

Errata zum Buch “Lineare Algebra”, 2. Auflage.

Errata zu den Lösungen ab Seite 5.

Stand: 2. August 2025

Seite	Zeile	Falsch	Richtig
40	15 v.u.	$\langle a, x \rangle$	$-\langle a, x \rangle$
40	14 v.u.	c	$-c$
40	13 v.u.	$-c$	$+c$
40	8 v.u.	$\lambda \det(a, b) $	$ \lambda \det(a, b) $
42	16 v.o.	a auf b abbildet	die Drehung über $\angle(a, b)$ ist
76	10 v.o.	$\ a\ ^2 + \ b\ ^2$	$\ a\ ^2 \cdot \ b\ ^2$
100	18 v.o.	$\frac{b_m}{a_n} x^{m-n} f(x)$	$\frac{b_m}{a_n} x^{m-n}$
126	18 v.o.	j_i -te	j_1 -te
159	4 v.u.	Matrix vergessen	$\begin{pmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1n}B \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1}B & \cdots & a_{nn}B \end{pmatrix}$
160	3 v.o.	lineare Abbildung $\omega: V^k \rightarrow \mathbb{R}$	Abbildung $\omega: V^k \rightarrow K$
172	10 v.u.	Matrizen	$n \times n$ -Matrizen
184	14 v.o.	gegeben, so	gegeben ist, nach evtl. Ergänzung mit anderen b_i aus $\text{Ker}(A^k)$, $(b_1, \dots, b_s)$ eine Basis modulo $\text{Ker}(A^{k-1})$. Es
186	9 v.o.	$(A - \lambda_i)^{m_1}$	$(A - \lambda_1 \cdot \text{Id})^{m_1}$
186	9 v.o.	$(A - \lambda_s)^{m_s}$	$(A - \lambda_s \cdot \text{Id})^{m_s}$
186	10 v.o.	$B_i := (A - \lambda_i)^{n_i}$	$B_i := A - \lambda_i \cdot \text{Id}$
186	10 v.o.	$(A - \lambda_i)^{m_i}$	$(A - \lambda_i \cdot \text{Id})^{m_i}$
188	1 v.u.	$C^{-1} \cdot A \cdot C$	$C^{-1} \cdot D \cdot C$
198	13 v.u.	$\tilde{b}_k := b_k$	$\tilde{b}_{k+1} := b_{k+1}$
200	8 v.u.	c_{ik}	(c_{ik})
201	1.v.o.	Zeigen Sie: Sei V ein	Sei V ein endlich dimensionaler
208	10 v.o.	Sei	Nach Normierung gilt $\ b_1\ = 1$. Sei

209	8 v.u.	$\mathbb{R}^n$	$\mathbb{R}^4$
209	5 v.u.	$(2, 1, 0, -2)$	$(2, 4, -1, 2)$
210	9 v.u.	$x^T \cdot A \cdot y$	$x^T \cdot A \cdot \bar{y}$
220	5 v.u.	$b^2 x^2$	$b^2 y^2$
218	5 v.u.	von $TVS^T(H)$ gegeben	gegeben
242	10 v.u.	$N \triangleleft G: \bigcap_{R \subset N}$	$N \triangleleft F(A): \bigcap_{R \subset N}$
248	9 v.o.	4.	4. Sei P eine p -Sylowgruppe von G .
250	7 v.o.	b^i , also $ba = a^i b$	b^i
252	12 v.o.	$(1 \ 2 \ k)$	$(2 \ 3 \ k)$.
252		Der Fall $n = 36$ ist vergessen worden.	Ist G einfach, dann ist $n_3 = 4$, aber $36 \nmid 12 = 4!/2$.
243	10 v.o.	$\begin{pmatrix} \omega & 0 \\ 0 & \omega \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \omega & 0 \\ 0 & \omega^{-1} \end{pmatrix}$
253	18 v.o.	$\#H = \#G$	$\#G = \#A_5 = 60$
253	18 v.u.	nicht einfach. Dann ist $n_3 = 6$.	einfach. Dann ist $n_5 = 6$.
253	17 v.u.	Einfügen:	$n = 2 \cdot 3^3 \cdot p$ mit $p \geq 7$.
			Dann $n_p > p$ und $n_p \mid 6$, Widerspruch!
253	4 v.u.	$n_5 = 36$ ist vergessen worden.	Siehe Ende der Errataliste
254	12 v.o.	$Q_{12}(1/a_1)$	$Q_{12}(-1/a_1)$
255	1 v.o.	K^*	F^*
255	13 v.o.	$ghg^{-1}(v) = gh(e_1) = g(ce_1) = cv$ für ein $c \neq 0$. Deshalb ist $g = c\text{Id}$ und $h \in D$.	gibt es ein $\tilde{h} \in P$ mit $h = g\tilde{h}g^{-1}$. Es folgt $h(v) = c_v \cdot v$ für ein $c_v \neq 0$. Dies gilt für alle $v \in V$ und $h \in D$ folgt.
255	15 v.u.	$Q_{ij}(\lambda)$	$Q_{ji}(\lambda)$
257	18 v.u.	$G = PcH$	$G = H \cup PcH$
257	12 v.u.	$cbc \in P$	$cbc \in PcP$

263	8 v.o.	modulo l	modulo I
266	3 v.u.	I ist nulldimensional genau dann, wenn	Ist I nulldimensional, so gilt
266	14. v.u.	$(x_1 - a_{i,1}) \cdot \dots \cdot (x_n - a_{i,d_i})$	$\prod_{j=1}^{d_i} (x_i - a_{i,j})$
268	12. v.u.	$(x_1 - a_{i,1})^{m_{i,1}} \cdot \dots \cdot (x_n - a_{i,d_i})^{m_{i,d_i}}$	$\prod_{j=1}^{d_i} (x_i - a_{i,j})^{m_{i,j}}$
270	2 v.u.	$\alpha(i) \leq \beta(i)$	$\alpha_i \leq \beta_i$
274	15 v.u.	$\langle x^5, x^2y^2, y^3 \rangle$	$\langle y^6, x^4, xy^2 \rangle$
274	8 v.u.	y^6y^5	$y^6 + y^5$
276	5 v.o.	$a_s f$	$a_s f_s$
276	6 und 12 v.u.	t	s
276	11 v.u.	j teilt $\text{LM}(f_j)$, nicht $\text{LM}(f_i)$	$j \neq i$ teilt $\text{LM}(f_j)$ kein Monom von f_i .
277	13 v.o.	a_{1n}	a_{n1}
278	7 v.o.	$1 \leq i < j \leq s$	$1 \leq i < j \leq t$
278	15 v.u.	$LM(a_j f_j)$	$LM(a_i f_i)$
278	13,14 v.u.	$m(f_i, f_j)$	$m(f_j, f_i)$
284	10 v.o.	Letzter Satz fehlt.	Dann hat $M_g(t)$ die verschiedenen Nullstellen $g(p_i)$ ($i = 1, \dots, s$), deshalb gilt $\deg(M_g(t)) = s$
284	12 v.o.	$K[x_1, \dots, x_n]$	$K[t]$
284	1,2 v.u.	die reellen Lösungen in $V(I) \dots$ $\dots$ zwei Lösungen sind komplex.	$1 + \sqrt{5}$ und $1 - \sqrt{5}$. Dann gilt $V(I)$ $= \{(-1, 1), (-1, -2), (2 + \sqrt{5}, 1), (2 - \sqrt{5}, 1)\}$.
288	14 v.o.	$a_1 g_1 + \dots + a_t g_t$	$a_1 f_1 + \dots + a_s f_s$
288	2 v.u.	$\sum_{j=1}^t$	$\sum_{j=1}^k$
289	17 v.o.	I radikal	I nulldimensional und radikal
290	14 v.u.	$\mathbb{C}$	K
290	7 v.u.	$f \in$	$g \in$
300	9 v.u.	Beweis von $1 \notin I_f$ fehlt.	Siehe Ende der Errataliste.
304	6 v.o.	Elementen.	Elementen und schreibe $K = \mathbb{F}_p$.
304	13 v.u.	5	4
305	18 v.o.	ist.	ist?
306	17 v.u.	$(cg)^*$	$(\overline{cg})^*$
307	6 v.o.	Warum ist	Ist

308	3 v.u.	$\langle M_1(g), a^2 - 2 \rangle$	$\langle M_1(g), f, a^2 - 2 \rangle$
308	3 v.u.	$\langle M_2(g), a^2 - 2 \rangle$	$\langle M_2(g), f, a^2 - 2 \rangle$
310	3 v. o.	9.7	9.6
310	17 v.u.	f und m^2	$f \cdot m + m^2$
310	16 v.u.	$r_s f_s$	r_s
310	15 v.u.	mod f .	mod $f \cdot m + m^2$
310	10 v.u.	$-a_1 \sum_{i=2}^s a_i \widehat{f_i}$	$-t_1 \sum_{i=2}^s a_i \widehat{f_i}$
314	9 v.o	$y_1, \dots, y_u$	$x_1, \dots x_s$
314	10 v.o.	y^{β_i}	β_i
314	17 v.o	$\sqrt{I : J_1}$	$\sqrt{J : J_1}$
314	11.v.u.	f_s	f_d
316	16 und 17 v.o.	bestimme für (x, t)	setze $J = I + \langle t - g \rangle$.
316	18 und 19 v.o	in der Gröbner-Basis	in $\mathbb{Q}[t, x, y_i] \cap J$
316	21 v.o.	dieser Gröbner-Basis	$\mathbb{Q}[t, x] \cap J$

- Im Beweis von Satz 10.5 Nr 3 einfügen nach 8 v.u. “eindimensional”:

Wir zeigen, dass $1 \notin I_f$. Sei $f_1(x) = f(x)$ und wir definieren rekursiv $f_{i+1}(x)$ durch

$$f_i(x) = (x - x_i)f_{i+1}(x) + f_i(x_i)$$

für $i = 2, \dots, n$. Hier ist $f_{i+1}(x) \in K[x_1, \dots, x_i][x]$ normiert vom Grad $n - i + 1$ in x . Insbesondere ist $f_{n+1} = 1$. Bez. $>_{lex}$ mit $x_1 < \dots < x_n$ gilt $LM(f_i(x_i)) = x_i^{n-i+1}$. Nach dem Produkt-Kriterium ist $(f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n))$ eine Gröbner Basis und $1 \notin \langle f_1(x_1), \dots, f_n(x_n) \rangle$. Weil

$$f(x) = (x - x_1) \cdot \dots \cdot (x - x_n) \bmod \langle f_1(x_1), \dots, f_n(x_n) \rangle$$

folgt, dass $I_f \subset \langle f_1(x_1), \dots, f_n(x_n) \rangle \neq K[x_1, \dots, x_n]$ und $1 \notin I_f$.

- Auf Seite 253 vor “Somit haben wir den nachfolgenden Satz” einfügen:

Sei $n_5 = 36$. Dann ist $n_3 = 10$, denn $n_3 = 4$ impliziert $\#G \leq 4!/2$. Wäre $P \cap Q = \{e\}$ für alle verschiedene 3-Sylowgruppen P, Q von G , so hätte G mindestens $4 \cdot 36 + 8 \cdot 10 > 180$ Elemente.

Also gibt es $P, Q \in \text{Syl}_3(G)$ mit $\#P \cap Q = 3$. Jetzt argumentiere wie bei $n = 144$.

Errata zu den Lösungen

Aufgabe 1.14 Nr. 3:

$$3. \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 15 \\ 10 & 22 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & 10 \\ 15 & 7 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 9.10 Nr. 3: Statt $\langle g_i \rangle \supset \langle g_i \rangle$. Somit $f_i \bmod g_i$: $\langle f_i \rangle \supset \langle g_i \rangle$ und f_i teilt g_i .

Aufgabe 10.15, bei $\mathbb{F}_3[x]$: Grad 5: Antwort 48

Grad 6: Antwort 116.