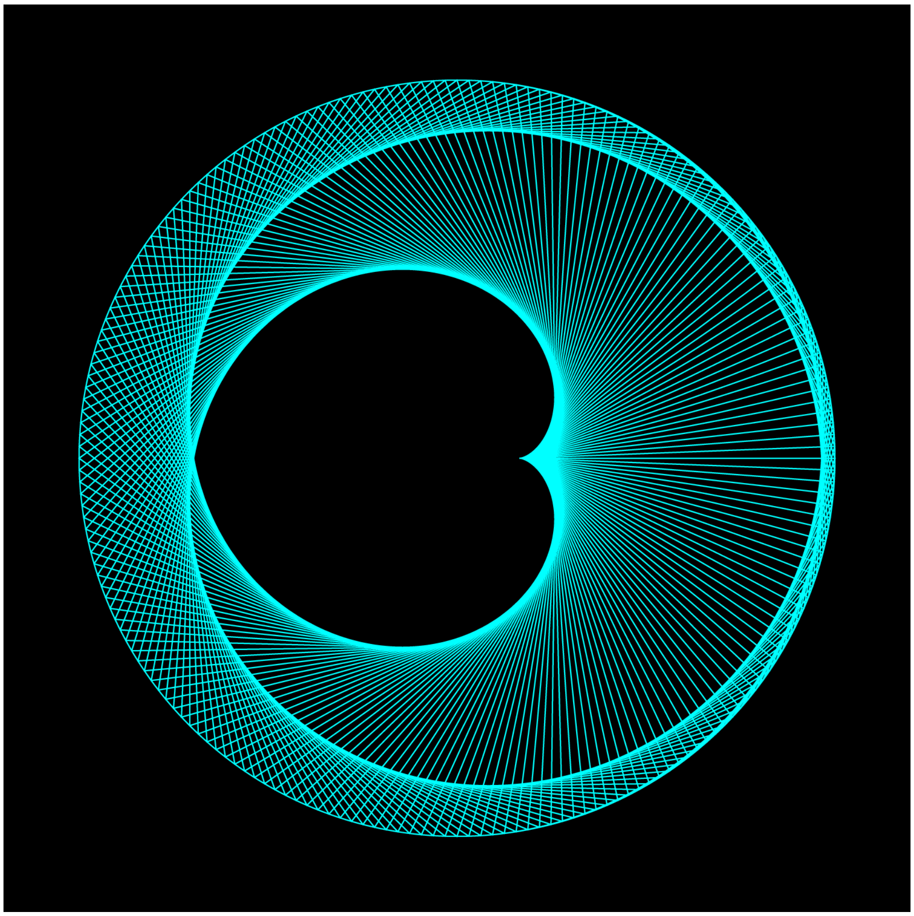
Vorlesungsverzeichnis

Mathematik



Mainz

Wintersemester 2018/2019

Vorwort

Dieses Vorlesungsverzeichnis enthält eine Übersicht über die weiterführenden Vorlesungen, welche im kommenden Wintersemester 2018/19 am Institut für Mathematik in Mainz gehalten werden. Man findet Kurzfassungen der Inhalte der einzelnen Vorlesungen und Literaturhinweise. Diese sind als Information und Entscheidungshilfe für alle Mathematikstudierenden nach dem Grundstudium gedacht.

Die Vorlesungen aus dem Grundstudium, die Service-Veranstaltungen, sowie die Seminare sind nicht in diese Übersicht aufgenommen.

D. van Straten

Mainz, Juli 2018

Übersichtsplan

Zeit	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
08-10	Topologie I (Hog-Angeloni)	Algebra 1 (Blickle) Projektive Geo. (Leinen)	Quadrat. Formen (Lehn)	Topologie I (Hog-Angeloni) Projektive Geo. (Leinen)	Algebra 1 (Blickle)
10-12	Einf. Stochastik (Höpfner) Partielle Diff.gleichungen II (Rendall) Grundl. d. partiellen Diff.gleichungen (Schneider) Algebr.Geo.I (Zuo)	Numerik gewöhnl. Diff.gleichungen (Lukacova) Partielle Diff.gleichungen II (Rendall) Numerik part.Diff.gleichungen (Bachmayr) Stochastik II (Klenke) Alg. Flächen (van Straten) Topologie III (Groth)	Einf. Stochastik (Höpfner) Numer.Meth. Uncert.VL (Bachmayr) Grundl. d. partiellen Diff.gleichungen (Schneider)	Numerik gewöhnl. Diff.gleichungen (Lukacova) Algebr.Geo.I (Zuo) Numerik part.Diff.gleichungen (Bachmayr) Stochastik II (Klenke)	Alg. Flächen (van Straten)
12-14	Zahlentheorie (Stäbler)	Funkt.Ana. III (Kostrykin) Ana.III Lehramt (de Jong)	Zahlentheorie (Stäbler) Differentialgeo.I (Kraus) Numer.Meth. Uncert.Programm.Prakt. optional (Bachmayr)	Funkt.Ana. III (Kostrykin) Ana.III Lehramt (de Jong) Dualität (Blickle) Topologie III (Groth)	Funktionentheorie (Zuo)
14-16		Rigorose Statist. Mechanik (Hanke-B.) Funktionentheorie (Zuo)		Differentialgeo.I (Kraus) Kulturgeschichte (Sauer)	
16-18	Kulturgeschichte (Sauer)				

Algebra 1

Dozent: Prof. Dr. Manuel Blickle

Termine: Di und Fr 8-10

In dieser Vorlesung werden die Grundbegriffe der Gruppen-, Ring- und Körpertheorie behandelt. Diese sind die Basis für Ihr weiteres Mathematikstudium. Ein Höhepunkt der Vorlesung ist die berühmten Galoistheorie, welche einen Zusammenhang zwischen den Lösungen von Polynomgleichungen auf der einen Seite und Eigenschaften von gewissen Symmetriegruppen der Gleichung auf der anderen herstellt. Damit kann man eine Reihe, zum Teil auf die Antike zurückgehender, Probleme lösen:

- Dreiteilung des Winkels
- Quadratur des Kreises
- Unmöglichkeit der Winkeldrittelung mit Zirkel und Lineal
- Konstruierbarkeit des regelmäßigen 17-Ecks
- (Un)lösbarkeit von Polynomgleichungen durch iteriertes Wurzelziehen.

für wen? Für alle: Algebra 1 ist die natürliche Fortsetzung der Linearen Algebra des ersten Studienjahres. Nachdem dieses erfolgreich abgeschlossen wurde, hören Sie die Algebra 1. Für Studierende des Lehramts ist diese Veranstaltung ebenfalls besonders zu empfehlen, da Sie dort eine anspruchsvolle Theorie erlernen, die ganz konkrete Anwendungen auf elementare schulstoffrelevante Fragestellungen hat.

Leistungsnachweis Zur erfolgreichen Teilnahme an der Veranstaltung gehört ein regelmäßiges Bearbeiten der Übungsblätter und bestehen der Abschlussprüfung.

Literatur: tba

Algebraische Flächen

Dozent: Prof. Dr. Duco van Straten

Termine: Di und Fr 10.15-12.00

Die systematischen Untersuchungen von algebraischen Flächen gehen auf die Arbeiten von M. Noether, G. Castelnuovo und F. Enriques zurück und wurden von O. Zariski zu einer gewissen Abrundung gebracht. Die sich daraus ergebende *birationale Klassifikation von Flächen* ist ein wichtiger Eckpfeiler der algebraischen Geometrie.

$$(x^2 + y^2 + z^2 - 1)^2 + xyz = 0$$

In der Vorlesung wird diese klassische Theorie mit Methoden der modernen algebraischen Geometrie entwickelt. Die wichtigsten Beispielklassen von speziellen Flächen werden behandelt. Die Texte von L. Bădescu und A. Beauville werden als Leitfaden für die Vorlesung dienen.
Teilnahme an der Vorlesung setzt solide Basiskenntnisse der Algebraischen Geometrie voraus. Eine weitere Vorbedingung für die Teilnahme an der Lehrveranstaltung ist der *Besitz* eines Examplars von mindestens einer der unten angegebenen Quellen, also als physikalisches Buch (und nicht nur als `.pdf` im Rechner, Fotokopie, ausgeliehen oder so), welches am Anfang der Vorlesung stolz vorgezeigt werden sollte.

Literatur:

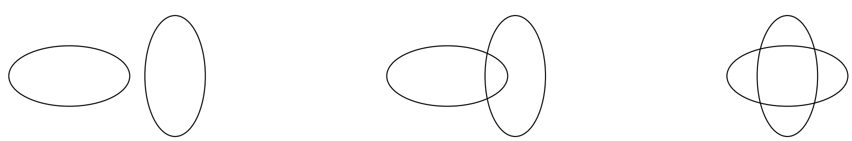
L. Bădescu, *Algebraic surfaces*, Universitext, Springer Verlag (2011).
A. Beauville, *Complex algebraic Surfaces*, London Mathematical Society Students Texts **34** (1996).
P. Griffiths & J. Harris, *Principles of Algebraic Geometry*, John Wiley (1978).
W. Barth, W. Hulek, C. Peters, A. van de Ven, *Complex Algebraic Surfaces*, Springer Verlag (2004).
I. S. Shafarevich (Ed., *Algebraic Geometry II: Cohomology of algebraic Varieties, Algebraic Surfaces*, Encyclopedia of Mathematical Sciences, Springer Verlag (1995).
O. Zariski, *Algebraic Surfaces*, Springer Verlag (1971).

Algebraische Geometrie I

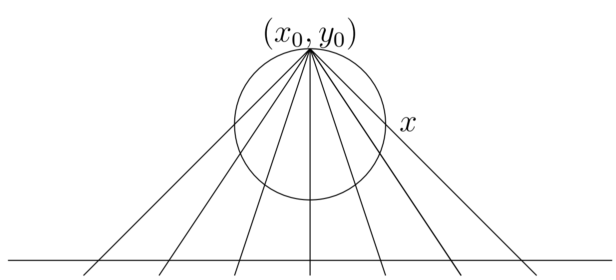
Dozent: Prof. Dr. Kang Zuo

Termine: Mo und Do 10-12

Die algebraische Geometrie zählt zu den ältesten und höchst entwickelten Themen in Mathematik. Sie ist eng verbunden mit der projektiven Geometrie, der komplexen Analysis, der Zahlentheorie und vielen anderen Gebieten der heutigen Mathematik. In meiner Vorlesung, bespreche ich eine Brücke zwischen der analytischer Geometrie und der Theorie der algebraischen Kurven in der Ebene, konkrete algebraische Varietäten, ebene algebraische Kurven, rationale Funktionen, Morphismen zwischen Varietäten, Dimension einer Varietät, den Satz von Bézout, usw. Es sind keine Vorkenntnisse aus der algebraischen Geometrie erforderlich. Es ist jedoch sehr hilfreich, wenn die Studenten über Kenntnisse aus der Analysis, der linearen Algebra, über Riemannschen Flächen und über einige grundlegende Begriffe in der Algebra wie: Gruppen, Ringe, Körper und Polynomring verfügen.



(a) (b) (c)



Projektion von einem Kegelschnitt

Literatur:

I.R. Shafarevich, *Basis Algebraic Geometry 1*, Springer (2013).

R. Hartshorne, *Algebraic Geometry*, Springer (1977).

Analysis III für das Lehramt

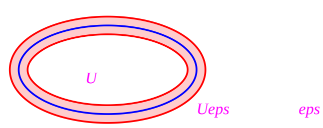
Dozent: Prof. Dr. Theo de Jong

Termine: Di und Do 12-14

In dieser Vorlesung werden wir einige Themen aus der Analysis anschneiden, wie z.B.

- Volumenberechnung in R^n und eine kurze Einleitung zum Lebesgue-Integral.
- Volumen von Untermannigfaltigkeiten (Warum ist die Oberfäche einer Sphäre gleich $4\pi r^2$?)
- Krümmung von Kurven und von Flächen und die Beziehung zur Volumen von Tubularumgebungen.

Vorkenntnisse: Analysis I + II, Lineare Algebra I und Lineare Algebra für das Lehramt.



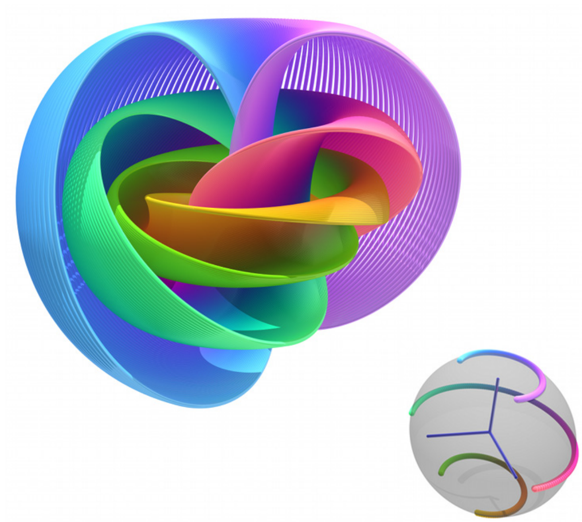
Literatur: tba

Differentialgeometrie I

Dozent: PD Dr. Margarita Kraus

Termine: Mi 12-14 und Do 14-16

In der Differentialgeometrie werden geometrische Eigenschaften von Mannigfaltigkeiten mit riemannschen und semi-riemannschen Metriken behandelt. In der Vorlesung werden grundlegende Konzepte der Differentialgeometrie, wie Vektorraumbündel und kovariante Ableitungen eingeführt. Eine zentrale Rolle spielen verschiedene Krümmungsbegriffe und lokal kürzeste Kurven, sogenannte geodätische Kurven. Auch Zusammenhänge zwischen Geometrie und Topologie und spezielle Aspekte der Lorentzgeometrie werden untersucht.



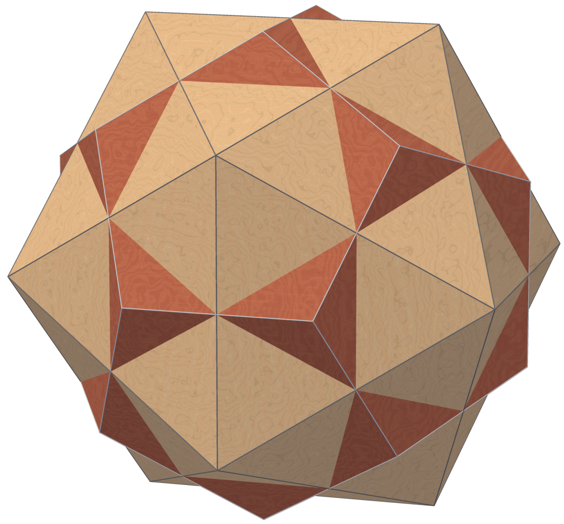
Literatur:

- Barret O'Neil, Semi-Riemannian Geometry with Applications to Relativity, Academic Press, 1983
- J. M. Lee, Introduction to Smooth Manifolds, Springer (GTM 218), 2003
- J. M. Lee, Riemannian manifolds, Springer, 1997
- Cheeger, Eben, Comparison theorems in Riemannian Geometry, Ams Chelsea Publishing, 2008

Dualität

Dozent: Prof. Dr. Manuel Blickle

Termine: Do 12-14



Dualität ist ein in allen Bereichen der Mathematik auftauchendes übergeordnetes Prinzip welches sich großer Beliebtheit und Nützlichkeit erfreut. Beginnend mit elementaren Beispielen werde ich in dieser Vorlesung einige Dualitäten besprechen, welche dem eben aufgeführten Slogan Bedeutung geben werden. Anfangen werde ich wie folgt und es wird sich zeigen, wo wir am Ende landen werden.

> lineare Dualität, projektive Dualität, Dualität abelscher Gruppen, Matlis Dualität, lokale Dualität, Greenless-May Dualität, ...

für wen? Masterstudenten/Doktoranden: Voraussetzung für eine erfolgreiche Teilnahme sind solide Grundkenntnisse in Algebra. Es sollte zumindest eine fortgeschrittene Veranstaltung, wie zum Beispiel Algebra 1/2, Algebraische Geometrie oder Algebraische Topologie oder Invariantentheorie gehört worden sein, um einen sicheren Umgang mit den Begriffen aus der Algebra zu gewährleisten.

warum? Um einen kleinen Einblick in verschiedenste Aspekte von Dualität zu erlangen der dann den Einstieg in die Dualitätstheorie seiner/ihrer Wahl erleichtert.

Leistungsnachweis Die Vorlesung sollte aus Interesse gehört werden. Möchte jemand einen Leistungsnachweis erwerben, so kann dies durch das erfolgreiche Bearbeiten einer Übungsaufgabe pro Woche geschehen.

Literatur: tba

Einführung in die Stochastik

Dozent: Prof. Dr. Reinhard Höpfner

Termine: Mo und Mi 10-12

Ziel der Vorlesung ist es, Bachelorstudierenden der Mathematik sowohl im 'Science'- als auch im 'Education'-Studiengang einen Einstieg in die Begriffswelt und die Problemformulierungen der Stochastik zu geben.
Für die Studierenden des 'Science'-Studienganges ist die 'Einführung' mit ihren Übungen zusammen mit dem Stochastik-Praktikum Voraussetzung für eine spätere Teilnahme am Aufbaumodul Stochastik.
Für die Studierenden des 'Education'-Studienganges wollen wir versuchsweise während des WS18/19 eine separate Übungsserie anbieten, die spezieller als das bisher möglich war auf die Lehramtsstudierenden hin zugeschnitten sein soll. Ebenfalls soll für diese Gruppe von Studierenden eine 4-std. 'Statistik mit Rechnerübungen' im Anschluss an die 'Einführung' des WS18/19 angeboten werden.

Literatur:

Georgii, H.: Stochastik: Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik.
5. Aufl. deGruyter 2015

Krengel, U.: Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik.
5. Aufl. Vieweg 2005.

Schilling, R.: Wahrscheinlichkeit: eine Einführung für Bachelor-Studenten.
deGruyter 2017

Jacod, J., Protter, P.: Probability essentials. 2nd Ed. Springer 2003.

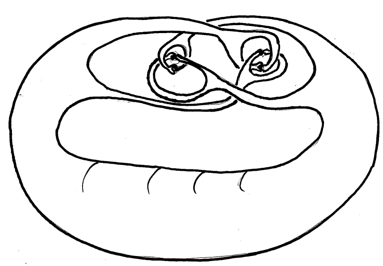
Bremaud, P.: Initiation aux probabilités et aux chaines de Markov.
2nd Ed. Springer 2009

Einführung in die Topologie

Dozentin: Dr. Cynthia Hog-Angeloni

Termine: Mo und Do 8-10

Die Topologie beschäftigt sich mit qualitativen Eigenschaften von Räumen, die unter stetigen Verformungen unverändert bleiben: *Gummi-Mathematik* !
Sie hat sich aus der Geometrie entwickelt, auf lateinisch unter dem Namen: 'geometria situs' (Geometrie der Lage) oder 'analysis situs' (Griechisch-Latein für 'Analysieren des Ortes').
Ein topologischer Raum stellt eine weitreichende Abstraktion der Vorstellung von "Nähe" dar. Damit gewinnt man substantielle Verallgemeinerungen mathematischer Konzepte wie Stetigkeit und Grenzwert.
Das Fundament der Topologie ist die *Mengentheoretische Topologie*; ihrem Studium gilt etwa das erste Drittel der Vorlesung. Darauf baut die *Algebraische Topologie* auf, in der topologische Räume (oder auch Lagebeziehungen im Raum wie zum Beispiel in der Knotentheorie) mit Hilfe von algebraischen Strukturen untersucht werden.



The Alexander horned sphere

Von Hocking, John G. und Young Gail, S. "Topology", Dover Books on Mathematics, 1988.

Literatur:

R. Courant, H. Robbins, "Was ist Mathematik?", Springer (2001).

H. Seifert, W. Threlfall, "Lehrbuch der Topologie", Chelsea (2004).

G. Bredon, "Topology and Geometry", Springer (1997).

A. Hatcher: Algebraic Topology, Cambridge University Press, (2002).

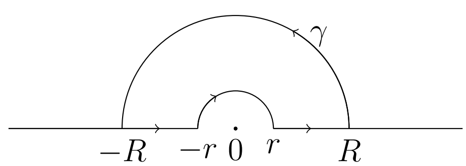
R. Stöcker, H. Zieschang, "Algebraische Topologie", Teubner (2013).

Funktiontheorie

Dozent: Prof. Dr. Kang Zuo

Termine: Di 14-16, Fr 12-14

Im Laufe des 19. Jahrhunderts, hat sich die Aufmerksamkeit der mathematicschen Welt weitgehend auf komplexe Funktionen konzentriert, d.h., die Untersuchung der meromorphen Funktionen in einer Variablen. Manche der größten Mathematiker dieser Periode darunter auch Gauss, Cauchy, Abel, Riemann, Weierstrass, Klein, Poicare, u. a. leisteten bedeutende Beiträge zu dieser Theorie. Aufgrund ihrer zentralen Position, direkt verbunden mit der Analysis, Algebra, Zahlentheorie, Geometrie und Topologie, ist die Funktiontheorie ein interessantes und wichtiges Gebiet für die Studie, besonders auf Bachelor-Ebene. In meiner Vorlesung, bespreche ich komplexe Zahlen, elementare Eigenschaften und Beispiele von analytischen Funktionen, komplexe Integration, Singularitäten, und den Riemannschen Abbildungssatz. Studenten sollten über Kenntinisse aus der Analysis und der linearen Algebra verfügen.



Wegintegral: $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} = \frac{\pi}{2}$

Literatur:

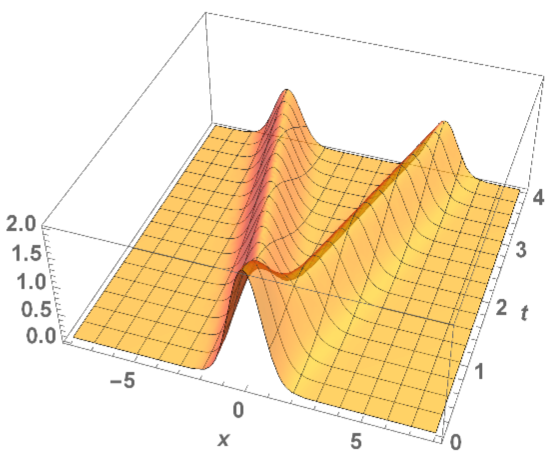
J.B. Conway, *Titel*, Springer (1978).

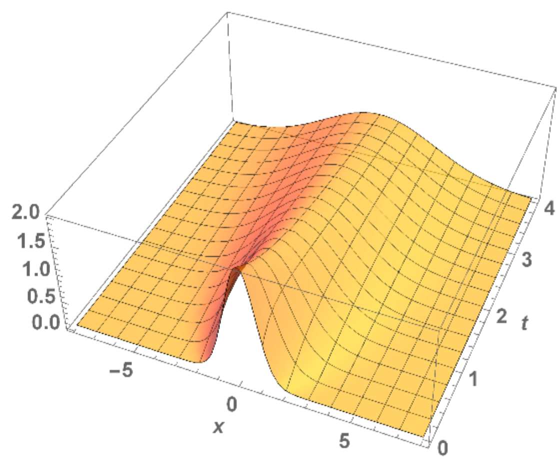
Grundlagen partieller Differenzialgleichungen

Dozent: PD Dr. Matthias Schneider

Termine: Mo und Mi 10.15-12.00

Mindestens eine Millionen US-Dollar bringt die sehr genaue Analyse einer nichtlinearen partiellen Differenzialgleichung, der sogenannten Navier-Stokes Gleichung. Um sich dieses Geld zu verdienen, ist es sinnvoll zunächst lineare Gleichungen zu studieren, wie etwa die eindimensionalen Versionen der Wärmeleitungsgleichung $u_t = u_{xx}$ oder der Wellengleichung $u_{tt} = u_{xx}$.
Die Vorlesung gibt eine Einführung in die Theorie der partiellen Differentialgleichungen mit Schwerpunkt auf linearen Gleichungen. Für Teilnahme an der Vorlesung sind solide Kenntnisse der Vorlesungen Analysis 1-3 hilfreich.
Am Anfang der Vorlesung wird darüber abgestimmt, welches der unteren beiden Bilder zur Wellen- beziehungsweise Wärmeleitungsgleichung passt.





Literatur:

L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, American Mathematical Society, Providence. (2010)
J. Jost, *Partielle Differentialgleichungen*, Springer, Berlin. (1998)
W. Rudin, *Real and Complex Analysis*, McGraw-Hill, New York. (1987)
M. E. Taylor, *Partial Differential Equations I. Basic Theory*, Springer, Berlin. (1996)
R. Courant & D. Hilbert, *Methoden der Mathematischen Physik*, Springer, New York. (1968)

Kulturgeschichte der Mathematik

Dozent: Prof. Dr. Tilman Sauer
Zeit: Mo 16-18, Do 14-16

The world's first trigonometric table, courtesy of the Rare Book and Manuscript Library, Columbia University.

Inhalt:

Die Vorlesung gibt einen Überblick über die Entstehung des mathematischen Denkens und mathematischer Konzepte vom Ursprung in Mesopotamien bis zur Neuzeit. Behandelt werden die Entstehung des Zahlbegriffs und der elementaren arithmetischen Operationen, die Herausbildung geometrischer Konzepte und Vorstellungen und die Entstehung der Algebra. Dabei wird auch die Einbettung der Entwicklung in den allgemeineren kulturhistorischen Kontext und die Wechselwirkungen mit anderen Aspekten wissenschaftlichen Denkens (Astronomie, Kosmologie, etc) diskutiert.

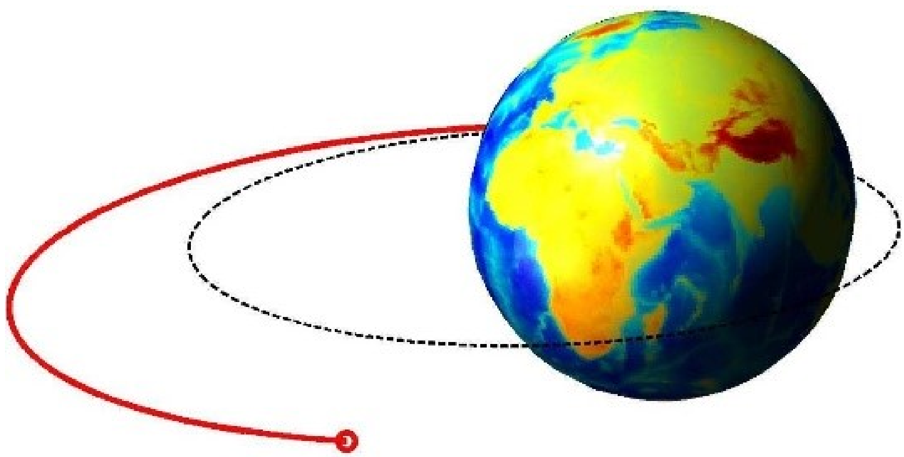
Literatur: tba

Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen

Dozent: Prof. Dr. Maria Lukacova

Termine: Di und Do 10-12 Uhr

Die Vorlesung behandelt numerische Algorithmen zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen in Form von Anfangs- und Randwertaufgaben. Im Vordergrund stehen dabei Runge-Kutta-Verfahren und Differenzenverfahren. Wir werden auch die Anwendungen für mehrskalige dynamische Systeme diskutieren, die in der Physik und Biologie auftreten.



Literatur:

Quarteroni, Sacco, Saleri: Numerische Mathematik 2, Springer (2002).

Hanke-Bourgeois: Grundlagen der Numerischen Mathematik und des Wissenschaftlichen Rechnens, Vieweg und Teubner (2008).

Hairer, Norset, Wanner: Solving Ordinary Differential Equations I, Nonstiff Problems, Springer (1993).

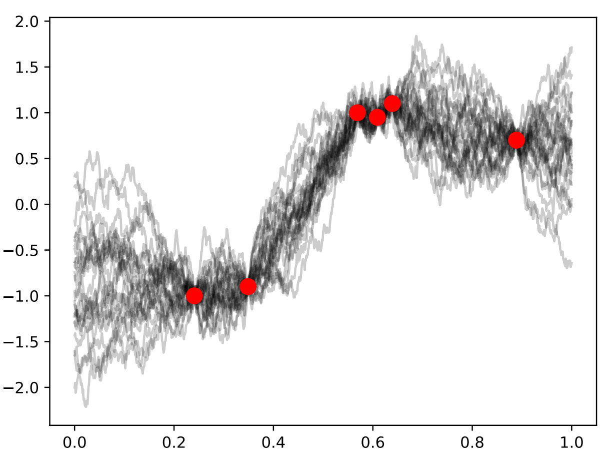
Numerische Methoden in der Uncertainty Quantification

Dozent: Prof. Dr. Markus Bachmayr

Termine: Mi 10-12 (Vorlesung) und Mi 12-14 (Programmierpraktikum, optional)

Die Eingangsdaten für mathematische Modelle sind in Anwendungen in der Regel nicht exakt bekannt, sondern mit verschiedenen Unsicherheiten behaftet, etwa durch Messfehler oder eingeschränkt verfügbare Informationen. In dieser Vorlesung beschäftigen wir uns mit numerischen Methoden zur quantitativen Erfassung der sich daraus ergebenden Unsicherheiten in Ausgangsgrößen mittels probabilistischer Methoden, wobei sich interessante Interaktionen zwischen stochastischen und numerischen Fragestellungen ergeben.

Der Fokus liegt hier auf partiellen Differentialgleichungen mit zufälligen Koeffizienten, auf theoretischen und numerischen Aspekten von Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf Funktionenräumen, sowie auf Analyse und Implementierung von Multilevel Monte Carlo-Methoden. Zusätzlich zur Vorlesung wird zur weiteren Vertiefung ein ergänzendes Programmierpraktikum angeboten. Für das Sommersemester 2019 ist eine Fortsetzungsveranstaltung vorgesehen. Zu diesem Themenbereich werden auch Masterarbeiten vergeben.



Literatur:

G. J. Lord, C. E. Powell, and T. Shardlow. *An Introduction to Computational Stochastic PDEs.* Cambridge University Press, 2014.

T. J. Sullivan. *Introduction to Uncertainty Quantification.* Springer, 2015.

M. B. Giles. *Multilevel Monte Carlo methods.* Acta Numer., 24:259–328, 2015.

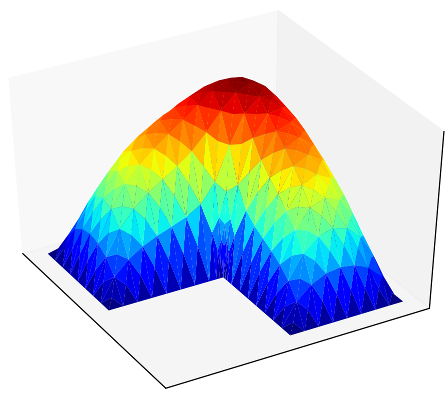
Numerik partieller Differentialgleichungen

Dozent: Prof. Dr. Markus Bachmayr

Termine: Di 10-12, Do 10-12

In dieser Vorlesung werden grundlegende numerische Verfahren für verschiedene Klassen partieller Differentialgleichungen behandelt. Dies sind insbesondere die Finite-Elemente-Methode für elliptische Gleichungen, darauf aufbauende Zeitintegrationsverfahren für parabolische Gleichungen, und die Godunov-Methode für hyperbolische Gleichungen.

Die Vorlesung vermittelt die Grundlagen für weiterführende Veranstaltungen im Ergänzungsmodul *Numerische Mathematik* und bildet den ersten Teil des Moduls *Wissenschaftliches Rechnen*, mit dem *Modellierungspraktikum* im Folgesemester als zweitem Teil.



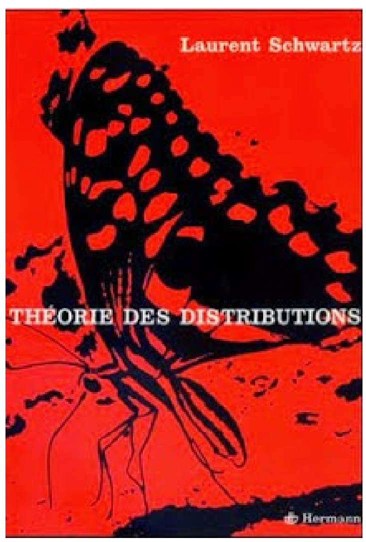
Literatur: wird noch bekanntgegeben

Partielle Differentialgleichungen II

Dozent: Prof. Dr. Alan Rendall

Termine: Mo und Di 10-12

In dieser Vorlesung geht es darum, wesentliche Techniken kennenzulernen, die im Umgang mit partiellen Differentialgleichungen wichtig sind. Es werden Distributionen im Sinne von Laurent Schwartz eingeführt. Diese Objekte sind Verallgemeinerungen von Funktionen, die in gewissem Sinne weniger regulär sind. Das berühmteste Beispiel ist die Diracsche δ-Funktion, die keine Funktion im üblichen Sinne ist. Distributionen sind vor allem für lineare partielle Differentialgleichungen nützlich. Es werden verschiedene Funktionenräume behandelt, vor allem die Hölder- und Sobolev-Räume, die die artgerechte Lebensräume sind für Lösungen partieller Differentialgleichungen. Es wird erklärt, welche Nebenbedingungen (Anfangs- und Randbedingungen) vernünftigerweise für verschiedene partielle Differentialgleichungen gestellt werden können. Es werden Begriffe von schwachen Lösungen beschrieben, bei denen die Gleichungen nicht punktweise erfüllt sind. Dieses Thema ist eng mit der Theorie der Distributionen verwandt. Es wird erklärt, wie diese allgemeinen Techniken auf konkrete Gleichungen angewendet werden und wie diese konkreten Gleichungen wiederum eingesetzt werden können, um Phänomene in den Naturwissenschaften zu modellieren.



'Theorie des Distributions' von Laurent Schwartz, Hermann, 2 Bände, 1950/1951, Neuauflage 1966.

Literatur:

L. C. Evans: *Partial Differential Equations*, American Mathematical Society, 2010.

M. E. Taylor: *Partial Differential Equations I-III*, Springer, 1996.

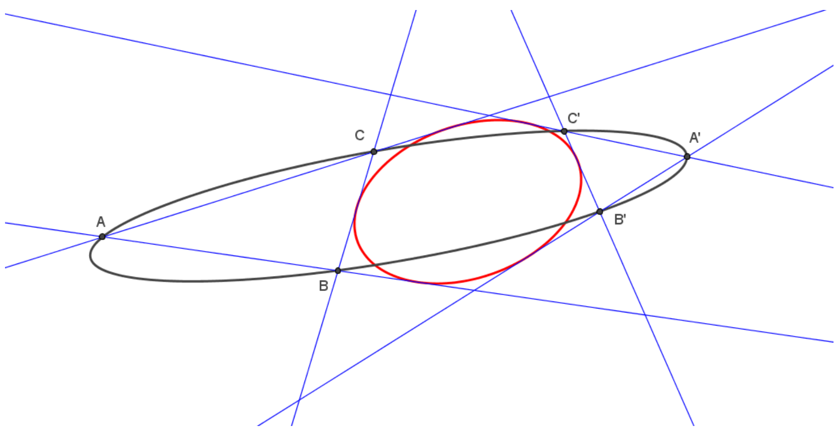
Projektive Geometrie

Dozent: **apl. Prof. Dr. Felix Leinen**

Termine: **Di und Do jeweils 08 – 10 Uhr**

Homepage: `www.staff.uni-mainz.de/leinen/PG.html`

Zunächst werden die Sätze von Ceva, Menelaos, Desargues und Pappos im Rahmen der affinen Geometrie behandelt, welche unserer gewöhnlichen Anschauung entspricht. Um das pathologischen Verhalten paralleler Geraden auszuräumen, wird sodann der Übergang zur projektiven Geometrie vollzogen. Dort betrachten wir auch Quadriken (projektive Versionen der affinen Kegelschnitte) und leiten die Sätze von Pascal, Brianchon und Poncelet her. Schließlich wird noch hinterfragt, unter welchen Voraussetzungen an die projektive Geometrie die Sätze von Desargues und Pappos ihre Gültigkeit behalten.



Liegen die Ecken der Dreiecke $\triangle\, A\, B\, C$ und $\triangle\, A'\, B'\, C'$ auf einem Kegelschnitt, so verlaufen ihre Seiten tangential an einen Kegelschnitt.

Literatur:

Ihre selbst angefertigte Vorlesungsmitschrift.

W. P. Barth: *Geometrie*, Skript aus dem Jahr 2008.
`www.studium.math.fau.de/fileadmin/studium/skripten/barth/geoset.pdf`

A. Beutelspacher – U. Rosenbaum: *Projektive Geometrie*, Vieweg 2004.

L. Kadison – M. T. Kromann: *Projective Geometry and Modern Algebra*, Birkhäuser 1996.

A. Holme: *Geometry. Our Cultural Heritage*, Springer-Verlag 2002.

M. Koecher – A. Krieg: *Ebene Geometrie*, Springer-Verlag 2007.
`www.springerlink.com/content/j154w1`

Quadratische Formen

Dozent: Prof. Dr. Manfred Lehn

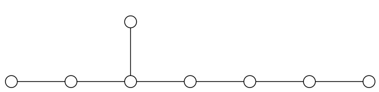
Termin: 2 std. Mi 8-10 (Bedingt verhandelbar)

Die Vorlesung bietet eine Einführung in die Theorie der quadratischen Formen über Körpern und über den ganzen Zahlen. Typische Fragen sind etwa: Auf wieviele verschiedene Weisen lässt sich eine natürliche Zahl n als Summe

$$n = a_1^2 + \ldots + a_k^2$$

von k Quadraten schreiben? Wieviele positiv definite unimodulare ganzzahlige Gitter gibt es? Es sollen die Klassifikation der indefiniten unimodularen ganzzahligen Gitter und die Siegelsche Maßformel hergeleitet werden. Wenn es die Zeit erlaubt, möchte ich die 24-dimensionalen positiv definiten geraden Gitter diskutieren.

Vorausgesetzt werden gute Kenntnisse in Algebra etwa im Umfang der Vorlesung Algebra I und Algebra II. Grundkenntnisse in Zahlentheorie und Funktionentheorie sind sicher nützlich.



$$\Theta = 1 + 240(q + 9q^2 + 28q^3 + 73q^4 + \ldots)$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & & & & & & \\ -1 & 2 & -1 & & & & & \\ & -1 & 2 & -1 & & & & \\ & & -1 & 2 & -1 & & & \\ & & & -1 & 2 & -1 & & -1 \\ & & & & -1 & 2 & -1 & \\ & & & & & -1 & 2 & \\ & & & & -1 & & & 2 \end{pmatrix}$$

Dynkingraph des Wurzelssystems, Thetafunktion und Schnittmatrix des E_8-Gitters, des einzigen unimodularen positiv definiten geraden Gitters vom Rang 8.

Literatur:

J. Milnor, D. Husemoller: Symmetric Bilinear Forms. Erg. Mathematik 73. Springer (1973).

M. Kneser: Quadratische Formen. Springer (2002).

J.-P. Serre: A Course in Arithmetic. Graduate Text in Math. 7, Springer (1973).

W. Scharlau: Quadratic and Hermitian forms. Grundl. math. Wiss 270. Springer (1985).

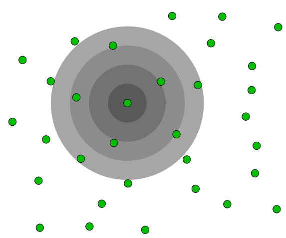
T.Y. Lam: Introduction To Quadratic Forms Over Fields. (Grad. Stud. Math) AMS (2005).

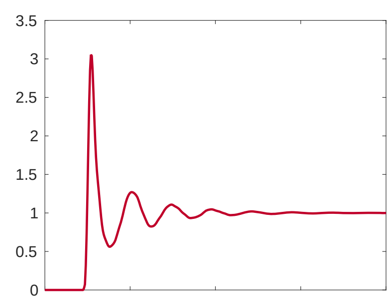
Rigorose Statistische Mechanik

Dozent: Prof. Dr. Martin Hanke-Bourgeois

Termin: Di 14-16

Die Vorlesung thematisiert Vielteilchensysteme der statistischen Mechanik, deren Interaktionen durch ein Paarpotential vom Lennard-Jones-Typ beschrieben werden können. Das bedeutet, dass sich Partikel, die sehr nahe beieinander sind, gegenseitig abstoßen, während sie sich bei größeren Entfernungen gegenseitig anziehen. Solche Theorien werden in der Physik zur Beschreibung von vergrößerten Modellen komplexer Materialien in gasförmiger oder flüssiger Phase verwendet und spielen in unseren Projekten im Sonderforschungsbereich TRR 146 (Multiskalen-Simulationsmethoden füer Systeme der weichen Materie) eine Rolle.





Ziel der Vorlesung ist eine rigorose mathematische Beschreibung der resultierenden (großkanonischen) Vielteilchensysteme anhand sogenannter Mehrteilchen-Verteilungsfunktionen mit besonderem Fokus auf dem "thermodynamischen Limes", in dem das Volumen mit dem gesamten dreidimensionalen Raum identifiziert wird.
Vorausgesetzt werden gute Analysis-Kenntnisse, insbesondere kommen funktionalanalytische Methoden (stetige Operatoren in Banach-Räumen) zum Einsatz.

Literatur:

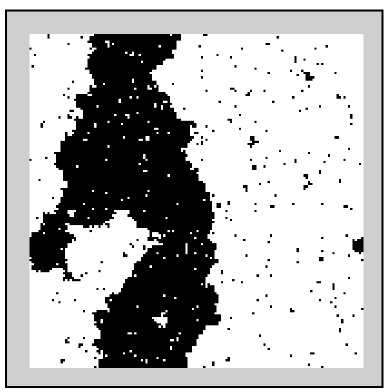
Literatur: D. Ruelle, Statistical Mechanics. Rigorous Results. W.A. Benjamin Publ., New York, 1969.

Stochastik II

Dozent: Prof. Dr. Achim Klenke

Termine: Di und Do 10 c.t.

Die Vorlesung wendet sich an Studierende der Fachrichtung Mathematik. Sie ist inhaltlich der dritte Teil eines dreisemestrigen Kurses. Zusammen mit den ersten beiden Teilen (Einführung in die Stochastik, Stochastik I) vermittelt sie die Kenntnisse in Wahrscheinlichkeitstheorie, die jeder Studierende zum Diplom oder Master in Mathematik haben sollte. Formal ist sie der erste Teil des Vertiefungsmoduls STO-002, der im darauffolgenden Semester mit einer weiterführenden Vorlesung in Stochastik und einem optionalen Hauptseminar fortgesetzt wird. Die Wahrscheinlichkeitstheorie beschäftigt sich mit der quantitativen Betrachtung aller Phänomene, bei denen Zufall eine Rolle spielt. Zu Fermats Zeiten betraf dies hauptsächlich Glückspiele - heute sind Fragestellungen aus der statistischen Physik, der Biologie, der Finanzmathematik, der Statistik und so weiter in der Vordergrund gerückt.
Im ersten Teil wurden Grundkenntnisse in der Stochastik vermittelt, in einem im wesentlichen maßtheoriefreien Rahmen. Im zweiten Teil wurde der Apparat der Maßtheorie entwickelt, im wesentlichen soweit wie er für die Wahrscheinlichkeitstheorie notwendig ist.
In der Stochastik II werden Martingale eingeführt und systematisch untersucht, insbesondere werden die Optional Stopping Sätze, Martingalkonvergenzsätze betrachtet. Wir entwickeln die Theorie der charakteristischen Funktionen (Fouriertransformation), leiten so den Zentralen Grenzwertsatz in der Form von Lindeberg her und betrachten unbegrenzt teilbare und stabile Verteilungen. Über die Konstruktion von Produkträumen und den Satz über projektive Limiten stellen wir stochastische Prozesse mit allgemeiner Zeitmenge her. Als Anwendung dieser allgemeinen Methode lernen wir die grundlegenden Begriffe der Ergodentheorie kennen.



Literatur:

Bauer: Maß- und Integrationstheorie, de Gruyter (2011).
Billingsley: Probability and Measure, Wiley (1995).
Breiman: Probability (1968).
Durrett: Probability: Theory and Examples, Cambridge Series (2010).
Elstrodt: Maß- und Integrationstheorie, Springer (2011).
Felller, An introduction to probability theory and its applications, Band 1 und 2.
Georgii: Stochastik, de Gruyter (2015).
Karatzas und Shreve: Brownian motion and stochastic calculus, Springer (1987).
Keller: Wahrscheinlichkeitstheorie, Vorlesungsskript Erlangen.
Klenke: Wahrscheinlichkeitstheorie, Springer Verlag, 3. Auflage (2013).
Shiryaev: Probability, Springer (1995).

Topologie III: Homotopietheorie

Dozent: Dr. Moritz Groth

Termine: Di 10-12 und Do 12-14

Diese Vorlesung bietet eine Einführung in die ***klassische Homotopietheorie topologischer Räume***. Grundlagen zur Topologie (mengentheoretische Topologie, Fundamentalgruppen und singuläre Homologiegruppen) werden von Anfang an vorausgesetzt, im Laufe der Vorlesung wird auch Grundlegendes über Kohomologietheorie eine Rolle spielen.
Die Fundamentalgruppe eines topologischen Raumes erlaubt uns mit algebraischen Methodiken Löcher in topologischen Räumen präzise zu erfassen und zu studieren. Höherer Homotopiegruppen erhält man, indem die Kreislinie S^1 durch höher-dimensionale Sphären S^n ersetzt wird. Die *Berechnung* von Homotopiegruppen ist viel komplizierter als die der Homologiegruppen, und viele anspruchsvolle Techniken wurden zu diesem Zwecke entwickelt. In dieser Vorlesung werden einige klassische und grundlegende Themen besprochen, wie zum Beispiel:

(1) Homotopiegruppen, Fundamentalgroupoid
(2) CW-Komplexe und Kofaserungen
(3) Faserungen und Faserbündel
(4) klassische Sätze von Whitehead, Blakers–Massey, Freudenthal, Hurewicz
(5) Eilenberg-MacLane Räume, Darstellbarkeit von Kohomologie
(6) Ausblick auf verallgemeinerte Kohomologietheorien und Spektren

Die moderne Homotopietheorie ist geprägt von einer Vielfalt mächtiger Techniken (simpliziale Methoden, Modellkategorien im Sinn von Quillen, ein systematisches Studium von Homotopie(ko)limiten). In dieser Vorlesung ignorieren wir diese fortgeschritteneren Techniken, weisen aber schon jetzt daraufhin, dass diese Themen natürliche Kandidaten für Fortsetzungsveranstaltungen liefern.

Literatur:

M. Arkowitz: *Introduction to Homotopy Theory*, Springer, 2011.

A. Hatcher: *Algebraic Topology*, Cambridge University Press, 2002.

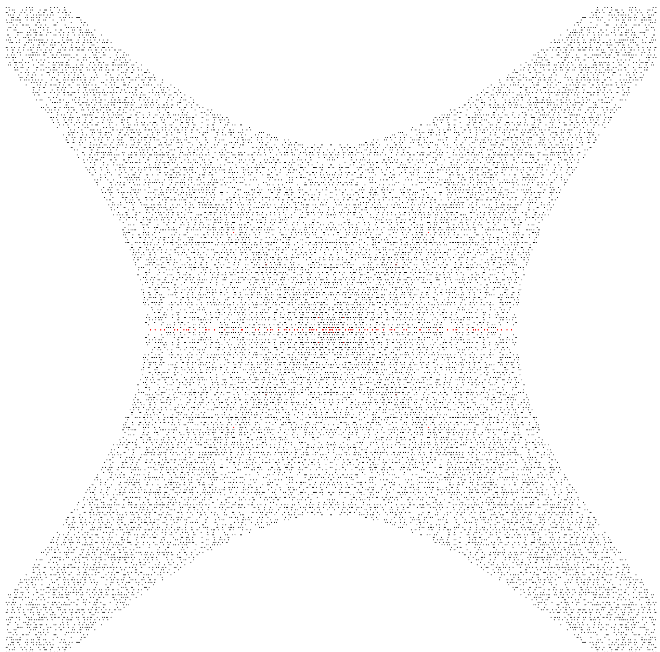
J. Strom: *Modern Classical Homotopy Theory*, AMS, 2011.

R. M. Switzer: *Algebraic Topology – Homotopy and Homology*, Springer, 1975.

Zahlentheorie

Dozent: Dr. Axel Stäbler

Termine: Mo und Mi 12-14



Dies ist eine Einführung in klassische zahlentheoretische Fragestellungen, wie das Studium ganzzahliger Lösungen einer gegebenen nichtlinearen Gleichung. Zum Beispiel:

> *Welche ganzen Zahlen kann man als Summe von zwei Quadraten schreiben, d. h. für welche $a \in \mathbb{Z}$ gilt $x^2 + y^2 = a$?*

Um diese Fragestellung zu beantworten ist es hilfreich unseren Zahlbereich auf die Gaußschen Zahlen

$$\mathbb{Z}[i] = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\} \subseteq \mathbb{C}$$

zu erweitern.

Im Verlauf der Vorlesung werden wir anhand weiterer klassischer Fragestellungen (z.B. kann man jede ganze Zahl als Summe von drei oder vier Quadraten schreiben, welche ganzzahligen Lösungen hat die Gleichung $x^2 - dy^2 = 1$) weitere Zahlbereiche und Techniken kennenlernen. Gegen Ende der Vorlesung wollen wir auch die Anfänge der algebraischen Zahlentheorie entwickeln.

Diese Vorlesung ist insbesondere auch für Lehramtsstudierende hervorragend geeignet. Außer linearer Algebra und GAZ sind keine Vorkenntnisse notwendig. Wenn Sie im Studiengang Bachelor of Science sind, deckt eine Algebra I die benötigten Vorkenntnisse auch ab.

Literatur: Müller-Stach und Piontkowski, Elementare und algebraische Zahlentheorie, Vieweg+Teubner (2011).

http://download.uni-mainz.de/mathematik/Studienbuero/LV/KommVZ-WS1819.pdf