

Für die hervorragende Organisation der Durchführung der TAPS-Experimente in Mainz und der anschließenden Analysephase möchte ich Prof. Dr. H. Ströher, Prof. Dr. B. Krusche, Dr. J. Ahrens, Dr. F. Wissmann und Dr. R. Beck danken. Ohne ihre fachliches Wissen und Engagement wäre die Durchführung und Analyse solcher komplizierten Experimente nicht möglich.

Herrn Dr. J. Ahrens danke ich besonders herzlich für die Betreuung in allen Phasen der Arbeit, die ständige Diskussionsbereitschaft bei allen entstehenden Fragen und Problemen und die vielen Korrekturen beim Schreiben der Arbeit in deutscher Sprache. Für mich ist er ein exzellentes Vorbild gewesen sowohl als Physiker als auch als Mensch. Außerdem hat sein spezieller Sinn für Humor eine wichtige Rolle für die nette Atmosphäre innerhalb der Arbeitsgruppe gespielt.

Herrn Dr. F. Wissmann danke ich für die Betreuung der Arbeit und für die vielen positiven Diskussionen und Vorschläge während der Analyse der Daten. Ihm möchte ich auch danken für die Bereitstellung der Analyseprogramme zur Bestimmung der Polarisierbarkeiten und für die  $\alpha$ - $\beta$ -Kontur-Bilder.

Danken möchte ich auch dem russischen Kollegen Herrn Andrei Polonski für die vielen interessanten Diskussionen über die Details der Analyse. Seine Interesse an der Arbeit und seine Mitarbeit waren sehr hilfreich, insbesondere seine Vorschläge bezüglich der Analyse der Paarproduktion und der Vetoeffizienz.

Frau Dr. Barbara Pasquini danke ich für die interssanten Diskussionen über die theoretischen Aspekten der Comptonstreuung und der Polarisierbarkeiten.

Weiterhin gilt mein Dank dem "TAPS-Team": Dr. Frank Rambo, Dr. Volker Kuhr, Patrick Achenbach, Martin Kottula, Dr. Volker Hejny, Dr. Matthias Wolf, Joachim Weiß, Uwe Siodlacek, Axel Schmidt und Roman Leukel für die ausgezeichnete Zusammenarbeit in allen Phasen der Promotion: zuerst bei der Vorbereitung und Durchführung der Experimente und danach bei der Auswertung der Daten. Unsere regelmässigen Treffen in den verschiedenen Instituten während der Auswertephase waren äußerst hilfreich.

Dem Mainzer "TAPS-Team": Axel Schmidt und Roman Leukel möchte ich besonders danken für die vielen physikalischen Diskussionen über die Funktionsweise des TAPS-Detektors und über viele Details der Auswertung der Daten und für die Korrektur der Arbeit.

Allen Mitgliedern der Mainzer Arbeitsgruppe der A2-Kollaboration danke ich für die hervorragende und freundschaftliche Zusammenarbeit und die nette Atmosphäre. Dank des ausgezeichneten und entspannten Arbeitsklimas konnte ich als Mittelmeermensch die harten deutschen Winter sehr gut vertragen. Zu nennen sind zuerst die "alten Hasen" Dr. F. Wissmann, Dr. J. Peise, Dr. M. Schneider, Dr. F. Härter, Dr. M. Schmitz, Dr. A. Thomas, Dr. H.-P. Krahn und Dr. S. Wartenberg, dann die jüngere Generation von Diplomphysiker M. Lang, I. Preobrazhenski, E. Heid, O. Jahn, G. Caselotti, R. Leukel, A. Schmidt, M. Krol und M. Wennesheimer und schließlich die Diplomanden M. Rost, M. Boulafa, A. Reiter, T. Mahmoud und C. Domingo und die Gäste Dr. D. Hornidge und M. Miller.

Vergessen möchte ich nicht die verschiedenen Studenten, die durch kleine Analyse-Programme oder durch ihre naiven, aber auch interessanten Fragen zu dieser Arbeit beigetragen haben: David Grant, Pablo Jarillo, César Domingo, Juande Zornoza und Manuel Serrano.

Bei der Familie Heininger: Rudi, Chari und Martin möchte ich mich ganz herzlich bedanken, weil sie mir ein zweites Zuhause in Mainz boten.

Außerdem möchte ich meiner Familie: meinem Vater, Manuel, meiner Mutter, Adela und meinen Geschwistern: Adela Maria, Ricardo und Carles für ihre Unterstützung während meines Studiums und meines Aufenthaltes in Deutschland danken.

Zum Schluß habe ich ganz besonders meiner Frau, Pepa zu danken. Sie hat nicht nur ihre Heimat verlassen, um mit mir nach Deutschland zu kommen, sondern sie hat mich jederzeit und in allen Projekten, die ich während der Promotion angefangen habe, unterstützt und mir geholfen, auch wenn ich oft am Wochenende arbeiten mußte. Ohne ihre Unterstützung wäre diese Arbeit nicht zustande gekommen.