Vorlesungsverzeichnis

Mathematik

Mainz

Wintersemester 2026/27

Joseph-Louis Lagrange

Leonhard Euler

$$
\begin{aligned}
\partial_t u(t,x) + \nabla \cdot \big(a(x)u(t,x)\big) &= \Delta u(t,x) && t \in (0,T), x \in \Omega,\\
u(0,x) &= u^0(x), && x \in \Omega,\\
n(x) \cdot \nabla u(t,x) &= n(x) \cdot a(x)u(t,x), && t \in (0,T), x \in \partial\Omega,
\end{aligned}
$$

Lagrange-Euler

Euler-Lagrange

Zum Bild:

Die Abbildung zeigt Bilder von zwei berühmten Mathematikern:

- Joseph-Louis Lagrange `https://commons.wikimedia.org/wiki/File:%D0%9B%D0%B0%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BD%D0%B6.jpg`, Public domain, via Wikimedia Commons
- Leonhard Euler von `https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Leonhard_Euler.jpg`, Public domain, via Wikimedia Commons

Durch eine Bildverarbeitung basierend auf der numerischen Lösung der partiellen Differentialgleichung

$$\begin{aligned}
\partial_t u(t,x) + \nabla \cdot \big(a(x)u(t,x)\big) &= \Delta u(t,x) && \text{für } t \in (0,T), x \in \Omega,\\
u(0,x) &= u^0(x), && \text{für } x \in \Omega,\\
\partial_{n(x)} u(t,x) &= n(x) \cdot a(x)u(t,x), && \text{für } t \in (0,T), x \in \partial\Omega,
\end{aligned}$$

können die Bilder nahtlos miteinander verschmolzen werden. Die entsprechenden Algorithmen werden in der Vorlesung *Numerical Methods for Partial Differential Equations* behandelt.

Vorwort

Dieses Vorlesungsverzeichnis enthält eine Übersicht über die weiterführenden Vorlesungen, welche im kommenden Wintersemester 2026/27 am Institut für Mathematik in Mainz gehalten werden. Man findet Kurzfassungen der Inhalte der einzelnen Vorlesungen und Literaturhinweise. Diese sind als Information und Entscheidungshilfe für alle Mathematikstudierenden nach dem Grundstudium gedacht.

Die Vorlesungen aus dem Grundstudium, die Service-Veranstaltungen, Praktika sowie die Seminare erscheinen in der Regel nicht in dieser Übersicht.

i.A. E. Bonmann

Mainz, Januar 2026

Übersichtsplan

Zeit	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
08-10	Algebra I (Rahn) 04-432	Topologie (Lehn) 03-428 Stochastik II (Hartung) 05-522	Algebra I (Rahn) 04-04-432 Stochastik II (Hartung) 05-522 Funktionentheorie (Blickle) 04-426	Topologie (Lehn) 03-428	
10-12	Numerik partieller Differentialgleichungen (Ranocha) 05-426	Numerik gewöhnlicher Differential-gleichungen Engl. (Lukacova) 05-426 Algebraische Geometrie I (Lehn) 04-432 Stochastische Analysis (Klenke) 05-522 Geschichte der Naturwissenschaften (Sauer) 05-522	Numerik partieller Differentialgleichungen (Ranocha) 05-426 Darstellungstheorie algebraischer Gruppen III (Eberhardt) 04-426 Oberseminar K-Theorie (Land, Tamme) 04-422	Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen Engl. (Lukacova) 05-426 Algebraische Geometrie I (Lehn) 04-432 Darstellungstheorie algebraischer Gruppen III (Eberhardt) 04-426 Stochastische Analysis (Klenke) 05-522 Chaostheorie II (Kostrykin) 04-522	Funktionentheorie (Blickle) 04-426 Die 4 Schritte zum wissenschaftl. Programmieren (Werth) 05-426
12-14	Darstellungstheorie endlicher Gruppen (Rahn) 04-224 Spieltheorie (Schneider) 04-422	Grundlagen partieller Differential-gleichungen Engl. (Rendall) 04-426 Spieltheorie (Schneider) 04-422	Darstellungstheorie endlicher Gruppen (Rahn) 04-224 Variationsrechnung (Ranocha) 05-426 Fachdidaktik III (Weiß) 05-136	Fachdidkatik III Ausgew. Probleme des Matheunterrichts (Schwickert) 05-426 Fraktale Geometrie (Fröhlich) 04-432	Grundlagen partieller Differentialgleichungen Engl. (Rendall) 04-426 Fraktale Geometrie (Fröhlich) 04-432
14-16	Brauergruppen (Mantovani) 04-516 Oberseminar Geometrie und Physik (Jockers, Lehn, van Straten) 04-432	Algebraische Topologie II (Land) 04-512	Brauergruppen (Mantovani) 04-516	Kulturgeschichte der Mathematik (Sauer) 05-514 Monstrous Moonshine (Klaus) 04-422 ca. alle 2 Wochen, genaue Termine siehe Jogustine Kolloquium Geometrie und Arithmetik (Blickle, Land, Lehn, Tamme) 05-432	Algebraische Topologie II (Land) 04-512
16-18	Kulturgeschichte der Mathematik (Sauer) 05-514 Oberseminar Strukturerhaltende Numerik (Ranocha) 05-426	Chaostheorie II (Kostrykin) 04-522 Oberseminar Geometrie und Topologie (Lehn) 04-432 Oberseminar Numerics and Analysis of Differential Equations (Lukacova) 05-426		Institutskolloquium (Zeiten siehe Instituts-Homepage) 05-432	

Funktionentheorie

Dozent/in: Prof. Dr. Manuel Blickle

Termine: Mi 8-10, Fr 10-12

Beschreibung wird nachgereicht.

Darstellungstheorie algebraischer Gruppen III

Dozent/in: Dr. Jens Eberhardt

Termine: Mi, Do 10-12

Beschreibung wird nachgereicht.

Fraktale Geometrie

Dozent/in: Prof. Dr. Steffen Fröhlich

Termine: Do, Fr 12-14

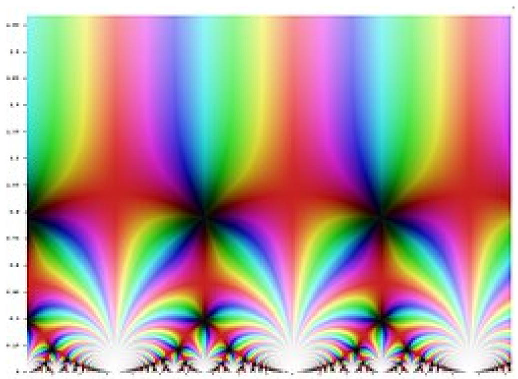
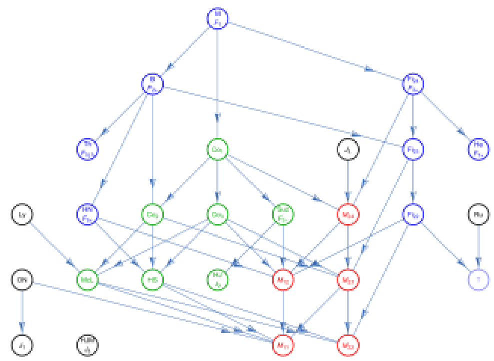
Beschreibung wird nachgereicht.

Monstrous Moonshine

Dozent: apl. Prof. Dr. Stephan Klaus

Termine: Do 14:00-15:45, ca. zweiwöchentlich

Ergänzungsvorlesung im Wintersemester 2026/27 (in deutscher Sprache, wenn nicht anders gewünscht; genaue Termine und Raum werden noch bekannt gegeben)

Bilder aus Wikipedia: j-function (Autor: Jan Homann), sporadic groups (Autor: Jgmoxness)

Mit "Monstrous Moonshine"wird eine unerwartete und sehr merkwürdige Verbindung zwischen (I.) der Monstergruppe M und (II.) der j-Funktion bezeichnet, die die Mathematiker John McKay (1978), John Conway und Simon P. Norton (1979) entdeckt haben (im Englischen steht "Moonshineäuch für älberner Unsinn"). Die damit verbundenen Vermutungen wurden 1992 von Richard Borcherds mit Ideen und Methoden aus Stringtheorie und Quantenfeldtheorie bewiesen, wofür er 1998 die Fields-Medaille erhielt.

(I.) Die **Monstergruppe** M taucht bei der Klassifikation der endlichen einfachen Gruppen auf. Eines der komplexesten Theoreme der Mathematik klassifiziert diese Gruppen in 18 unendlichen Serien und 26 sporadischen Gruppen. M ist die größte sporadische Gruppe und hat die Ordnung

$$808.017.424.794.512.875.886.459.904.961.710.757.005.754.368.000.000.000$$

$$= 2^{46} \cdot 3^{20} \cdot 5^9 \cdot 7^6 \cdot 11^2 \cdot 13^3 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 47 \cdot 59 \cdot 71 \quad \approx \quad 8 \cdot 10^{53}$$

Die Existenz von M wurde von Bernd Fischer (1973) und Robert Griess (1975) vorhergesagt und seine 194 x 194 Charakter-Tafel bereits 1979 von B. Fischer, D. Livingstone und M. Thorne berechnet. Es gibt 194 irreduzible komplexe Darstellungen von M, deren erste vier Dimensionen $r_1 = 1$ (triviale Darstellung), $r_2 = 196.883$ (s.u.), $r_3 = 21.296.876$ und $r_4 = 842.609.326$ sind. Die Existenz von M wurde dann von R. Griess 1980-82 bewiesen durch Konstruktion der Griess Algebra W, einer 196.883-dimensionalen und kommutativen, aber nicht-assoziativen reellen Algebra:

$$M = Aut(W)$$

Die Griess-Algebra W liefert gleichzeitig die kleinste nicht-triviale Darstellung von M.

(II.) Eine **Modulfunktion** ist eine meromorphe Funktion auf der oberen komplexen

Halbebene, die unter Möbiustransformationen invariant ist. Allgemeiner betrachtet man elliptische Modulformen, deren Theorie bis auf Gauss, Eisenstein und Jacobi zurück geht. Die damit verbundenen Symmetrieeigenschaften unter der Modulgruppe $SL_2(Z)$ entstehen durch Verallgemeinerung der Periodizität der trigonmetrischen Funktionen. Die einfachste Modulfunktion ist die j-Funktion von Felix Klein, die alle elliptische Funktionen eindeutig parametrisiert und deren Fourierreihe schon im 19. Jahrhundert berechnet wurde ($q = e^{2\pi i\tau}$):

$$j(\tau) = q^{-1} + 744 + 196.884q + 21.493.760q^2 + 864.299.970q^3 + \dots$$

(III.) **Monstrous Moonshine**: J. McKay machte 1978 die Beobachtungen (u.A.)

$$196.884 = 1 + 196.883$$

$$21.493.760 = 1 + 196.883 + 21.296.876$$

$$864.299.970 = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 196.883 + 21.296.876 + 842.609.326$$

Dies legt die Vermutung nahe, dass ein natürlich gegebener graduierter "moonshine module"V existiert, auf dem 1) M operiert und 2) dessen irreduzible Komponenten diese Zerlegungen ergeben, so dass die Hilbert-Poincaré-Reihe von V die j-Funktion ist. Conway und Norton verfeinerten diese Vermutung weiter. Ein Kandidat für solch einen M-Modul V wurde 1988 von Igor Frenkel, James Lepowsky, und Arne Meurman als Vertex Operator Algebra (VOA) konstruiert. VOA wurden lange zuvor in der theoretischen Physik für 2-dimensionale konforme Feldtheorien eingeführt. Die von Conway und Norton aufgestellten Vermutungen wurden dann 1992 von Richard Borcherds unter Verwendung von vielen Ideen und Methoden der theoretischen Physik bewiesen (Stichworte: No-Ghost-Theorem aus der Stringtheorie, Theorie der VOA und verallgemeinerten Kac-Moody-Algebren).

(IV.) **Bemerkung zur Vorlesung**: Der Stoff ist zu umfangreich und komplex, um ihn in einer Spezialvorlesung von einem Semester detailliert abhandeln zu können. Die Vorlesung soll einen Überblick über die Begriffe, Ideen und Zusammenhänge zu diesem Thema geben und als Äppetitanreger"dienen. Insbesondere betrifft dies endliche Gruppen und ihre Darstellungen, endliche einfache Gruppen und Konstruktion des Monsters, quadratische Formen und Gitter, E_8 und Leech-Gitter, Modulformen und Modulfunktionen, Quantenfeldtheorie und VOA. Für die vollständigen Beweise muss auf die Literatur verwiesen werden.

Zielgruppe/Voraussetzungen: Studentinnen und Studenten der Mathematik mit Grundkenntnissen in Gruppentheorie, Algebra und komplexer Analysis
Zuordnung Gebiete: Gruppentheorie, Algebra, komplexe Analysis, Quantenfeldtheorie
Prüfungsleistung: Ohne Übungen, mündliche Prüfungen bei Bedarf
Literatur:

- `https://en.wikipedia.org/wiki/Monstrous_moonshine`
- `https://arxiv.org/pdf/1902.03118`
  Valdo Tatitscheff, A short introduction to Monstrous Moonshine (2019)
- Gannon, Terry (2006), Moonshine beyond the Monster: The Bridge Connecting Algebra, Modular Forms and Physics, Cambridge University Press, ISBN 978-0-521-83531-2.
- Conway, J. H.; Norton, S. P. (1979). "Monstrous Moonshine". Bull. London Math. Soc. 11 (3): 308–339.

- Frenkel, Igor B.; Lepowsky, James; Meurman, Arne (1988), Vertex Operator Algebras and the Monster, Pure and Applied Math., vol. 134, Academic Press, ISBN 978-0-12-267065-7, MR 0996026
- `https://math.berkeley.edu/~reb/papers/monster/monster.pdf`
  Borcherds, Richard (1992), "Monstrous Moonshine and Monstrous Lie Superalgebras", Invent. Math., vol. 109, pp. 405–444

Stochastische Analysis

Dozent: Prof. Dr. Achim Klenke

Termine: Di und Do 10.15-11.45

Die Vorlesung richtet sich an Studierende der Mathematik im Masterstudiengang oder im fortgeschrittenen Lehramtstudium. Gute Kenntnisse in Stochastik I und II werden vorausgesetzt. Inhalte der Vorlesung sind unter anderem:

- Pfadweise stochastisches Integral
- Potentialtheorie der Brown'schen Bewegung
- Stochastische Integration bezüglich Semimartingalen
- Itô-Kalkül
- Stochastische Differentialgleichungen
- Martingalprobleme

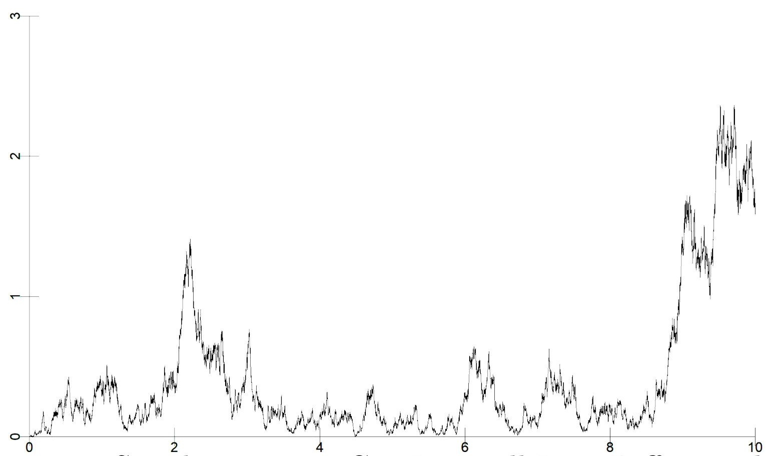


Abbildung 1. Simulation einer Cox-Ingersoll-Ross Differentialgleichung

Literatur:

- Durrett: Stochastic Calculus
- Ikeda, Watanabe: Stochastic Differential Equations and Diffusion Processes
- Ito, McKean: Diffusion processes and their sample paths
- Karatzas, Shreve: Brownian motion and stochastic calculus
- Mörters, Peres: Brownian Motion, Cambridge University Press
- Øksendal: Stochastic Differential Equations.
- Protter: Stochastic Integration and Differential Equations
- Revuz, Yor: Continuous Martingales and Brownian motion
- Rogers, Williams: Diffusions, Markov processes and martingales, Band I, II

Chaostheorie II

Dozent/in: Prof. Dr. Vadim Kostrykin

Termine: Di 16-18, Do 12-14

Beschreibung wird nachgereicht.

Algebraische Topologie II

Dozent: Prof. Dr. Markus Land

Termine: Di, Fr 14-16

This lecture is a natural continuation of the course *Algebraische Topologie 1*. We will begin with discussing further homological results in singular (co)homology: The cup and cap products in (co)homology, the Künneth theorem, and the universal coefficient theorems and the Poincarè duality theorem for closed manifolds.

In the second part of the lecture, we will then study homotopy theory in more detail. Topics that we intend to cover are homotopy groups, (co)fibrations, the Whitehead, cellular approximation, and homotopy excision theorems, as well as the Hurewicz theorems relating homotopy groups and singular homology groups. If time permits, we will also discuss Eilenberg—Mac Lane spaces and the representability of cohomology.

Prerequisites for this course are the contents of Einführung in die Topologie, Algebraische Topologie 1.

Topologie

Dozent: Prof. Dr. Manfred Lehn

Termine: Di, Do 8-10

Die Vorlesung Topologie richtet sich an Studentinnen und Studenten ab dem vierten Fachsemester. Die Grundvorlesungen in Linearer Algebra und Analysis werden vorausgesetzt, und idealerweise sollten die Teilnehmer auch mit den Inhalten der Algebra I und der Analysis III vertraut sein, das ist aber nicht zwingend.

Dass topologische Räume homöomorph sind, kann man im Prinzip dadurch nachweisen, dass man einen Homöomorphismus, also eine umkehrbar stetige Abbildung explizit angibt. Der Nachweis, dass zwei vorgelegte Räume *nicht* homöomorph sind, ist subtiler. Dazu konstruiert man sogenannte Invarianten der Räume, das sind gewisse Zahlen, wie die Eulercharakteristik oder die sogenannten Bettizahlen, oder algebraische Objekte wie die Fundamentalgruppe, die bei homöomorphen Räumen gleich sind, und die deshalb im Falle, dass sie berechenbar und verschieden sind, dazu benutzt werden können, um Räume zu unterscheiden. Das ist der Ausgangspunkt für die Algebraische Topologie.

In einem mengentheoretischen Abschnitt werden die topologischen Grundbegriffe aus den Analysisvorlesungen vertieft: Produkt- und Quotiententopologien, Trennungseigenschaften, Kompaktheitsbegriffe, Zusammenhangsbegriffe. Der erste Hauptteil behandelt die Fundamentalgruppe und Überlagerungstheorie topologischer Räume. Im zweiten Hauptteil geht es um die Einführung der singulären und der zellulären Homologie und ihren Eigenschaften.

Kompakte orientierte Fläche Σ vom Geschlecht 2 mit Fundamentalgruppe

$$\pi_1(\Sigma) \cong \langle a_1, b_1, a_2, b_2 \mid [a_1, b_1][a_2, b_2]\rangle$$

und erster Homologie

$$H_1(\Sigma, \mathbb{Z}) \cong \pi_1(\Sigma)^{\mathrm{ab}} \cong \mathbb{Z}^2$$

Bild: Wikimedia Commons.

Literatur:

J. Cigler, H.-C. Reichel: *Topologie*. B.I. Hochschultaschenbücher.
H. Schubert: *Topologie*, Teubner.
T. Tom Dieck: *Topologie*, Walter de Gruyter.
A. Dold: *Lectures on Algebraic Topology*, Springer.
E. H. Spanier, *Algebraic Topology*, Springer.

Algebraische Geometrie I

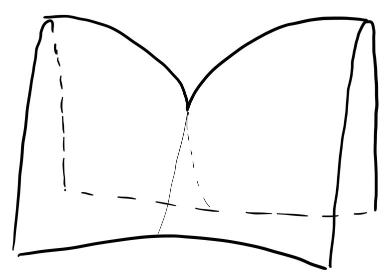
Dozent: Prof. Dr. Manfred Lehn

Termine: Di, Do 10-12

Die Vorlesung ist der erste Teil eines zweisemestrigen Vertiefungszyklus und richtet sich dementsprechend in erster Linie an Studentinnen und Studenten im Masterstudiengang, die sich in Algebraischer Geometrie vertiefen und in diesem Fach eine Masterarbeit schreiben wollen. Alle anderen können diesen Vorlesungsteil auch als Ergänzungsmodul hören. Der Inhalt der Vorlesungen Algebra I und II wird vorausgesetzt, idealerweise sind die Hörerinnen und Hörer auch mit den Inhalten der Topologie und der Funktionentheorie vertraut.

Algebraische Geometrie beschäftigt sich mit den geometrischen Eigenschaften von Räumen, die als simultane Nullstellengebilde von Polynomen in mehreren Variablen definiert sind, sogenannten Varietäten. Im Gegensatz zur Differentialgeometrie werden Rechnungen im Kleinen nicht auf Analysis, sondern auf kommutative Algebra zurückgeführt.

In der Vorlesung soll einerseits die Garben- und Schematheorie als Grundlage jeder modernen Algebraischen Geometrie entwickelt werden. Sie soll aber auch eine Einführung in klassische Begriffe und Konstruktionen bieten und mit grundlegenden Objekten der Algebraischen Geometrie, wie projektiven Räumen, Graßmannvarietäten, Kurven und Flächen, vertraut machen.



Skizze einer Flächensingularität vom Typ A_2 mit Gleichung $x^2 + y^2 + z^3 = 0$.

Literatur:

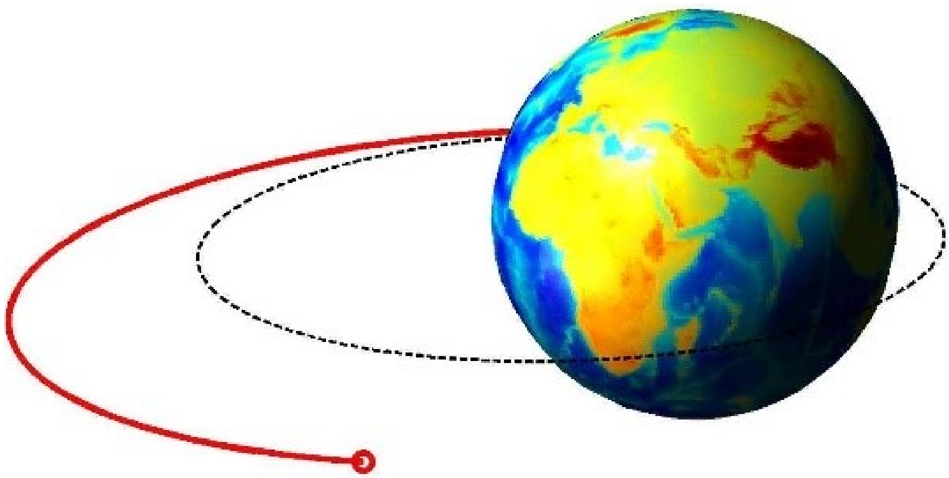
R. Hartshorne: *Algebraic Geometry*, Springer.
M. Reid: *Undergraduate Algebraic Geometry*, London Math. Soc.
I. Shafarevich: *Basic Algebraic Geometry*, Springer.
J. Harris: *Algebraic Geometry*, Springer.
Ph. Griffiths, J. Harris: *Principles of Algebraic Geometry*, Wiley.

Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen

Dozentin: Prof. Dr. Mária Lukáčová

Termine: Di, Do 10-12

Die Vorlesung vermittelt numerische Verfahren zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen, insbesondere für Anfangs- und Randwertaufgaben. Einen Schwerpunkt bilden Runge-Kutta-Verfahren sowie Differenzenverfahren. Darüber hinaus werden Anwendungen auf mehrskalige dynamische Systeme diskutiert, wie sie beispielsweise in der Physik und Biologie auftreten.



Literatur:

Quarteroni, Sacco, Saleri, *Numerische Mathematik 2*, Springer (2002).

Hanke-Bourgeois, *Grundlagen der Numerischen Mathematik und des Wissenschaftlichen Rechnens*, Vieweg und Teubner (2008).

Hairer, Norset, Wanner, *Solving Ordinary Differential Equations I, Nonstiff Problems*, Springer (1993).

Galoiskohomologie und Brauergruppen

Dozent: Dr. Lorenzo Mantovani

Termine: Montag, Mittwoch 14-16

Abbildung 2. Brauergruppe des Körpers $\mathbb{R}$ von M. Raupach (Licenced under CC BY-SA 3.0)

In dieser Vorlesung ist unser Ziel, algebraische Invarianten von Körpern zu studieren, nämlich die Galoiskohomologiegruppen. Wir interessieren uns hauptsächlich für die sogenannte Brauergruppe eines Körpers K und ihre kohomologische Version $H^2(K, \mathbb{G}_m)$. Geplanter Inhalt der Vorlesung:

(1) Einfache und Halbeinfache Moduln und Algebren, zentraleinfache Algebren und die Brauergruppe
(2) Quaternionenalgebren über Körper
(3) Einführung in der Galoiskohomologie und kohomologischer Blick auf die Brauergruppe
(4) Beispiele
(5) Wenn genug Zeit bleibt:
    - Der étale Situs eines Körpers, Torsoren, nicht-abelche Kohomologie
    - Lokale Klassenkörpertheorie

Ein gutes Verständnis der Vorlesungen Lineare Algebra 1 und 2 sowie Algebra 1 wird vorausgesetzt. Wir werden einige Themen von Algebra 2 sehr oft benutzen: Noethersche und Artinsche Moduln, Tensorprodukte und exakte Folgen von Moduln (d.h. der Inhalt der Kapitel 1,2 und 6 des Buches 'Commutative Algebra' von Atiyah-MacDonald).

Literatur:

Gille S., Szamuely T.- *Central Simple Algebras and Galois Cohomology*, CUP 2006.
Kersten I. - *Brauergruppen*, Universitätsverlag Göttingen 2007.
Lorenz F. - *Einführung in die Algebra*, Teil 2.
Serre J. P. - *Galois Cohomology*, Springer 1997.

Darstellungstheorie endlicher Gruppen

Dozent: Dr. Moritz Rahn

Termine: MO, Mi 10-12

Zielgruppe: M.Ed.

Diese Vorlesung bietet eine Einführung in die Theorie von ***Gruppen*** und auch in die Theorie von ***Darstellungen von Gruppen***. Bekanntermaßen werden Gruppen abstrakt durch eine kurze Liste von Axiomen definiert, und die Gruppentheorie studiert die beeindruckend expressive Kraft dieser Axiome. Die Leitidee, dass Gruppen Symmetrien kodieren, ist hierbei sehr hilfreich, und diese Perspektive wird in dem Begriff einer Darstellung einer Gruppe formal fixiert: Eine Darstellung einer Gruppe G auf einem K-Vektorraum V ist einfach ein Homomorphismus von Gruppen

$$\rho\colon G \to \mathrm{Aut}_K(V)\colon g \mapsto \rho(g),$$

wobei $\mathrm{Aut}_K(V)$ die aus der linearen Algebra bekannte Automorphismengruppe von V ist. Per Definition wird hierbei also jedem Gruppenelement $g \in G$ eine Symmetrie von V (also ein Automorphismus $\rho(g)\colon V \to V$) zugeordnet, und der Übergang zu Symmetrien ist verträglich mit der Gruppenstrukur auf G.
Das Ziel dieser Vorlesung besteht nun darin, etwas Gruppentheorie zu studieren, die grundlegende Darstellungstheorie (vor allem endlicher Gruppen und vor allem im Fall $K = \mathbb{C}$) zu thematisieren und auch ein wenig das reiche Wechselspiel zwischen der Gruppentheorie und der Darstellungstheorie anzudeuten. Insbesondere wollen wir einsehen, dass wir Darstellungen endlicher Gruppen über dem Körper der komplexen Zahlen gut klassifizieren können und dass hierzu ein interessanter und konkreter Kalkül gehört (Stichwort: Charaktertafeln), der in Beispielen bis ins letzte Detail berechnet werden kann.

Voraussetzungen: Freude an den algebraischen Grundbegriffen (etwa der elementaren Gruppentheorie) und ein solides Verständnis der linearen Algebra.

G	1	$\lvert C_2\rvert$	$\dots$	$\lvert C_r\rvert$
	1	c_2	$\dots$	c_r
χ_1	1	1	$\dots$	1
χ_2	d_2	$\chi_2(c_2)$	$\dots$	$\chi_2(c_r)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
χ_r	d_r	$\chi_r(c_2)$	$\dots$	$\chi_r(c_r)$

Die allgemeine Struktur der Charaktertafel einer Gruppe G... mehr Details folgen im Kurs

Literatur:
Ein richtig gut passendes Buch habe ich nicht finden können. Einen groben Eindruck vermittelt das Skript *Gewöhnliche Darstellungen endlicher Gruppen* von M. Künzer (https://pnp.mathematik.stuttgart.de/lexmath/kuenzer/gdsk.pdf). Ich passe den Kurs aber sehr gerne an Vorkenntnisse und Wünsche der Studierenden an.

Algebra I

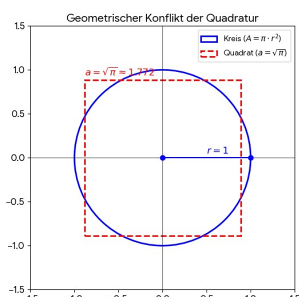
Dozent: Dr. Moritz Rahn

Termine: Mo, Mi 8-10

Zielgruppe: B.Sc., M.Ed.

Diese Vorlesung bietet eine Einführung in die Algebra an mit dem traditionellen Fokus auf die Galoistheorie. Die Galoistheorie verbindet die abstrakte Welt der allgemeinen Algebra auf sehr elegante Weise mit konkreten Problemen der klassischen Mathematik. Indem wir Körpererweiterungen und deren Symmetriegruppen systematisch untersuchen, schaffen wir ein tragfähiges Fundament zur Lösung berühmter historischer Fragestellungen, wie der Unlösbarkeit von Gleichungen fünften Grades und des Problems der Konstruktionen mit Zirkel und Lineal (Stichwort: Quadratur des Kreises). Dabei schulen wir das abstrakte Denken und lernen, die algebraischen Strukturen Gruppen, Ringe und Körper präzise zu analysieren.
Wer weniger Interesse an der Galoistheorie und ihren klassischen Anwendungen hat, kann diese einfach als Vorwand betrachten, sich systematisch mit Gruppen, Ringen und Körper vertraut zu machen. In Kombination mit der linearen Algebra bereitet dieses tiefere strukturelle Verständnis den Weg für fortgeschrittenere Studien. Die hier erlernten Konzepte und Methoden bilden ein unverzichtbares Werkzeug, das in vielen nachfolgenden Veranstaltungen der Algebra, algebraischen Geometrie und Zahlentheorie zentral sein wird.

Voraussetzungen: Lineare Algebra



Der Unmöglichkeitsbeweis der Quadratur des Kreises ist eine der klassischen Anwendungen.

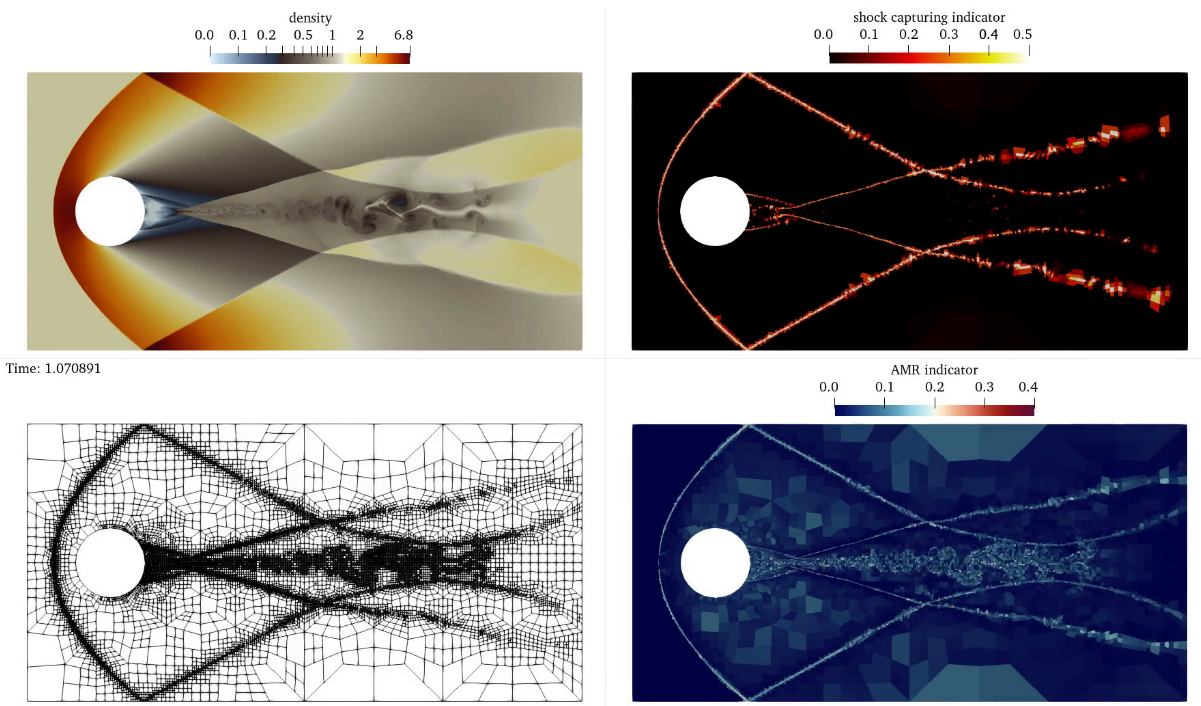
Literatur: Viele Bücher zur Algebra beschäftigen sich mit diesen Themen (etwa die Bücher *Algebra* von Siegfried Bosch und *Lehrbuch der Algebra* von Gerd Fischer).

Numerical Methods for Partial Differential Equations

Instructor: Prof. Dr. Hendrik Ranocha

Dates: Tuesday and Thursday, 10:15–11:45 (05-426)

Many problems in science and engineering can be modeled by partial differential equations (PDEs), e.g., stability of structures like bridges by elliptic PDEs, biological processes like immune response and pattern formation by parabolic PDEs, and the airflow around airplanes by hyperbolic PDEs. In this course, we will discuss basic methods for the numerical solution of PDEs, including finite difference methods, finite element methods, and finite volume methods.



Supersonic flow around a circular cylinder simulated using a convex combination of high-order discontinuous Galerkin and low-order finite volume methods.

This lecture assumes familiarity with the *Grundlagen der Numerik* and basic knowledge of *Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen*. This course is a prerequisite for further courses in numerical mathematics, in particular the *Modeling Lab Course* (Modellierungspraktikum). Since this is an advanced course, it will be held in English. It is part of the *Vertiefungsmodul Wissenschaftliches Rechnen* (scientific computing).

Literatur:

Braess, *Finite Elements*, Cambridge University Press (2010).
Hanke-Bourgeois, *Grundlagen der Numerischen Mathematik und des Wissenschaftlichen Rechnens*, Vieweg und Teubner (2008).
Hesthaven, *Numerical Methods for Conservation Laws*, SIAM (2018).
Kopriva, *Implementing Spectral Methods for PDEs*, Springer (2009).
R. J. LeVeque, *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations.*

Steady-State and Time-Dependent Problems, SIAM (2007).

Variationsrechnung

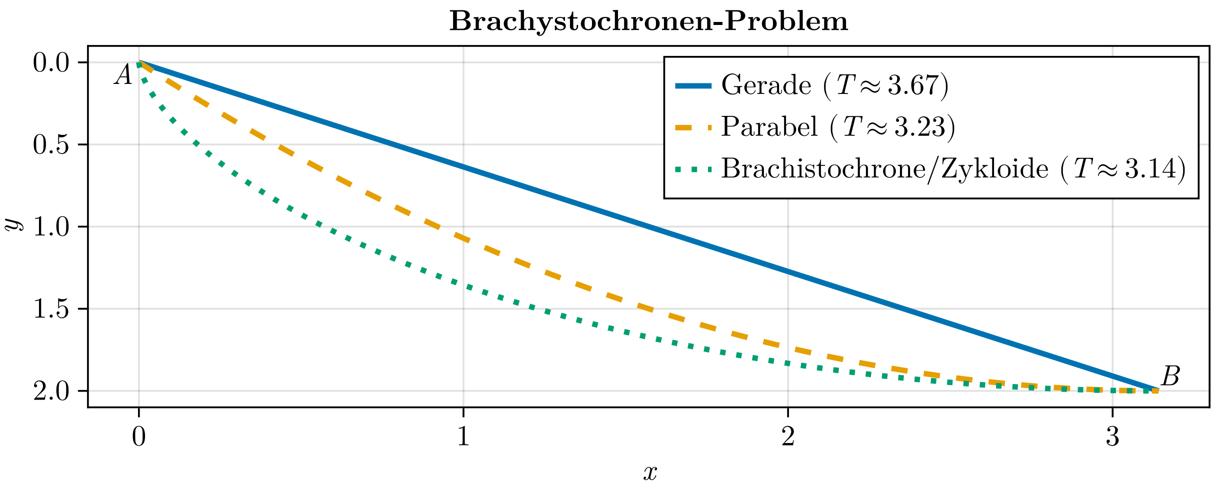
Dozent: Prof. Dr. Hendrik Ranocha

Termine: Montag, 12:15–13:45 (05-426)

Die Variationsrechnung ist ein Teilgebiet der Analysis, das sich mit unendlichdimensionalen Optimierungsproblemen befasst. In einer geeigneten Menge von Funktionen M soll ein Funktional $F\colon M \to \mathbb{R}$ minimiert werden, typischerweise von der Form

$$F(u) = \int_a^b L\big(t, u(t), u'(t)\big)\,\mathrm{d}t.$$

Typische Probleme sind kürzeste/schnellst Verbindungen (Brachystrochronenproblem) oder das Problem der Dido (Flächenmaximierung bei vorgegebener Umfangslänge). In der Physik treten Variationsprobleme beispielsweise bei der Formulierung von Bewegungsgesetzen der klassischen Mechanik auf. In dieser Vorlesung stehen klassische Probleme und Techniken im Vordergrund.



Das Brachystrochronen-Problem: gesucht ist eine Kurve, auf der man nur unter Einwirkung der Schwerkraft (ohne Reibung) am schnellsten von Punkt A zum Punkt B rutschen kann.

Die Vorlesung richtet sich vorwiegend an Studierende der Mathematik (BSc oder MEd). Es werden die Inhalte der Analysis und linearen Algebra vorausgesetzt.

Literatur:

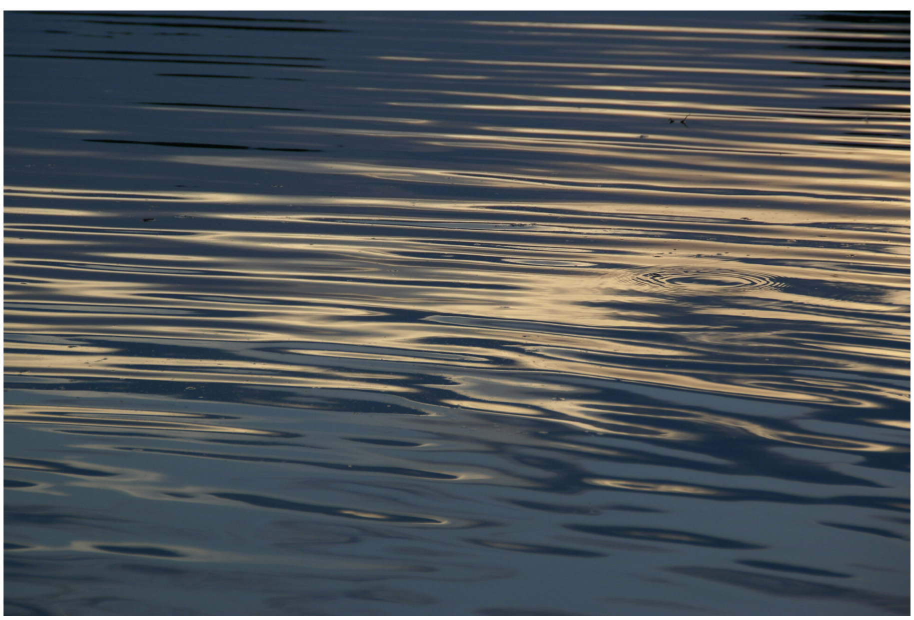
Buttazzo, Giaquinta, Hildebrandt, *One-dimensional Variational Problems. An Introduction*, Oxford University Press (1998).
van Brunt, *The Calculus of Variations*, Springer (2004).
Gelfand, Fomin, *Calculus of Variations*, Prentice Hall (1963).
Kielhöfer, *Variationsrechnung*, Vieweg+Teubner Verlag (2010).

Grundlagen der partiellen Differentialgleichungen

Dozent: Prof. Dr. Alan Rendall

Termine: Di, 12-14, Fr, 12-14

Die gewöhnlichen Differentialgleichungen (DGl.) werden in der Analysis 2 behandelt. Sie enthalten die Ableitung $u'(x)$ einer Abbildung $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Wenn wir diese Ableitung durch partielle Ableitungen einer Abbildung $u : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ ersetzen, z.B. $\frac{\partial u}{\partial x}(x, y)$, bekommen wir die partiellen Differentialgleichungen (PDGl), die Gegenstand dieser Vorlesung sind. Die Eigenschaften der PDGl sind sehr divers - es gibt keine so einheitliche Theorie wie bei den DGl. Am Anfang muss man sich auf spezielle Beispiele konzentrieren. Deshalb beschäftigen wir uns in dieser Vorlesung vor allem mit bestimmten konkreten Gleichungen, die von besonderer Bedeutung sind, sowohl an sich als auch durch ihre vielfältigen Anwendungen in den Naturwissenschaften. Die zentralen Beispiele sind die Laplace-Gleichung, die Wärmeleitungsgleichung und die Wellengleichung. Sie sind alle linear, können aber benutzt werden um nichtlineare Gleichungen zu approximieren. Die Herleitung und Anwendung von Reihen- und Integraldarstellungen der Lösungen dieser Gleichungen stehen in dieser Vorlesung im Mittelpunkt. Gleichzeitig werden Beziehungen hergestellt zu Anwendungen und zu den (meist nichtlinearen) Gleichungen die dafür benötigt werden. Z.B. können die Wasserwellen auf einem See, wie sie im Bild zu sehen sind als Lösungen der Gleichung $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ dargestellt werden. Hier ist t die Zeit, x und y sind räumliche Koordinaten und u die Wasserhöhe. Voraussetzungen für diese Vorlesung sind die Vorlesungen Analysis 1-3.



Literatur:

L. C. Evans *Partial Differential Equations*, Springer (2001)
A. D. Rendall *Grundlagen der partiellen Differentialgleichungen*

Vorlesungsskript, JGU, WS 2016/17.

Kulturgeschichte der Mathematik

Dozent: Prof. Dr. Tilman Sauer

Termine: Mo 16-18, Do 14-16

Die Vorlesung gibt einen Überblick über die Entstehung des mathematischen Denkens und mathematischer Konzepte vom Ursprung in Mesopotamien bis zur Neuzeit. Behandelt werden die Entstehung des Zahlbegriffs und der elementaren arithmetischen Operationen, die Herausbildung geometrischer Konzepte und Vorstellungen und die Entstehung der Algebra. Dabei wird auch die Einbettung der Entwicklung in den allgemeineren kulturhistorischen Kontext und die Wechselwirkungen mit anderen Aspekten wissenschaftlichen Denkens (Physik, Astronomie, Kosmologie, etc) diskutiert.

Literatur:

Boyer, Carl, *The History of Mathematics*, New York 1968, 2nd ed. by Uta Merzbach (1991).

Kline, Morris, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Oxford Univ. Press (1972).

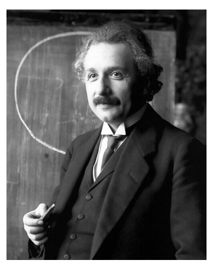
Stillwell, John. *Mathematics and Its History*, Springer 2010^3.
Struik, Dirk J., *Abriß der Geschichte der Mathematik* (1.Aufl. engl. 1948, dt. VEB D.V.d.W., viele Auflagen).

Wußing, *Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik*, Berlin, VEB DV.d.W.1978, Nachdruck: Harri Deutsch (2008).

Geschichte der Naturwissenschaften II

Dozent: Prof. Dr. Tilman Sauer
Zeit: Di: 10–12

Inhalt: Die Vorlesung gibt einen Überblick über Entwicklungen in den Naturwissenschaften vom 18. Jahrhundert bis in das 20. Jahrhundert, wobei vor allem die Geschichte der Physik in den Fokus genommen wird.
Behandelte Themen u.a.: die Entstehung und Herausbildung des Elektromagnetismus als neues Gebiet der Physik seit den Anfängen im 18. Jahrhundert bis ins 19. Jahrundert; die Geschichte der Telekommunkation von der Postkutsche bis zum Telephon, optische und elektrische Telegraphie, elektromagnetische Wellen und drahtlose Telegraphie; die Herausbildung des modernen Atomismus seit Dalton, Gesetz der konstanten und multiplen Proportionen, Herausbildung des Periodensystems der Elemente; Entstehung der modernen Thermodynamik von den Anfängen der Thermometrie und dem Wärmestoff bis zur kinetischen Gastheorie und den Hauptsätzen; nicht-eukldische Geometrien im 19. und 20. Jahrhundert; Entwicklung der universitären Institulionalisierung der Physik in den letzten beiden Jahrhunderten; Albert Einstein, seine Ausbildung und die frühen Arbeiten von 1905 zur speziellen Relatiivtätstheorie, zur Lichtquantenhypothese und zur Brownschen Bewegung als Synthesen vorhergehender Entwicklungen; allgemeine Relativitätstheorie und moderne relativistische Kosmologie; Entstehung der Quantenmechanik von Planck bis Schrödinger.



Albert Einstein, 1921 (Photo: Ferdinand Schmutzer, Wikimedia Commons)

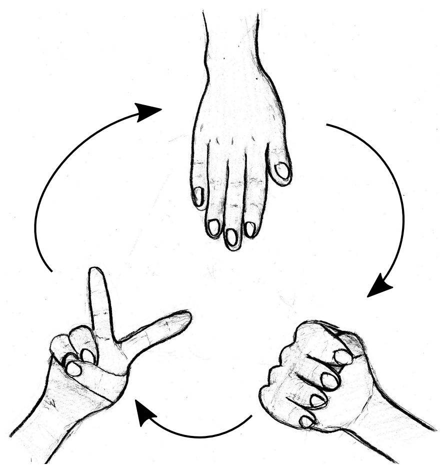
Literatur: Eigene Folien; spezielle Literatur wird in der Vorlesung angegeben.

Spieltheorie

Dozent: PD Dr. Matthias Schneider

Mo, Di 12–14

Gibt es eine Sieges-Formel für „Schnick-Schnack-Schnuck"? In jedem Schulhof auf der ganzen Welt ist seit hunderten von Jahren klar: Stein schleift Schere, Schere schneidet Papier und Papier umwickelt Stein. Mit einer Gewinnstrategie sichert man sich das letzte Stück Kuchen oder muss nie wieder die Spülmaschine ausräumen.
In der Vorlesung beschäftigen wir uns mit mathematischer Spieltheorie: In klassischen Zwei-Personen-Spielen vermeiden oder versuchen wir, die letzte Bohne zu nehmen. Wir bestimmen Nash-Gleichgewichte und dominante Strategien von Matrix-Spielen, (un)gerechte Verteilungen und klären die wichtigste Frage von allen: Was ist mit dem Brunnen?



Literatur:

C. Rieck, *Spieltheorie – eine Einführung.*, Rieck, Eschborn 2012,

J. Bewersdorff, *Glück, Logik und Bluff*, Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden 2010,

M. Holler, G. Illing: *Einführung in die Spieltheorie.* Springer Verlag, Berlin 2005.

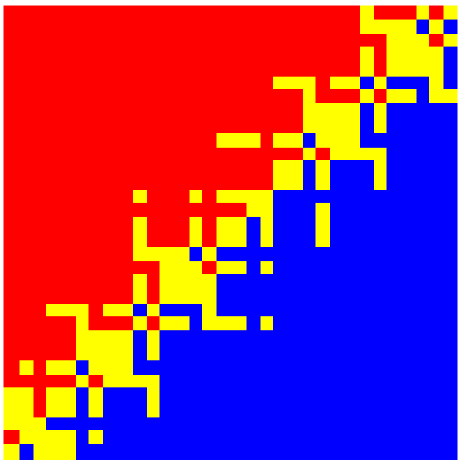
Selected Topics in Scientific Computing

oder

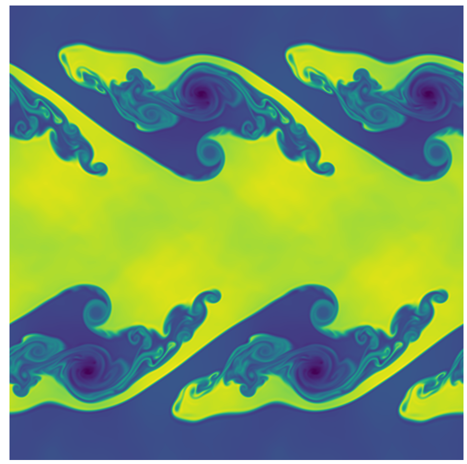
Die 4 Schritte zum wissenschaftlichen Programmieren

Dozent: Dr. Kai Werth

Termine: Fr 10-12



Programmierfehler oder Rundungsfehler? Hier wurde die Orientierung (*positiv*, *negativ* oder *null*) der Punkte einer $128 \cdot 2^{-53}$-Umgebung um den Ursprung mit der Ursprungsgeraden berechnet.



Gemeinsam statt einsam: Diese hochaufgelöste Flüssigkeitssimulation einer *Kelvin-Helmholtz-Instabilität* berechnen wir in endlicher Zeit nur durch effizientes Parallelisieren auf 265 Recheneinheiten auf *MOGON II*.

Es heißt, es seien 36 Schritte notwendig, um ein/e Kung-Fu-Meister/in zu werden. Den Weg zum wissenschaftlichen Programmieren meistern wir in dieser Veranstaltung bereits in vier Schritten:

(1) Lerne, den Rundungsfehler vom Programmierfehler zu unterscheiden!
(2) Der Weg von der Formel zum Code.
(3) Strukturiere deinen Code weise!
(4) Parallelisiere statt zu paralysieren!

Anhand kleiner Beispiele in Python erarbeiten wir uns eine Programmgrundlage, die wir nach und nach erweitern und optimieren, bis wir sie am Ende als Simulation auf dem Rechencluster laufen lassen können.

Dabei ist kein schwarzer Gürtel in Programmierung nötig, aber gewisse Kenntnisse erleichtern sicher den Einstieg. Wir arbeiten auf einer Jupyterhub, für die lediglich ein Browser und ein gültiger ZDV-Account benötigt wird. Es muss also nichts installiert werden.

Geplant sind auch Ausflüge in die Welt der GPU Programmierung und Überlegungen, inwiefern Chatbots uns beim Programmieren helfen können, um Arbeit und Frustration einzusparen.

Link zur Veranstaltungsseite:
`https://www.numerik.mathematik.uni-mainz.de/selected-topics-in-scientific-computing/`

Literatur:

C.R. Harris et al., 2020, *Array programming with NumPy*, Nature, 585, pp.357–362.

W.H. Press et al., *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press (2007).

T.H. Cormen et al. *Introduction to Algorithms,* The MIT Press (2001).

K. Mehlhorn, S. Näher *LEDA – A platform for combinatorial and geometric computing,* in: CACM (1995).