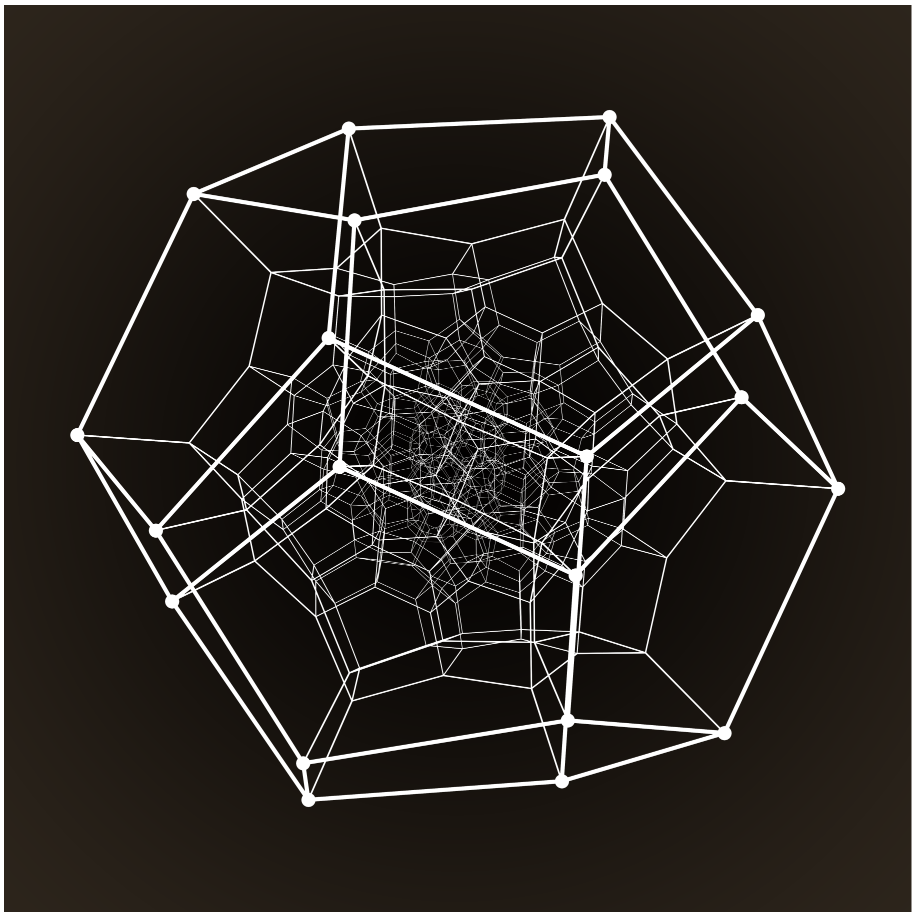
Vorlesungsverzeichnis

Mathematik



Mainz

Sommersemester 2019

Vorwort

Dieses Vorlesungsverzeichnis enthält eine Übersicht über die weiterführenden Vorlesungen, welche im kommenden Sommersemester 2019 am Institut für Mathematik in Mainz gehalten werden. Man findet Kurzfassungen der Inhalte der einzelnen Vorlesungen und Literaturhinweise. Diese sind als Information und Entscheidungshilfe für alle Mathematikstudierenden nach dem Grundstudium gedacht.

Die Vorlesungen aus dem Grundstudium, die Service-Veranstaltungen, sowie die Seminare sind nicht in diese Übersicht aufgenommen.

D. van Straten

Mainz, Februar 2019

Übersichtsplan

Zeit	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
08-10	Differentialgleichungen (Lehn) Differentialgeo. (Schneider) Algebra II (Blickle)	Computeralgebra (de Jong) Algebra II (Blickle)	Codierungstheorie (Leinen) Alg. Zahlentheorie (Javanpeykar) Statistik mit Rechnerübungen (Höpfner)	Differentialgleichungen (Lehn) Computeralgebra (de Jong) Alg. Zahlentheorie (Javanpeykar)	Codierungstheorie (Leinen)
10-12	Algebraische Geo.II (Zuo)	Stochastik I (Höpfner) Partielle Differentialgleichungen II (Rendall) Topologie IV (Groth) Riemannsche Differentialgeo. II (Kraus) Stochastik III (Klenke)	Topologie II (van Straten) Num. Methoden in der Uncertainty QuantificationII – VL (Bachmayr)	Stochastik I (Höpfner) Topologie II (van Straten) Algebraische Geo.II (Zuo) Topologie IV (Groth) Stochastik III (Klenke) Computational Fluid Dynamics (Lukacova)	Statistik mit Rechnerübungen (Höpfner) Differentialgeo. (Schneider)
12-14	Oscillatorish solutions to equations in Fluid Dynamics (Feireisl) Markovketten und -prozesse: Beispiele und Anwendungen (Birkner)	Analysis III (Fröhlich) Modellierungspraktikum VL (Bachmayr) Fourieranalysis (Kostrykin)		Analysis III (Fröhlich) Riemannsche Differentialgeo. II (Kraus) Fourieranalysis (Kostrykin)	
14-16	Funktionsanalysis I (Hanke-Bourgeois) Partielle Differential-gleichungen II (Rendall)	Alg. Kurven u. Riemannsch. Flächen (Zuo) Kontrolltheorie (Rendall) Modellierungspraktikum Übung (Bachmayr)	Num. Methoden in der Uncertainty QuantificationII – Praktikum (Bachmayr)	Funktionsanalysis I (Hanke-Bourgeois) Geschichte der Geometrie (Sauer) Oscillatorish solutions to equations in Fluid Dynamics (Feireisl) Extremwerttheorie (Hartung)	Alg. Kurven u. Riemannsch. Flächen (Zuo)
16-18	Geschichte der Geometrie (Sauer)				

Algebra 2: Kommutative und homologische Algebra

Dozent: Prof. Dr. Manuel Blickle

Vorlesung: Mo, Di 8-10 — Übung: n.V.

Emmy Noether 1882—1935, Mother of modern Algebra

Ziel der Veranstaltung ist es, grundlegende Begriffe aus der Algebra einzuführen und zu vertiefen. Dabei stehen zwei miteinander verwobene Themen im Mittelpunkt. Zunächst widmen wir uns klassischen Konstruktionen und Resultaten der *kommutaitven Algebra*. Das heißt, wir untersuchen Noethersche kommutative Ringe mit Augenmerk auf die Kategorie der Moduln über diesen Ringen.
Als zweites werden wir die in vielen Bereichen der Mathematik unverzichtbare Maschine der *homologischen Algebra* anhand der sich aus der kommutativen Algebra ergebenden Beispiele kennenlernen.
Stichworte: ganze Ringerweiterungen, Lokalisierung, Assoziierte Primideale, Noether Normalisierung, Hilberts Nullstellensatz, Dimensionstheorie, injektive und projektive Moduln, Kategorien und Funktoren, die derivierte Kategorie.
Das Handwerkszeug, welches man in dieser Vorlesung lernen kann, ist unverzichtbar für alle, die über eine Vertiefung in einem der Bereiche Algebra, algebraische Geometrie, komplexe Geometrie oder Arithmetik nachdenken. Ein Zyklus in algebraischer/komplexer Geometrie bietet sich als natürliche Weiterführung der Veranstaltung an. Voraussetzung für die Teilnahme ist ein solides Verständnis der Grundbegriffe der Algebra aus den Vorlesungen Algebra 1: Körper, Ringe, Moduln oder Computeralgebra.

Literatur:

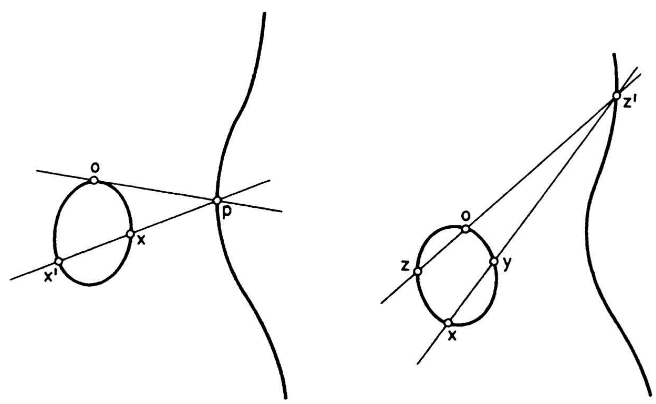
Atiyah, M. F.; Macdonald, I. G. Introduction to commutative algebra. Addison-Wesley Publishing Co.
Eisenbud, David Commutative algebra. With a view toward algebraic geometry. Graduate Texts in Mathematics, 150. Springer-Verlag, New York, 1995. xvi+785 pp.

Algebraische Geometrie II

Dozent: Prof. Dr. Kang Zuo

Termine: Mo 10-12, Do 10-12

Basierend auf meine Veranstaltung algebraische Geometrie I im WS 2018/19, setze ich meine Vorlesung algebraische Geometrie II im SS19 fort. Ich bespreche die globale Konzepte der algebraischen Geometrie wie die folgende Kernbegriffe: Struktur der birationalen Abbildungen, normale Varietäten, Divisoren und Differentialformen, Ebene algebraische Kurven und Gruppengesetz, abelsche Varietäten und Riemann-Rochschen Satz für Kurven.



das Gruppengesetz einer Ebenen algebraischen Kurve

Literatur:

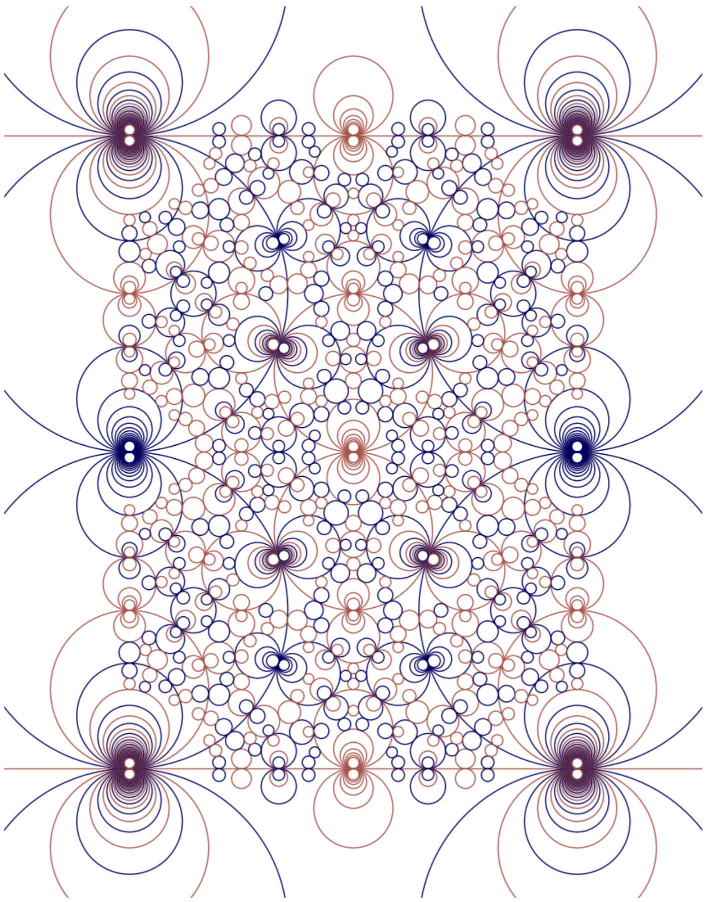
I.R. Shafarevich, *Basis Algebraic Geometry 1*, Springer (2013).
R. Hartshorne, *Algebraic Geometry*, Springer (1977).

Algebraische Zahlentheorie

Dozent: Jun. Prof. Dr. Ariyan Javanpeykar

Termine: Mittwoch und Donnerstag 8.15-9:45

Jede Zahl hat eine eindeutige Zerlegung in Primfaktoren. Das heißt, der Ring der ganze Zahlen ist ein faktorieller Ring. In dieser Vorlesung werden wir uns zunächst mit Verallgemeinerungen dieser Aussage beschäftigen. Dazu werden wir die Theorie von Dedekindringen ausführlich behandeln.



Danach legen wir den Fokus auf Zahlkörper und beschäftigen uns mit klassischen Endlichkeitssätzen von Dirichlet, Hermite, und Minkowski. Zum Beispiel beweisen wir, dass die (abelsche) Einheitengruppe des Rings der ganzen Zahlen eines Zahlkörpers endlich erzeugt ist.

Literatur:

Neukirch, J., *Algebraische Zahlentheorie*, Springer Verlag 1992.

Analysis 3

Dozent: Prof. Dr. Steffen Fröhlich

Termine: Di und Do 12.15-13.45

In dieser Vorlesung erlernen wir die Grundlagen der Lebesgueschen Maß- und Integrationstheorie einschließlich einführender Elemente der geometrischen Maßtheorie nach Hausdorff, ferner wichtige Begriffe und Methoden der klassischen Vektoranalysis und schließlich die für die moderne Analysis zentralen Integralsätze von Gauß, Green und Stokes auf Untermannigfaltigkeiten des Euklidischen Raumes.

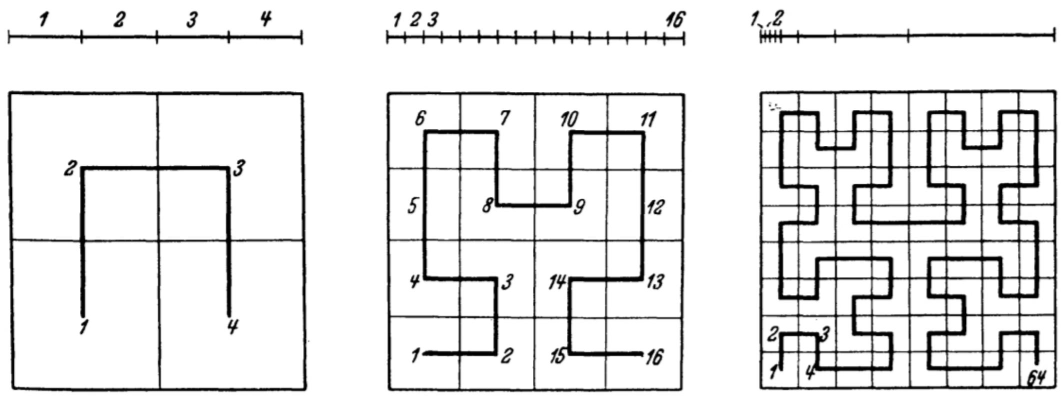


Abb. 1. Abb. 2. Abb. 3.

D. Hilbert: *Über die stetige Abbildung einer Linie auf ein Flächenstück* (1891)

Literatur:

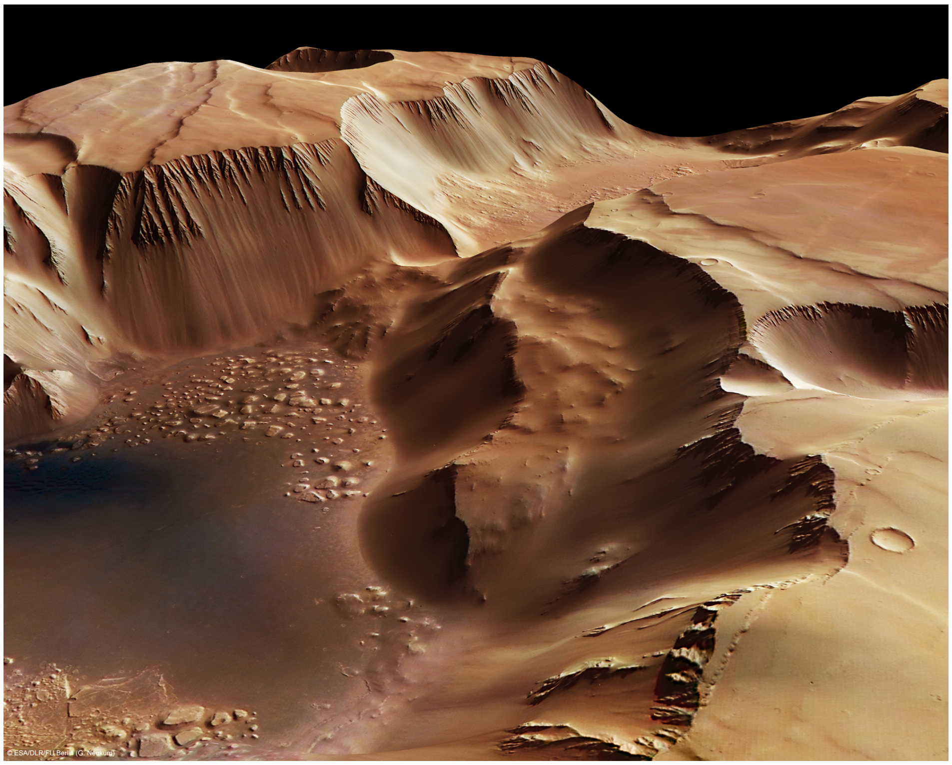
F. Burk, *A Garden of Integrals*, The Mathematical Association of America (2007)
J.J. Koliha, *Metrics, Norms and Integrals*, World Scientific (2008)
F. Sauvigny, *Analysis,* Springer Spektrum (2014)

Codierungstheorie

Dozent: **apl. Prof. Dr. Felix Leinen**

Termine: **Mi und Fr 08 – 10 Uhr**
Alle 2 Wochen soll einer der Termine als Übungsstunde genutzt werden.

Homepage: `www.staff.uni-mainz.de/leinen/CTH.html`



https://www.esa.int/spaceinimages/Images/2007/11/Noctis_Labyrinthus_perspective_view

Wie kann es sein, daß wir die Daten für solch klare Bilder von der Mars-Oberfläche empfangen können, obwohl die Funksignale der Sonden ca. 14 Minuten bis zur Erde benötigen und währenddessen durch unkontrollierbare elektromagnetische Störungen verfälscht werden? Wie kann es sein, daß eine Musik-CD in Echtzeit sauber abgespielt werden kann, obwohl die Kratzer auf ihrer Oberfläche sie an vielen Stellen unlesbar machen?

Diese Fragen löst die Codierungstheorie, indem die zu übertragenden Informationen mit zusätzlichen Sicherheitsmerkmalen angereichert werden. Die Kunst besteht nun darin, durch geschickte Nutzung algebraischer und geometrischer Strukturen besonders effiziente Verfahren zu entwickeln.

Vorkenntnisse:

LAG 1, GAZ und LALA.
Alternativ: LAG 2 anstelle LALA; Algebra 1 oder Computeralgebra anstelle GAZ.

Literatur:

- ▷ *Ihre selbst angefertigte Vorlesungsmitschrift.*
- ▷ S. Ling – C. Xing: *Coding Theory*, Cambridge Univ. Press 2004.
- ▷ R. J. MacEliece: *The Theory of Information and Coding*, Cambridge Univ. Press 2002.
- ▷ O. Manz: *Fehlerkorrigierende Codes*, Springer Vieweg 2017. `https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-658-14652-8`
- ▷ V. S. Pless: *Introduction to the Theory of Error-Correcting Codes*, Wiley 1998.
- ▷ J. H. van Lint: *Introduction to Coding Theory*, Springer 1999.
- ▷ W. Willems: *Codierungstheorie*, de Gruyter 1999. `https://www.degruyter.com/viewbooktoc/product/5272`

Vergabe von Leistungspunkten:

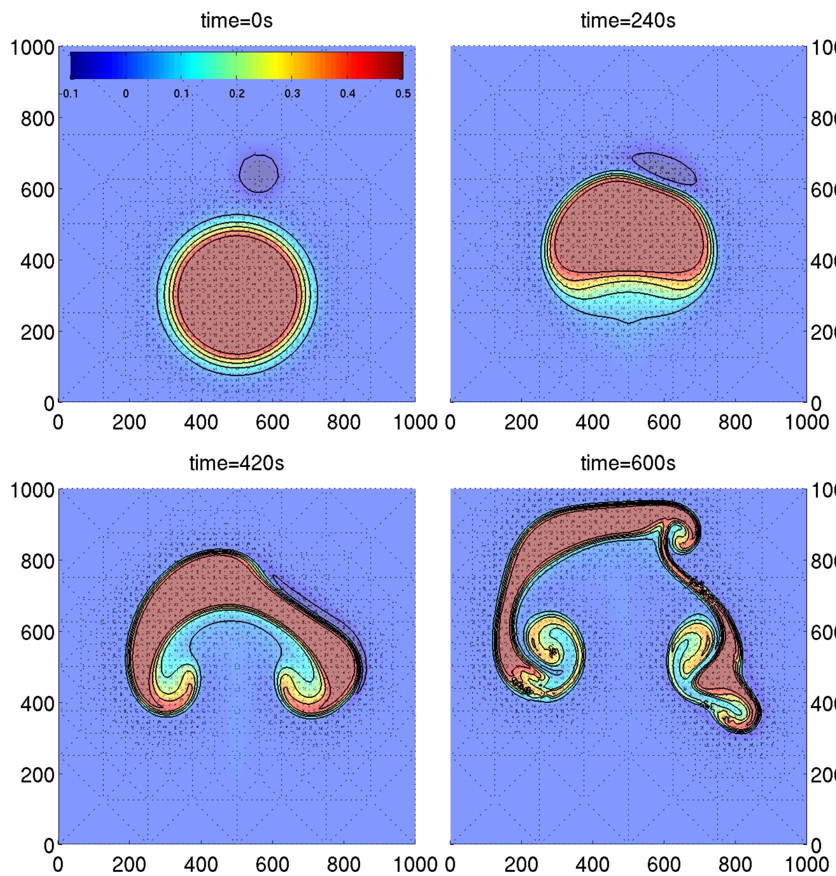
Aktive Teilnahme an Vorlesungen und Übungen. Für Studierende mit Ziel Master of Education kann eine Note nur auf Grundlage ihrer Beteiligung an den Übungen ermittelt werden.

Computational Fluid Dynamics

Dozent: Prof. Dr. Mária Lukáčová

Termine: Do 10:00-12:00

In der Vorlesung werden wichtige Techniken mathematischer Modellierung und numerischer Simulation in der Strömungsmechanik besprochen. Wir beschäftigen uns mit kontinuums-mechanischer Modellierung kompressibler Fluide, mit der Theorie von hyperbolischen Erhaltungsgleichungen, sowie auch mit numerischer Simulation reibungsfreier kompressibler Strömungen mit Hilfe von Finite-Volumen-Verfahren und Diskontinuierlichen-Galerkin-Verfahren.



Literatur:

M. Lukáčová: *Lecture Notes Computational Fluid Dynamics.*
M. Feistauer: *Mathematical Methods in Fluid Dynamics*, Longman Scientific & Technical, Harlow, 1993.
R. J. Le Veque: *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*, Cambridge University Press, 2002.

Computeralgebra

Dozent: Prof. Dr. Theo de Jong

Termine: Di und Do 8-10 Uhr

In der Vorlesung werden wir einige Probleme aus der algorithmischen Mathematik behandeln, wie zum Beispiel:

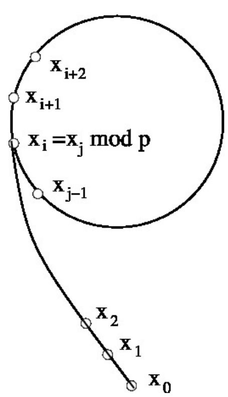
(1) Primzahlbestimmung und Faktorisierung von natürlichen Zahlen (z.B. Miller-Rabin, Pollard rho und die $p-1$ Methode).
(2) Das Lösen von polynomialen Gleichungssystemen. In der linearen Algebra haben Sie gelernt lineare Gleichungssysteme zu lösen. Wir werden Gleichungen höheren Grades betrachten und sehen, wie man feststellen kann, ob das Gleichungssystem eine Lösung hat und gegebenfalls die Lösungen numerisch berechnen.
(3) Faktorisierung von Polynomen mit Koeffizienten in $\mathbb{Q}$. Wie schafft ein Computerprogramm es zum Beispiel das Polynom

$$f = x^7 - 9x^6 + 9x^5 + 22x^4 - 65x^3 + 52x^2 + 20x - 62$$

zu faktorisieren? (Lösung: $f = (x^3 - 2x^2 + 2) \cdot (x^4 - 7x^3 - 5x^2 + 10x - 31)$)

Die benutzten Methoden liefern eine gute Vorbereitung auf abstraktere algebraische Vorlesungen.

Zur Vorlesung gehört ein integrierter Übungs- und Praktikumsbetrieb. Programmierkenntnisse werden NICHT vorausgesetzt, es ist jedoch ratsam, sich schon etwas von der Sprache Python anzueignen. Pythonkurse werden in den Semesterferien angeboten, aber auch auf youtube sind elementare Einführungen zu finden. Wir werden das Computeralgebrasystem `SAGE` einsetzen, welches kostenlos unter `http://www.sagemath.org/` verfügbar ist.



Literatur:

D. Bressoud: *Factorization and Primality Testing*, Springer Verlag 1989.

G. Von zur Gathen, *Modern Computer Algebra*, Cambridge University Press 2013.

D. Cox, J. Little, D. O'Shea: *Ideals, Varieties and Algorithms*, Springer Verlag 2015.

Differentialgleichungen

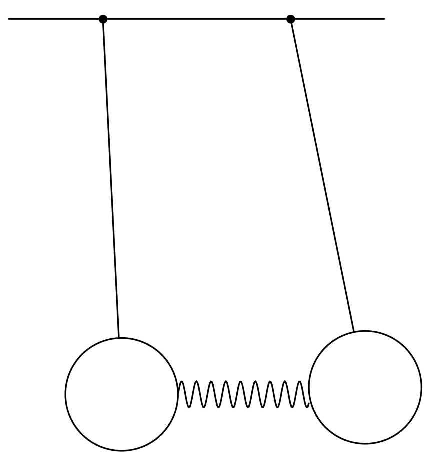
Dozent: Prof. Dr. Manfred Lehn

Termine: Mo und Do 8-10

Diese 4-stündige Vorlesung richtet sich an Studentinnen und Studenten im Masterstudiengang Education. Dabei soll eine SWS als interaktive Übung gestaltet werden. Vorausgesetzt werden die Pflichtlehrveranstaltungen im BEd Mathematik. Die aktive Teilnahme wird durch eine zweistündige Klausur am Semesterende überprüft.

Gegenstand der Vorlesung ist die Theorie der gewöhnlichen und, sofern es die Zeit erlaubt, eine Einführung in die partiellen Differentialgleichungen. Ein Hauptanliegen ist neben der Behandlung der Behandlung der zahlreichen Lösungsmethoden die Verbindung zu konkreten Fragen aus Physik und anderen Nachbarwissenschaften.

Differentialgleichungen treten auf ganz natürliche Weise in der Beschreibung von Naturvorgängen auf, bei denen die zeitliche oder räumliche *Änderung* eines bestehenden Zustands auf naturgesetzliche Weise vom gegebenen Zustand abhängen. Einfache Beispiele sind der radioaktive Zerfall, Bakterienwachstum, elektrische Schaltkreise mit Spulen und Kondensatoren oder die Bewegung der Planeten im Kraftfeld der Sonne.



gekoppelte Pendel

Literatur:

Walter, *Gewöhnliche Differentialgleichungen*, Springer Verlag (2000).
Heuser, *Gewöhnliche Differentialgleichungen*, Vieweg+Teubner (2009).

Darüber hinaus enthalten die meisten Lehrbücher der Analysis Abschnitte über Differentialgleichungen.

Differenzialgeometrie und Mannigfaltigkeiten

Dozent: PD Dr. Matthias Schneider

Termine: Montag 8-10 und Freitag 10-12

Warum ist die Banane krumm?

Aus mathematischer Sicht ist die Antwort recht einfach: Nach dem Satz von *Gauß-Bonnet* ist das Integral der Gauß-Krümmung über die Oberfläche bei jeder Banane 4π - also muss jede Banane krumm sein.

Der Satz von *Gauß-Bonnet* ist sicherlich eines der schönsten mathematischen Ergebnisse, welches man in diesem Semester lernen kann, und gilt nicht nur für Bananen, sondern für jede kompakte orientierte zweidimensionale Riemannsche Mannigfaltigkeit.

Die Vorlesung gibt eine Einführung in die Theorie der Krümmung von Kurven, Flächen und Riemannschen Mannigfaltigkeiten. Für Teilnahme an der Vorlesung sind solide Kenntnisse der Vorlesungen Analysis 1-2 sowie Lineare Algebra 1-2 hilfreich.

Literatur:

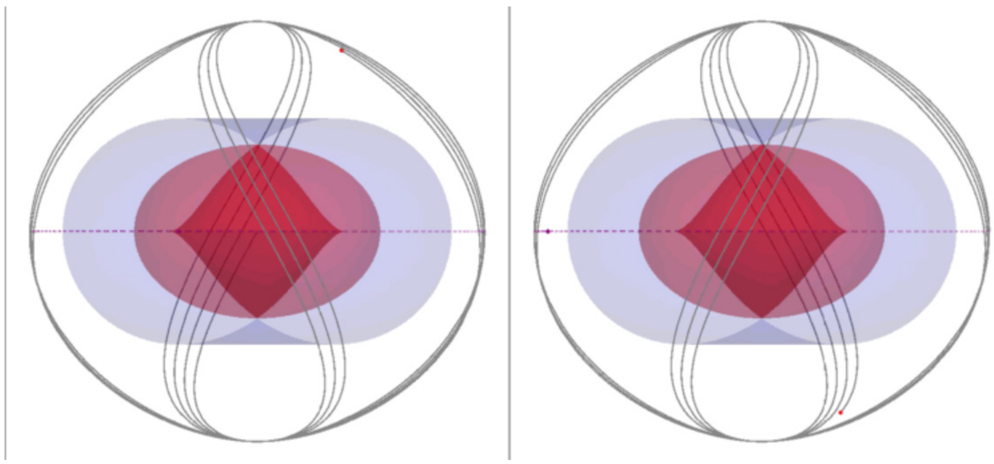
J. M. Lee, *Riemannian Manifolds: An Introduction to Curvature*, Springer (2010)
C. Bär, *Elementare Differenzialgeometrie*, de Gruyter (2000)
M. Do Carmo, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Dover Publications (2016)

Differentialgeometrie 2

Dozent: PD Dr. Margarita Kraus

Termine: Di 10:15–12:00 und Do 12:15-14.00

Die Vorlesung ist die Fortsetzung der Differentialgeometrie 1. In diesem Semester werden wir uns hauptsächlich mit Differentialgeometrie auf Lorentzmannigfaltigkeiten und Anwendungen in der allgemeinen Relativitätstheorie beschäftigen. Eine wichtige Rolle spielt dabei das Verhalten von lichtartigen Geodätischen, das in Singularitätensätzen beschrieben wird. Auch die Petrov-Klassifizierung wollen wir behandeln.



Literatur:

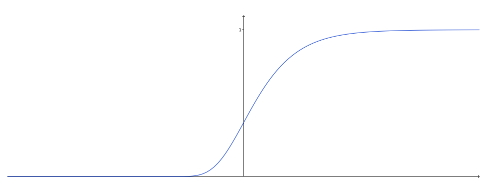
O'Neil, *Semi-Riemannian Geometry*, Academic Press (1983).
Hawking, Ellis, *The large Structure of Spacetime*, Cambridge (1973).
Beem, Ehrlich, *Global Lorentzian Geometry*, CRC Press (1996).

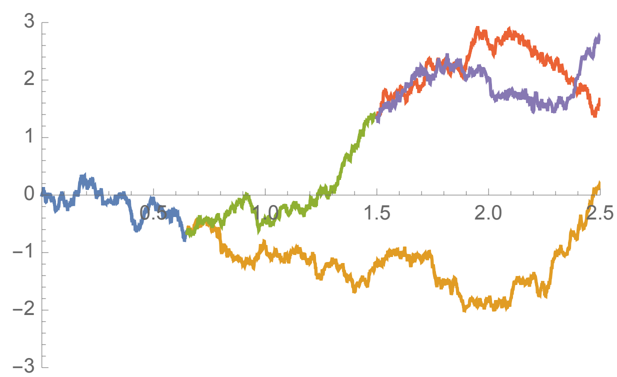
Extremwerttheorie

Dozent: Prof. Dr. Lisa Hartung

Termine: Do 14.15-16.00

Der erste Teil der Vorlesung beschäftigt sich mit der Extremwerttheorie für unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariablen, d.h. wir möchten zum Beispiel die Frage beantworten "Wie hoch ist das Maximum von n identisch verteilten, unabhängigen Zufallsvariablen?" Diese Frage werden wir uns zunächst für normalverteilte Zufallsvariablen anschauen und dann versuchen allgemeinere Gesetze zu finden.
Im zweiten Teil werden wir sehen, wie entscheidend die Annahme der Unbahängigkeit ist (oder eben auch nicht). Gegen Ende werde ich ein paar Fragestellungen vorstellen, die mit meinen Forschungsinteressen zu tun haben und erklären wie diese im Zusammenhang zur restlichen Vorlesung stehen. Der letzte Teil wird skizzenhaft sein und soll Ihnen lediglich einen groben Eindruck geben.





Wir werden in der Vorlesung sehen was die Verteilungsfunktion der Gumbelverteilung (links) mit dem Verzweigungsprozess (links) zu tun hat.

Literatur:

Sidney I. Resnick, *Extreme Values, Regular Variation and Point Processes*, Springer (1987).

Anton Bovier, *Gaussian processes on trees: From spin glasses to branching Brownian motion*, Cambridge University Press (2016).

Fourieranalysis

Dozent: Prof. Dr. Vadim Kostrykin

Termine: Di und Do 12-14, Raum 04-522

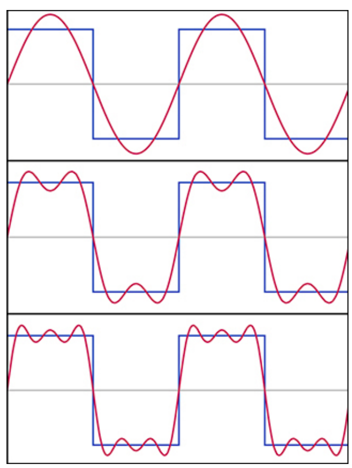
Die Fourieranalysis beschäftigt sich mit Darstellung von Funktionen durch Fourier-Reihen

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos(nt) + B_n \sin(nt))$$

oder durch Fourier-Integrale

$$f(t) = \int_{\mathbb{R}} \mathrm{e}^{its} g(s) ds.$$

Sie besitzt unzählige Anwendungen in fast allen Gebieten der Mathematik sowie in der Physik und den Ingenieurwissenschaften.
In der Vorlesung wird die Theorie der Fourierreihen und Fourierintegrale entwickelt. Auch einige Anwendungen dieser Theorie werden besprochen.
Voraussetzungen: Analysis I und II, lineare Algebra, etwas Lebesgue-Integrationstheorie ist von Vorteil, aber keine Voraussetzung.



Literatur:

E. M. Stein, R. Shakarchi, *Fourier Analysis: An Introduction (Princeton Lectures in Analysis, Vol. 1)*, Princeton Univ. Press (2003).

L. Grafakos, *Classical Fourier Analysis*, Springer, verschiedene Auflagen.

A. Zygmund, *Trigonometric Series*, Cambridge Univ. Press, verschiedene Auflagen.

Funktionalanalysis I
Einführung in die Funktionsanalysis

Dozent: Prof. Dr. Martin Hanke-Bourgeois

Termine: Mo und Do 14-16 Uhr

Bei dieser Lehrveranstaltung handelt es sich um ein Aufbaumodul, das für viele weitergehende Veranstaltungen – für alle Bereiche der Analysis und der Numerik, sowie für Stochastik und theoretische Physik – grundlegend ist. Die Vorlesung gibt einen Überblick über zentrale Eigenschaften linearer Abbildungen (Operatoren) in unendlichdimensionalen Banach- und Hilberträumen bis hin zur Spektraltheorie selbstadjungierter Operatoren in Hilberträumen.

Otto Nikodym and Stefan Banach (Krakau, Polen; Skulptur von Stefan Dousa)

Literatur:

H.W. Alt, *Lineare Funktionalanalysis*, Springer, Berlin (2012).
D. Werner, *Funktionalanalysis*, Springer, Berlin (2018).

Geschichte der Geometrie

Dozent: Prof. Dr. Tilman Sauer

Termine: Mo 16-18, Do 14-16

Die Vorlesung schliesst sich inhaltlich an die "Kulturgeschichte der Mathematik" vom Wintersemester an gibt einen Überblick über Entwicklungen der Mathematik vom 17. Jahrhundert bis in das 20. Jahrhundert. Ausgehend von der analytischen Geometrie von Descartes wird die Entstehung und Entfaltung der Analysis behandelt und die Entwicklung und Ausdifferenzierung der Geometrie bis hin zur Herausbildung einer mehrdimensionalen Differentialgeometrie als mathematische Voraussetzung für die Entstehung der allgemeinen Relativitätstheorie.
Behandelte Themen u.a.: die Vielfalt der geometrischen Probleme und Methoden im 17 Jahrhundert und die Herausbildung der Analysis; weitere Entwicklung der Analysis in Richtung einer Algebraisierung; Anfänge der Variationsrechnung; Ursprünge der nicht-euklidischen Geometrie; der Begriff der Krümmung und das Theorema egregium; Verallgemeinerungen des Dimensionsbegriffs und Axiomatisierung der Geometrie; Invariantentheorie und Tensorkalkül; klassische Mechanik und Relativitätstheorie.

Literatur:

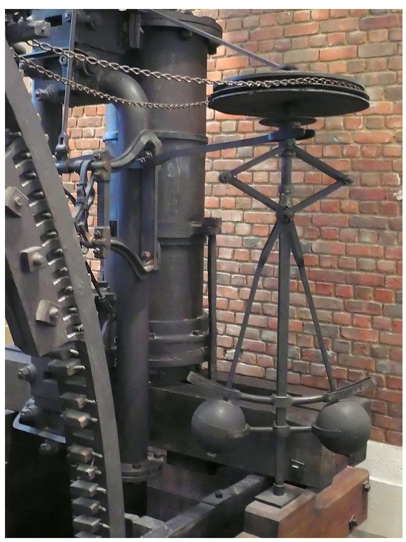
Boyer, Carl B., *A History of Mathematics*, Wiley, 1989.
Edwards, Charles, *The Historical Developments of Calculus*, Springer, 1994.
Jahnke, Niels (Hg.) *Geschichte der Analysis*, Heidelberg, 1999.
Mainzer, Klaus, *Geschichte der Geometrie*, B.I., 1980.
Eigene Folien und Skripte

Kontrolltheorie

Dozent: Prof. Dr. Alan Rendall

Termine: Di 14-16

In dieser Vorlesung geht es um die mathematische Kontrolltheorie (auf deutsch auch Regelungstechnik genannt). Es geht um die Frage, wie man Objekte (z. B. Maschinen) kontrollieren kann, d.h. wie man deren Verhalten beeinflussen kann damit ein bestimmtes Ziel erreicht wird. Ein klassisches Beispiel auf diesem Gebiet ist der Fliehkraftregler für Dampfmaschinen, ein moderner Autopilot in einem Flugzeug. Dabei geht es in der Vorlesung vor allem um Fragen der globalen Kontrolle, wo nichtlineare Effekte eine wesentliche Rolle spielen. Die mathematischen Modelle die betrachtet werden, werden durch Systeme von gewöhnlichen Differentialgleichungen definiert. Vorausgesetzt werden nur Kenntnisse aus den Grundvorlesungen, wobei weitere Kenntnisse über gewöhnliche Differentialgleichungen hilfreich sein könnten. Die Hauptquelle für diese Vorlesung ist das Buch 'Mathematical Control Theory' von Eduardo Sontag, das auf der Webseite des Autors verfügbar ist (http://www.sontaglab.org/publications.html). In der Vorlesung kann nur ein kleiner Teil des Inhalts dieses Buches behandelt werden.



Literatur:

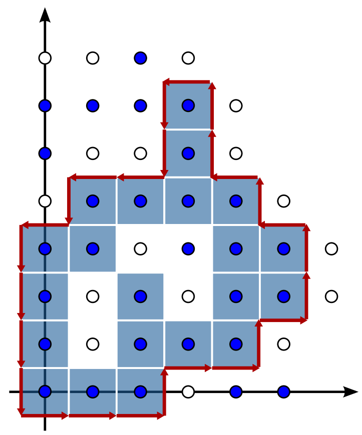
E. Sontag, *Mathematical Control Theory*, Springer Verlag (1998).

Markovketten und -prozesse: Beispiele und Anwendungen

Dozent: Prof. Dr. Matthias Birkner

Termine: Mo 12-14

Markovketten stellen unter anderem ein wichtiges stochastisches Modellierungswerkzeug dar, das in vielen Anwendungskontexten nützlich ist. Die Grundbegriffe kommen (zumeist) bereits in der Einführungsvorlesung zur Stochastik (und gelegentlich auch in der gymnasialen Oberstufe) vor, diese Ergänzungsvorlesung behandelt Eigenschaften und farbige Beispiele, etwa beim Kartenmischen, aus der Populationsbiologie, der Bedientheorie und der statistischen Physik, für die in den Kursvorlesungen oft eher wenig Zeit bleibt.



Teilnehmer sollten zumindest die Vorlesung Einführung in die Stochastik erfolgreich absolviert haben. Je nach Interessen und Vorkenntnissen der Teilnehmer kann die Vorlesung gelegentlich auch avancierte stochastische Werkzeuge (etwa Diffusionsprozesse, stochastische Differentialgleichungen) betrachten, wir werden diese aber anhand diskreter Approximationen und „anwendungsorientierter“ Intuition heuristisch motivieren und ggfs. z.T. entwickeln; sie kann dann bei entsprechender Motivation auch als Einladung aufgefasst werden, sich mit solchen Begriffen zu befassen.

Literatur:

Pierre Brémaud, *Markov chains : Gibbs fields, Monte Carlo simulation, and queues*, Springer (1999).
David A. Levin, Yuval Peres, Elizabeth L. Wilmer, *Markov Chains and Mixing Times*, AMS (2009).
James R. Norris, *Markov chains*, Cambridge Univ. Press (1999).
Jun S. Liu, *Monte Carlo strategies in scientific computing*, Springer (2001).
Evgenij B. Dynkin, Alexander A. Juschkewitsch, *Sätze und Aufgaben über Markoffsche Prozesse*, Springer (1969).
Stewart N. Ethier, Thomas G. Kurtz, *Markov processes: characterization and convergence*, Wiley, (1986).

Modellierungspraktikum

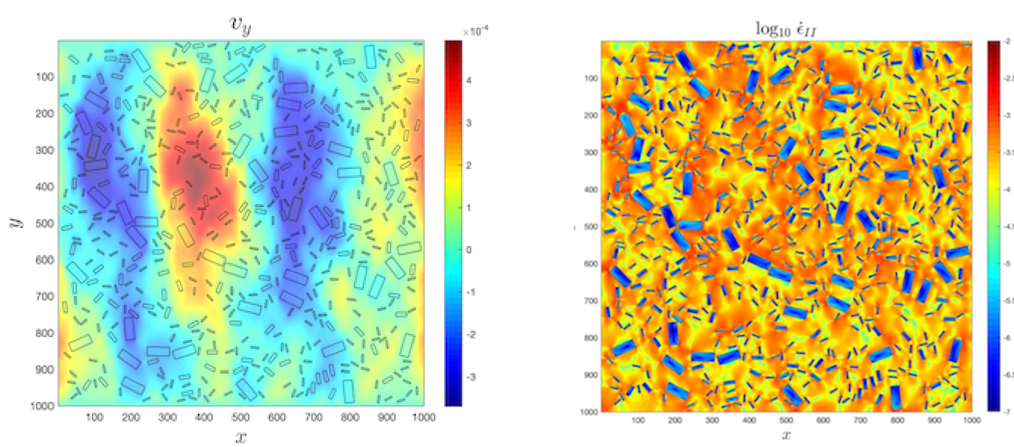
Dozent: Prof. Dr. Markus Bachmayr

Termine: Di 12-14 (Vorlesung), Di 14-16 (Übung)

In dieser Veranstaltung beschäftigen wir uns, in Kooperation mit der Arbeitsgruppe für Geophysik von Boris Kaus, mit der numerischen Modellierung geodynamischer Vorgänge. Dies umfasst die Simulation von Magmaströmungen ebenso wie die Berechnung großskaliger Deformationen der Erdkruste. Dabei spielen vor allem die Stokes-Gleichungen als Modell langsamer Fließvorgänge viskoser Strömungen eine zentrale Rolle.

Das Praktikum beginnt mit einer Einführung zu den Modellen und den relevanten numerischen Verfahren. Dabei wird zunächst die grundlegende Diskretisierung der Stokes-Gleichungen mit finiten Differenzen und gemischten Finiten Elementen erarbeitet. Anschließend werden weiterführende Fragestellungen als Projekte in Kleingruppen bearbeitet, beispielsweise nichtlineare Materialgesetze, effiziente Lösungsverfahren oder die Umsetzung auf Parallelrechnern.

Das Modellierungspraktikum bildet den zweiten Teil des Moduls *Wissenschaftliches Rechnen* und baut auf die Veranstaltung *Numerik partieller Differentialgleichungen* auf.



(Abbildungen zur Verfügung gestellt von Boris Kaus)

Literatur:

D. Boffi, F. Brezzi, und M. Fortin, *Mixed Finite Element Methods and Applications*, Springer, 2013.

T. Gerya, *Introduction to Numerical Geodynamic Modelling*, Cambridge University Press, 2009.

G. Simpson, *Practical Finite Element Modeling in Earth Science using Matlab*, Wiley, 2017.

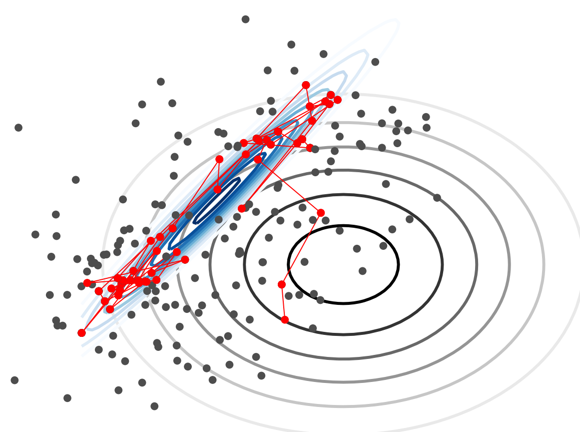
Numerische Methoden in der Uncertainty Quantification II

Dozent: Prof. Dr. Markus Bachmayr

Termine: Mi 10-12 (Vorlesung) und Mi 14-16 (Programmierpraktikum)

Die Eingangsdaten für mathematische Modelle sind in Anwendungen in der Regel nicht exakt bekannt, sondern mit verschiedenen Unsicherheiten behaftet, etwa durch Messfehler oder nur eingeschränkt verfügbare Informationen. In dieser Vorlesung beschäftigen wir uns mit numerischen Methoden zur quantitativen Erfassung der sich daraus ergebenden Unsicherheiten in Ergebnissen.

Der zweite Teil behandelt insbesondere deterministische polynomiale Approximationen für Differentialgleichungen mit zufälligen Daten, stochastische Galerkin-Verfahren, die Bayessche Formulierung inverser Probleme und Markov-Chain-Monte-Carlo-Methoden.



Im optionalen begleitenden Programmierpraktikum werden numerische Tests zu den vorgestellten Verfahren umgesetzt. Ein Skriptum, das auch den kompletten ersten Teil umfasst, wird zur Verfügung gestellt. Der Besuch des ersten Teils ist für den zweiten Teil hilfreich, aber nicht unbedingt erforderlich.

Literatur:

G. J. Lord, C. E. Powell, and T. Shardlow. *An Introduction to Computational Stochastic PDEs.* Cambridge University Press, 2014.

T. J. Sullivan. *Introduction to Uncertainty Quantification.* Springer, 2015.

A. Cohen and R. DeVore, *Approximation of high-dimensional parametric PDEs*, Acta Numerica 24, pp 1-59, 2015.

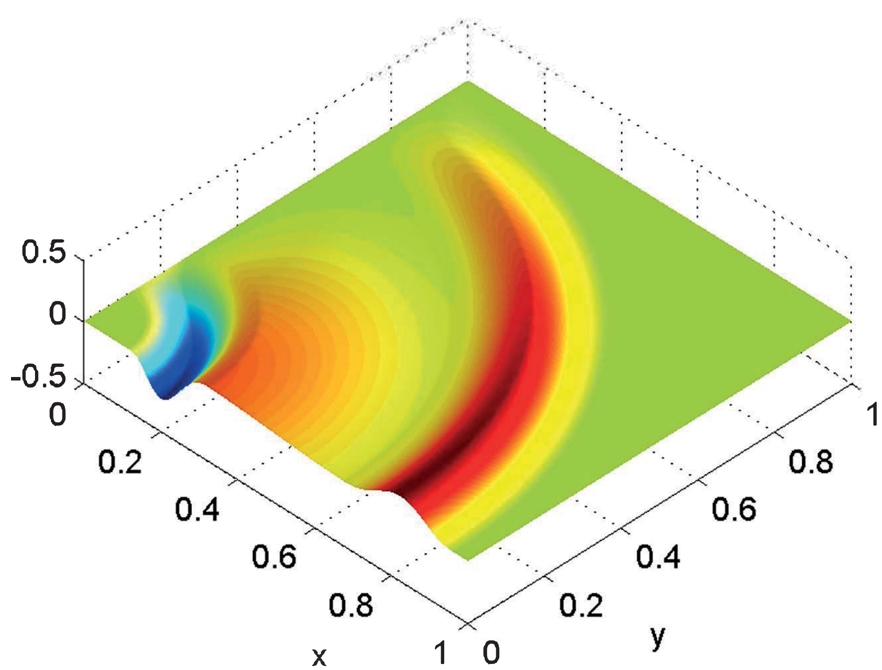
A. Stuart, *Inverse Problems: A Bayesian Perspective*, Acta Numerica 19, pp 451–559, 2010.

Oscillatory Solutions to Equations in Fluid Dynamics

Dozent: Prof. RNDr. Eduard Feireisl, DrSc.,
Kontakt: Prof. Dr. Mária Lukáčová

Termine: Mo: 12:00-14:00 und Do.: 14:00-16:00

Die Vorlesung (2 SWS) wird als eine Blockveranstaltung angeboten, die in Juni und tlw. Juli, Mo (12:00-14:00) und Do (14:00-16:00), stattfindet. Die Frage der Existenz von globalen, glatten Lösungen der inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichung in drei Raumdimensionen, gehört zu den großen ungelösten Problemen der Mathematik. Das Clay Mathematics Institute hat im Jahr 2000 eine Liste von sieben solchen Problemen veröffentlicht und für die Lösungen ein Preisgeld von jeweils einer Million Dollar ausgelobt. In der Volesung werden wir uns mit der Eigenschaften der Lösungen von fluiddynamischen Gleichungen beschäftigen und insbesondere die Klasse der oszillierenden Lösungen genauer studieren. Die Vorkentnisse aus der Funktionalanalysis sind hilfreich, aber kein Ausschlusskriterium.



Literatur:

1 C. De Lellis and L. Székelyhidi, Jr.: *On admissibility criteria for weak solutions of the Euler equations.* Arch. Ration. Mech. Anal., 195(1):225–260, 2010.

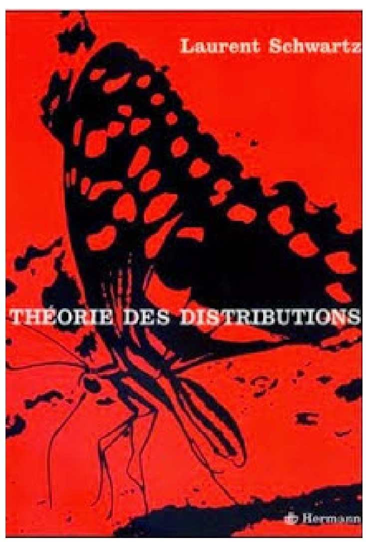
2 L. Tartar: *Compensated compactness and applications to partial differential equations.* Nonlinear Anal. and Mech., Heriot-Watt Sympos., L.J. Knopps editor, Research Notes in Math 39, Pitman, Boston, pages 136–211, 1975.

Partielle Differentialgleichungen II

Dozent: Prof. Dr. Alan Rendall

Termine: Mo 14-16 und Di 10-12

In dieser Vorlesung geht es darum, wesentliche Techniken kennenzulernen, die im Umgang mit partiellen Differentialgleichungen wichtig sind. Es werden Distributionen im Sinne von Laurent Schwartz eingeführt. Diese Objekte sind Verallgemeinerungen von Funktionen, die in gewissem Sinne weniger regulär sind. Das berühmteste Beispiel ist die Diracsche δ-Funktion, die keine Funktion im üblichen Sinne ist. Distributionen sind vor allem für lineare partielle Differentialgleichungen nützlich. Es werden verschiedene Funktionenräume behandelt, vor allem die Hölder- und Sobolev-Räume, die die artgerechte Lebensräume sind für Lösungen partieller Differentialgleichungen. Es wird erklärt, welche Nebenbedingungen (Anfangs- und Randbedingungen) vernünftigerweise für verschiedene partielle Differentialgleichungen gestellt werden können. Es werden Begriffe von schwachen Lösungen beschrieben, bei denen die Gleichungen nicht punkt-
weise erfüllt sind. Dieses Thema ist eng mit der Theorie der Distributionen verwandt. Es wird erklärt, wie diese allgemeinen Techniken auf konkrete Gleichungen angewendet werden und wie diese konkreten Gleichungen wiederum eingesetzt werden können, um Phänomene in den Naturwissenschaften zu modellieren.



'Theorie des Distributions' von Laurent Schwartz, Hermann, 2 Bände, 1950/1951, Neuauflage 1966.

Literatur:

L. C. Evans: *Partial Differential Equations*, American Mathematical Society, 2010.

M. E. Taylor: *Partial Differential Equations I-III*, Springer, 1996.

Algebraische Kurven und Riemannsche Flächen

Dozent: Prof. Dr. Kang Zuo

Termine: Di und Fr 14-16 Uhr

Die Theorie der Riemannsche Flächen ist ein nätürliche Erweiterung der Funktionentheorie. Ein Besuch dieser ist dann auch Voraussetzung für die Tielnahme an dieser Vorlesung. Vorkenntnisse aus der Topologie über Flächen nützlich aber nicht unbedingt notwendig, da dies in der Vorlesung thematisiert wird. Behandelt werden weiter die riemannsche Fläche einer algebraische Funktion, die Überlagerungstheorie und der riemannsche Existenzsatz. Weiter entwicklen wir die Theorie der holomorphe Differentialformen auf riemannsche Flächen und beweisen den Satz von Riemann-Roch und Serre Dualität. Die Vorlesung schliesst ab mit der Konstruktion von meromorphe Funktionen zu vorgegebenen Divisor und Anwendungen.

Literatur:

S. K. Donaldson, *Riemann, Surfaces*, Lecture notes, 2004.

O. Forster, *Riemannsche Flächen*, Heidelberger Taschenbücher 184, Springer, 1977.

D. van Straten, *Riemannsche Fächen und algebraische Kurven*, Vorlesungsskript, Mainz, 2012.

H. Weyl, *Die Idee der Riemannschen Flächen*, Springer Fachmedien, 1997.

Statistik mit Rechnerübungen
für Education-Studierende (4-std. Vorlesung)

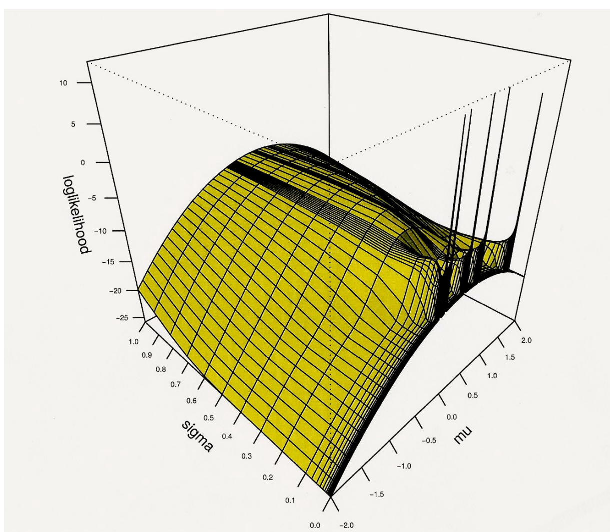
Dozent: Reinhard Höpfner

Termin: (geandert !!) MI 810, Raum 04 426, FR 1012, Raum 05 426

Diese Vorlesung richtet sich an Studierende im Education-Studiengang und schliesst inhaltlich direkt an meine Vorlesung 'Grundlagen der Stochastik' des WS 18/19 an; CP's können in den Modul 10a des Master Education Mathematik eingebracht werden.

Die Vorlesung vermittelt die Grundbegriffe der mathematischen Statistik. Themen wie Schätzer und Tests, parametrische und nichtparametrische Probleme, Methoden der Konstruktion von Schätz- oder Testverfahren, Beurteilung der Güte konkurrierender statistischer Verfahren in einem gegebenen statistischen Problem etc. können oft schön am Bildschirm visualisiert werden und haben Relevanz für den Schulstoff.

Die Rechnerübungen finden integriert in die Vorlesung statt. Da Education-Studierende studienplanmässig *nicht* bereits an einem Praktikum zu den Grundlagen der Stochastik teilgenommen haben, wird alles, was im Kontext der Vorlesung zum Programmieren in `R` gebraucht wird, in den Übungen 'vom Start weg' erklärt werden.



Literatur:

Krengel, U.: Einführung in die W-theorie und Statistik. 8. Aufl. Vieweg 2005.

Georgii, H.: Stochastik. 4. Aufl. deGruyter 2009.

Pfanzagl, J.: Parametric statistical theory. deGruyter 1994.

Witting, H.: Mathematische Statistik I. Teubner 1985.

Stochastik I (Vorlesung 4+2)

Dozent: Reinhard Höpfner

Termin: Di und Do 10–12

Die 'Stochastik I' wird als 4-std. Vorlesung mit 2-std. Übungen angeboten und setzt die Inhalte der 'Grundlagen der Stochastik' voraus.

Nach den anschaulich und mit Überblickscharakter gestalteten 'Grundlagen der Stochastik' beinhaltet die 'Stochastik I' eine strenge Masstheorie, auf deren Grundlage die klassischen Resultate der Stochastik (wie: starke Gesetze der grossen Zahlen, zentraler Grenzwertsatz, ...) formuliert und bewiesen werden können. Am Ende der Lehrveranstaltung steht die 'Sprache' der Stochastik zur Verfügung, Werkzeuge (wie: Konvergenzarten der Stochastik) und typische Schlussweisen sind bekannt, und wichtige Sätze (zum Beispiel über Summen unabhängiger Zufallsvariablen) werden bewiesen sein.

Inhaltlich legt die Vorlesung damit den Grund für weiterführende Lehrveranstaltungen auf dem Gebiet der Stochastik; formal ist sie als Aufbaumodul im Studiengang Bachelor und Master Science Mathematik Voraussetzung für den Vertiefungsmodul.

Literatur:

Bauer, H.: Mass- und Integrationstheorie. 2. Aufl. deGruyter 2011.

Bauer, H.: Wahrscheinlichkeitstheorie. 5. Aufl. deGruyter 2002.

**Feller, W.: An introduction to probability theory and its applications, Vol. II.
2nd Ed. Wiley 1971.**

Jacod, J., Protter, P.: Probability essentials. 2nd Ed. Springer 2004.

Schilling, R.: Measures, Integrals and Martingales. Cambridge 2007.

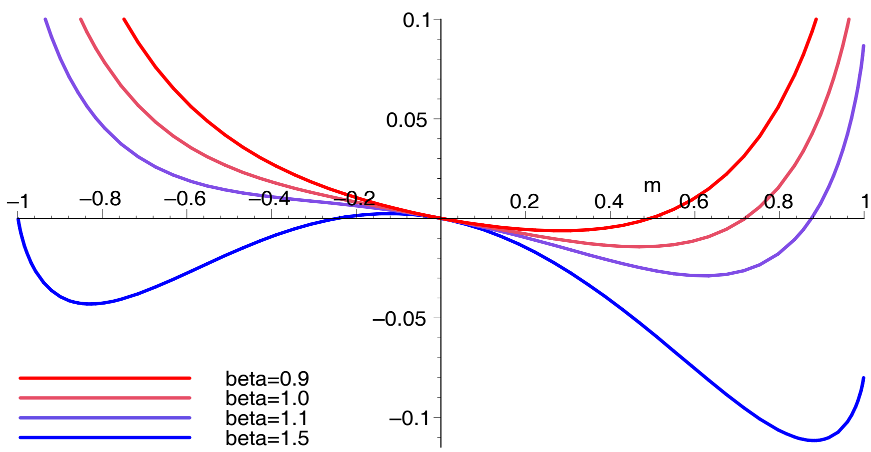
Shiryaev, A.: Probability. 2nd Ed. Springer 1995.

Stochastik III

Dozent: Prof. Dr. Achim Klenke

Termine: Di und Do 10 ct

Die Vorlesung wendet sich an Studierende der Fachrichtung Mathematik. Sie ist inhaltlich die Fortsetzung des dreisemestrigen Kurses der Stochastik (Einführung in die Stochastik, Stochastik I, Stochastik II).
Formal ist sie der zweite Teil des Vertiefungsmoduls STO-002, der im vorangehenden Semester mit der Vorlesung Stochastik II begonnen wurde.
Die Wahrscheinlichkeitstheorie beschäftigt sich mit der quantitativen Betrachtung aller Phänomene, bei denen Zufall eine Rolle spielt. Zu Fermats Zeiten betraf dies hauptsächlich Glückspiele - heute sind Fragestellungen aus der statistischen Physik, der Biologie, der Finanzmathematik, der Statistik und so weiter in der Vordergrund gerückt.
In der Stochastik III beschäftigen wir uns mit Ergodentheorie, der Theorie großer Abweichungen und Poisson'schen Punktprozessen. Je nach Zeit lernen wir die Brown'sche Bewegung und die zugehörigen Grenzwertsätze kennen oder eine fortgeschrittene Theorie Markov'scher Ketten.



Die verschobene freie Energie $F^\beta(m) - F^\beta(0)$ des Weiss'schen Ferromagneten mit äußerem Feld $h = 0.04$.

Literatur:

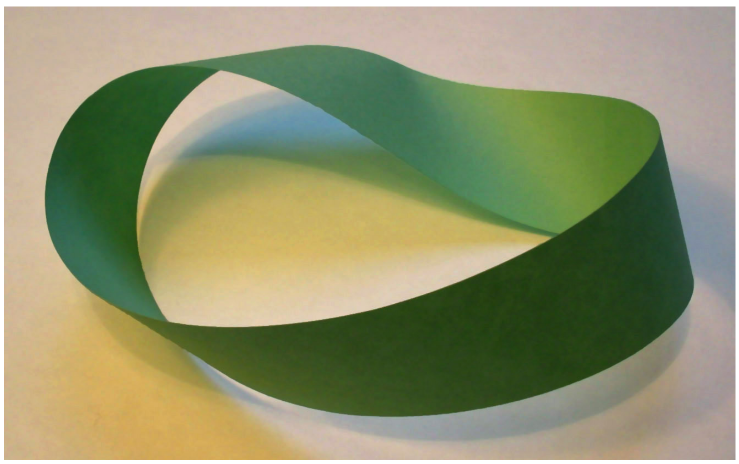
- Billingsley, Probability
- Breiman, Probability
- Durrett, Probability: Theory and Examples
- Felller, An introduction to probability theory and its applications, Band 1 und Band 2.
- Karatzas und Shreve, Brownian motion and stochastic calculus
- Keller, Wahrscheinlichkeitstheorie, Vorlesungsskript Erlangen.
- Klenke, Wahrscheinlichkeitstheorie, Springer Verlag, 3. Auflage, (2013).
- Shiryaev, Probability

Topologie II

Dozent: Prof. Dr. Duco van Straten

Termine: Mi 10-12 und Do 10-12 Uhr

Die Vorlesung setzt die Aufbauvorlesung *Topologie* fort und die Inhalte dieser Vorlesung werden vorausgesetzt. Der Wunsch, geometrische Zyklen auf Mannigfaltigkeiten und allgemeinere topologische Räume miteinander zu schneiden, führt zu einer wesentlichen Erweiterung der Homologie-Theorie: die Einführung der Cohomologie mit Schnittprodukt und die Poincaré-Dualität für Mannigfaltigkeiten. Eingeführt werden außerdem gewisse Cohomologieklassen von Vektorraumbündeln, sogenannte *charakteristische Klassen*, welche deren Komplexität messen und viele interessante Anwendungen haben.



Literatur:

R. Stöcker-H. Zieschang: *Algebraische Topologie*, Teubner, 1988.

A. Hatcher: *Algebraic Topology*, Cambridge University Press, 2002.

W. Massey: *Algebraic Topology, an introduction*, Springer, 1967.

J. Milnor-J. Stasheff: *Characteristic Classes*, Princeton University Press, 1966.

Topologie 4
(Vor allem simpliziale) Homotopietheorie

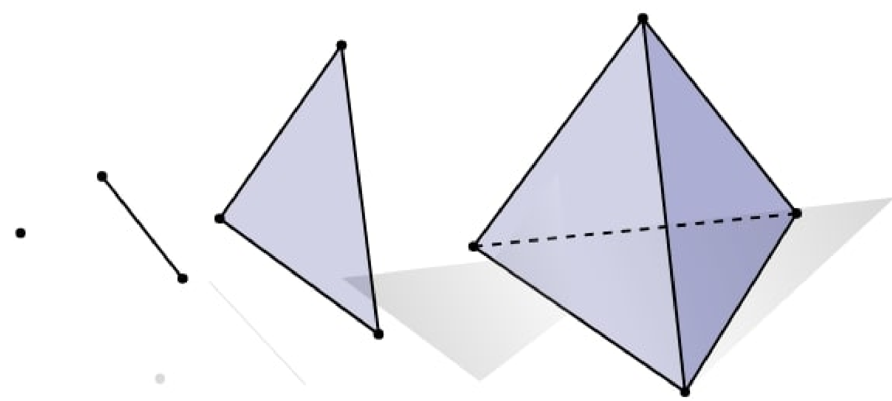
Dozent: Dr. Moritz Groth

Termine: Di 10:15-12:00 und Do 12:15-14:00

Der Begriff eines topologischen Raumes ist sehr allgemein, und dieses hat zwei offensichtliche Implikationen: es gibt sehr viele Beispiele von interessanten Räumen und sehr viele Beispiele von weniger interessanten Räumen. In einführenden Veranstaltungen wird deshalb oftmals vor allem mit verschiedenen Klassen kombinatorisch definierter Räume (Simplizialkomplexen, Polyedern, CW-Komplexen) oder differenzierbaren Mannigfaltigkeiten gearbeitet, und es werden hierfür jeweils schlagkräftige, spezifische Methodiken entwickelt. Ein Hauptziel dieser Vorlesung besteht nun darin, den folgenden Slogan mathematisch präzise zu formulieren, ihn mit Leben oder zumindest mathematischem Inhalt zu füllen und ihn nach Möglichkeit auch zu beweisen:

'Die Homotopietheorie *aller* topologischer Räume kann komplett kombinatorisch beschrieben werden.'

Inhaltlich werden wir uns nach einem kurzem Exkurs über Simplizialkomplexe vor allem mit den sogenannten simplizialen Mengen beschäftigen. Intrinsisch zu simplizialen Mengen entwickeln wir einen guten Teil der klassischen Homotopietheorie. Der enge Zusammenhang zwischen simplizialen Mengen und topologischen Räumen wird über die geometrische Realisierung und den singulären Komplexe geliefert.



In Abhängigkeit vom Interesse der Zuhörerschaft und vom Tempo der Veranstaltung können verschiedene Akzente gesetzt werden. Hierzu bieten sich sowohl klassische Themen als auch modernere und formalere Themen an wie zum Beispiel die folgenden.

(1) **klassisch: als Verallgemeinerung der Theorie der Überlagerungen studieren wir Faserungen und Faserbündel und konstruieren klassifizierende Räume**

(2) klassisch: wir konstruieren Eilenberg–MacLane-Räume, beweisen die Darstellbarkeit von Kohomologie und liefern einen Ausblick auf verallgemeinerte Kohomologietheorien, Spektren und stabile Homotopietheorie
(3) klassisch: Bezüge zur homologischen Algebra über Dold–Kan-Korrespondenz
(4) moderner/formaler: Einführung in die *homotopische Algebra* (im Sinne von Quillen)
(5) ... (Machen Sie gerne weitere Vorschläge.)

Schamfreie Werbung:

Simpliziale Mengen spielen eine zentrale Rolle in der höheren Kategorientheorie oder der Theorie der Unendlichkategorien, und als solche sind sie von zentraler Bedeutung zum Beispiel in dem Zugang zur derivierten algebraischen Geometrie à la Lurie und auch in jüngsten Arbeiten von Scholze und Koautoren zur Zahlentheorie. Im Sommersemester 2019 biete ich ebenfalls ein einführendes Seminar zu Unendlichkategorien an. Das Hauptziel des Seminars ist es, sich in relativ zügigem Tempo einen ersten Überblick über das große Gebiet der Unendlichkategorien zu verschaffen und ein erstes Gefühl für die Theorie zu entwickeln.

Literatur:

Stöcker, Zieschang, *Algebraische Topologie*, Teubner (1994).
Lamotke, *Semisimpliziale algebraische Topologie*, Springer (1968).
May, *Simplicial objects in homotopy theory*, The University of Chicago Press (1967).
Goerss, Jardine, *Simplicial homotopy theory*, Birkhäuser (1999).
Quillen, *Homotopical algebra*, Birkhäuser (1967).
Hovey, *Model categories*, American Mathematical Society (1999).
MacLane, *Categories for the working mathematician*, Springer (1978).

http://download.uni-mainz.de/mathematik/Studienbuero/LV/KommVZ-SS19.pdf