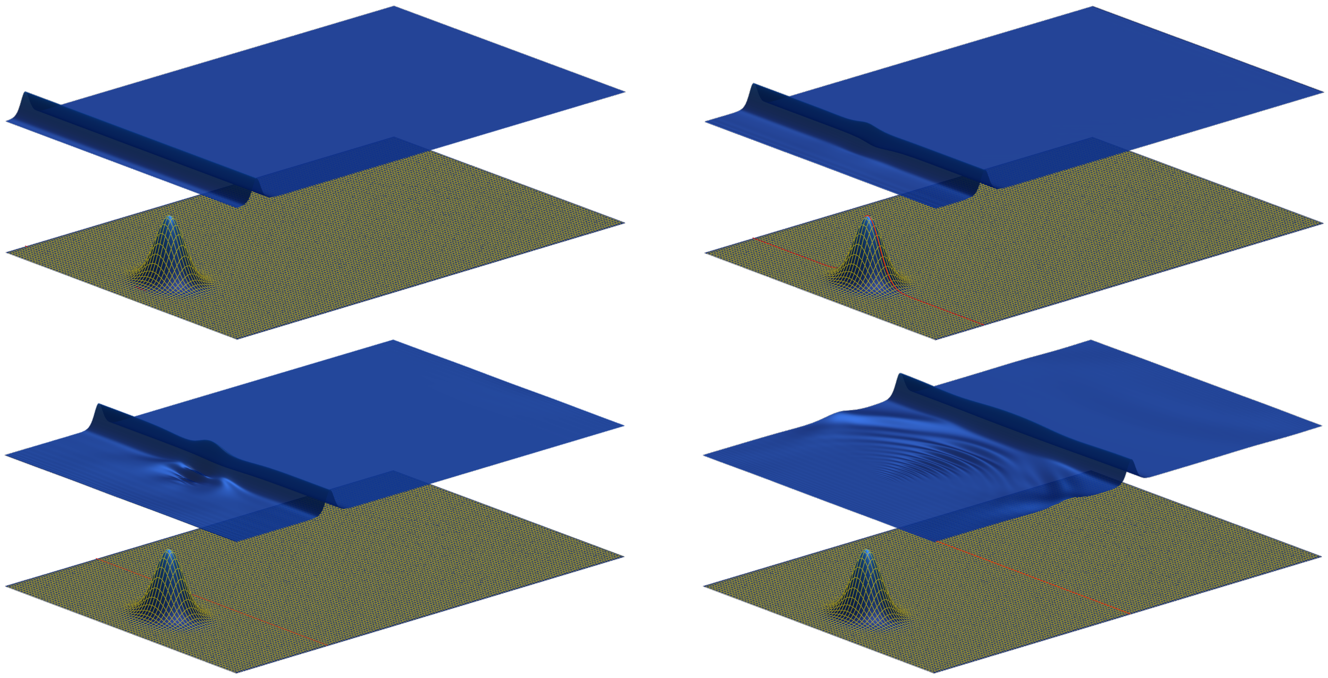
Vorlesungsverzeichnis

Mathematik



Mainz

Wintersemester 2025/26

Zum Bild:

Das Bild zeigt die numerische Simulation einer Wasserwelle, die über einen unebenen Boden strömt. Die Modellierung basiert auf den Serre-Green-Naghdi-Gleichungen. Christian Bartash, Vincent Marks und Collin Wittenstein haben im Rahmen des Modellierungspraktikums 2025 Struktur-erhaltende Verfahren zur Diskretisierung hergeleitet und hier angewendet.

Vorwort

Dieses Vorlesungsverzeichnis enthält eine Übersicht über die weiterführenden Vorlesungen, welche im kommenden Sommersemester 2026 am Institut für Mathematik in Mainz gehalten werden. Man findet Kurzfassungen der Inhalte der einzelnen Vorlesungen und Literaturhinweise. Diese sind als Information und Entscheidungshilfe für alle Mathematikstudierenden nach dem Grundstudium gedacht.

Die Vorlesungen aus dem Grundstudium, die Service-Veranstaltungen, Praktika sowie die Seminare erscheinen in der Regel nicht in dieser Übersicht.

D. van Straten

Mainz, Januar 2026

Zeit	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
08-10	Modulformen engl. (Lehn) 04-432	Algebra II engl. (Blickle) 04-422 Computeralgebra (de Jong) 03-428 Fortgeschrittene numerische Simulation engl. (Ranocha) 05-426 Topologische Gruppen (Lehn) 04-432	Modulformen engl. (Lehn) 04-432 Statistik engl. (Birkner) 05-136	Algebra II engl. (Blickle) 04-422 Computeralgebra (de Jong) 03-428 Fortgeschrittene numerische Simulation engl. (Ranocha) 05-426	
10-12	Homologische Algebra II (Rahn) 04-432	Stochastik I (Hartung) 04-426 Stochastik III (Klenke) 05-522 Perfektoide Räume (Tamme) 04-**432** Modellierungspraktikum (Lukácová) 05-426	Homologiesche Algebra II (Rahn) 04-432 Bieberbachsche Vermutung (Hanke-Bourgeois) 05-426 Darstellungstheorie algebraischer Gruppen II (Eberhardt) 04-516	Stochastik I (Hartung) 04-426 Stochastik III (Klenke) 05-522 Darstellungstheorie algebraischer Gruppen II (Eberhardt) 04-516 Nichtlineare Funktionalanalysis (Lukácová) 05-426 Algebraische Topologie I (Land) 04-230	Perfektoide Räume (Tamme) 04-**422**
12-14	Numerik stochastischer Differentialgleichungen (Ranocha) 04-426	Differentialgeometrie und Mannigfaltigkeiten (Kraus) 04-426	Forschungssoftware-Entwicklung mit Julia (Churavy) 05-426 Mathematische Quantenmechanik (Kostrykin) 04-522	Differentialgeometrie und Mannigfaltigkeiten (Kraus) 04-426 Mathematische Quantenmechanik (Kostrykin) 04-522	Statistik engl. (Birkner) 05-136
14-16	Funktionsanalysis (Hanke-Bourgeois) N2 Oberseminar Geometrie und Physik (Jockers, Lehn, van Straten) 04-432	Algebraische Topologie I (Land) 04-230 Modellierungspraktikum (Lukácová) 05-426 Qualitative Theorie nichtlinearer Differentialgleichungen(Gürbüz) 04-512 Chaostheorie I (Kostrykin) 004-522		Funktionsanalysis (Hanke-Bourgeois) N3 Stochastische Algorithmen(Klenke) 05-522 Qualitative Theorie nichtlinearer Differentialgleichungen(Gürbüz) 04-512 Geschichte der Mathematik II (Sauer) 05-426 Einführung in die Homotopietheorie II (Klaus) 04-522	
16-18	Geschichte der Mathematik II (Sauer) 05-426	Oberseminar Geometrie und Topologie (Lehn) 04-432		Chaostheorie I (Kostrykin) 04-522 Mathematisches Kolloquim im Hilbertraum – einzelne Termine siehe Homepage des Instituts unter Veranstaltungen	

Oberseminar Arithmetische Geometrie und motivische Homotopietheorie (Bachmann, Blickle, Tamme) – Tag/Uhrzeit?

Statistics

Lecturer: Prof. Dr. Matthias Birkner

Dates: Wed 8-10 and Fr 12-14

Are female bank employees disadvantaged when it comes to promotions? Are people born under the sign of Pisces more likely to survive a septic shock?

It is easy to lie with statistics. It is hard to tell the truth without it.
(Andrejs Dunkels, 1939–89)

In this lecture, we will discuss classic topics in (mathematical) statistics and provide some insights into more modern, specifically high-dimensional methods, illustrating them with examples in `R`.

The lecture is aimed at advanced B.Sc. students as well as M.Ed. and M.Sc. students. Knowledge from *Einführung in die Stochastik* is required, knowledge from *Stochastik-Praktikum* and the lecture *Stochastik I* is occasionally helpful, but not absolutely necessary.

Literature (selection)**:**

H.-O. Georgii, *Stochastik: Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik*, de Gruyter (2015).
P.J. Bickel, K.A. Doksum, *Mathematical Statistics: Basic Ideas and Selected Topics*, Holden-Day (1977).
J.A. Rice, *Mathematical Statistics and Data Analysis*, Duxbury Press (1995).
G. James, D. Witten, T. Hastie and R. Tibshirani, *An Introduction to Statistical Learning with Applications in R*, 2nd Ed., Springer (2021).
L. Wasserman, *All of Statistics: A Concise Course in Statistical Inference*, Springer (2004).
The R Project for Statistical Computing `http://www.r-project.org/`

Algebra 2: Kommutative Algebra

Dozent: Prof. Dr. Manuel Blickle

Vorlesung: Di, Do 8–10 Übung: tba

Dies Vorlesung ist eine natürliche Weiterführung der Algebra 1. Es werden die Grundlagen der Kommutativen Algebra gelegt, auf welche dann weiterführende Vorlesungen wie die algebraische Zahlentheorie, algebraische Topologie und insbesondere die *Algebraische Geometrie* aufbauen.

Emmy Noether 1882–1935, Mother of modern Algebra

Konkrete Themen der Vorlesung sind unter anderem:

- **Polynomgleichungen in mehreren Variablen:** Verschwindungsmenge, Zariskitopologie, Hilberts Basissatz, Noethersche Ringe, Hilberrts Nullstellensatz, Spektrum eines Rings
- **Moduln über kommutativen Ringen:** Kettenbedingungen, Nakayama Lemma, Lokalisierung, Träger, Primärzerlegung, Exakte Sequenzen, Funktoren, Restriktion und Tensorprodukt, Flachheit, Limiten und Kolimiten
- **Dimensionstheorie:** Krulldimension, Transzendenzgrad, endliche Ringerweiterungen, Noether Normalisierung, Krulls Hauptidealsatz, Dimension des Polynomrings, reguläre lokale Ringe

Das Handwerkszeug, welches man in dieser Vorlesung lernen kann, ist unverzichtbar für alle, die über eine Vertiefung in einem der Bereiche Algebra, algebraische Geometrie, komplexe Geometrie, algebraische Zahlentheorie oder auch Topologie/Homotopietheorie nachdenken.
Voraussetzung für die erfolgreiche Teilnahme ist ein solides Verständnis der Grundbegriffe der Algebra aus den Vorlesungen Algebra 1 oder Computeralgebra.

Literatur:

Reid, Miles, *Undergraduate Commutative Algebra*, Cambridge Univ. Press
Atiyah, M. F., Macdonald, I. G. *Introduction to commutative algebra.* Addison-Wesley Publishing Co.
Eisenbud, David, *Commutative algebra. With a view toward algebraic geometry.* Graduate Texts in Mathematics, 150. Springer-Verlag, New York, 1995. xvi+785 pp.

Research Software Engineering in Julia

Dozent: Dr. Valentin Churavy

Termine: Mi 12-14

In many areas of research software plays a critical role. Especially in scientific computing it is important to be able to write, understand and modify software. Yet, the necessary skills are only tangentially covered in lectures for classical math or natural sciences. Often the assumption is made that most learn to program during their studies at least a bit, and that the "rest" isn't that hard either.
The "rest" is how to build software in maintainable fashion, how to interact with the research community at large by publish and contributing to research software, and how to conduct reproducible research. We will start with topics like version control,continuous integration, and publishing research software (documentation, version management). Using the programming language Julia throughout the course we will learn how to conduct reproducible research.

Later in the course, we will touch on current topics in research software. Like the use of accelerators (GPUs & co), automatic differentiation of code, and considerations for high-performance computing.

All this is not only of importance for later academic research career, but also for the preparation of a master thesis or a professional activity in the private sector.

The lecture targets advanced students in the bachelor program, as well as students in the master program. Concepts will be introduced with classical algorithms from numerical mathematics. You should be familiar with at least one programming language.
The course will be taught in English.

Literatur:

https://julialang.org

Computeralgebra

Dozent: Prof. Dr. Theo de Jong

Termine: Di, Do 8–10

In der Vorlesung werden wir einige Probleme aus der algorithmischen Mathematik behandeln, wie zum Beispiel:

(1) Primzahlbestimmung und Faktorisierung von natürlichen Zahlen (z.B. Miller-Rabin, Pollard rho und die $p-1$ Methode).

(2) Das Lösen von polynomialen Gleichungssystemen. In der linearen Algebra haben Sie gelernt lineare Gleichungssysteme zu lösen. Wir werden Gleichungen höheren Grades betrachten und sehen, wie man feststellen kann, ob das Gleichungssystem eine Lösung hat und gegebenfalls die (reellen) Lösungen numerisch berechnen.

(3) Faktorisierung von Polynomen mit Koeffizienten in $\mathbb{Q}$. Wie schafft ein Computerprogramm es zum Beispiel das folgende Polynom zu faktorisieren?

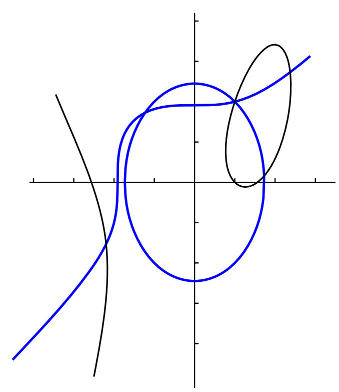
$$-15x^{18} + 2x^{17} + 44x^{16} + 82x^{15} - 2x^{14} - 82x^{13} - 213x^{12} - 32x^{11} + 77x^{10}$$
$$+125x^9 + 89x^8 + 6x^7 - 194x^6 - 14x^5 + 23x^4 + 2x^3 + 97x^2 - 21x - 42$$

Lösung des Problems:

$$\left(5x^{10} + x^9 - x^8 - 10x^7 - 9x^6 + 8x^4 + x^3 + 8x^2 - 7\right) \cdot$$
$$\left(-3x^8 + x^7 + 8x^6 + 9x^5 - 4x^4 + 4x^3 - 7x^2 + 3x + 6\right)$$

Die benutzten Methoden liefern eine gute Vorbereitung auf abstraktere algebraische Vorlesungen.

Zur Vorlesung gehört ein integrierter Übungs- und Praktikumsbetrieb. Programmierkenntnisse werden NICHT vorausgesetzt, es ist jedoch ratsam, sich schon etwas von der Sprache Python anzueignen. Pythonkurse werden in den Semesterferien angeboten, aber auch auf youtube sind elementare Einführungen zu finden. Wir werden das Computeralgebrasystem `SAGE` einsetzen, welches kostenlos unter `http://www.sagemath.org/` verfügbar ist.



Literatur:

D. Bressoud: *Factorization and Primality Testing*, Springer Verlag (1989).

G. Von zur Gathen, *Modern Computer Algebra*, Cambridge University Press (2013).

D. Cox, J. Little, D. O'Shea: *Ideals, Varieties and Algorithms*, Springer Verlag (2015).

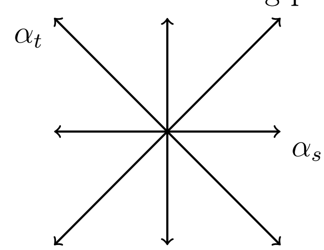
Representation Theory of Algebraic Groups II

Dozent: Dr. Jens Eberhardt

Termine: Mi, Do 10-12

The study of continuous symmetries naturally leads to the concept of Lie groups, which are fundamental in many areas of mathematics and physics, describing, for example, essential aspects of our physical reality. It is a notable fact that many characteristics of Lie groups—which are inherently topological and continuous objects—can be understood in completely algebraic terms, often described entirely by polynomials. This realization paves the way for the study of the algebraic counterpart of Lie groups: *linear algebraic groups*. These include many of the classical groups familiar from linear algebra and geometry, such as the general linear group (GL_n), the symplectic group (Sp_{2n}), and the orthogonal group (O_n).

In this course, we will classify the most significant linear algebraic groups, namely the reductive ones. This classification is combinatorial and can be understood through objects known as root data. We will see how the structure of these groups, including their representations, can be analyzed using such combinatorial data. For example, the structure of the symplectic group Sp_4 is encoded in the following picture (type B_2 root system):



This approach using root data allows for a unified way to understand classical groups and other related families. To develop this theory, we will utilize Lie algebras, which offer an infinitesimal perspective on algebraic groups via algebraic methods. We will also introduce essential concepts from algebraic geometry, such as affine and projective varieties, which provide the natural language for objects defined by polynomials.

The primary goal of this lecture is to build an understanding of this classification and to develop an intuition for the structure of linear algebraic groups. This course is also a preparation for the course in the next term where we will learn more about the representation theory of those groups.

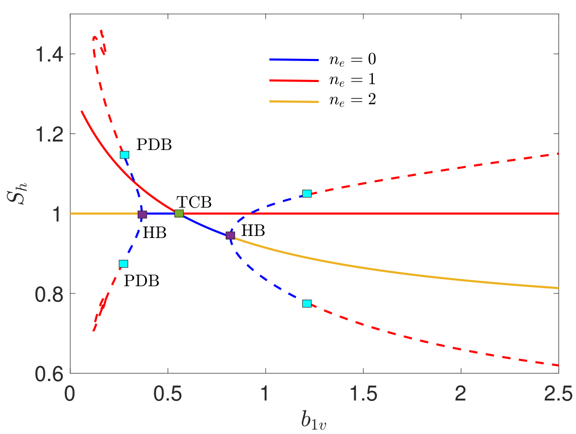
Literature:
Borel, A., *Linear Algebraic Groups.*
Séminaire Claude Chevalley, Linear classification des groupes de Lie algébriques.

Qualitative Theory of Nonlinear Differential Equations in Mathematical Biology

Dozentin: Dr. Burcu Gürbüz

Termine: Tuesday, Thursday 14-16

Nonlinear differential equations play a central role in the mathematical modeling of biological systems. In population dynamics, epidemiology, and cellular processes, nonlinear feedback mechanisms arise whose analysis requires qualitative methods. This lecture provides an introduction to key concepts such as equilibrium analysis, stability, phase portraits, and limit cycles.
A particular emphasis is placed on bifurcation theory: we investigate how the qualitative behavior of biological models changes as parameters vary, and study fundamental phenomena such as saddle-node, transcritical, and Hopf bifurcations. These concepts are illustrated using classical biological models and complemented by simple numerical tools.



One-parameter numerical continuation, b_{1v}, of the susceptible human population in a disease model with the number of unstable eigenvalues n_e. Presence of Hopf (HB), period doubling (PDB), and transcritical bifurcations (TCB).

By the end of the lecture, students will be able to formulate biological models, analyze their qualitative dynamics, and in particular interpret bifurcative transitions. Solid knowledge of analysis and linear algebra is required; additional background is helpful but not necessary.

References:

S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*, Westview Press (2018).
J. D. Murray, *Mathematical Biology I: An Introduction* and *Mathematical Biology II: Spatial Models and Biomedical Applications*, Springer (2002).
L. Perko, *Differential Equations and Dynamical Systems*, Springer (2013).
L. Edelstein-Keshet, *Mathematical Models in Biology*, SIAM (2005).

Die Bieberbach Vermutung

Dozent: Prof. Dr. Hanke-Bourgeois

Termin: Mi 10-12

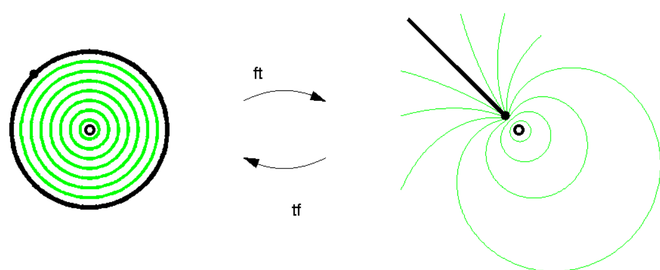
Eine holomorphe Funktion $f : \Omega \to \mathbb{C}$ in einem Gebiet $\Omega \subset \mathbb{C}$ heißt schlicht, falls f auf Ω zusätzlich injektiv ist. Sei S die Menge aller im Einheitskreis schlichten Funktionen, die durch $f(0) = 0$ und $f'(0) = 1$ normiert sind. Eine solche Funktion besitzt also eine in $|z| < 1$ konvergente Taylorreihe

$$f(z) \;=\; z \,+\, a_z z^2 \,+\, a_3 z^3 \,+\, a_4 z^4 \,+\, \ldots$$

1916 hat Ludwig Bieberbach gezeigt, dass für alle $f \in S$ die Beziehung $|a_2| \leq 2$ gilt und die nach ihm benannte Vermutung aufgestellt, dass

$$|a_n| \;\leq\; n \qquad \text{für alle } n = 2, 3, \ldots$$

Die Vorlesung gibt einen Einblick in die spannende Geschichte bis zu dem endgültigen Beweis dieser Vermutung im Jahr 1984. Neben dem Inhalt der Funktionentheorie-Vorlesung sind hierzu keine weiteren Vorkenntnisse erforderlich. Die Vorlesung wird bei Bedarf in englisch gehalten.



Literatur:

L.V. Ahlfors, *Complex Analysis*, McGraw-Hill (1979).
P.L. Duren, *Univalent Functions*, Springer (1983).
J. Korevaar, *Ludwig Bieberbach's conjecture and its proof by Louis de Branges*, Amer. Math. Monthly **93** (1986), S. 505-514.
R. Remmert, G. Schumacher, *Funktionentheorie 2*, Springer (2007).

Funktionalanalysis I
Einführung in die Funktionsanalysis

Dozent: Prof. Dr. Martin Hanke-Bourgeois

Termine: Mo, Do 14-16

Bei dieser Lehrveranstaltung handelt es sich um ein Aufbaumodul, das für viele weitergehende Veranstaltungen – für alle Bereiche der Analysis und der Numerik, sowie für Stochastik und theoretische Physik – grundlegend ist. Die Vorlesung gibt einen Überblick über zentrale Eigenschaften linearer Abbildungen (Operatoren) in unendlich-dimensionalen Banach- und Hilberträumen bis hin zur Spektraltheorie selbstadjungierter Operatoren in Hilberträumen.

Otto Nikodym and Stefan Banach (Krakau, Polen; Skulptur von Stefan Dousa)

Literatur:

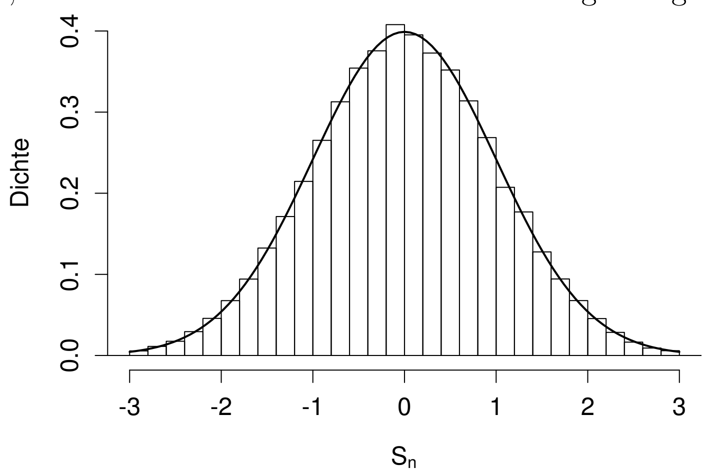
H.W. Alt, *Lineare Funktionalanalysis*, Springer, Berlin (2012).
D. Werner, *Funktionalanalysis*, Springer, Berlin (2018).

Stochastik I

Dozent: Prof. Dr. Lisa Hartung

Termine: Di, Do 10-12

Die Wahrscheinlichkeitstheorie beschäftigt sich mit der quantitativen Betrachtung aller Phänomene, bei denen Zufall eine Rolle spielt. Zu Fermats Zeiten betraf dies hauptsächlich Glücksspiele - heute sind Fragestellungen aus der statistischen Physik, der Biologie, der Finanzmathematik, der Statistik und so weiter in der Vordergrund gerückt.



Normalapproximation der Binomialverteilung

Diese Vorlesung baut auf der Vorlesung Grundlagen der Stochastik auf. Wir lernen zunächst die maßtheoretischen Grundlagen kennen, welche wir in der Vorlesung *Grundlagen der Stochastik* nicht besprochen hatten, und lernen allgemeine Wahrscheinlichkeitsmaße kennen. Wir beweisen dann das starke Gesetz der großen Zahlen. Zudem beschäftigen wir uns im Detail mit den zentralen Grenzwertsätzen und beweisen hier allgemeinere Aussagen. Hierzu verwenden wir charakteristische Funktionen. Im Anschluss beschäftigen wir uns mit bedingten Erwartungen und schließen das Semester mit netten Beispielen ab. Was genau (an Beispielen besprochen wird), hängt auch vom Interesse der Studierenden ab.

Literatur:

Lisa Hartung, Vorlesungsskript Stochastik 1 SoSe 2026, `https://www.dropbox.com/s/2oy1egi90voi6m3/wt-new.pdf?dl=0`.
Hans-Otto Georgii , *Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik*, de Gruyter Verlag, 2015
Achim Klenke, *Wahrscheinlichkeitstheorie*, Springer Spektrum, 2013
William Feller, *An introduction to probability and its applications*, Vol. 1. 3rd Ed., John Wiley, 1991

Einführung in die Homotopietheorie II

Dozent: Prof. Dr. Stephan Klaus

Termine: Do 14-16 ca. alle 2 Wochen (siehe Termine in Jogustine)

In dieser Ergänzungsvorlesung werden wir eine Einführung in die Homotopietheorie geben. Es ist die Fortsetzung aus dem vorangegangenen Semester. Diese hat interessante Verbindungen zu anderen Gebieten wie z.B. theoretische Physik und arithmetische Geometrie. Dabei werden Grundbegriffe der mengentheoretischen Topologie vorausgesetzt (insbesondere CW-Komplexe) und aus der algebraischen Topologie sollten singuläre Homologie- und Kohomologietheorie bekannt sein.

Im Einzelnen sollen folgende Themen besprochen werden:

(1) Homotopie und (Ko-)Homologie
(2) Modellkategorien
(3) Simpliziale Homotopietheorie
(4) Eilenberg-MacLane-Räume und Kohomologie-Operationen
(5) Zerlegungen von Postnikov, Whitehead und Brown-Copeland
(6) Theoreme von Hurewicz, Whitehead und Freudenthal
(7) Die Adams-Spektralsequenz und einige Homotopiegruppen von Sphären

Zielgruppe/Voraussetzungen: Studentinnen und Studenten der Mathematik mit Grundkenntnissen in mengentheoretischer und algebraischer Topologie.

Zuordnung Gebiete: Topologie

Für genaue Termine siehe bitte Jogustine.

Literatur:

VR.M. Switzer, *Algebraic Topology - Homotopy and Homology*, Classics in Mathematics, Springer-Nature (2002).
R.E. Mosher, M.C. Tangora, *Cohomology Operations and Applications in Homotopy Theory*, Dover (2008).
J.P. May, *Simplicial Objects in Algebraic Topology*, Chicago Lectures in Mathematics (1993).

Stochastik III

Dozent: Prof. Dr. Achim Klenke

Termine: Di, Do 10-12

Die Vorlesung wendet sich an Studierende der Fachrichtung Mathematik. Sie ist inhaltlich die Fortsetzung des dreisemestrigen Kurses der Stochastik (Einführung in die Stochastik, Stochastik I, Stochastik II).
Formal ist sie der zweite Teil des Vertiefungsmoduls STO-002, der im vorangehenden Semester mit der Vorlesung Stochastik II begonnen wurde.
Die Wahrscheinlichkeitstheorie beschäftigt sich mit der quantitativen Betrachtung aller Phänomene, bei denen Zufall eine Rolle spielt. Zu Fermats Zeiten betraf dies hauptsächlich Glückspiele - heute sind Fragestellungen aus der statistischen Physik, der Biologie, der Finanzmathematik, der Statistik und so weiter in den Vordergrund gerückt.
In der Stochastik III beschäftigen wir uns mit Ergodentheorie, der Theorie großer Abweichungen und Poisson'schen Punktprozessen. Je nach Zeit lernen wir die Brown'sche Bewegung und die zugehörigen Grenzwertsätze kennen oder eine fortgeschrittene Theorie Markov'scher Ketten.

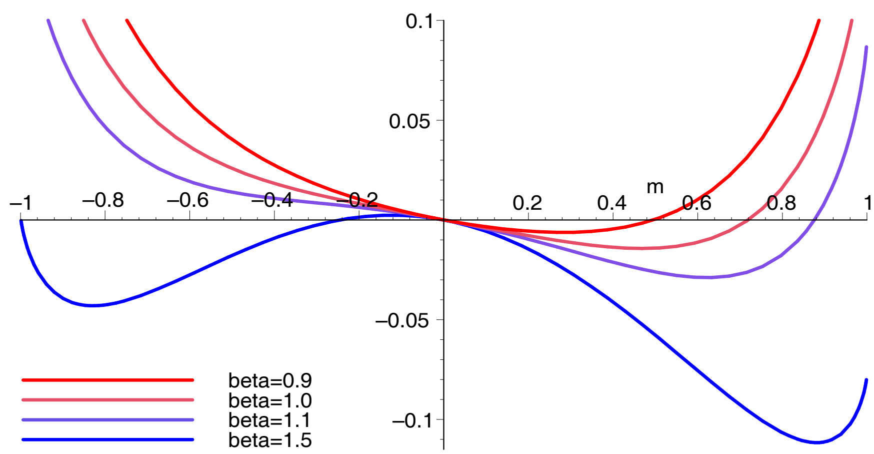


Abbildung 1. Die verschobene freie Energie $F^\beta(m) - F^\beta(0)$ des Weiss'schen Ferromagneten mit äußerem Feld $h = 0.04$.

Literatur:

Billingsley. *Probability. Breiman.* Probability. Durrett. *Probability: Theory and Examples. Felller.* An introduction to probability theory and its applications, Band 1 und Band 2. Karatzas und Shreve. *Brownian motion and stochastic calculus. Keller.* Wahrscheinlichkeitstheorie, Vorlesungsskript Erlangen. Klenke. *Wahrscheinlichkeitstheorie, Springer Verlag, 4. Auflage (2020). Shiryaev.* Probability.

Stochastische Algorithmen

Dozent: Prof. Dr. Achim Klenke

Termine: Do 14-16

Die Vorlesung wendet sich an Studierende der Fachrichtung Mathematik, die mindestens eine Vorlesung über Stochastik gehört haben.

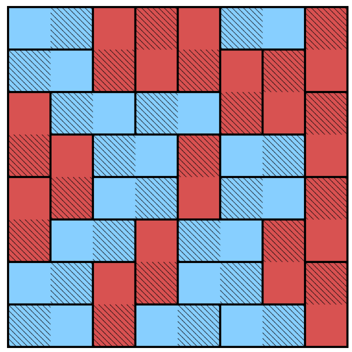


ABBILDUNG 2. Zufällige Pflasterung eines Schachbretts mit Dominosteinen

In der Vorlesung *Stochastische Algorithmen* wird die Wirkungsweise von Algorithmen, die mit Hilfe eines Zufallsmechanismus arbeiten, erläutert und mathematisch fundiert. Dabei geht es um Probleme wie das Mischen bzw. Sortieren von Spielkarten, das Heraussuchen eines optimalen Wertes aus einer sehr großen Menge (z. B. das Problem des Handlungsreisenden), die Konstruktion zufälliger Objekte mit einer gegebenen Verteilung (Zufallszahlen, Propp-Wilson-Algorithmus) und so weiter.
Eines der stochastischen Konzepte, die behandelt werden sollen, sind Markovketten und die Geschwindigkeit ihrer Konvergenz in ihr Gleichgewicht, die man mit Hilfe von Frobenius-Eigenwerten und Spektrallücken abschätzen kann.
Voraussetzung für den Besuch dieser Vorlesung sind Kenntnisse in der elementaren Wahrscheinlichkeitstheorie, wie sie etwa im Modul Grundlagen der Stochastik vermittelt werden.

Literatur:

David Aldous, Persi Diaconis, Joel Spencer, and J. Michael Steele (editors), *Discrete probability and algorithms*, Springer-Verlag, New York, (1995).

David Aldous and James Propp (editors), *Microsurveys in discrete probability*, American Mathematical Society, Providence, RI (1998).

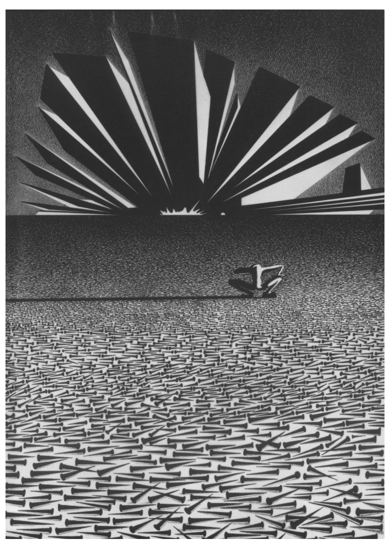
Rajeev Motwani and Prabhakar Raghavan, *Randomized algorithms*, Cambridge University Press, Cambridge (1995).

Chaostheorie

Dozent: Prof. Dr. Vadim Kostrykin

Termine: Di 14-16, Do 16-18

Dynamische Systeme sind mathematische Modelle zur Beschreibung zeitabhängiger Prozesse. Dabei darf die Zeitentwicklung kontinuerlich (z.B. Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen) oder diskret (z.B. iterierte Intervallabbildungen) sein. Wir beschäftigen uns mit diskreten dynamischen Systemen.
Die Theorie der dynamischen Systeme analysiert und charakterisiert das Verhalten von Trajektorien für große Zeiten. Bei manchen Systemen ist dieses Verhalten jedoch so kompliziert, dass eine mehr oder minder genaue Aussage über das Verhalten einer bestimmten Trajektorie nicht möglich ist. In diesem Fall spricht man vom Chaos. Solche Systeme sind zwar deterministisch aber nicht vorhersagbar (z.B. langfristige Wettervorhersage in der Meteorologie).
Teil II der Vorlesung wird im Wintersemester 2026/27 angeboten. Dort werden wir Grundlagen der Ergodentheorie studieren. Die Ergodentheorie beschäftigt sich mit der Untersuchung des Verhaltens typischer Trajektorien mit wahrscheinlichkeitstheoretischen Methoden. In dieser Vorlesung beweisen wir die fundamentalen Sätze der Ergodentheorie (Poincares Wiederkehrsatz, Birkhoffs Ergodensatz, ...) und behandeln eine Vielzahl von Beispielen, auch der zahlentheoretischen Natur.
Voraussetzungen: Für Teil I: Analysis I und II; Für Teil II ist etwas Maßtheorie vom Vorteil, aber keine Voraussetzung.



“From Chaos to Order” A.T. Fomenko (1976)

Literatur:

A. Katok, B. Hasselblatt, *Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems*, Cambridge University Press, 1995.

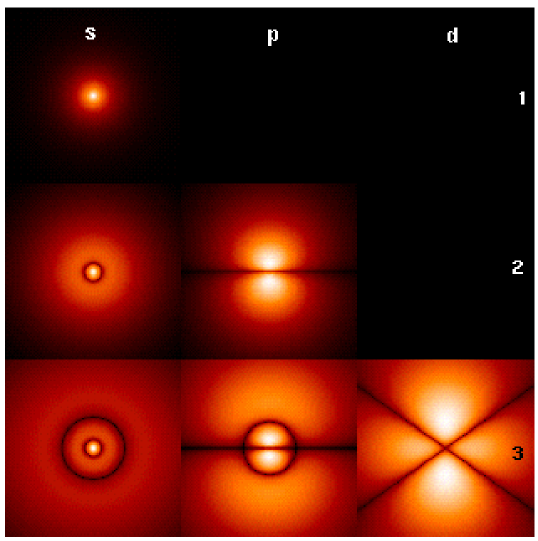
R. Devaney, *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, Addison-Wesley, 1989; Taylor & Francis, 2022.

Mathematische Quantenmechanik

Dozent: Prof. Dr. Vadim Kostrykin

Mi, Do 12-14

Die Vorlesung widmet sich der mathematischen Grundlagen der Quantenmechanik. Die mathematische Basis der Quantenmechanik ist die Theorie linearer Operatoren in Hilberträumen, ein Teilgebiet der Funktionalanalysis. Eine der zentralen Fragen, die in der Vorlesung behandelt werden, ist die Selbstadjungiertheit des Schrödingeroperators. Diese garantiert unter anderem, dass die Schrödingergleichung für alle Zeiten eine eindeutige Lösung besitzt.
Die Zielgruppe der Vorlesung sind Master- und Bachelorstudierende in fortgeschrittener Phase ihres Studiums. Interessierte Physikstudierende sind auch herzlich willkommen. Voraussetzungen: Analysis I-III, Einführung in die Funktionalanalysis. Etwas Maßtheorie ist vom Vorteil, aber keine Voraussetzung.



Die Wahrscheinlichkeitsdichte des Elektrons im Wasserstoffatom

Literatur:

G. Teschl, *Mathematical Methods in Quantum Mechanics*, Graduate Studies in Mathematics vol. 157, American Mathematical Society (2009, 2014).

W. Thirring, *Quantum Mathematical Physics*, Springer (1979, 2002).

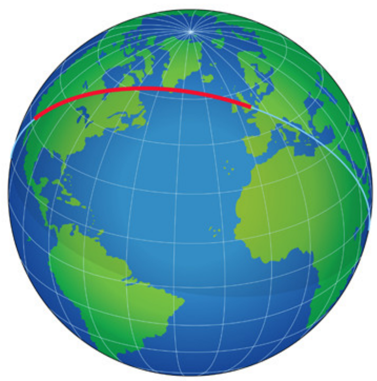
M. Reed, B. Simon, *Methods of Modern Mathematical Physics*, I - IV, Academic Press (1972, 1975, 1979, 1978).

Differentialgeometrie und Mannigfaltigkeiten

Dozentin: PD Dr. Margarita Kraus

Termine: Di, Do 12-14

In der Vorlesung beschäftigen wir uns mit geometrischen Eigenschaften von Kurven, Flächen im Raum und deren Verallgemeinerung, den Mannigfaltigkeiten.
Ein besonders wichtiger Begriff dabei ist der der Krümmung, den wir ausführlich behandeln werden. So werden wir z.B. verstehen, dass es als Folge der Krümmung der Erdoberfläche keine längenerhaltenden Landkarten geben kann.
Wichtige Anwendungen der Differentialgeometrie finden sich auch in der Physik.



Bildquelle: Gemeinfrei, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=29671836

Literatur:

C. Bär, *Elementare Differentialgeometrie*, de Gruyter (2010).

M. Do Carmo, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Dover Publications (1976).

J. M. Lee, *Riemannian manifolds*, Springer (2010).

I. Agricola, T. Friedrich, *Vektoranalysis*, Vieweg (2010).

Algebraische Topologie I

Dozent: Prof. Dr. Markus Land

Termine: Di 14-16, Do 10-12

This lecture is a natural continuation of the course *Einführung in die Topologie*. We will begin with a recollection of the fundamental group and covering theory as well as the Seifert van Kampen theorem.
The main (algebraic) invariant of spaces we will then focus on is the singular homology and cohomology of topological spaces. It is convenient to phrase a number of the results of this course using category theoretic language, which we will develop in parallel in the course.

Prerequisites for this course are a solid knowledge of point set topology and basic algebra such as groups, rings, and modules. Some exposure to homological algebra, mostly the concept of exact sequences and chain complexes, is helpful but not strictly needed.

T. tom Dieck,*Topologie*, De Gruyter.

T. tom Dieck, *Algebraic Toplogy*, EMS Textbooks.

J. Munkres, *Topology*, Pearson.

A. Hatcher, *Algebraic Topology*, Cambridge University Press.

Elliptic Functions and Modular Forms

Dozent: Prof. Dr. Manfred Lehn

Termine: Mo, Mi 8-10

This lecture is intended for students in mathematics and physics in their third year of studies or later. Weekly exercise sessions form an integral part of the course.

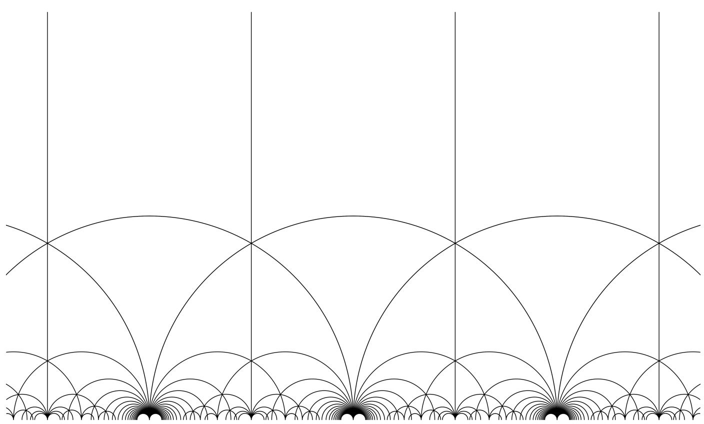
Elliptic integrals and elliptic functions began their life at the end of the 18th century through the work of Euler and Legendre, and were fully developed in the 19th century by Abel, Jacobi, Eisenstein, and Weierstraß.

The course will cover the following topics: Elliptic (= double periodic) functions, theta functions, elliptic modular forms, Riemann surfaces and complex manifolds, hyperelliptic and plane cubic curves, moduli theory of elliptic curves, the modular group and congruence subgroups, quotients of Riemann surfaces by properly discontinuous actions.

The course presupposes good basic knowledge in algebra, topology and the theory of complex functions.

The following picture shows a tessellation of the Poincaré half space by fundamental domains for the group action by the modular group

$$_2(\mathbb{Z}) \times \mathbb{H} \to \mathbb{H}, \left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right) : \tau \mapsto \frac{a\tau + b}{c\tau + d}$$



For a more detailed orientation on the subject consult any of the following books:

Literatur:

E. Freitag, *Siegelsche Modulfunktionen*. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften 254, Springer Verlag (1983).

A. Hurwitz, *Vorlesungen über allgemeine Funktionentheorie und elliptische Funktionen*. Springer Verlag (1922, 2000).

H. McKean, V. Moll, *Elliptic Curves*. Cambridge University Press (1997, 1999).

Topological Groups

Dozent: Prof. Dr. Manfred Lehn

Termine: Di 8-10

This lecture is intended for students in mathematics and physics in their third year of studies or later.

A topological group is a group together with a topology with respect to which the group laws are continuous. Most prominent examples of topological groups are Lie groups such as the general linear group $\mathrm{Gl}_n(\mathbb{R})$ or the unitary group $\mathrm{U}(n)$.

The course will cover the following topics: Basic definitions and properties of topological groups and homogeneous spaces, Lie groups, Haar measure for locally compact groups, representations of compact groups (Theorem of Peter-Weyl), duality theory for locally compact abelian groups (Theorem of van Kampen-Pontryagin), Fourier transformation for Pontryagin-dual groups, and if some time is left, Heisenberg groups, Schrödinger representations and metaplectic groups. (The course will, however, not cover aspects of the classification theory for semisimple Lie groups for which I refer to the course of Prof. Dr. Eberhard.)

The course presupposes good basic knowledge in algebra, topology, analysis, and group theory. Tools from functional analysis or measure theory will be developed in the course when needed.

For a more detailed preliminary orientation on the subject consult the following sources:

Literatur:

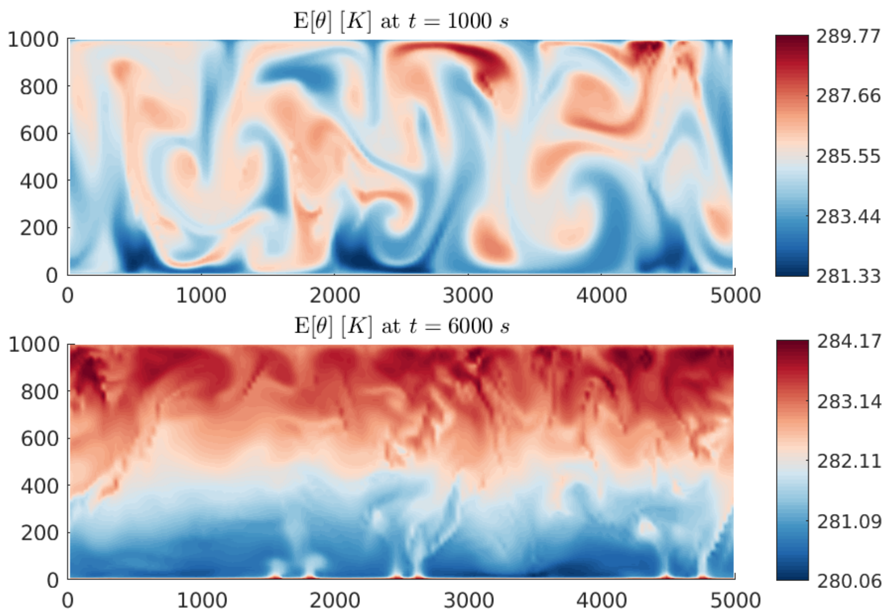
L. Pontryagin, *Topological Groups*. Princeton (1946).
L. Pontrjagin, *Topologische Gruppen*, Teubner (1967).
Th. Bröcker, T. tom Dieck, *Representations of Compact Lie Groups*. Springer (1985).
A. Weil, *L'intégration dans les groupes topologiques et ses application*. Hermann (1946).

Modellierungspraktikum

Dozentin: Prof. Dr. Mária Lukáčová

Termine: Di 10-12 und 14-16

Ziel des Modellierungspraktikums ist es, dynamische Zufallsprozesse mathematisch zu formulieren, zu analysieren und numerisch zu simulieren. Dabei werden verschiedene Ansätze zur Modellierung von Unsicherheiten in dynamischen Prozessen diskutiert. Wir werden uns mit stochastischen gewöhnlichen Differentialgleichungen, wie sie beispielsweise in der statistischen Physik zur Beschreibung der Teilchendynamik auftreten, sowie mit partiellen Differentialgleichungen mit zufälligen Koeffizienten beschäftigen, die sich zur Modellierung unsicherer Messdaten und Parameter eignen.
Im Rahmen von Projektarbeiten in kleinen Gruppen werden praxisrelevante Fragestellungen aus der mathematischen Biologie oder der Fluiddynamik untersucht und konkrete Lösungsansätze erarbeitet.



Erwartungswert der Temperatur in Wolken zu verschiedenen Zeiten

Literatur:

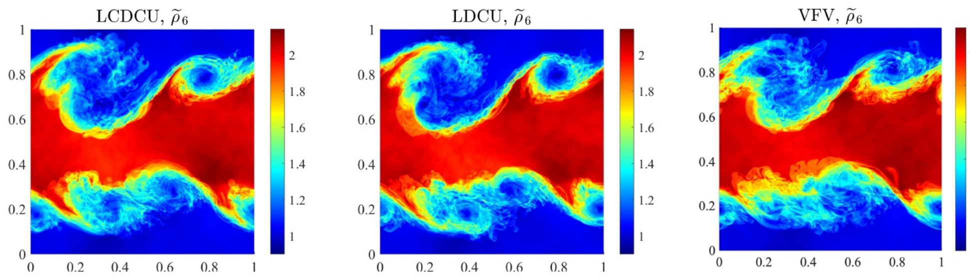
G.J. Lord, C.E. Powell and T. Shardlow: *An Introduction to Computational Stochastic PDEs*, Cambridge University Press, 2014.
D.J. Higham: *An Algorithmic Introduction to Numerical Simulation of Stochastic Differential Equations*, SIAM Review 43(3), 2001.
D.J. Higham: *Stochastic ordinary differential equations in applied and computational mathematics*, IMA Journal of Applied Mathematics, 76(3), 2011.
D.J. Higham, P. Kloeden: *An Introduction to the Numerical Simulation of Stochastic Differential Equations*, SIAM, 2021.

Nichtlineare Funktionalanalysis

Dozentin: Prof. Dr. Mária Lukáčová

Termine: Do 10-12

Diese Vorlesung richtet sich an Master- und vorgeschrittene Bachelorstudierende. In der Vorlesung werden zentrale Techniken der nichtlinearen Funktionalanalysis vorgestellt und deren Anwendungen auf nichtlineare partielle Differentialgleichungen behandelt.
Im Fokus stehen insbesondere Fixpunktsätze, die Theorie zeitabhängiger Funktionen in Bochner-Räumen sowie die Theorie monotoner Operatoren. Ergänzend werden nichtlineare Modellprobleme aus der Strömungsmechanik analysiert, um den Bezug zu aktuellen Fragestellungen in der angewandten Analysis und mathematischen Physik herzustellen.



Mit welchen funktionalanalytischen Methoden können turbulente Strömungen mathematisch beschrieben werden?

Literatur:

E. Feireisl, M. Lukáčová-Medvid'ová, H. Mizerová, B. She: *Numerical Analysis of Compressible Flows*, Springer, 2021.
M. Ruzicka: *Funktionalanalysis (Eine Einführung)*, Springer 2004.
A. Bressan: *Lecture Notes on Functional Analysis with Applications to Linear Partial Differential Equations*, AMS 2012.
E. Zeidler:*Nonlinear Functional Analysis and its Applications I, Fixed Point Theorems*, Springer 1986.
E. Zeidler: *Nonlinear Functional Analysis and its Applications II/B, Monotone Operators*, Springer, 1990.

Homologische Algebra 2

Dozent: Dr. Moritz Rahn

Termine: Mo, Mi 10-12

Zielgruppe: B.Sc., M.Sc.

In dem ersten Teil dieser Vorlesung haben wir uns mit klassisch derivierten Funktoren zwischen Modulkategorien beschäftigt und uns exemplarisch ein paar Grundlagen zu $Tor_n^R(-,-)$ und $Ext_R^n(-,-)$ erarbeitet. Über weite Strecken haben wir hierbei in der Allgemeinheit von Modulkategorien über beliebigen Ringen gearbeitet.
Für diesen zweiten Teil könnte der Wunsch nach etwas Konkreterem aufkommen, und für eine solche Kohorte könnten wir uns etwa auf kommutative Ringe, Gruppenalgebren oder universelle einhüllende Algebren von Lie-Algebren zurückziehen, um ein paar Anwendungen in der kommutativen Algebra, der Gruppentheorie oder der Lie-Theorie zu besprechen.
Ebenso verständlich wäre der Wunsch nach mehr Abstraktion, und für eine solche Kohorte könnten wir uns mit abelschen Kategorien beschäftigen und diesen Formalis-mus an der Theorie von Garben und Garbenkohomologie illustrieren. Wenn man (Ko-) Kettenkomplexe ernst nimmt, wird man auf derivierte Kategorien und total derivierte Funktoren geführt, und ein Ausblick auf triangulierte Kategorien und Verfeinerungen hiervon würde zu diesem Modell des Kurses gut passen.

Wie so oft im Leben ist ein Kompromiss vielleicht nicht das schlechteste. Je nach Geschmack und Interesse Ihrerseits können die Schwerpunkte, Ziele und Themen dieses Kurses aus einer Auswahl von folgendem bestehen:

(1) Homologische Dimensionstheorie, Studium prominenter Klassen von Ringen
(2) Kohomologie von Gruppen oder Lie-Algebren
(3) abelsche Kategorien, Garben und Garbenkohomologie
(4) derivierte Funktoren, derivierte Kategorien
(5) Ausblick auf triangulierte Kategorien und ihre Enhancements

$$\begin{tikzcd}
 & & & A_2 \arrow[rr] \arrow[dd, "a_2"] & & B_2 \arrow[rr] \arrow[dd, "b_2"] & & C_2 \arrow[rr] \arrow[dd, "c_2"] & & 0 \\
 & & A_1 \arrow[ur] \arrow[rr] \arrow[dd, "a_1"] & & B_1 \arrow[ur] \arrow[rr] \arrow[dd, "b_1"] & & C_1 \arrow[ur] \arrow[rr] \arrow[dd, "c_1"] & & 0 & \\
 & 0 \arrow[rr] & & A_2' \arrow[rr] & & B_2' \arrow[rr] & & C_2' & & \\
0 \arrow[rr] & & A_1' \arrow[ur] \arrow[rr] & & B_1' \arrow[ur] \arrow[rr] & & C_1' \arrow[ur] & & &
\end{tikzcd}$$

Verbindungshomomorphismen sind natürlich (siehe letztes KVV) natürlich!

Literatur:

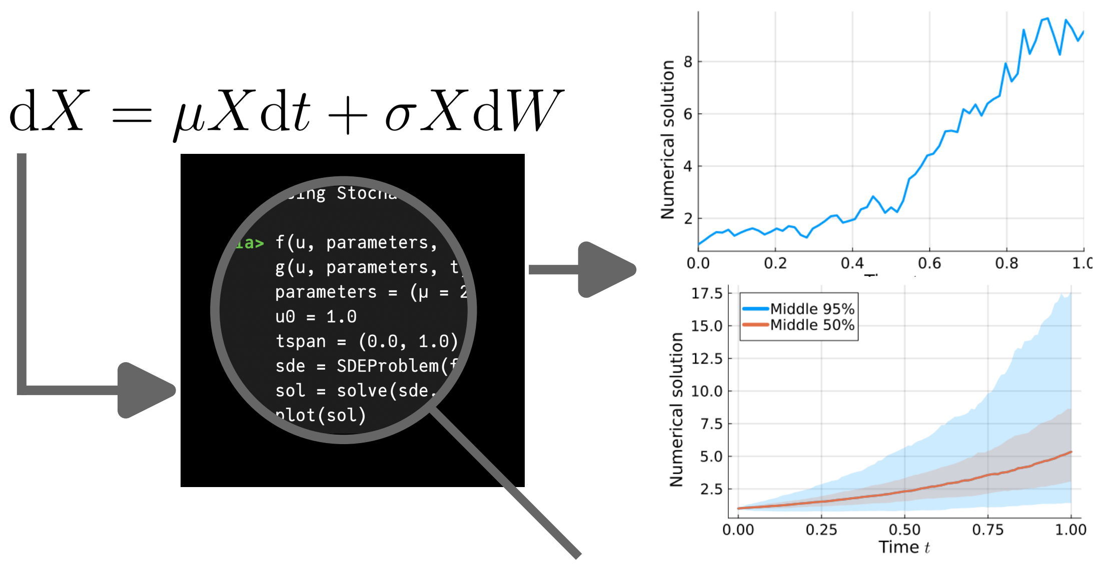
M. Kashiwara, "Categories and Sheaves", Springer (2006).
S. Mac Lane, "Categories for the working mathematician", Springer (1998).
J. Rotman, "An introduction to homological algebra", Springer, (2009).
C. Weibel, "An introduction to homological algebra", Cambridge University Press (1994).

Numerik stochastischer Differentialgleichungen

Dozent: Prof. Dr. Hendrik Ranocha

Termine: Mo 12-14

Zeitabhängige Prozesse in den Natur- und Ingenieurswissenschaften werden häufig mit Differentialgleichungen modelliert. Falls zufällige Einflüsse eine Rolle spielen führt dies auf stochastische Differentialgleichungen. Genau wie ihre deterministischen Verwandten können stochastische Differentialgleichungen in der Regel nicht analytisch gelöst werden. Diese Vorlesung beginnt mit einer Einführung in stochastische Differentialgleichungen als Erweiterung gewöhnlicher Differentialgleichungen. Darauf aufbauend werden grundlegende Verfahren zur numerischen Behandlung stochastischer Differentialgleichungen thematisiert, etwa das Euler-Maruyama-Verfahren, starke und schwache Konvergenz sowie Monte-Carlo-Ansätze.



Die Vorlesung baut auf die *Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen* auf. Sie sollten mit *Grundlagen der Stochastik* vertraut sein. Zielgruppe sind Studierende im Übergang vom Bachelor- zum Masterstudium der Mathematik und verwandter Fächer.

Literatur:

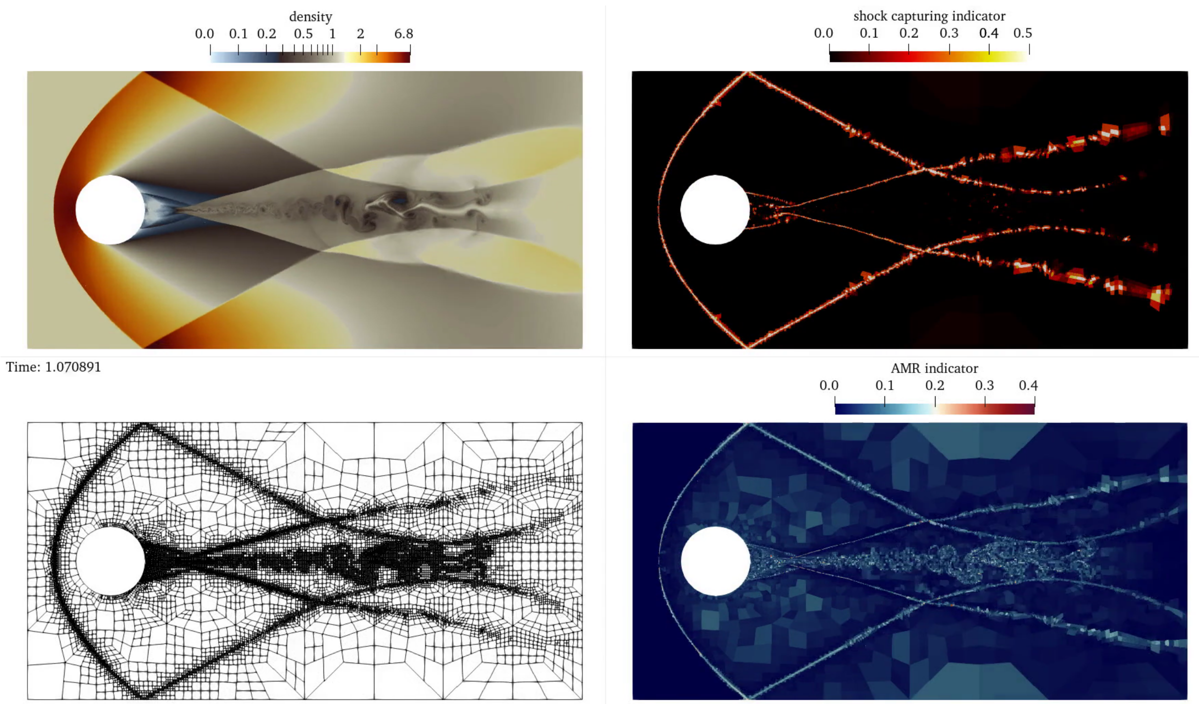
D. Higham und P. Kloeden. *An introduction to the Numerical Simulation of Stochastic Differential Equations*, SIAM (2021).
P. E. Kloeden und E. Platen. *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*, Springer (1992).
G. N. Milstein, M. V. Tretyakov. *Stochastic Numerics for Mathematical Physics*, Springer (2021).
R. D'Ambrosio. *Numerical Approximation of Ordinary Differential Problems*, Springer (2023).
D. Griffiths und D. Higham. *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*, Springer (2010).
L. C. Evans. *An Introduction to Stochastic Differential Equations*, AMS (2013).

Advanced Numerical Simulation

Instructor: Prof. Dr. Hendrik Ranocha

Dates: Tuesday and Thursday, 8–10

Many problems in science and engineering can be modeled by time-dependent (ordinary and partial) differential equations. We will discuss some advanced concepts of numerical methods and simulations for such problems, e.g., adaptivity in space and time, implicit-explicit time stepping, and the optimization of numerical methods for specific problems and modern computer architectures.



Supersonic flow around a circular cylinder simulated using a convex combination of high-order discontinuous Galerkin and low-order finite volume methods.

This lecture assumes familiarity with the *Grundlagen der Numerik* (Introduction to Numerical Methods) and the *Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen* (Numerical Methods for Ordinary Differential Equations). Previous experience with numerical methods for partial differential equations may be helpful, but is not strictly required. We will adapt the content to the background and interests of the participants.
The course is intended for Master students (or advanced Bachelor students) in mathematics, scientific computing, computer science, physics, and related fields. Since this is an advanced course, it will be held in English.

Literature:

Boscarino, Pareschi, Russo, *Implicit-Explicit Methods for Evolutionary Partial Differential Equations*, SIAM (2024).
Kopriva, *Implementing Spectral Methods for PDEs*, Springer (2009).

Geschichte der Mathematik II

Dozent: Prof. Dr. Tilman Sauer

Termine: Mo 16-18, Do 14-16

Die Vorlesung schliesst sich inhaltlich an die "Kulturgeschichte der Mathematik"vom Wintersemester an gibt einen Überblick über Entwicklungen in der Mathematik vom 17. Jahrhundert bis in das 20. Jahrhundert. Ausgehend von der analytischen Geometrie von Descartes wird die Entstehung und Entfaltung der Analysis behandelt und die Entwicklung und Ausdifferenzierung der Geometrie bis hin zur Herausbildung einer mehrdimensionalen Differentialgeometrie als mathematische Voraussetzung für die Entstehung der allgemeinen Relativitätstheorie.
Behandelte Themen u.a.: die Vielfalt der geometrischen Probleme und Methoden im 17 Jahrhundert und die Herausbildung der Analysis; weitere Entwicklung der Analysis in Richtung einer Algebraisierung; Anfänge der Variationsrechnung; Ursprünge der nichteuklidischen Geometrie; der Begriff der Krümmung und das Theorema egregium; Verallgemeinerungen des Dimensionsbegriffs und Axiomatisierung der Geometrie; Invariantentheorie und Tensorkalkül; klassische Mechanik und Relativitätstheorie.

Leonhard Euler (Wikimedia Commons)

Literatur:

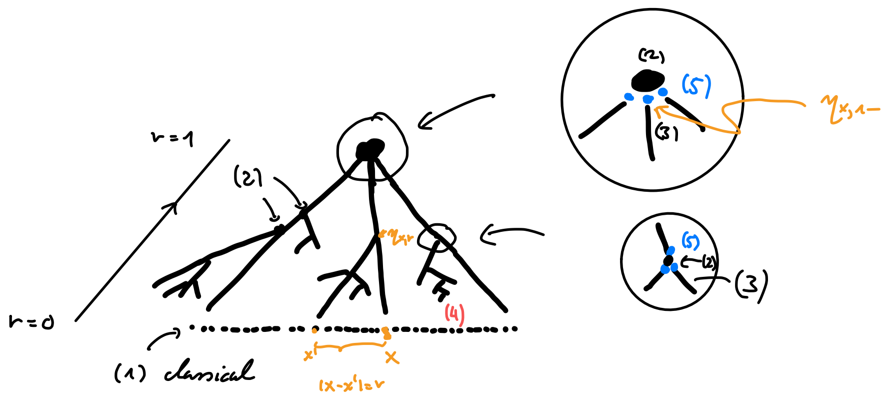
Boyer, Carl, *The History of Mathematics*, New York 1968, 2nd ed. by Uta Merzbach (1991).
Edwards, Charles, *The Historical Developments of Calculus*, Springer (1994).
Jahnke, Niels (Hg.) *Geschichte der Analysis*, Heidelberg (1999).
Mainzer, Klaus, *Geschichte der Geometrie*, B.I. (1980).
Stillwell, John. *Mathematics and Its History*, Springer (2010^3).
Eigene Folien und Skripte

Perfectoid spaces

Lecturer: Prof. Dr. Georg Tamme

Date: Tue 10-12 (04-432), Fri 10-12 (04-422)

Perfectoid spaces have been invented by Peter Scholze as a tool to transport problems in arithmetic geometry from characteristic 0 to characteristic $p > 0$, where they are sometimes easier to solve thanks to the Frobenius morphism. Perfectoid methods have already seen several spectacular applications in different areas of mathematics, e.g. in commutative algebra, algebraic geometry, and p-adic Hodge theory. The principal goal of this course is to develop the basic theory of perfectoid spaces. We will focus mainly on the tilting equivalence for perfectoid algebras, adic spaces and the language of almost mathematics.



The unit disk

Prerequisites: Algebra 1 & Algebra 2 (commutative algebra), or something similar, like Algebraic Number Theory for example, are highly recommended.

Literature:

B. Bhatt, *Lecture notes for a class on perfectoid spaces*,
`https://websites.umich.edu/~bhattb/teaching/mat679w17/`
P. Scholze, *Perfectoid spaces*, Publ. Math. IHES **116**, 245-313 (2012).
G. Tamme, *Lecture notes on perfectoid spaces.*

Additional literature will be announced in the lecture.