Vorwort

Dieses Vorlesungsverzeichnis enthält eine Übersicht über die weiterführenden Vorlesungen, welche im kommenden Sommersemester 2025 am Institut für Mathematik in Mainz gehalten werden. Man findet Kurzfassungen der Inhalte der einzelnen Vorlesungen und Literaturhinweise. Diese sind als Information und Entscheidungshilfe für alle Mathematikstudierenden nach dem Grundstudium gedacht.

Die Vorlesungen aus dem Grundstudium, die Service-Veranstaltungen, Praktika sowie die Seminare erscheinen in der Regel nicht in dieser Übersicht.

D. van Straten

Mainz, Januar 2025

Übersichtsplan

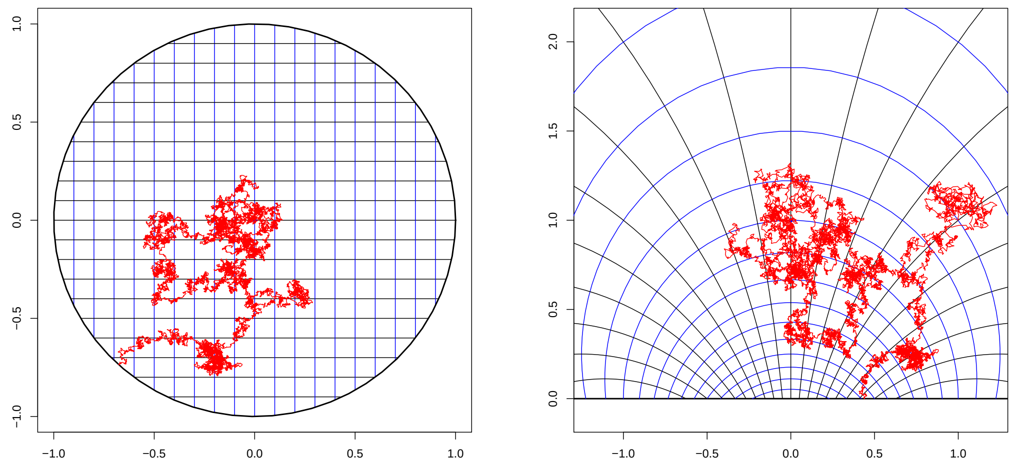
Zeit	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
08-10		Computeralgebra (de Jong) N2 Analysis III (Lehn) 04-224		Computeralgebra (de Jong) N2 Analysis III (Lehn) 04-224	
10-12	Functional Analysis in Action – engl. (Hanke-Bourgeois) 05-136 Gruppen und ihre Darstellungen (Rahn) 04-224	Algebraic Number Theory II – engl. (Tamme) 04-422 Stochastik I (Klenke) 05-136 Stochastics III – engl. (Birkner) 05-136 Mathematical modelling lab course – engl. (Ranocha) 05-426		Modellierung mit partiellen Differentialgleichungen (Thein) 04-516 14-tägig, Termine siehe Jogustine Stochastik I (Klenke) 05-136 Stochastics III – engl. (Birkner) 05-136 Mathematical modelling lab course – engl.(Ranocha) 05-426	Algebraic Number Theory II – engl. (Tamme) 04-422 Algebraische Kurven u. Riemannsche Flächen (Stelzig) 04-422 Gruppen und ihre Darstellungen (Rahn) 04-224
12-14		Differentialgeometrie und Mannigfaltigkeiten (Schneider) 04-432 Fourieranalysis II – engl. (Kostrykin) 04-522	Research Software Engineering in Julia (Churavy) 05-426	Differentialgeometrie und Mannigfaltigkeiten (Schneider) 04-432 Algebraische Kurven u. Riemannsche Flächen (Stelzig) 04-422 Fourieranalysis II – engl. (Kostrykin) – 04-522 Mathematik der Finanzmärkte (Klenke) 05-136 Funktionalanalysis (Fröhlich) 05-426	
14-16	Funktionalanalysis (Fröhlich) 05-426	Algebra II (Lehn) 04-422 Eichtheorie – engl. (Kraus) 04-230 Modellierung mit partiellen Differential-gleichungen (Thein) 04-516 14-tägig, Termine siehe Jogustine		Praktikum Numerik (Ranocha) 04-516 Eichtheorie – engl. (Kraus) 04-230 Functional Analysis in Action – engl. (Hanke-Bourgeois) 05-136 Selected Topics in probability theory II, ausgewählte Kapitel der Stochastik (Birkner) 05-522 Physik auf Mannigfaltigkeiten 2 (Klaus) 04-422 ca. 14-tägig, Termine siehe Jogustine	Algebra II (Lehn) 04-422
16-18					

Stochastik III sowie Ausgewählte Kapitel der Stochastik

Dozent: Prof. Dr. Matthias Birkner

Termine: Di, Do 10-12 sowie Do 14-16

Diese Vorlesung wendet sich an Mathematik-Studenten mit soliden Kenntnissen in Wahrscheinlichkeitstheorie, sie schließt an die Vorlesung Stochastik II aus dem Wintersemester 2024/25 an.



Themenstichpunkte: Brownsche Bewegung, Martingaltheorie in stetiger Zeit, Itō-Kalkül, stochastische Differentialgleichungen, Markovprozesse und Martingalprobleme, beispielhafte Anwendungen aus der Populationsbiologie und aus der Finanzmathematik.

Die zugehörige Ergänzungsvorlesung

Ausgewählte Kapitel der Stochastik, Do 14-16

mit integrierter Übung gibt Gelegenheit, die Themen eingehener und mit mehr Beispielen zu behandeln. Sie lehnt sich thematisch an die Vorlesung Stochastik III an. Es ist empfehlenswert, beide Veranstaltungen zu besuchen.

Literatur (Auswahl)**:**

L.C.G. Rogers, D. Williams, *Diffusions, Markov processes and martingales*, Band I und II, Wiley, 1994.

D. Revuz, M. Yor, *Continuous martingales and Brownian motion*, 3rd ed., Springer, 1999.

J.-F. Le Gall, *Brownian motion, martingales, and stochastic calculus*, Springer, 2016.

P. Protter, *Stochastic integration and differential equations*, 2nd ed., Springer, 2004.

I. Karatzas, S.E. Shreve, *Brownian motion and stochastic calculus*, 2nd ed., Springer, 2009.

Research Software Engineering in Julia

Dozent: Dr. Valentin Churavy

Termine: Mi 12-14

In many areas of research software plays a critical role. Especially in scientific computing it is important to be able to write, understand and modify software. Yet, the necessary skills are only tangentially covered in lectures for classical math or natural sciences. Often the assumption is made that most learn to program during their studies at least a bit, and that the "rest" isn't that hard either.
The "rest" is how to build software in maintainable fashion, how to interact with the research community at large by publish and contributing to research software, and how to conduct reproducible research. In this lecture we will start with topics like version control, continuous integration, and publishing research software (documentation, version management). We will use the programming language Julia throughout the course to conduct reproducible research.

Later in the course, we will touch on current topics in research software. Like the use of accelerators (GPUs & co), automatic differentiation of code, and considerations for high-performance computing.

All this is not only of importance for later academic research career, but also for the preparation of a master thesis or a professional activity in the private sector.

The lecture targets advanced students in the bachelor program, as well as students in the master program. Concepts will be introduced with classical algorithms from numerical mathematics. You should be familiar with at least one programming language.

Literatur:

https://julialang.org

Computeralgebra

Dozent: Prof. Dr. Theo de Jong

Termine: Di, Do 8–10

In der Vorlesung werden wir einige Probleme aus der algorithmischen Mathematik behandeln, wie zum Beispiel:

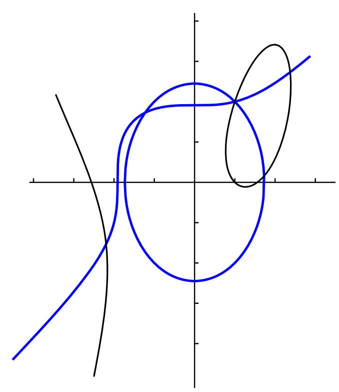
(1) Primzahlbestimmung und Faktorisierung von natürlichen Zahlen (z.B. Miller-Rabin, Pollard rho und die $p-1$ Methode).
(2) Das Lösen von polynomialen Gleichungssystemen. In der linearen Algebra haben Sie gelernt lineare Gleichungssysteme zu lösen. Wir werden Gleichungen höheren Grades betrachten und sehen, wie man feststellen kann, ob das Gleichungssystem eine Lösung hat und gegebenfalls die (reellen) Lösungen numerisch berechnen.
(3) Faktorisierung von Polynomen mit Koeffizienten in $\mathbb{Q}$. Wie schafft ein Computerprogramm es zum Beispiel das folgende Polynom zu faktorisieren?

$$-15x^{18}+2x^{17}+44x^{16}+82x^{15}-2x^{14}-82x^{13}-213x^{12}-32x^{11}+77x^{10}$$
$$+125x^9+89x^8+6x^7-194x^6-14x^5+23x^4+2x^3+97x^2-21x-42$$

Lösung des Problems:

$$\left(5x^{10}+x^9-x^8-10x^7-9x^6+8x^4+x^3+8x^2-7\right)\cdot$$
$$\left(-3x^8+x^7+8x^6+9x^5-4x^4+4x^3-7x^2+3x+6\right)$$

Die benutzten Methoden liefern eine gute Vorbereitung auf abstraktere algebraische Vorlesungen.
Zur Vorlesung gehört ein integrierter Übungs- und Praktikumsbetrieb. Programmierkenntnisse werden NICHT vorausgesetzt, es ist jedoch ratsam, sich schon etwas von der Sprache Python anzueignen. Pythonkurse werden in den Semesterferien angeboten, aber auch auf youtube sind elementare Einführungen zu finden. Wir werden das Computeralgebrasystem `SAGE` einsetzen, welches kostenlos unter `http://www.sagemath.org/` verfügbar ist.



Literatur:

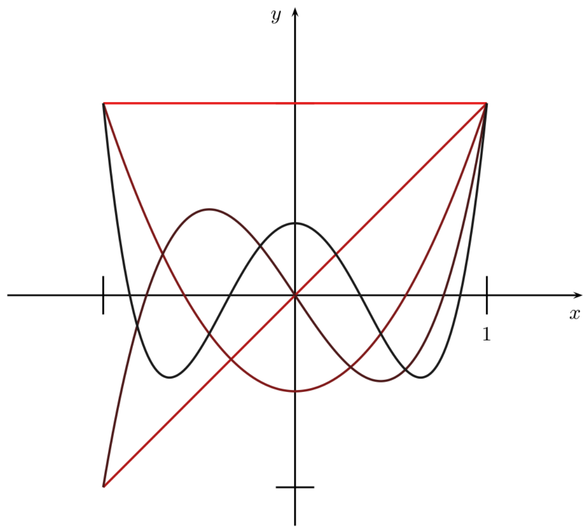
D. Bressoud: *Factorization and Primality Testing*, Springer Verlag (1989).
G. Von zur Gathen, *Modern Computer Algebra*, Cambridge University Press (2013).
D. Cox, J. Little, D. O'Shea: *Ideals, Varieties and Algorithms*, Springer Verlag (2015).

Funktionalanalysis

Dozent: Prof. Dr. Steffen Fröhlich

Termine: Mo 14-16, Do 12-14

Die Funktionalanalysis untersucht die Struktur unendlich dimensionaler Funktionenräume und Abbildungen zwischen diesen Räumen. Sie stellt die Grundlagen der modernen Theorien der Integral- und Differentialgleichungen bereit und besitzt damit zahlreiche Anwendungen in der Differentialgeometrie und Variationsrechnung, in der Theorie der Krümmungsflüsse, in der geometrischen Maßtheorie, in der numerischen Mathematik und in weiten Bereichen der mathematischen Physik und Biologie.



Die Legendre-Polynome bilden ein vollständiges Orthogonalsystem auf dem Hilbertraum $L^2([-1,1],\mathbb{R})$

Literatur:

H.W. Alt: *Lineare Funktionalanalysis* Springer (2006) .
M. Dobrowolski: *Angewandte Funktionalanalysis* Springer (2010).
M. Hanke-Bourgeois: *Grundlagen der numerischen Mathematik* Vieweg+Teubner (2008).
H. Heuser: *Funktionalanalysis* B.G. Teubner (1986).
F. Riesz, B. Sz.-Nagy: *Vorlesungen über Funktionalanalysis* Harri Deutsch (2000).
F. Sauvigny: *Analysis* Springer (2024).
H. Triebel: *Höhere Analysis* Harri Deutsch (1980).

Regularisierung inverser Probleme

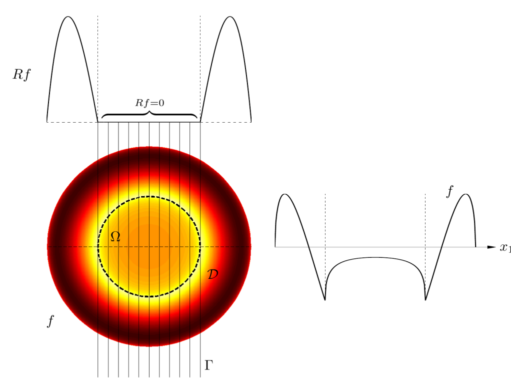
Dozent: Prof. Dr. Hanke-Bourgeois

Termine: Monday 10-12, Thursday 14-16

Linear equations, for which the solution does not depend continuously on the data are called ill-posed according to Hadamard. Well-known examples include the Cauchy problem for elliptic partial differential equations and many notable auxiliary problems which arise in computerized tomography techniques.

In the language of functional analysis such problems arise, when the linear operator fails to have a bounded inverse in the appropriate Banach or Hilbert spaces - despite its injectivity. Or, to put it differently, that the range of this linear operator is not closed. It follows that this is an intrinsic infinite dimensional property which cannot be understood on the grounds of the basic linear algebra curriculum. Unfortunately, time does usually not permit to deepen the corresponding understanding in the basic functional analysis class, either. In particular, the implications for real-world problems are usually not discussed at all.

It is the purpose of this lecture course to step into the breach and to investigate possible pitfalls when dealing with ill-posed problems, ways to overcome these difficulties, and real-world examples for illustration, where these techniques are seen in action. The prerequisites are basic knowledge in functional analysis, i.e., Hilbert spaces, bounded linear operators, weak convergence, etc. The applications which occur as motivating examples include the aforementioned Cauchy problem, X-ray computerized tomography, impedance tomography, image deblurring, and inverse source problems for partial differential equations.



Radially symmetric "ghost" in computerized tomography

Literatur:

A. Kirsch, *An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems*, Springer, New York, (2011).
A. Rieder, *Keine Probleme mit Inversen Problemen*, Vieweg, Wiesbaden, (2003).
M. Hanke, *A Taste of Inverse Problems. Basic Theory and Examples*, SIAM, Philadelphia, (2017).

Physik auf Mannigfaltigkeiten II

Dozent: Prof. Dr. Stephan Klaus

Termine: Do 14-16 ca. alle 2 Wochen (siehe Termine in Jogustine)

In dieser Ergänzungsvorlesung sollen wichtige mathematische Modelle der theoretischen Physik behandelt werden, allerdings nicht (nur) im Euklidischen Raum, sondern auf beliebig gekrümmten Mannigfaltigkeiten. Das Fehlen von kartesischen Koordinaten macht es dabei erforderlich, den geometrischen Kern der betroffenen physikalischen Gesetze zu verstehen. Durch den koordinatenfreien Formalismus aus der Differentialgometrie können viele Gesetze und Zusammenhänge sehr elegant formuliert werden. Im Einzelnen sollen folgende Themen und Modelle besprochen werden:
(1) Klassische Mechanik nach Lagrange und Hamilton (2) Elektrodynamik (3) Klassische Feldtheorie und Eichtheorie (4) Hydrodynamik (5) Elastomechanik (6) Quantenmechanik

Zielgruppe/Voraussetzungen: Studentinnen und Studenten der Mathematik mit Grundkenntnissen zu Differentialformen und Riemannschen Mannigfaltigkeiten.

Zuordnung Gebiete: Differentialgeometrie und theoretische Physik

Für genaue Termine siehe bitte Jogustine.

Literatur:

V.I. Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanic*s, Graduate Texts in Mathematics 60, Springer-Verlag (1989).
V.I. Arnold, B.A. Khesin, *Topological Methods in Hydrodynamics*, Applied Mathematical Sciences 125, Springer-Verlag (1998).
D. Bleecker, *Gauge Theory and Variational Principles*, Dover Books on Physics (2005).

Mathematik der Finanzmärkte

Dozent: Prof. Dr. Achim Klenke

Termine: Do 12-14

Die Vorlesung wendet sich an Studierende der Fachrichtung Mathematik, die mindestens eine Vorlesung über Stochastik gehört haben.

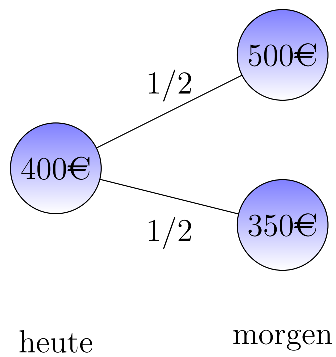


ABBILDUNG 1. Fairer Preis π (heute) einer Call-Option mit Ausübungspreis $K = 440$€ morgen?

Auf den Finanzmärkten spielt die Mathematik eine große Rolle beispielsweise bei der Preisberechnung von Finanzderivaten (z.B. Call-Optionen). Zunächst werden wichtige Modelle vollständiger Märkte mit diskreter Zeit behandelt, bei denen Preise für Optionen, Futures etc. ausgerechnet werden können. Darüber hinaus werden die Handelsstrategien hergeleitet, mit denen ein Finanzderivat risikofrei hergestellt werden kann (sogenanntes Hedging). Soweit die Zeit bleibt (und adaptiert an die Vorkenntnisse der Hörer/innen) können später Modelle in stetiger Zeit betrachtet werden. Die hierzu nötige stochastische Analysis (Ito-Integral, Girsanov Transformation und ähnliches) wird in elementarem Umfang zur Verfügung gestellt. In diesem Zusammenhang die prominente Black-Scholes-Formel hergeleitet.

Literatur:

- M. Baxter, A. Rennie: Financial Calculus : An Introduction to Derivative Pricing, Cambridge University Press 1996.
- R.J. Elliott, P.E. Kopp: Mathematics of Financial Markets, Springer 1999.
- A. Irle: Finanzmathematik. Die Bewertung von Derivaten, Teubner 1998.
- M. Musiela, M. Rutkowski: Martingale Methods in Financial Modelling, Springer 1997.

Stochastik 1

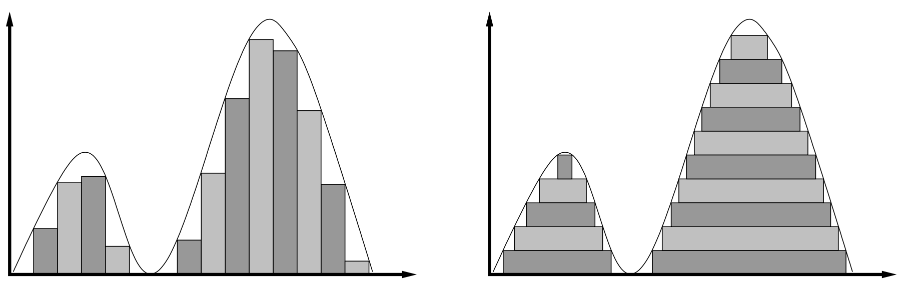
Dozent: Prof. Dr. Achim Klenke

Termine: Di, Do 10-12

Die Vorlesung wendet sich an Studierende der Fachrichtung Mathematik, die bereits die Anfängervorlesungen, insbesondere die Grundlagen der Stochastik, gehört haben.

Die Wahrscheinlichkeitstheorie beschäftigt sich mit der quantitativen Betrachtung aller Phänomene, bei denen Zufall eine Rolle spielt. Zu Fermats Zeiten betraf dies hauptsächlich Glücksspiele - heute sind Fragestellungen aus der statistischen Physik, der Biologie, der Finanzmathematik, der Statistik und so weiter in der Vordergrund gerückt.

Wir entwickeln den Apparat der Maß- und Integrationstheorie soweit, wie er für die moderne Wahrscheinlichkeitstheorie notwendig ist. Parallel dazu werden die Anwendungen behandelt. Dazu gehören unter anderem die klassischen Grenzwertsätze (Gesetze der Großen Zahl, Zentraler Grenzwertsatz), bedingte Wahrscheinlichkeiten, schwache Konvergenz und charakteristische Funktionen.



Riemann-Integral (links) versus Lebesgue-Integral (rechts). Abb. aus [Klenke 2020].

Literatur:

- L. Breiman: Probability, Wiley Verlag 1968.
- R. Durrett: Probability: Theory and Examples, Cambridge University Press 2019, 5. Auflage.
- J. Elstrodt: Maß- und Integrationstheorie, 8. Auflage, Springer Verlag, 2018.
- W. Feller: An Introduction to Probability Theory,: Band 1 und Band 2, Wiley Verlag 1968 und 1971.
- H.-O. Georgii: Stochastik, 5. Auflage, de Gruyter, 2015
- A. Klenke: Wahrscheinlichkeitstheorie, 4. Auflage, Springer Verlag 2020.

Fourieranalysis II

Dozent: Prof. Dr. Vadim Kostrykin

Termine: Di, Do 12-142

Die Fourieranalysis beschäftigt sich mit Darstellung von Funktionen durch Fourier-Reihen

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos(nt) + B_n \sin(nt))$$

oder durch Fourier-Integrale

$$f(t) = \int_{\mathbb{R}} \mathrm{e}^{\mathrm{i}ts} g(s) ds.$$

Sie besitzt unzählige Anwendungen in fast allen Gebieten der Mathematik sowie in der Physik und den Ingenieurwissenschaften. In der Vorlesung wird die Theorie der Fourier-Integrale entwickelt. Auch einige Anwendungen dieser Theorie werden besprochen.

Voraussetzungen: Analysis I und II, lineare Algebra, etwas Lebesgue-Integrationstheorie ist von Vorteil, aber keine Voraussetzung.

Literatur:

E. M. Stein, R. Shakarchi, *Fourier Analysis: An Introduction (Princeton Lectures in Analysis, Vol. 1)*, Princeton Univ. Press (2003).

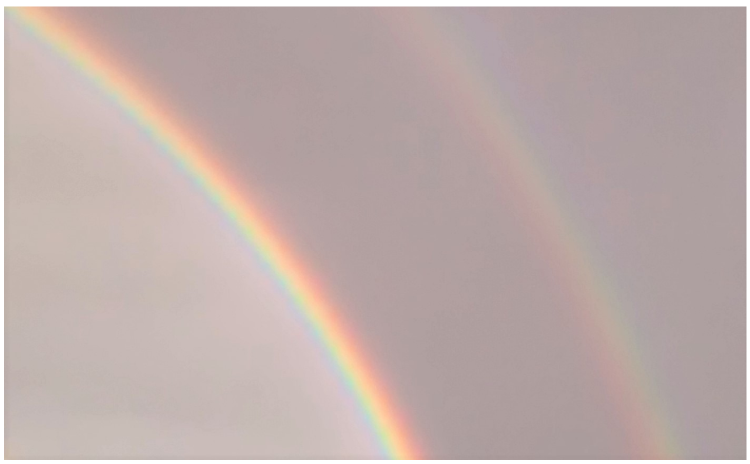
Y. Katznelson, *An Introduction to Harmonic Analysis*, Dover Publications, verschiedene Auflagen.

Eichtheorie 1

Dozentin: PD Dr. Margarita Kraus

Zeit und Ort: Di, Do 14-16 Uhr

Unter Eichtheorien versteht man Theorien, die invariant unter gewissen Symmetrien sind. Sie spielen in Mathematik und Physik eine wichtige Rolle. In der Vorlesung Eichtheorie 1 beschäftigen wir uns mit den mathematischen Grundlagen dieser Theorien, nämlich mit Lie-Gruppen, Faserbündeln, Zusammenhängen und ihrer Krümmung und Spinoren. Vorausgesetzt werden Grundkenntnisse über Differentialrechnung auf Mannigfaltigkeiten (z.B. aus der elementaren Differentialgeometrie, ev. auch Mathematik für Physiker 2a oder Analysis 3).



Literatur:

H. Baum, *Eichfeldtheorie. Eine Einführung in die Differentialgeometrie auf Fasterbündeln*, Springer (2004).
T. Frankel, *The Geometry of Physics*, Cambridge University Press (2004).
M. Hamliton, *Mathematical Gauge Theories*, Springer (2017).

Algebra II

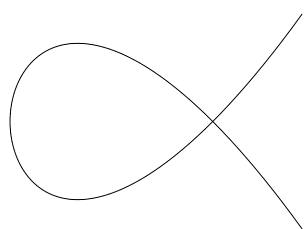
Dozent: Prof. Dr. Manfred Lehn

Termine: Di, Fr 14-16

Die Vorlesung richtet sich an alle Studentinnen und Studenten der Mathematik ab dem vierten Fachsemester. Inhaltliche Voraussetzung für die Teilnahme sind gute Kenntnisse der linearen Algebra und der Algebra I. Die Vorlesung Algebra II ist die Grundlage für die weitere Beschäftigung mit algebraischer Zahlentheorie oder algebraischer Geometrie und sollte deshalb möglichst schon im Anschluß an die Algebra I gehört werden, wenn man eine Vertiefung in den genannten Richtungen anstrebt.

Gegenstand der Vorlesung ist die kommutative Algebra, also die Theorie der Moduln über kommutativen Ring, die Dimensionstheorie noetherscher Ringe und erste Grundlagen der Theorie affiner Schemata.

On request, the lectures will be in English.



Das Bild zeigt die reellen Nullstellen der einfachsten singulären irreduziblen Kurve, einer nodalen Kubik mit der Gleichung $y^2 - x^2 - x^3 = 0$.

Literatur:

M. Atiyah, I. Macdonald, *Introduction to Commutative Algebra*, Addison-Wesley.
H. Matsumura, *Commutative Algebra*, The Benjamin/Cummings Publishing Company.
D. Eisenbud, *Commutative Algebra*, Springer GTM 150.
O. Zariski, P. Samuel, *Commutative Algebra I, II* Springer GTM 29.

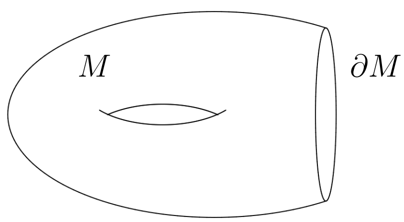
Analysis III

Dozent: Prof. Dr. Manfred Lehn

Termine: Di 8-10, Do 12-14

Die Vorlesung richtet sich an alle Studentinnen und Studenten der Mathematik ab dem dritten Fachsemester. Inhaltliche Voraussetzung für die Teilnahme sind gute mathematische Grundkenntnisse, etwa im Umfang der Vorlesungen Analysis I und II und Lineare Algebra I und II.

Gegenstand der Vorlesung sind die höherdimensionale Integrationstheorie (Lebesgue-Integral, Satz von Fubini, Transformationsformel), und die Einführung in die Analysis auf Mannigfaltigkeiten (Differentialformen, Satz von Stokes, Poincaré-Lemma).



$$\int_M d\omega = \int_{\partial M} \omega$$

Der Satz von Stokes verallgemeinert den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung vom Eindimensionalen ins Mehrdimensionale und von Intervallen auf Mannigfaltigkeiten.

Literatur:

O. Forster, *Analysis III*, Vieweg Verlag.
I. Agricola, Th. Friedrich, *Globale Analysis*, Vieweg Verlag.
K. Königsberger, *Analysis 2*, Springer Verlag.
J. Elstrodt, *Maß- und Integrationstheorie*, Springer Verlag.
W. Rudin, *Reelle und Komplexe Analysis*, Oldenbourg Verlag.

Gruppen und ihre Darstellungen

Dozent: Dr. Moritz Rahn

Termine: Mo 10-12, Fr 10-12

Zielgruppe: B.Sc., M.Ed.

Diese Vorlesung bietet eine Einführung in die Theorie von ***Gruppen*** und auch in die Theorie von ***Darstellungen von Gruppen***. Bekanntermaßen werden Gruppen abstrakt durch eine kurze Listen von Axiomen definiert, und die Gruppentheorie studiert die beeindruckend expressive Kraft dieser Axiome. Die Leitidee, dass Gruppen Symmetrien kodieren, ist hierbei sehr hilfreich, und diese Perspektive wird in dem Begriff einer Darstellung einer Gruppe formal fixiert: Eine Darstellung einer Gruppe G auf einem K-Vektorraum V ist einfach ein Homomorphismus von Gruppen

$$\rho\colon G \to \mathrm{Aut}_K(V)\colon g \mapsto \rho(g),$$

wobei $\mathrm{Aut}_K(V)$ die aus der linearen Algebra bekannte Automorphismengruppe von V ist. Per Definition wird hierbei also jedem Gruppenelement $g \in G$ eine Symmetrie von V (also ein Automorphismus $\rho(g)\colon V \to V$) zugeordnet, und der Übergang zu Symmetrien ist verträglich mit der Gruppenstrukur auf G.
Das Ziel dieser Vorlesung besteht nun darin, etwas Gruppentheorie zu studieren, die grundlegende Darstellungstheorie (vor allem endlicher Gruppen und vor allem im Fall $K = \mathbb{C}$) zu thematisieren und auch ein wenig das reiche Wechselspiel zwischen der Gruppentheorie und der Darstellungstheorie anzudeuten. Insbesondere wollen wir einsehen, dass wir Darstellungen endlicher Gruppen über dem Körper der komplexen Zahlen gut klassifizieren können und dass hierzu ein interessanter und konkreter Kalkül gehört (Stichwort: Charaktertafeln), der in Beispielen bis ins letzte Detail berechnet werden kann.

Voraussetzungen: Freude an den algebraischen Grundbegriffen (etwa der elementaren Gruppentheorie) und ein solides Verständnis der linearen Algebra.

G	1	$\lvert C_2\rvert$	$\dots$	$\lvert C_r\rvert$
	1	c_2	$\dots$	c_r
χ_1	1	1	$\dots$	1
χ_2	d_2	$\chi_2(c_2)$	$\dots$	$\chi_2(c_r)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
χ_r	d_r	$\chi_r(c_2)$	$\dots$	$\chi_r(c_r)$

Die allgemeine Struktur der Charaktertafel einer Gruppe G... mehr Details folgen im Kurs

Literatur: Ein richtig gut passendes Buch habe ich nicht finden können. Einen groben Eindruck vermittelt das Skript *Gewöhnliche Darstellungen endlicher Gruppen* von M. Künzer (https://pnp.mathematik.uni-stuttgart.de/lexmath/kuenzer/gdsk.pdf). Ich passe den Kurs aber sehr gerne an Vorkenntnisse und Wünsche der Studierenden an.

Mathematical Modelling Lab Course

Instructor: Prof. Dr. Hendrik Ranocha

Dates: Tuesday and Thursday, 10–12

Several wave phenomena in nature can be described by partial differential equations modeling transport processes and dispersive effects. Some examples include the propagation of water waves in rivers and oceans (e.g., tsunami waves and rogue waves) as well as atmospheric waves and related meteorological phenomena (e.g., morning glory clouds).

Tsunami wave running up on a beach (left) and a morning glory cloud (middle and right).

In this course, we will introduce dispersive models extending hyperbolic conservation laws. We will construct appropriate numerical methods for these models and apply them to different wave phenomena. The course will begin with some lectures intruducing the basic concepts and methods. The main part of the course will consist of project work where the students will develop, implement, and test the numerical methods on several examples in small groups.

The mathematical modeling lab course (Modellierungspraktikum) is part of the *Vertiefungsmodul Wissenschaftliches Rechnen* (scientific computing). Since this is an advanced course, it will be held in English.

The course requires familiarity with *Numerical Methods for Partial Differential Equations* and basic knowledge of corresponding numerical methods for ordinary differential equations, e.g., from the lecture *Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen.*

Literatur:

Clamond, Dutykh, and Mitsotakis, *A variational approach to water wave modelling*, International Association for Hydro-Environment Engineering and Research (2024).

Braess, *Finite Elements*, Cambridge University Press (2010).

Hanke-Bourgeois, *Grundlagen der Numerischen Mathematik und des Wissenschaftlichen Rechnens*, Vieweg und Teubner (2008).

Hesthaven, *Numerical Methods for Conservation Laws*, SIAM (2018).

Kopriva, *Implementing Spectral Methods for PDEs*, Springer (2009).

R. J. LeVeque, *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations. Steady-State and Time-Dependent Problems*, SIAM (2007).

R. J. LeVeque, *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*, Cambridge University Press (2004).

Differenzialgeometrie und Mannigfaltigkeiten

Dozent: PD Dr. Matthias Schneider

Termine: Di 12-14, Do 12-14

Warum ist die Banane krumm?

Aus mathematischer Sicht ist die Antwort recht einfach: Nach dem Satz von *Gauß-Bonnet* ist das Integral der Gauß-Krümmung über die Oberfläche bei jeder Banane 4π - also muss jede Banane krumm sein.

Der Satz von *Gauß-Bonnet* ist sicherlich eines der schönsten mathematischen Ergebnisse, welches man in diesem Semester lernen kann, und gilt nicht nur für Bananen, sondern für jede kompakte orientierte zweidimensionale Riemannsche Mannigfaltigkeit.

Die Vorlesung gibt eine Einführung in die Theorie der Krümmung von Kurven, Flächen und Riemannschen Mannigfaltigkeiten. Für Teilnahme an der Vorlesung sind solide Kenntnisse der Vorlesungen Analysis 1-2 sowie Lineare Algebra 1-2 hilfreich.

Literatur:

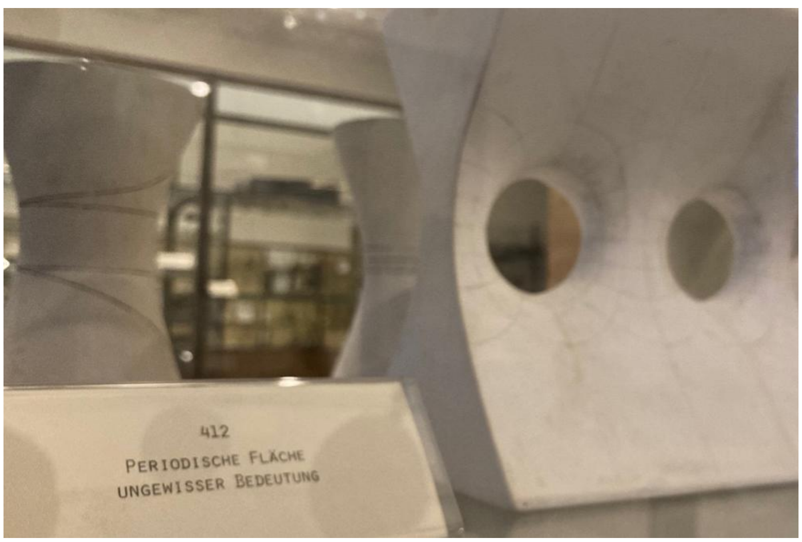
J. M. Lee, *Riemannian Manifolds: An Introduction to Curvature*, Springer (2010).
C. Bär, *Elementare Differenzialgeometrie*, de Gruyter (2000).
M. Do Carmo, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Dover Publications (2016).

Algebraische Kurven und Riemannsche Flächen

Dozent: PD Dr. Jonas Stelzig

Termine: Do 12-14, Fr 10-12

Thema der Vorlesung sind Riemannsche Flächen oder anders gesagt: eindimensionale komplexe Mannigfaltigkeiten. Einige Beispiele sind Ihnen vermutlich in Ihrem mathematischen Leben schon über den Weg gelaufen: offene Teilmengen der komplexen Ebene C, die Riemannsche Zahlenkugel $\mathbb{CP}^1 = \mathbb{C} \cup \{\infty\}$ oder komplexe Nullstellenmengen von (generischen) Polynomen in zwei Variablen. Bei speziellen Polynomen hat die Nullstellenmenge singuläre Punkte und bildet daher keine Riemannsche Fläche. Auch das werden wir uns ansehen. Andere Beispiele von Riemannschen Flächen treten z.B. durch die Theorie der analytischen Fortsetzung von holomorphen Funktionen auf. Einige Themen die wir behandeln werden: (Verzweigte) Überlagerungen und der Satz von Riemann Hurwitz, Zusammenhang zwischen Riemannschen Flächen und algebraischen Kurven, der Differentialformenkalkül auf Riemannschen Flächen, Serre Dualität, der Satz von Riemann-Roch.



Vorkenntnisse:

Funktionentheorie und etwas mengentheoretische Topologie. Kenntnisse der Überlagerungstheorie und der Topologie von Flächen sind nützlich aber werden (bei Bedarf) in der Vorlesung behandelt.

Literatur:

S. K. Donaldson, *Riemann surfaces*, lecture notes (2004).
G. Fischer, *Ebene algebraische Kurven*, Springer (1994).
O. Forster, *Riemannsche Flächen*, Heidelberger Taschenbücher 184, Springer (1977).
K. Lamotke, *Riemannsche Flächen*, Springer (2009).
D. van Straten, *Riemannsche Flächen und algebraische Kurven*, Skript, Mainz (2012).

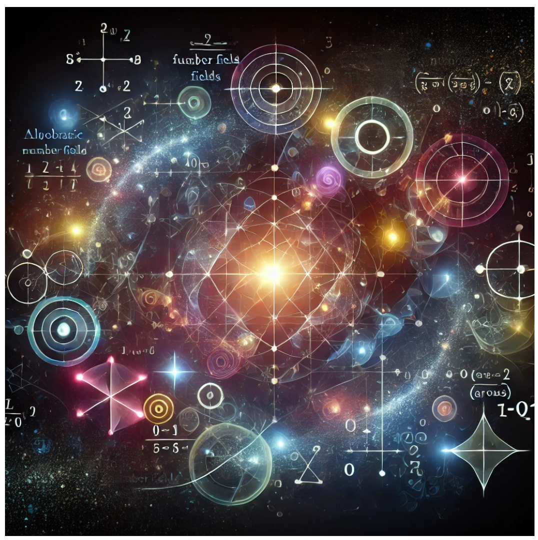
Algebraic Number Theory II

Lecturer: Prof. Dr. Georg Tamme

Date: Tue, Fri 10-12

This is a continuation of the course Algebraic Number Theory I. The heart of algebraic number theory is class field theory, which describes the abelian Galois extensions of a given number field in terms of the arithmetic of the field. There are several possible approaches to class field theory, and we will follow the “local” approach of Chevalley and Artin and Tate, first establishing class field theory for local fields and then assembling the local results to global class field theory.

Some key words: group cohomology, Galois cohomology, Brauer groups, Adèles



Class Field Theory [ChatGPT]

According to ChatGPT, *the dark, starry background in the above picture symbolizes the infinite complexity* of class field theory. Hopefully, the lecture course can bring some light into this darkness.

Prerequisites: Algebra 1 (ring theory, Galois theory); also Algebra 2 (commutative algebra) is highly recommended, though not strictly necessary. Algebraic Number Theory I is of course also recommended, though it should be possible to follow large parts of this lecture course without it, provided one has some basic knowledge about local fields.

Literature:

J. Neukirch, *Algebraische Zahlentheorie*, Springer.
J. Neukirch, *Algebraic Number Theory*, Springer.
J. Neukirch, *Klassenkörpertheorie*, Springer.
J.-P. Serre, *Local Fields*, Springer.

Additional literature will be announced in the lecture.

Modellierung mit partiellen Differentialgleichungen

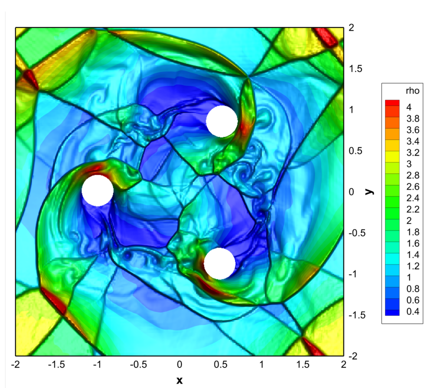
Dozent: Dr. Ferdinand Thein

Termine: Di 14 - 16 & Do 10 - 12 (14-tägig) in Raum: 04-516

Ziel der Vorlesung ist es, einen ersten Überblick über partielle Differentialgleichungen zu geben und Bezüge zu verschiedenen Anwendung aufzuzeigen. Hierbei werden wir zunächst mit Hilfe von Reynolds' Transport Theorem allgemeine Bilanzgleichungen herleiten. Aus diesen Bilanzgleichungen erhalten wir durch geeignete Annahmen verschiedene Typen von PDEs, welche anschließend diskutiert werden.
Die folgenden Prototypen werden in der Vorlesung behandelt:

- Hyperbolische PDE erster Ordnung: lineare Advektion und Burgers-Gleichung
- Zeitunabhängige Gleichungen zweiter Ordnung: Laplace-/Poisson-Gleichung (elliptische PDE)
- Zeitabhängige Gleichungen zweiter Ordnung: Wärmeleitungsgleichung (parabolische PDE)
- Hyperbolische PDE zweiter Ordnung: Wellengleichung

Diese Veranstaltung eignet sich für die Bereiche B,C und für Studierende in den Richtungen B.Sc., M.Ed., M.Sc. .
Vorkenntnisse in der Analysis, insbesondere der Analysis gewöhnlicher Differential-gleichungen sind empfehlenswert.



Fragen richten Sie bitte per E-mail an: **fthein@uni-mainz.de**
Weitere Informationen finden sie unter: **www.ferdinandthein.de**

Literatur:

Christof Eck, Harald Garcke, and Peter Knabner, *Mathematische Modellierung*, Springer Undergraduate Mathematics Series, Springer, Cham (2017).
Lawrence C Evans, *Partial differential equations*, American Math. Soc., Providence, RI, Lit.verz. S. 651 - 654. (1998).
L. D. Landau and E. M. Lifschitz, *Lehrbuch der theoretischen Physik*, Bd.V Statistische Physik. Akad.-Verl., Berlin, 8. edition (1987).
L. D. Landau and E. M. Lifschitz, *Lehrbuch der theoretischen Physik*, Bd.VI Hydrodynamik. Akad.-Verl., Berlin, 5. edition (1991).
Ben Schweizer, *Partielle Differentialgleichungen*, Springer-Verlag, Berlin (2013).

LEGENDE
hellgelb: Grundvorlesungen
orange: Aufbauvorlesungen
rot: derzeit jährlich ang. Vertiefungsyzklen
grau: unregelm. ang. Vertiefungsyzklen
getricherlter Pfeil: ist hilfreich
grauer Pfeil: als Voraussetzung dringend empfohlen
schwarzer Pfeil/Linie: Ist Voraussetzung
LAG1/2 Ana1/2 ist Voraussetzung für alle weiteren LV

BSc/MSc Mathematik Mainz